

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [1] - -

Niedersächsische
Landesbibliothek
Hannover

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [2] - -

Leibn.:

Praefatio

S. 159.

p. 159.
p. 321

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [3] - -

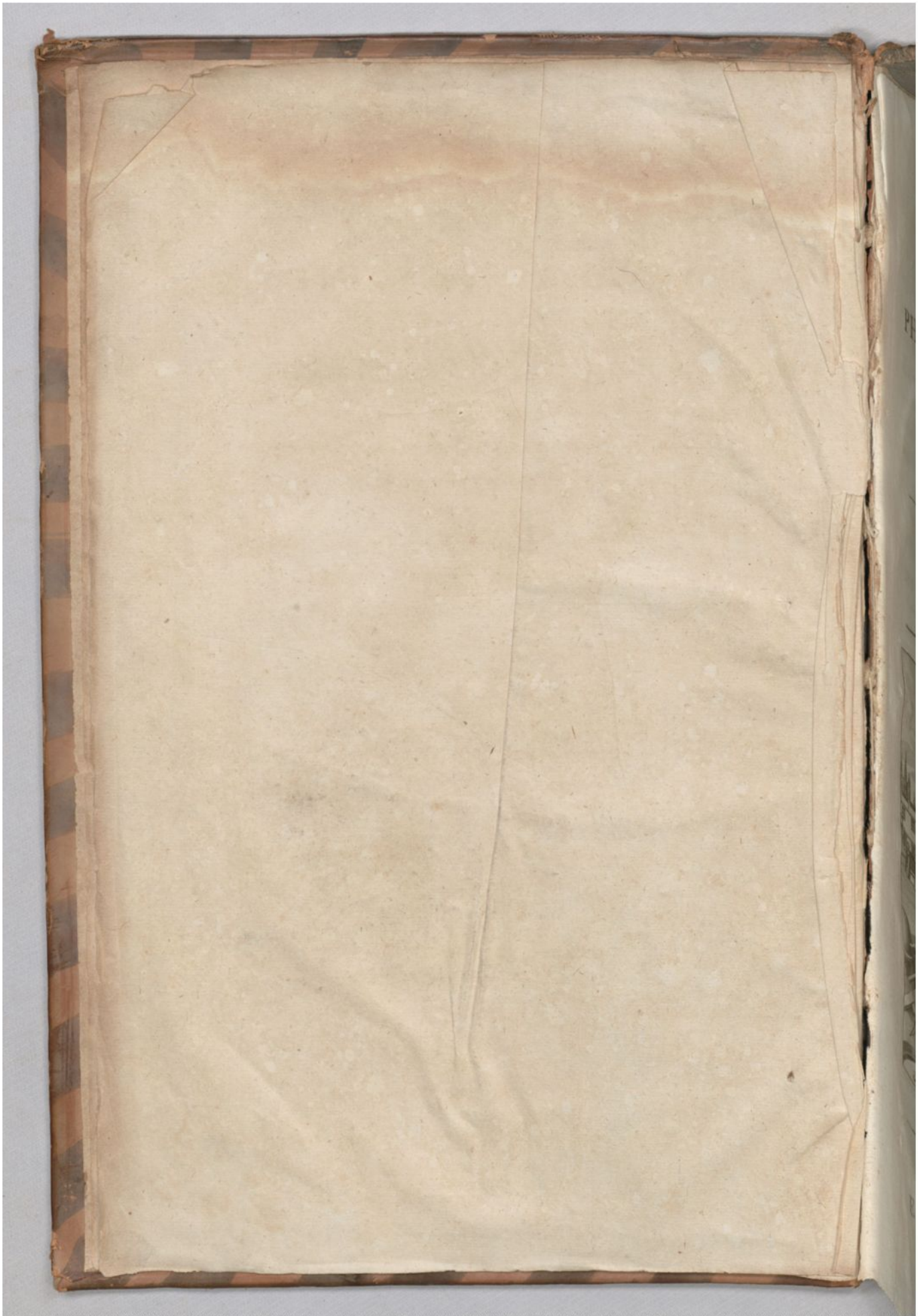
Leibn. Marg. 124

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [4] - -

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [5] - -



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [6] - -

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

Auctore DAVIDE GREGORIO M. D.
Aſtronomiæ Profeſſore Saviliano OXONIÆ,
& Regalis Societatis Sodali.



OXONIÆ,
E THEATRO SHELDONIANO, An. Dom. MDCCII.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [7] - -

Imprimatur,

ROG. MANDER

Junii 3. 1702. Vice-Can. Oxon.



BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [8] - -

Sereniſſimo Principi ac Domino

GEORGIO

PRINCIPI HEREDITARIO

DANIÆ, NORVEGIÆ, VANDALORUM & GOTHORUM;

DUCI

Sleſvici, Holſatiæ, Stormariæ, Dithmarſiæ & Cumbriæ;

COMITI

In OLDENBURG, DELMENHORST & KENDAL;

Baroni de WOCKENGHAM;

Summo Copiarum BRITANNICARUM Præfecto,

ET

Nobiliſſimi Ordinis PERISCELIDIS Equiti.

MEÆ huic importunitati, Sereniſſime Princeps, veniam concede, ſi Te jam, etiam in arduis Regni negotiis occupatiorem, paulo liberius interpellare audeam. Opus enim Tibi in manus offero, quod Regiæ Celſitudinis Tuæ patrocinium ſperare poſſit, & ſibi quodam quaſi jure vendicare. Danorum Principum munificentia maxime excitata, Danorum præſertim ingeniis exculta ſunt Aſtronomiæ ſtudia. Nihil iis unquam contigit felicius, quam quod indefeſſis Tychonis Brahe laboribus

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [9] - -

bus, & ampliſſimis Friderici II. præmiis, olim floruerint: & quem jam iis Patronum aut æquiorem polliceri aut majorem deligere poſſimus, quam Auguſtum & Avitæ Virtutis æmulum Friderici Nepotem? Cum vero quicquid fere incrementi ex illo tempore acceperit Aſtronomiæ pars longe nobiliſſima, jam prope ad apicem perducta, totum id Viri Angli ſolertiæ incredibili tribuendum ſit; cum hinc omnino pendeant Artis nauticæ, quam ſibi præ aliis arrogant Angli, ulteriora adhuc adjumenta; cui potius operam in hac ſcientia collocatam commendare oporteat quam ſummo Claſſium Angliæ Præfecto? Atque huic quidem ſcientiæ ſi quid forſan opis luciſque meæ curæ attulerint, id ad Te propiori jure ſpectare non diſſimulandum eſt. Hæc enim eo tempore meditabar (ignoſce mihi juſtiſſimum Tuum dolorem renovanti) quo eſſent nuper in Regio Juvene formando ſpes omnium cogitationeſque poſitæ; nec deeſſent qui exiguam aliquam tanti muneris partem mihi quoque deſtinarent. In iis enim ſtudiis & illum eſſe inſtitutum voluiſti, quibus Ipſe animum Tuum tener imbueras; quibus non modo Majorum exemplis ſtimulatus, ſed & Tuo ingenio obſecutus ſolebas favere.

Non eſt aut hujuſce loci aut meæ mediocritatis prædicare, Sereniſſime Princeps, qua conſtantia Religionem non modo Regum gratiæ ſed Regiæ etiam Dignitati prætuleris: quanta Tibi ſemper in dictis factiſque fides, quam eximius erga omnes candor, quam benevola in domeſticos lenitas fuerit. Nulla tacebit Hiſtoria aut ardentem illam pietatem pariter ac virtutem, quibus impulſus Fratrem è mediis hoſtibus eripueris; aut connubialem illum amorem, quo parem ab Illa

affectum

affectum promerueris, quæ non minus gloriatur Te Sibi, quam Se ſubditis charam eſſe, & æque libenter audit Conjugum Amantiſſima ac Reginarum Optima. Mihi jam id potius gaudere par eſt, Spes noſtras terra marique Illi eſſe concreditas, cujus ſub auſpiciis fas eſt ſperare nova demum ſubſidia & feliciora incitamenta Matheſeos diſciplinis adfutura. Neque enim, Princeps Sereniſſime, dum Rei militaris nauticæque gloriam & incrementum meditaris, illa interim præteribis ſtudia à quibus petenda ſunt & ornamenta & præſidia Reipublicæ; ſine quorum ope nec bellum pulchre adminiſtrari poteſt, nec commercium ulterius promoveri. Hæ ſunt artes Regio favore & Thalaſſiarchæ præſertim curis digniſſimæ, inter quas illa princeps eminet quæ Celſitudini Tuæ hodie commendatur Aſtronomia.

REGIÆ TUÆ CELSITUDINI

Addictiſſimus &

Obſequentiſſimus

DAVID GREGORY.

PRÆFATIO.

Librum hunc eo consilio publicum feci, ut illa, quam subodoratus est sagacissimus Keplerus, *quamque Geometrarum Princeps* Isaacus Newtonus *ad eum, quem omnes suspiciunt, apicem perduxit, Physica Cœlestis, meis etiam curis illustrata, Philosophiæ & Astronomiæ studiosis paulo facilius innotescerent. Satis indicat ipse operis hujusce titulus omissam esse hic omnem Astronomiam Arithmeticam sive calculatoriam, posthac forte suo loco proferendam: Physicam vero à laudatis modo Authoribus depromptam Astronomiæ debite, ubi conveniebat, immiscui; pleraque Geometrica vel aliunde repetita & citata, vel in Lemmatibus demonstrata exhibui; & ita quid in quavis Sectione præstitum sit in ipsius vel titulo vel præfatione exposui, ut qui in reconditiori Geometria minus versati, aut de Physica parum solliciti sunt, possint ea præterire, & solam Astronomiam ab iis distinctam evolvere.*

Est autem Astronomia Physica inter disquisitiones naturales non tantum dignitate, sed & ordine prima, quippe facillima. Sol enim & Planetæ tam immensa distantiâ à se invicem separantur, ut vires pleræque, quibus corpora in se mutuo agunt, minime possint ad tantum intervallum exercere; adeoque his præter universalem Gravitatis vim alia nulla, quâ se invicem afficere valeant, virtus supersit: At in illis, quæcunque apud Terram occurrunt, Phænomenis exerunt sese aliæ innumeræ virtutes, quas quidem difficillimum est distinguere; quas tamen nisi probe distinguimus, frustra aliquod naturæ examen instituimus. Erit itaque quodvis problema in Terrestri Physica valde operosum & perplexum, in Cœlesti vero longe simplicius faciliusque; quanquam etiam & in hac, pro varia corporum Cœlestium distantia & magnitudine, varia sint difficultatum momenta. Fixæ enim inter se tam immane distant, ut nihil

omnino

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [13] - -

omnino in se mutuo agant, quod à nobis Terricolis observari queat. Planetæ primarii tantum à se mutuo removentur, ut aliquam quidem in se invicem vim & effectum habeant, qualis tamen à nobis non nisi post multorum annorum observationem percipi possit. Planetæ secundarii non ita aut à primariis suis, aut à Sole distant (respectu habito ad quantitatem materiæ quæ in his est) quin utriusque virtutem satis notabilem sentiant, unde orta est multiplex eorum inæqualitas; qualis est quæ in Luna nostra manifeste se prodit, quæ tamen quasi nulla est, si cum inæqualitate Terrestrium, quæ corporum undique prementium viribus tam innumeris tamque variis agitata sunt, conferatur. Adeo ut infeliciter naturali scientiæ incumbere videantur, qui hanc Astronomiæ partem prætereunt, unde præcipuæ & simplicissimæ Naturæ leges sunt hauriendæ.

Ne cui vero Physica hìc tradita, quasi novum aliquid & insolens in Astronomia videatur, eandem vetustissimis Philosophis notam, ab iisque sedulo excultam esse ostendam. Quo in argumento diutius paulo morabor, quia nihil necesse erit plura præfari, aut de operis hujus ordine, qui ex Indice satis constat, aut de Astronomiæ usu, dignitate, historia, progressu, aut etiam de vero hoc Mundi Systemate Pythagoræ *aliisque Veteribus probato; quæ omnia ab Astronomiæ Scriptoribus jamdiu fuse tractata sunt: id, inquam, jam ostendam, quod nos adhuc in Astronomia Physica Veterum vestigiis insistamus; quod nempe norint illi corpora Cœlestia in se mutuo gravia esse, & vi Gravitatis in orbitis suis retineri; quod etiam Gravitatis hujusce Legem perspectam habuerint.*

Si enim ad ipsam Astronomiæ originem recurrimus, eamque à prima quasi infantia repetimus, nihil antiquius esse reperiemus, nihil per omnes Philosophorum sectas latius disseminatum, quam illam de corporum Cœlestium Gravitate sententiam. Notum est dictum illud quod sæpe usurparunt [a] Anaxagoras *ejusque discipuli* [b] Archelaus & [c] Euripides, *Solem nempe & Stellas esse* lapides

a Οὕτως ἔλεγε τὸν ἥλιον μύδρον εἶναι διάπυρον. Diog. Laert. in Anaxag. Τὸν μὲν ἥλιον λίθον φησὶν εἶναι, τὴν δὲ Σελήνην γῆν. Plat. in Apol. Socr. b Μύδρους ἔφησεν εἶναι τοὺς ἀστέρας, διαπύρους δέ. Stob. Ecl. Phys. cap. 25. c Φασὶ Εὐριπίδου χρυσοῦν βῶλον εἶναι τὸν ἥλιον. Diog. Laert. in Anaxag.

canden-

candentes, *aut* aureas glebas; *idem etiam ſenſere* [d] Democritus, Metrodorus *&* [e] Diogenes. *Quibus verbis nihil aliud intelligebant quam corpora gravia, denſa & fixa (ſaxorum inſtar) ut ignem ſuſtinere poſſent: & hanc eſſe eorum mentem luculenter conſtabit, ſi hujuſce ſententiæ authores altius adhuc exquiramus. Recte enim monuit* [f] Democritus *non eſſe has de Luna Stelliſque opiniones ad* Anaxagoram *referendas, qui eas ab antiquioribus ſuffuratus eſt. Unde vero eas ſurripuerit, aut à quibus ad eum derivatæ fuerint, non eſt inveſtigatu difficile. Illas enim acceperat à Præceptore ſuo* [g] Anaximene, *qui igneam eſſe Stellarum naturam, ſed ipſis permiſta quædam terrena corpora judicavit, quæ nobis non conſpecta circum illas verſarentur: quibus verbis plane innuit Planetas terreſtres in Fixæ cujuſque Syſtemate ſuas periodos conficere. Hæc* Anaximenes *ab* Anaximandro, Anaximander *ab ipſo* [h] Thalete *habuit, qui* Ionicæ *Philoſophiæ Princeps opinionem de Syderum Gravitate per ſuam deinde ſectam diffudit. Sed nec hic conſtitit illa de Syderibus doctrina, ſed etiam in* Italicam *Philoſophiam defluxit, cujus* [i] *ſectatores Stellam quamvis Mundum eſſe, Terramque & Aſtra continere, & infinito in Æthere collocari;* [k] *Lunam vero non modo Terræ noſtræ ſimilem eſſe, ſed à pulchrioribus etiam animalibus habitatam docuerunt.*

Neque vero de Gravitatis natura ita abſurde ſenſerunt, quaſi fieret per vim puncti alicujus intra Terram, ſive centri, ad quod gravia undique tenderent; [l] *ſed per vim totius in globo Terreſtri materiæ omnia ad ſe trahentis factam eſſe: & quemadmodum vis magnetis componitur ex conjunctis ſingularium partium viribus, ſic Gravitatem ad Terram totam ex Gravitate ad ſingulas illius particulas ortam eſſe exiſtimarunt. Porro & eodem modo cenſuerunt*

d Plutarch. de Placitis Philoſ. Lib. II. cap. 20. *e* ibid. c. 13. *f* Φαλωρῖνος δέ φησιν ἐν πυκνοδικῇ ἱστορίᾳ λέγειν Δημόκριτον οὐκ Ἀναξαγόρᾳ, ὡς ἂν ἔποιτο αὐτοῦ αἱ δόξαι εἴ τι οὐκ Ἡλίᾳ καὶ Σελήνῃ, ἀλλὰ ἀρχαίοις, ἃ δὲ ἐφιλοτιμήθη. Diog. Laert. in Democr. *g* Πυκνοῖ μὲν Ἀναξιμένης ἕλκειν τὴν φύσιν τὸ ἄστρον, παρέχειν δὲ ὑπὸ γεώδη σώματα συμπεριφερόμενα τούτοις, ἀόρατα. Stob. Ecl. Phyſ. c. 25. *h* Θάλης γεώδη μὲν ἔμπυρα δὲ τὰ ἄστρα. ibid. Sic etiam Plut. de Plac. Philoſ. Lib. II. c. 13. *i* Οἱ Πυθαγόρειοι ἔφασαν τὸν ἀέρα κόσμον ὑπάρχειν γλῶ οὐκέχοντα ἀέρα τὴ καὶ αἰθέρα ἐν τῷ ἀπείρῳ αἰθέρι. Plut. de Plac Philoſ. Lib. II. c. 13. *k* Οἱ Πυθαγόρειοι γεώδη φαίνεσθαι τὴν Σελήνην διὰ τὸ ὁμοιοειδῆ τυγχάνειν καθάπερ καὶ παρ' ἡμῖν γῆν μείζονα ζώοις καὶ φυτοῖς καλλίονα. ibid. Lib. II. cap. 30. *l* Καὶ τοίνυν εἰ πᾶν σῶμα ἐμβριθὲς εἰς τὸ αὐτὸ συντρέχει καθ' ὅσον τὸ αὐτὸ μέσον ἀπτεροίδες πᾶσι τοῖς μορίοις, ἓν ὡς μέσον ὂν τοῦ παντὸς ἡ γῆ μᾶλλον ἢ ὡς ὅλον οἰκειοῦσθαι μέρη αὐτῆς ὄντα τὴ βάσει. Plut. de facie in Orbe Lunæ. Τὸ δὲ ἀσώματον ὥστε εἶναι, ὥστε βάλλονται, τοιαύτην ἔχειν δύναμιν ὥστε πάντα καταπτύειν εἰ ἑαυτὸ καὶ αὐτὸ συνέχειν. ibid.

[m] *Gravi-*

[m] *Gravitatem fieri in Lunam, Solemque, ac in Terram facta est*; & [n] *Planetam quemque, tanquam lapidem in funda circumagitatum, ob hanc ipsam rationem in Orbita sua conservari, & in sublimi semper versari. Imo ex iis quæ de* Platone *memorat* [o] Diogenes Laertius, *quæque in* [p] Timæo *obscure innuuntur, inducor ut cum* [q] Galilæo *credam divinum illum Philosophum censuisse corpora mundana jam primum fabricata motu recto* (*Gravitate id efficiente*) *agitata fuisse, sed postquam ad determinata loca venissent paulatim in gyrum revolvi cœpisse, motu recto commutato cum circulari. Ex hac Gravitatis doctrina, qua nempe omnia corpora ad se mutuo gravitant,* [r] Lucretius, *ab* Epicuro & Democrito *doctus, contendit nullum esse Universi centrum, sive locum infimum, sed infinitos esse in spatio infinito Mundos huic nostro similes. Argumentum ejus ita se habet: Si rerum natura alicubi finiretur, corpora extima, cum nulla haberent exteriora quæ gravitatis vi appeterent, non starent in æquilibrio, sed ad inferiora necessariâ gravitatis inclinatione tenderent; adeoque in infinito tempore confluendo jam dudum in medio totius tanquam in imo loco jacuissent. Hinc itaque patet* Lucretium, *eosque quos ille secutus erat, existimasse unumquodque corpus grave esse in materiam circumquaque positam, & à gravitate præpollente ferri in regionem ubi materia est copiosior.*

Sicuti constat antiquos corporum omnium in se invicem Gravitatem deprehendisse, ita etiam quam Legem & quam pro diversa mole & distantia proportionem observaret Gravitatis actio non ignorarunt. [s] *Gravitatem enim proportionalem esse quantitati materiæ*

[m] Η δὲ πρὸς τὴν γῆν ἔφοδος ἐνταῦθα συναίρεσις καὶ σύγκασις ὑφεγεῖτο ἡ πλέον, ὅ μέσον τὸ ἐκεῖ συμπεσόντα πρὸς Σελήνην εἶδος ἦν. ibid. [n] Τῇ δὲ Σελήνῃ βάδισις πρὸς τὸ μὴ πίπτειν ἡ κίνησις αὐτὴ, ἣ τὸ ἕλκεσθαι ἡ ἀφιστορ ὅσα τῆς φρονήσεως ἐντεῦθεν· ἡ καταφορὰς κύκλωσιν ἴσχει ἡ κύκλῳ ἀφεδίνησιν, διὸ ἡ Σελήνην ἐκ ἄγει τὸ βάρος ὑπὸ γῆς ἀφεστῶσ ἡ ἕρκλῳ ἐκκρέμμον. ibid. [o] Ταῦτα γὰ αἴτιν ἅ ἀλόγως κινεῖσθαι καὶ ἀτάκτως, ἐπεὶ ἡ ἔρξατο συνίστασθαι ἡ κόσμον, ἐκ ἡ ἐνδιχομένων ὑπὸ τοῦ δεῖ συμμέτρως καὶ τεταγμένως ἡρθός. Diog. Laert. in Plat. [p] Κίνησιν γὰρ αὐτὴν ἐπίνευμεν αὐτῷ ἡ τὸ σώματος οἰκείαν (*i. e.* directum) & paulo post διὸ δὴ κατ' ταῦτα ἐποίησε κύκλῳ κινεῖσθαι στρόμμον. Plat. in Timæo. [q] Systèm. Cosmic.

[r] Præterea spatium summai totius omne
Undique si inclusum certis consisteret oris,
Finitumque foret: &c. Lucr. Lib. I. v. 983.

[s] Denique cur alias aliis præstare videmus
Pondere res rebus nihilo majore figurâ? &c. ibid. v. 359.

ex

ex qua constat grave, satis declarat Lucretius, *&* [t] *corpora quæ levia dicuntur non sponte sed vi subigente ascendere, perinde ut in aqua lignum*; [u] *omnia autem corpora, tam graviora quam minus gravia, æquali celeritate (in vacuo) descendere. Enim vero præclarissimum illud Theorema de proportione, quâ Gravitas recedendo à Sole decrescit, saltem* Pythagoræ *non ignotum fuisse ex sequentibus liquebit. Hoc enim ille & illius æseclæ adumbrarunt per Harmoniam Sphærarum: Finxere nimirum Apollinem Lyram septem chordarum pulsare, quo symbolo, ut ex* [x] Plinio, Macrobio *&* Censorino *abunde constat, intellexere Solem cum septem Planetis; illum nempe Hebdomagetam & naturæ moderatorem constituerunt, & censuerunt Vi suâ attractivâ agere in Planetas (quem ideo* [y] *Jovis Carcerem vocabant, quia nempe Planetas in Orbibus suis hâc Vi retinet ne in rectis abeant) in ratione illa Harmonica distantiarum. Vires enim quibus æquales tensiones agunt in chordas diversarum longitudinum (cætera æquales) sunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum.* [z] *Nam* Pythagoras, *dum præteriret officinam fabri ferrarii, occasionem reperit experiendi quod soni, quos mallei ferrei emittunt, acutiores essent vel graviores pro variis ponderibus malleorum; deinde intestina ovium vel boum nervos, variis etiam ponderibus alligatis, tendendo didicit quod soni ponderibus similiter responderent. Ubi hoc compertum habuit, deinde deprehendit etiam numeros, ex quibus soni sibi consoni nascerentur. Sive autem vera sit hæc historia sive fabula, certum est* Pythagoram *reperisse veram rationem, quæ est inter sonos chordarum & pondera appensa. Tensio eadem in chordam duplo breviorem quadruplo potentius agit: Octavam enim generat, & Octava per vim quadruplo majorem editur; nam si chorda dato pondere tensa datum tonum edit, eadem quadruplo pondere tensa Octavam edet. Similiter,*

[t] Nunc locus est, ut opinor, in his illud quoque rebus
Confirmare tibi, nullam rem posse suâ vi
Corpoream sursum ferri, &c. Lucr. Lib. II. v. 184.

[u] Omnia quapropter debent per inane quietum
Æque ponderibus non æquis concita ferri. ibid. 238.

[x] Plin. Lib. II. cap. 22. Macrob. Lib. I. c. 19. Censorin. c. 11. [y] τὸν τῦ Διὸς φυλακτὸν. [z] Macrobius Lib. II. in Somn. Scip. cap. 1.

eadem

eadem tenſio in chordam ſubſeſquialteram agit in ratione dupla ſeſquiquarta: nam Quintam ſive harmoniam Diapente efficit, & chorda, quæ dato pondere datum tonum edit, pondere duplo ſeſquiquarto tendi debet ut Quintam efficiat. Et univerſaliter, pondera, quibus toni omnes in chordis æqualibus audiuntur, ſunt reciproce ut quadrata longitudinum chordarum æqualiter tenſarum, quibus inſtrumentum muſicum tonos eoſdem emittit. Proportionem his experimentis inventam Pythagoras *applicuit ad Cœlos, & inde didicit Harmoniam Sphærarum. Ideoque conferendo pondera illa cum ponderibus Planetarum, & intervalla tonorum cum intervallis ſphærarum, atque adeo longitudines chordarum cum diſtantiis Planetarum ab orbium centro, intellexit per Harmoniam Cœlorum quod Gravitates Planetarum in Solem (ad cujus utique Lyram omnes ſaltant) eſſent reciproce ut quadrata diſtantiarum eorum à Sole.*

Hactenus oſtenſum eſt quænam fuerit de Gravitate veterum Philoſophorum ſententia; iiſque perſuaſum eſſe conſtat, quod Gravitas non modo Terræ ſed & corporibus Cœleſtibus competat, quod corpora omnia in ſe mutuo gravia ſunt, quodque Planetæ vi Gravitatis in Orbitis ſuis retineantur, quod denique Gravitates Planetarum ad Solem ſint reciproce ut Quadrata diſtantiarum ab ipſo. Quænam hiſce Veterum inventis incrementa adjecerit Recentiorum ſolertia, ſequentes paginæ fuſe oſtendunt.

ASTRO-

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [18] - -

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER PRIMUS

De Mundi Syſtemate.

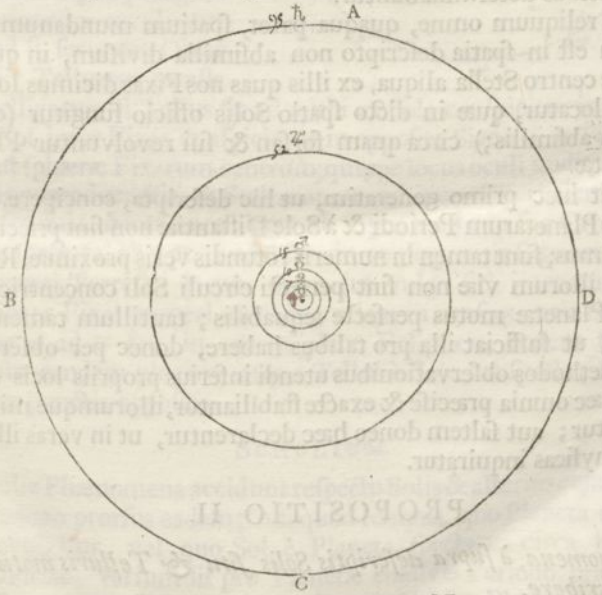
SECTIO I.

De Ordine, Diſtantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis inſignioribus inde ortis.

PROPOSITIO I.

ORdinem & motuum Periodos Planetarum primariorum circa Solem, & eorum à Sole Diſtantias, quidque de Cometis & Stellis Fixis ſentiendum ſit, generatim exponere.

In medio immenſi hujus ſpatii, in quo Planetæ gyros ſuos complent, concipiendus eſt Sol immotus; circa quem, tanquam centrum, corpora ſex Sphærica & Opaca ab occidente verſus orientem ab



A per B, C, & D ordine ſequenti revolvuntur. Nempe Mercurius Soli proximus circulum ſuum complet ſpatio trium fere menſium: Venus

nus huic proxima menſibus 7½ fere: Dein Terra ſpatio annuo: Poſtea Mars fere biennio: Huic ordine proximus Jupiter 12 annis: Et extimus Saturnus annis fere 30. Talis autem eſt horum Planetarum à Sole diſtantia, qualis fere hoc ſchemate exprimitur; nempe quarum partium diſtantia Telluris à Sole eſt 10, harum Mercurii diſtantia eſt 4 fere, Veneris 7, Martis 15, Jovis 52, & Saturni 95.

Advertendum porro eſt Planetarum horum Orbitas non eſſe in eodem plano omnes, ſed ad ſe invicem diverſimode inclinatas; ita nempe ut ſi planum Orbitæ Telluris intelligatur congruere cum plano hujus ſchematis, alterius cujuſvis Orbitæ dimidium alterum ſupra planum hoc attollatur, alterum infra illud deprimatur; ita ut hujus planum ſecet planum prædictum in recta per Solem tradu&ta.

Præter Planetas ſupradictos circa Solem gyrantes, ſunt etiam & Cometæ; qui, ſi corpora ſint perennia in gyros a&ta, in Orbitis moventur Soli admodum excentricis, & proinde ſe nobis ſpectandos tantum præbent, cum in iis ſuarum Orbitarum partibus verſantur, quæ Soli & Terræ ſunt viciniores. Cometarum aliqui ab occidente in orientem, Planetarum ritu, feruntur; aliqui vero ab oriente in occidentem; alii à ſeptentrione ad auſtrum; alii ab auſtro ad ſeptentrionem: Et horum Orbitæ quoad magnitudinem, ſitum, & ad ſe invicem & Planetarum Orbitas inclinationem, variæ & diverſæ ſunt. Cometarum Periodi ex obſervationibus adhuc non conſtant, & ne hoc quidem certo, quod in lineis moventur in ſe redeuntibus: Sed hæc forſan ex ſequentium ſeculorum obſervationibus huc collimantibus determinabuntur.

Porro reliquum omne, quaqua patet, ſpatium mundanum concipiendum eſt in ſpatia deſcripto non abſimilia diviſum, in quorum cujuſque centro Stella aliqua, ex illis quas nos Fixas dicimus, loco immota collocatur, quæ in dicto ſpatio Solis officio fungitur (quippe huic non abſimilis;) circa quam forſan & ſui revolvuntur Planetæ & Cometæ.

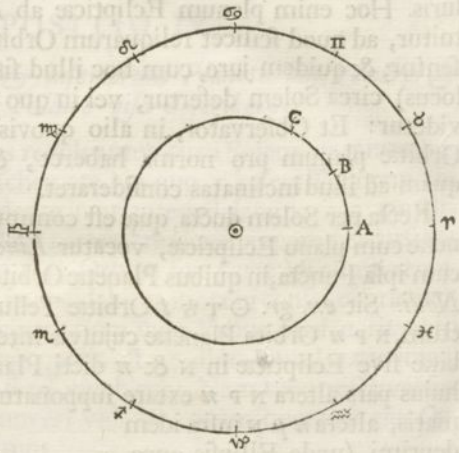
Sufficit hæc primo generatim, ut hic deſcripta, concipere. Nam quamvis Planetarum Periodi & à Sole Diſtantiæ non ſint præciſe illæ quas diximus; ſunt tamen in numeris rotundis veris proximæ. Rurſus, quamvis illorum viæ non ſint perfecti circuli Soli concentrici, nec ejuſdem Planetæ motus perfecte æquabilis; tantillum tamen hinc aberrant, ut ſufficiat illa pro talibus habere, donec per obſervationes, & methodos obſervationibus utendi inferius propriis locis declarandas, hæc omnia præciſe & exacte ſtabiliantur, illorumque minutiæ excutiantur; aut ſaltem donec hæc declarentur, ut in veras illorum cauſas Phyſicas inquiratur.

PROPOSITIO II.

PHænomena, à ſupra deſcriptis Solis ſitu & Telluris motu orta deſcribere.

Primo, ſi Obſervator in Sole locatus intelligatur, patet Tellurem huic

huic visum iri ab occidente in orientem continuo deferri, sicut etiam revera fit. Porro cum, præter Tellurem, Observator noster Solaris etiam videat Fixas Stellas undique (propter oculi naturam) quasi in concava sphæra, cujus centrum est oculus, positas; clarum est illum Terram observaturum quasi inter Fixas motam, & ad Stellas magis magisque orientales appellentem; donec, completa revolutione annua, ad eundem rursus inter eas locum redeat. Cumque Tellus eâdem viâ perpetuo incedat, notabit Observator Stellas, quas pertransit Tellus; ut & planum Orbitæ Telluris, circulumque in sphæra Fixarum ab hoc plano factum, *Eclipticam* dictum; qui maximus quidem erit, quoniam transit per Solem sive oculum, qui cavæ sphæræ, qua visus terminatur, centrum est. Quod si, propter commodiorem observationem, Observator divisam intelligat hanc Eclipticam in partes æquales duodecim, sive *Signa*, quorum cuivis nomen imponat ab Asterismo vicino, sive figura rei cujusvis quam vicinæ Stellæ referre concipiuntur: in hoc inquam casu, Terra videbitur transire ab ♈ ad ♉, indeque ad ♊, atque ita denuo, ab occidente ad orientem omnia Signa peragrando, donec ad ♈ revolvatur.



Quod si, secundo, Observator in Tellurem translatus intelligatur; si Tellus sit ad A, ubi ex Sole conspicitur inter Fixas ad ♈, Sol inter Fixas conspicietur in opposito Signo ♎ è Terra, quæ nunc est sphæræ Fixarum centrum; quippe locus oculi undique visum æqualiter producentis, & Stellas omnes ad hanc superficiem sphæricam referentis. Mota vero Terra ab A per B ad C in sua Orbita, sive, ex Sole spectata, ab ♈ per ♉ ad ♊ &c. in consequentia Signorum; Sol, Observatori Terrestri locum suum (ut vulgo fit) immotum reputanti, inter Fixas moveri videbitur etiam in consequentia Signorum à ♎ per ♍ ad ♑ &c. in eodem plano Eclipticæ, eodem tempore, & versus eandem plagam, atque Tellus è Sole conspecta; sed in Eclipticæ punctis oppositis.

Scholium.

Similia Phænomena accidunt respectu Solis & alterius cujusvis Planetæ, immo prorsus eadem; nisi quod tempus, quo Planeta circa Solem revolvitur, vel quo Sol è Planeta spectatus circa hunc revolvi videtur, varium sit pro Planetæ cujusvis Periodo, præcedente propositione expositâ; quodque planum Orbitæ Planetæ istius productum aliis occurrat Fixis, quam quibus planum Orbitæ Terræ

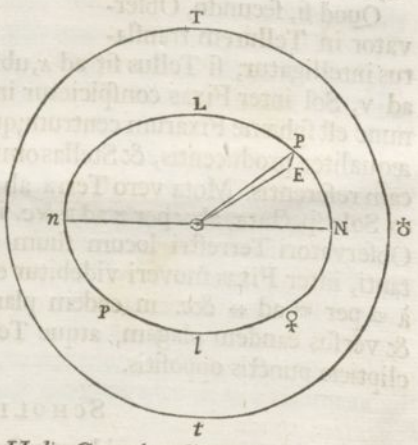
occurrit; & consequenter quod via Solis inter Fixas, spectata ex alio quovis Planeta, diversa sit ab ejus via è Tellure visa, sive Ecliptica.

PROPOSITIO III.

PHænomena Planetarum è Sole visorum, quatenus in Orbitis moventur, quarum plana ad planum Eclipticæ sunt inclinata, describere.

Cum Telluris & Planetarum Orbitæ ita disponantur, ut earum plana ad se invicem inclinentur, seque intersecent (ut Prop. I. generatim expositum) in rectis per Solem traductis; in exponendis Phænomenis Planetarum è Sole visis, consideranda est inclinatio plani Orbitæ cujusque ad planum Eclipticæ sive Orbitæ Telluris. Hoc enim planum Eclipticæ ab Astronomis pro norma statuitur, ad quod scilicet reliquarum Orbitarum plana inclinata censentur; & quidem jure, cum hoc illud sit, in quo Tellus (Astronomi locus) circa Solem defertur, vel in quo Sol circa Tellurem deferri videtur: Et Observator, in alio quovis Planetarum positus, suæ Orbitæ planum pro norma haberet, & reliquorum Orbitas tanquam ad illud inclinatas consideraret.

Recta per Solem ducta, quæ est communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, vocatur *Linea Nodorum* istius Planetæ, cum ipsa Puncta, in quibus Planetæ Orbita secat Eclipticam, vocentur *Nodi*. Sit *ex. gr.* ☉ T ♁ *t* Orbitæ Telluris planum infinite productum, N P *n* Orbita Planetæ cujusvis intersecans planum prioris Orbitæ sive Eclipticæ in N & *n* dicti Planetæ Nodis; ita ut Orbitæ hujus pars altera N P *n* extare supponatur supra planum hujus schematis, altera *n p* N infra idem deprimi (unde Ellipsis apparet): Recta N *n* Nodos conjungens, communis sectio plani Orbitæ Planetæ cum plano Eclipticæ, est Linea Nodorum.



Patet Planetam in Nodorum alterutro N situm, è Sole ☉, in Eclipticæ plano videri. Progressus vero Planeta usque ad P, è Sole visus, ab Ecliptica deviare videbitur; & (per Def. v. Elem. XI.) rectæ ☉ P, & proinde Planetæ ad P è Sole visi, inclinatio ad Ecliptica (quæ Planetæ *Latitudo Helio-Centrica* dicitur) mensuratur per angulum P ☉ E, posita P E recta perpendiculari ad Eclipticæ planum. Latitudo autem hæc Heliocentrica continuo augebitur, donec Planeta ad L perveniat, nempe *Limitem*; ubi æqualis est inclinationi Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum. Atque inde rursus, moto Planeta, minuitur, donec Planeta ad Nodum alterum *n* appellat,

n appellat, ubi Latitudo evaneſcit. Superato Nodo *n*, ſtatim incipit Planetæ Latitudo; at mutata denominatione, quoniam nunc fit ad alteras Ecliptícæ partes; augeturque uſque ad Limitem *l*, unde rurſus minuitur, donec in Nodo N ſecundo evaneſcat.

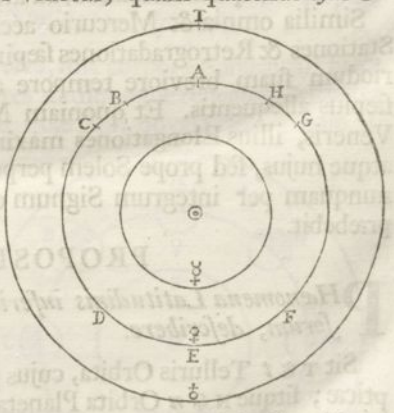
Planetarum *Orbes* (hoc eſt Orbitarum plana) inclinantur ad planum Ecliptícæ modo ſequenti. Nempe Saturni Orbis angulo 2½ graduum: Jovis 1½ grad. Martis paulo minus quam 2 grad. Veneris paulo majus quam 3½ grad. Mercurii denique fere 7 gradibus. De poſitione Lineæ Nodorum Planetæ cujuſque alibi dicetur.

In duabus ultimis propoſitionibus conſideravimus Planetas quaſi è Sole viſos: Iſtud enim neceſſarium eſt ad intelligendum motum illorum è Terra viſorum.

PROPOSITIO IV.

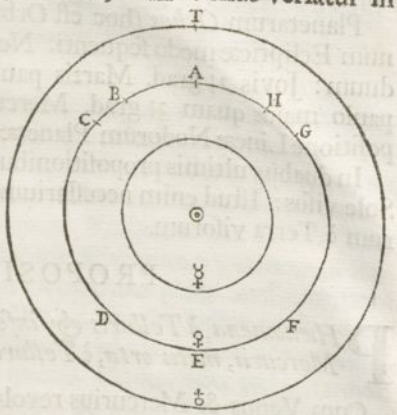
PHænomena, à Telluris & inferiorum Planetarum, Veneris & Mercurii, motu orta, è Tellure viſa deſcribere.

Cum Venus & Mercurius revolvantur circa Solem in minoribus Orbitis quam Terra, ut in ſchemate, in quo T refert Tellurem, in propria Orbita T ♁, ab occidente in orientem delatam; A C E G Orbitam à Venere, verſus eaſdem partes, breviori tempore percurſam; patet quod, cum Venus in D E F, Orbitæ ſuæ parte à Tellure remotiore invenitur, hæc è Terra in T videbitur mota in conſequentia Signorum; quo caſu *Directa* dicitur. Cum vero Venus pervenerit ad ſitum reſpectu Solis & Telluris qualis eſt G; dum à G ad H movetur, æquali celeritate cum Sole ferri videbitur: Nam tunc rectà verſus Terram tendit; nec aliter moveri videtur, quam quatenus ejus Orbita defertur à Sole verſus ortum moto; adeoque tardior quidem eſt quam prius, ſed etiamnum Directa.



Venus ultra H per A ad B progreſſa, &, quia Soli propior eſt, velocius mota quam ipſa Tellus, (cujus rationem inferius reddemus,) hanc inter & Solem media tranſit; & proinde è Tellure viſa locum, inter Fixas, mutare quidem videbitur, at contra Signorum ſeriem, i. e. *in Antecedentia*; unde tum temporis *Retrograda* dicitur, licet è Sole ſpectata etiamnum Directa videretur. Et inter Directionem & Retrogradationem, prope H ſcilicet, *Stationaria* apparet; rectis nempe Terram & Venerem, eodem momento, jungentibus, per tempus notabile parallelis manentibus. Similiter, poſt Retrogradationem, antequam rurſus Directa fiat, ſecundo Stationaria, prope B, videbitur; & quidem *Stationaria ad Directionem*,

rectionem, quia mox futura eſt Directa in Orbitæ parte B C D E F G H: Nam prior Statio, ad H, erat *ad Retrogradationem*. Interim & progredientis Terræ habenda eſt ratio: Nam Directiones, Stationes & Retrogradationes ſupra deſcriptæ fiunt, cum Venus verſatur in Orbitæ ſuæ partibus, quæ modo ſupradicto referuntur ad Tellurem interea motam. Ex dictis apparet Venerem Retrogradam, ut ad A, Telluri propiorem eſſe, & proinde majorem videri; è contra Directam, ut ad E, remotiorem ac, cæteris paribus, minorem.



Porro, quoniam Venus Solem ambit ad minorem diſtantiam quam Terra; patet illam è Tellure viſam Solem perpetuo comitari: Cumque Cœleſtia omnia locata videantur ad eandem à Spectatore diſtantiam; Venus nunc ad ortum, nunc ad occaſum à Sole digredi videbitur. Digreſſio hæc, *Elongatio* dicta, quæ menſuratur per angulum comprehenſum inter rectas ab oculo ad Solem & Venerem eductas, nunquam major erit quam angulus ☉ T C vel ☉ T G, ſi T C vel T G contingat Orbitam A D F. Et ideo, ex Orbitarum ſemidiametris Prop. I. poſitis, Venus nunquam ultra quadrantis ſemiſſem à Sole elongabitur: ſed, poſtquam Elongationem maximam attigerit, verſus Solem redibit; & inde rurſus, quaſi oſcillando, ad alteras partes excurret.

Similia omnia & Mercurio accident: At Mercurii Directiones, Stationes & Retrogradationes ſæpius occurrent; quippe Planetæ periodum ſuam breviore tempore abſolventis, Terramque proinde ſæpius aſſequentis. Et quoniam Mercurii Orbita minor eſt quam Veneris, illius Elongationes maximæ à Sole non erunt tam magnæ atque hujus, ſed prope Solem perpetuo hærens, & per Prop. I. ab eo nunquam per integrum Signum elongatus, ſe raro conſpiciendum præbebit.

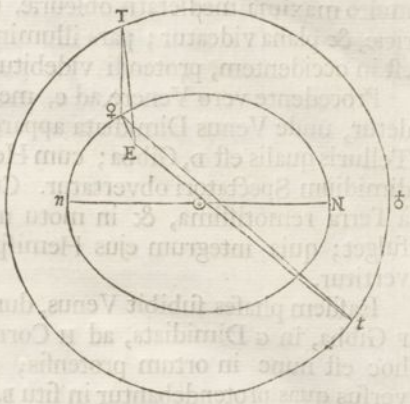
PROPOSITIO V.

PHænomena Latitudinis inferiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere.

Sit T ♂ *t* Telluris Orbita, cujus planum idem eſt cum plano Eclipticæ; ſitque N ♀ *n* Orbita Planetæ inferioris, (Veneris *ex. gr.*) cujus planum ad Eclipticæ planum eſt inclinatum, quæ propter hanc obliquitatem apparet Ellipſis, cujus major axis eſt planorum interſectio, ſive Linea Nodorum N *n*. Atque Venere exiſtente in ♀, ſit Tellus in T; quo caſu Venus erit Terræ proxima & Retrograda, ut Prop. IV. oſtenſum eſt: Patet (per Def. V. Elem. XI.) rectæ ♀ T inclinationem ad planum Eclipticæ, ſive Veneris in ♀ Latitudinem è Terra

viſam

visam (quæ exinde dicitur *Latitudo Geocentrica*) mensurari per angulum ♀ T E, posita recta ♀ E ad Eclipticæ planum normali. Si, Venere in ♀ manente, Terra in *t* supponatur, quo casu Venus est directa & à Terra remotissima; Latitudo Veneris Geocentrica erit angulus ♀ *t* E minor quam ♀ T E, in ratione T ♀ ad *t* ♀ fere, quamvis Latitudo Veneris Heliocentrica sit in utroque casu eadem.



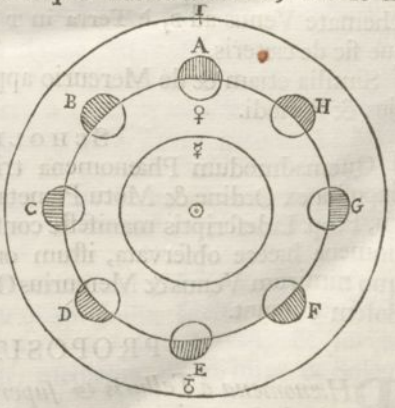
Atque hæc de Mercurio pariter vera sunt. Unde patet quod, cæteris paribus, inferiorum Planetarum Latitudo major est, dum retrogradi & Telluri proximi sunt; minor, cum directi & remotissimi.

Porro, si inferiorum aliquis sit simul & Telluri proximus sive maxime Retrogradus, & in Nodo vel prope illum; directe inter Observatorem & Solem reperietur: Sed si satis longe à Nodo distet, etiam tunc Solem præteribit ad boream vel ad austrum. Pari modo, si maxime directus sit & à Terra remotissimus, simul & in Nodo aut satis prope illum, à Sole tegetur; aliter, illum ad latus præteribit.

PROPOSITIO VI.

P*Hænomena Planetarum inferiorum, quatenus sunt corpora Sphærica, Opaca & à Sole illuminata, exponere.*

Cum Planetæ omnes, æque ac Terra, sint corpora Sphærica, Opaca & Scabra, radios Solis in se incidentes undiquaque reflectentia; patet eam Planetæ cujusvis medietatem quæ Soli obvertitur, à Sole illustrari; à Sole vero aversam in tenebris versari. Cumque medietas Telluri obversa ab Observatore videatur; si consideretur quænam Veneris facies in diverso ejusdem ad Solem situ illustretur; quænam vero à Tellure in T, in Orbita sua T ♁, videatur; palam est Venerem situm A obtinentem, hoc est maxime retrogradam & nobis proximam, minime apparere, sed ejus faciem obscuram nobis obverti: Et si simul in Eclipticæ plano, hoc est in Nodo suo versetur; tum, per præced. directe inter Terram & Solem interjectam, velut Maculam in Sole videri.



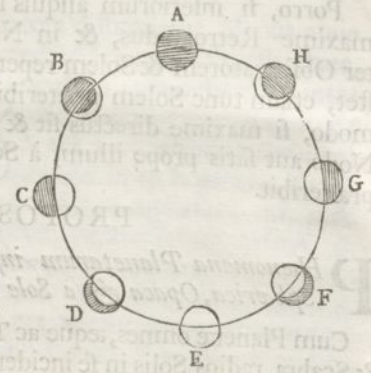
Progressâ

Progressâ Venere in situm B, (hoc est è Tellure retrogredi visâ;) tum aliqua medietatis illustratæ pars Telluri T obvertitur, at multo maxima medietatis obscuræ. Cumque Venus sit figuræ Sphæricæ, & plana videatur; pars illuminata in Cornua à Sole aversa, id est in occidentem, protendi videbitur.

Procedente vero Venere ad C, medietatis illustratæ dimidium videtur, unde Venus Dimidiata apparet: In situ vero respectu Solis & Telluris qualis est D, Gibba; cum Hemisphærii illustrati majus quam dimidium Spectatori obvertatur. Cum vero ad E pervenerit, ubi & à Terra remotissima, & in motu maxime directa est, Pleno Orbe fulget; quia integrum ejus Hemisphærium illuminatum nobis obvertitur.

Easdem phases subibit Venus, dum per F, G & H transit; sc. circa F Gibba, in G Dimidiata, ad H Corniculata, cornibus à Sole aversis, hoc est nunc in ortum protensis; adeoque in partes oppositas illis versus quas protendebantur in situ B.

Ut hæc melius intelligantur, nos Veneris phases in schemate annexo, iisdem literis quibus præcedens schema distincto, delineavimus, quales è Terra videntur; hoc est, schema hoc aspicienti eadem est phasis ad A, B, C, &c. quæ revera Veneris visæ, in punctis A, B, C, &c. schematis præcedentis, ex T puncto Terram referente. *Ex. gr.* in hujus schematis puncto A Venerem penitus obscuram delineavimus; cum in præcedente schemate Venus ad A, è Terra in T visa, obscura prorsus videatur: Ad B Venerem in cornua abeuntem, majore parte obscuram depinximus; cum in præcedente schemate Venus ad B, è Terra in T visa, eâdem phasi appareat: Atque sic de cæteris.



Similia etiam & de Mercurio apparebunt, habitâ ratione Orbitæ ejus & Periodi.

SCHOLIUM.

Quemadmodum Phænomena tribus novissimis propositionibus exposita ex Ordine & Motu Planetarum, Terræ, Veneris & Mercurii, Prop. I. descriptis manifeste consequuntur; ita, è converso, Phænomena hæcce observata, istum ordinem necessario stabiliunt; in quo nimirum Venus & Mercurius Orbitis suis, interius quam Terra, Solem cingunt.

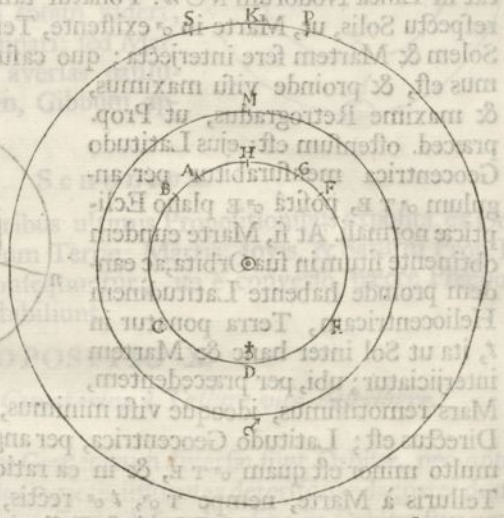
PROPOSITIO VII.

PHænomena à Telluris & superiorum Planetarum, Martis, Jovis & Saturni, motu orta describere.

Sit M ♂ Orbita cujusvis è Planetis superioribus, Martis *v. g.*

A C ♁ G

A C ♂ G Orbita Telluris Soli propior; patet primo hunc Planetam Solem perpetuo non comitari, sed illi è diametro quandoque opponi. Cum enim Tellus citius quam superiorum quivis circuitum suum absolvat, patet ipsam quandoque inter Solem & dictum superiorem Planetam intermediam fore; *v. g.* dum Mars est in M, Tellus poterit esse in H; & universaliter angulus ad Terram, quem continent lineæ inde ad Martem & Solem ductæ, poterit esse cuivis dato æqualis.



Ponatur, Marte in M posito, Terram esse ad A; Mars in hoc casu Stationarius ad Directionem videbitur; quia rectæ eodem momento Terram & Martem jungentes, sibi invicem, per notabile tempus, parallelæ manent; cum interim Mars è Sole visus continuo, ut alias, progredi videatur.

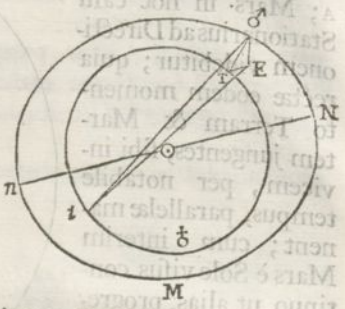
Dum vero Terra ab A per B, C, D, E, F ad G movetur, Mars progredi videbitur inter Fixas ob duplicem causam; cum quod revera circa Solem feratur in consequentia; tum quod Terra in adverso semicirculo, in eandem plagam feratur circa idem centrum: Adeoque Mars, in hoc casu à Terra remotissimus & Soli conjunctus, è Terra spectatus citius solito in consequentia Signorum ferri videbitur, & Directus fit. Progressâ vero Terrâ in situm G respectu Martis in M (quod tandem fiet, quamvis Mars interim circa Solem movetur, assequente nimirum Terrâ Martem) Mars rursus fiet Stationarius, & quidem ad Retrogradationem; quippe mox futurus Retrogradus. Nam cum Terra à G per H ad A fertur (Marsque Soli oppositus videtur, & maximus, quia Terræ proximus) Martem prætergressâ, quia inferior & proinde velocior, efficiet ut Mars inter Fixas visus contra Signorum seriem moveri videatur ab S per K ad P; cum interim, è Sole, in consequentia ut semper motus videretur.

Similia omnia Jovi & Saturno accident, nisi quod Retrogradationes Saturni frequentiores sunt quam Jovis, Jovisque quam Martis; quoniam Tellus sæpius Saturnum quam Jovem, & Jovem sæpius quam Martem assequitur, mediaque illum inter & Solem transit.

PROPOSITIO VIII.

PHænomena Latitudinis ſuperiorum Planetarum, è Tellure viſorum, deſcribere.

Sit Telluris Orbita ♁ *t* ☉; ſuperioris vero cujuſvis (Martis puta) ♂ M, cujus planum ad Eclipticæ planum inclinatur, illudque interſecat in Linea Nodorum N ☉ *n*: Ponatur talis Martis & Terræ ſitus reſpectu Solis, ut, Marte in ♂ exiſtente, Terra reperiatur in ♁, inter Solem & Martem fere interjecta; quo caſu & Mars Terræ proximus eſt, & proinde viſu maximus, & maxime Retrogradus, ut Prop. præced. oſtenſum eſt: ejus Latitudo Geocentrica menſurabitur per angulum ♂ ♁ E, poſitâ ♂ E plano Eclipticæ normali. At ſi, Marte eundem obtinente ſitum in ſua Orbita, ac eandem proinde habente Latitudinem Heliocentricam, Terra ponatur in *t*, ita ut Sol inter hanc & Martem interjiciatur; ubi, per præcedentem, Mars remotiſſimus, ideoque viſu minimus, ſimul & motu maxime Directus eſt; Latitudo Geocentrica, per angulum ♂ *t* E menſurata, multo minor eſt quam ♂ ♁ E, & in ea ratione minor quæ diſtantiis Telluris à Marte, nempe ♁ ♂, *t* ♂ rectis, congruat. Eodemque modo, in quocunque ſitu Martis & Telluris reſpectu Solis, Latitudo Martis Geocentrica mutatur; ita ut (cæteris paribus) illa ſit minor, quo Mars propior eſt Conjunctioni cum Sole & Directioni velociſſimæ; & major, quo Retrogreſſui & Solis Oppoſito vicinior.



Patet etiam ſuperiorum nullum è Terra viſum poſſe Solem tegere: Poteſt tamen illorum quivis à Sole tegi, dum Directus eſt; ſi Nodo ſit ſatis propinquus.

PROPOSITIO IX.

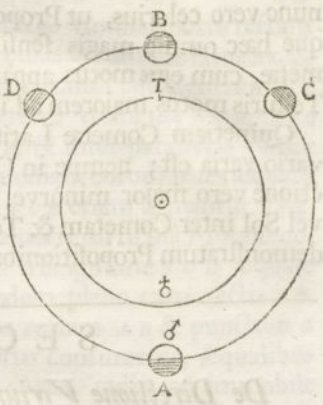
PHænomena Planetarum ſuperiorum, quatenus ſunt corpora Opaca, à Sole illuminata, exponere.

Cum Saturnus & Jupiter corpora ſunt Opaca, à Sole illuminata; ea Planetæ medietas, quæ Soli obvertitur (hoc eſt, quæ illuminatur) obvertitur etiam & Terræ, quæ nunquam procul abeſt à Sole ſive centro Orbitæ Saturni & Jovis: Nam, per Prop. I. Jovis Diſtantia à Sole pluſquam quintuplo, Saturni autem fere decuplo, major eſt quam Terræ Diſtantia ab eodem.

Verum in Marte res aliter ſe habet: Nam cum Martis Diſtantia à Sole ſit tantum ſeſqui-altera Diſtantiæ Telluris ab eodem; clarum eſt Martis hemiſphærium Soli obverſum, non ſemper, etiam ad ſenſum, obverti Terræ. Si ♁ ſit Telluris locus in Orbita ſua ♁ ☉; patet

Martem

Martem in ſitu A vel B, dum vel Soli Conjungitur, vel eidem Opponitur, eandem faciem Telluri obvertere quam Soli, hoc eſt illuminatam, & proinde Pleno Orbe fulgere; in ſitu vero D vel C (nempe cum angulus ☉ C ♁ vel ☉ D ♁ eſt maximus, ſive cum ☉ ♁ C vel ☉ ♁ D angulus eſt fere rectus) faciem illuminatam non totam videri, nec viſam totam illuminari; ſed Martem, ad partes à Sole averſas paululum lumine deficientem, Gibbum apparere.



SCHOLIUM.

Sicut Phænomena tribus ultimis Propoſitionibus expoſita, ex Ordine & Motu Planetarum Terræ, Martis, Jovis, & Saturni Prop. I. deſcriptis manifeſte conſequuntur; ita è converſo hæcce Phænomena iſtum Ordinem ſtabiliunt.

PROPOSITIO X.

P*Hænomena motûs Cometarum è Tellure viſa deſcribere.*

Quoniam diverſorum Cometarum diverſæ ſunt Orbitæ, nec ante Obſervationes aliquas de Cometis inſtitutas determinandæ; patet, dum quiſque prope Perihelium ſuum deſcendit, ſive in Orbitæ ſuæ portione verſatur, quæ in regionem Planetarum immergitur, ſimilia eſſe ejus Phænomena, habitâ ratione inclinationis Orbitæ & velocitatis ipſius Cometæ, ac Planetæ vicini. Unde Cometæ via apparens inter Fixas erit Circulus Maximus proxime; niſi quod ejus deviationes in hanc vel illam partem ſimiles erunt atque Planetæ, nempe pro motu Terræ ſpectatorem deferentis. Nam ex Sole ſpectatus Cometa Circulum Maximum inter Fixas accuratiſſime deſcribere videretur: Deviatio autem, propter Terræ motum circa Solem, in tempore non nimis magno non erit valde ſenſibilis.

Porro Cometa, qui progreditur ſecundum ordinem Signorum, ſi Terra ſit inter Solem & Cometam, Retrogradus eſt; ſiquidem Tellus tanto celerius fertur, ut rectæ Terram & Cometam jungentes convergant ad partes ultra Cometam: Sin Terra tardius fertur, motus Cometæ, detracto motu Terræ, fit ſaltem tardior: At ſi Sol ſit inter Tellurem & Cometam, erit Cometæ motus juſto celerior. E contra vero, Cometæ, qui in antecedentia moventur, ſunt juſto celeriores, ſi Terra verſatur inter ipſos & Solem; & juſto tardiores, vel forſan etiam in conſequentia apparenter moti, ſi Terra ſita eſt ad contrarias partes. Contingit hoc ex motu Terræ, in vario ipſius ſitu, perinde ut ſit in Planetis; qui pro motu Terræ, vel conſpirante vel contrario, nunc Retrogradi ſunt, nunc tardius moveri videntur,

nunc vero celerius, ut Propositionibus IV. & VII. ostensum est. Atque hæc omnia magis sensibilia erunt sub finem apparitionis Cometæ, cum ejus motus apparens est tardior, & spectatorem vehentis Telluris motus majorem ad illum rationem habet.

Quinetiam Cometæ Latitudo, cæteris paribus, pro situ Terræ vario varia est; nempe in Oppositione ad Solem major, in Conjunctione vero major minorve, prout Cometa Terram inter & Solem, vel Sol inter Cometam & Terram, positus est; sicut de Planetis est demonstratum Propositionibus V. & VIII.

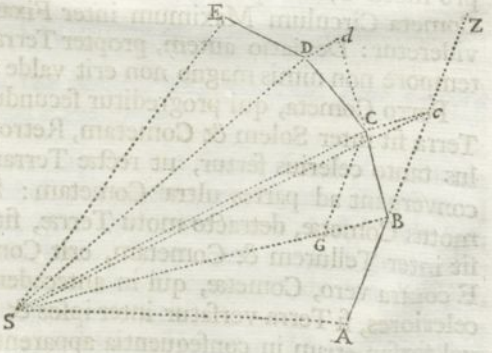
SECTIO II.

De Directione Virium, quibus Planetæ Primarii in Orbibus suis retinentur.

PROPOSITIO XI.

SI Corpus secundum Directionem datæ positione rectæ lineæ A Z *moveatur, & simul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad datum punctum immotum* S, *extra prædictam rectam situm; Linea à Corpore descripta Curva est, versus* S *Cava, tota in Immoto Plano per rectam* A Z *& punctum* S *transeunte constituta. Et Areæ sub hujus Curvæ portionibus quibusvis, & rectis ad centrum* S *ductis, comprehensæ eandem habent inter se rationem, quam Tempora, quibus dictæ Curvæ portiones à Corpore describuntur.*

Concipiatur Tempus divisum in partes æquales, in cujus primâ Corpus solâ Vi insitâ, quâ secundum directionem A Z progredi nititur, describat ejus partem A B; descripturum Temporis parte secundâ B *c* ipsi A B æqualem, si nihil impediret; quoniam, per primariam motûs Legem, Corpus omne motum, aliunde non impeditum, movetur uniformiter in directum: Verum, ubi Corpus ad B pervenit, intelligatur Vis Centripeta ad S tendens agere impulsu unico quovis, ita ut Temporis parte secundâ Corpus per solum hunc impulsum impelleretur per rectam B G. Patet, si per *c* ducatur *c* C ad B G, & per G, G C ad B *c* parallela, Corpus ex utroque impulsu, quo simul impellitur, dictâ secundâ Temporis particulâ perventurum ad c, describens rectam B c; cum in Mechanicâ fit notissimum, Corpus viribus conjunctis Diagonalem Parallelogrammi eo-



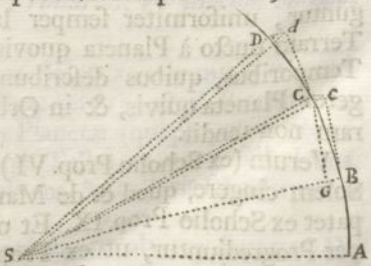
dem

dem tempore deſcribere, quo Latera ſeparatis. Conſtat porro rectam B C eſſe in plano parallelogrammi B G c *c*, cujus utrumque latus B G & B *c* eſt in plano trianguli A S B, quod nempe tranſit per Centrum Virium S, & rectam immotam A Z. Præterea triangula S C B, S *c* B ſunt æqualia, quippe ſuper eâdem baſi B S, & inter parallelas S B, C *c* conſtituta; ſed S *c* B, S B A ſunt æqualia, quoniam eorum baſes æquantur, & altitudo eſt eadem: Quare S B A, S C B etiam æquantur. Eâdem prorſus ratiocinatione, ſi tertiâ Temporis particulâ Mobile deſcribat rectam quamvis C D; probabitur triangulum S C D æquale triangulo S B C, & rectam C D eſſe in eodem plano cum rectis S B, B C; hoc eſt, in eodem cum eo quod per rectam A B & punctum S traducitur. Et ita porro, quouſque motus continuatur, æqualibus Temporis partibus æqualiter augebitur Area, radiis ad immobile Centrum Virium ductis deſcripta: Et, componendo, ſunt Arearum ſummæ quævis inter ſe, ut ſunt Tempora, quibus deſcribuntur. Et Linea à Corpore deſcripta jacebit in Immoto plano, quippe per rectam immotam A B & immobile centrum S traducto. Sed & erit verſus S Cava, quia ejus quælibet portio recta, ut B C, à præcedente A B declinat verſus centrum. Si augeri intelligatur triangulorum S A B, S B C, S C D, &c. numerus, & latitudo minui in infinitum; horum baſes A B, B C, C D, conſtituent Lineam Curvam verſus eaſdem partes Cavam, & in eodem plano jacentem: & Vis Centripeta, quæ prius quaſi ſubſultim & per æqualia Temporis intervalla agebat, quâ Corpus de tangente iſtius Curvæ (quam triangulorum baſes mentiuntur) perpetuo retrahitur, nunc indefinenter aget: Areæque quævis deſcriptæ, S A B C S, S A B C D E S, erunt (ut prius) Temporibus quibus deſcribuntur proportionales. Quod erat demonſtrandum.

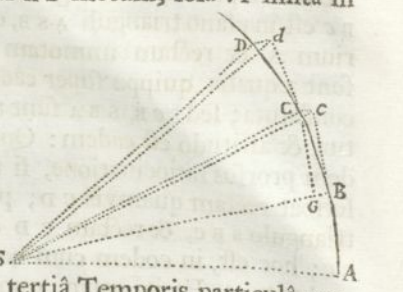
PROPOSITIO XII.

Corpus motum in Linea Curva A B C D, *in Plano deſcripta, verſus eaſdem partes Cava, &, radio ad* S *punctum immotum in eodem plano verſus Curvæ cavitatem poſitum ducto, deſcribens Areas Temporibus proportionales, urgetur à Vi Centripeta tendente ad iſtud punctum* S.

Intelligatur Curva à Mobili deſcripta dividi in partes A B, B C, C D, &c. quorum quælibet à rectâ minime differt, tales ut Temporis partibus æqualibus deſcribantur: Concipiatur item Vis Centripeta ſubſultim agens in ſolis punctis B, C, D, &c. ut in præcedente. Producatur A B ad *c*, ita ut B *c* æqualis A B; item B C ad *d*, donec C *d* æqualis B C; & ſic porro. Erit S A B triangulum æquale S B C, quia, ex hypotheſi, Areæ deſcriptæ ſunt Temporibus proportionales; & S A B æquale S B *c*, quia A B æqualis B *c*: Quare S B C eſt



æquale s B *c*, & igitur (per 39. Elem. I.) c *c* parallela eſt ad s B. Porro, Corpus primâ Temporis particulâ per A B motum, ſolâ Vi inſitâ in ſecunda particula Temporis percurreret B *c*; ſed eâdem parte ſecundâ revera percurrit B C: Quare Vis in puncto B agens, quæ cum Vi inſita conjungitur ad Corpus per B C movendum, dirigitur ſecundum rectam ipſi *c* C parallelam; hoc eſt, ſecundum rectam B S. Eodemque modo Vis in puncto C agens, quæ conjuncta cum Vi inſita (quâ ſolâ Corpus tertiâ Temporis particulâ percurreret C *d*) poteſt eodem tempore illud per C D movere, dirigitur ſecundum rectam ad *d* D parallelam; hoc eſt, ſecundum C S: Sed rectæ B S, C S, &c. tendunt verſus punctum S. Agit ergo Vis Centripeta, qua Corpus de Curvæ tangente retrahitur, ſecundum rectas ad punctum immobile S tendentes. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO XIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii, Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis ſuis retinentur, non tendunt verſus Terram, ſed verſus Solem.

Nam Corpus omne, quod movetur in Linea Curva, detorquetur de curſu rectilineo, quem ex natura ſua affectat, per Vim aliquam. Planetas autem in Lineis Curvis moveri vel exinde patet, quod eorum Orbitæ in ſe redeant. Vis vero hæc in Planetas exercita non tendit ad Terram, quoniam duorum ex illis, Mercurii nempe & Veneris, Orbitæ Terram non cingunt, ut ex Prop. VI. patet; & proinde non ſunt in omnibus ſui partibus verſus Terram Cavæ: Unde (per Prop. XI.) Vires, quibus in Orbitis retinentur, non tendunt ad illam. Præterea Planetæ Primarii, ſcilicet Mercurius, Venus, Mars, Jupiter, & Saturnus, reſpectu Terræ nunc Progrediuntur ab Occidente verſus Orientem, nunc Regrediuntur ab Oriente in Occidentem, nunc etiam Stationarii ſunt: Tempus autem, quo Motus hi peraguntur, uniformiter ſemper labitur; & proinde Areæ radio ad Terram ducto à Planeta quovis deſcriptæ non ſunt proportionales Temporibus, quibus deſcribuntur. Quare, per præcedentem, urgetur Planeta quivis, & in Orbita ſua retinetur, à Vi quæ ad Terram non tendit.

Verum (ex Scholio Prop. VI.) conſtat Veneris & Mercurii Orbitas Solem cingere, quod & de Martis, Jovis, & Saturni Orbitis etiam patet ex Scholio Prop. IX. Et omnes hi Planetæ Solis reſpectu ſemper Progrediuntur, ut ex Prop. I. patet; idque propemodum uniformiter, ſicut Tempus fluit. Verum quidem eſt Planetas paulo celerius in quibuſdam ſuarum Orbitarum punctis, etiam reſpectu Solis,

Solis, progredi quam in aliis, ut infra dicetur; sed differentia adeo est parva, ut hic sit negligenda: Sed & tum Planetæ sunt Soli propiores (nam eorum Orbitæ non sunt circuli Solii concentrici) & eorum Motus ita attemperatur, ut Areæ à radiis ad Solem ductis descriptæ æquabiliter augeantur; ut in decursu patebit. Et igitur Vires, quibus à motu rectilineo retrahuntur Planetæ, & in Orbitis suis retinentur, tendunt versus Solem.

PROPOSITIO XIV.

Vires quibus Cometæ in Trajectoriis suis (si hæ sint Curvilineæ) retinentur, non tendunt versus Terram, sed versus Solem.

Si enim Cometarum Trajectoriæ Rectæ sunt, nullis urgentur illi Viribus ad punctum extra Rectas istas positum tendentibus; quippe quibus à motu rectilineo retraherentur, & Orbes curvilineos describere cogerentur, per Prop. XI. Si vero Cometarum Trajectoriæ Curvæ sunt, tamen Vis, quâ Cometa quivis in ista Curva retinetur, versus Terram non dirigitur; quia Tellus extra Trajectoriæ planum plerumque reperitur; & præterea, Terræ respectu, nunc progreditur Cometa, nunc regreditur, & Areas proinde per Radios ad Terram ductos describit Temporibus minime proportionales: Respectu vero Solis in omnium Trajectoriarum planis positi, semper in easdem partes tendit Cometa, & quidem quo Soli vicinior, eo velocius; ita ut Area à Radio ad Solem ducto descripta æquabiliter, instar Temporis, augeatur: Unde ex Prop. XII. constat propositum.

SECTIO III.

De Ordine, Distantiis & Periodis Planetarum secundariorum circa primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus isti in Orbitis suis retinentur.

PROPOSITIO XV.

Ordinem & Motuum Periodos Planetarum Secundariorum, sive Satellitum circa proprios Primarios, & illorum ab hisce Distantias exponere.

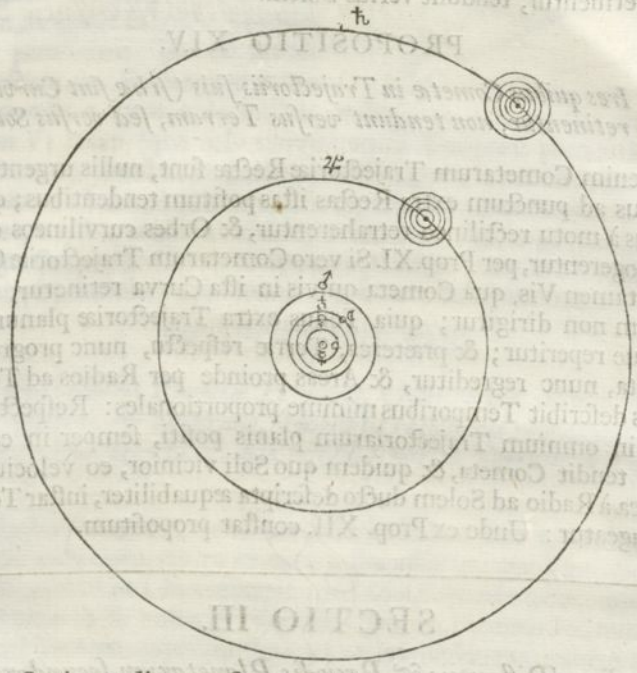
E sex Planetis primariis, qui circa Solem revolvuntur, tres tantum sunt (quantum observatione adhuc certo constat) Satellitio donati; nimirum circa quos alii rursus Planetæ (qui propterea Secundarii appellantur) revolvuntur. Circa Tellurem unus, scil. Luna, diebus 27⅓ fere Periodum suam absolvens, & Telluris semidiametris circiter 60 à Tellure distans.

Circa Jovem quatuor: quorum intimus revolvitur die 1¾ ad Distantiam 5⅔ semidiametrorum Jovis à centro ejusdem; secundus revolvitur spatio 3⅝ dierum, ad Distantiam semidiametrorum 9; tertius

spatio

ſpatio 7¼ dierum, ad Diſtantiam 14½ ſemidiametrorum; quartus denique & extimus revolvitur circa Jovem ſpatio 16¾ dierum, diſtans ab ejus centro ſemidiametris 25⅝ Jovis.

Circa Saturnum quinque: quorum intimus revolvitur die 1½, ad Diſtantiam ſemidiametrorum Saturni 4½ à centro Saturni; ſecundus ſpatio 2¼ dierum, ad Diſtantiam 5½ ſemidiametrorum Saturni;



tertius ſpatio 4¾ dierum fere, ad Diſtantiam 8 ſemidiametrorum; quartus 16 diebus fere, ad Diſtantiam 18 ſemidiametrorum; quintus & hactenus viſorum extimus revolvitur circa Saturnum ſpatio 79¾ dierum, diſtans ab ejus centro 54 ſemidiametris Saturni. Et Syſtema Solare hactenus viſum figuræ eſt fere, qualem in annexo ſchemate depinximus: Verum inter extremos duos ſatellites Saturnios ſextum inſidere ſuſpicatur Cl. *Hugenius*, cum ſpatium amplius pateat quam pro diſtantiis cæterorum; vel etiam ultra quintum alios circumvagari, qui propter obſcuritatem nondum ſunt viſi. Plana Orbitarum ſatellitum ejuſdem Primarii non coincidunt; ſed ad ſe mutuo varie inclinantur, & etiam ad planum Orbitæ in qua Primarius circa Solem defertur.

Cingitur præterea Saturnus *Annulo* tenui, plano, nuſquam cohærente, inſtar Fornicis Orbicularis per totum Saturni ambitum exſtructi. Annuli hujus planum eſt plano Æquatoris Terreſtris hâc tempeſtate fere parallelum. Ex ejus varia poſitione reſpectu Solis illuſtrantis (eſt enim ſui Planetæ inſtar opacus) & oculi videntis, oriuntur phaſes *Anſarum* Saturni, quæ tam variis figuris Aſtronomorum

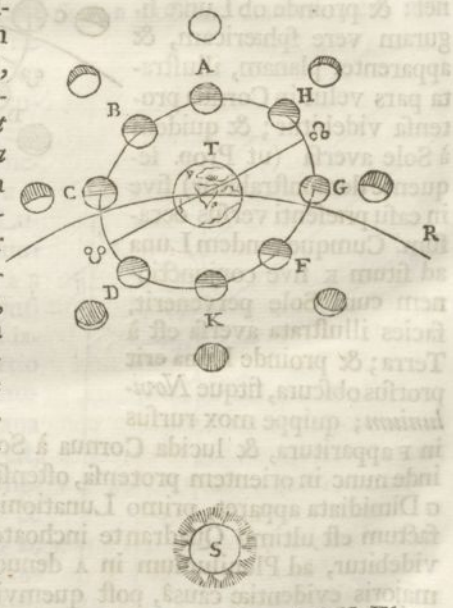
:

rum operam luſerunt. Ab *Hugenio* primum plane detectus eſt, & in *Syſtemate Saturnio* Anno 1659 editus. Annuli diameter dupla ſeſquiquarta eſt diametri Saturni; & latitudo ſpatii inter Annulum & Saturni globum interjecti ipſius Annuli latitudinem adæquat.

PROPOSITIO XVI.

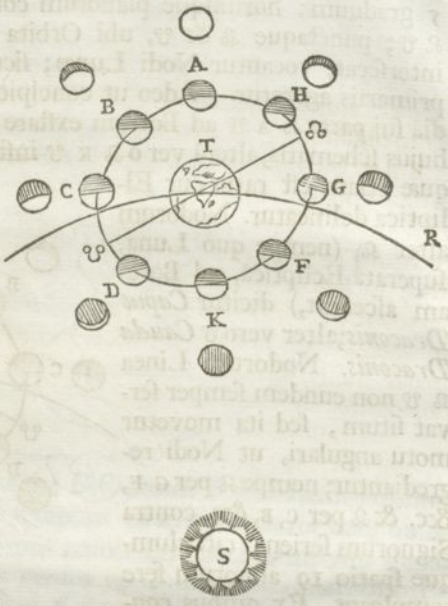
Phænomena Lunæ è Terra viſæ, quatenus eſt corpus Sphæricum à Sole illuminatum, exponere.

Terram T, circa Solem in Orbita R T rotatam, comitatur Luna Planeta ſecundarius, in eandem plagam, ab A per B, C, &c. Orbitam ſuam deſcribens. Hujus tamen Orbitæ Lunaris planum cum Ecliptícæ plano non congruit, ſed ad illud inclinatur angulo circiter 5 graduum; horumque planorum communis interſectio eſt recta ☊ ☋; punctaque ☊ & ☋, ubi Orbita Lunaris Ecliptícæ planum interſecat, vocantur Nodi Lunæ; ſicut prius dictum eſt, cum de primariis ageretur. Adeo ut concipienda ſit Orbita Lunaris dimidiâ ſui parte ☊ A ☋ ad Boream exſtare ſupra planum Ecliptícæ, ſive hujus ſchematis, alterâ ver o ☊ K ☋ infra idem deprimi ad Auſtrum; quæ etiam eſt ratio cur Elliptica delineatur. Nodorum alter ☊, (nempe quo Luna, ſuperatâ Ecliptícâ, ad Boream aſcendit,) dicitur *Caput Draconis*; alter vero ☋ *Cauda Draconis*. Nodorum Linea ☊ ☋ non eundem ſemper ſervat ſitum, ſed ita movetur motu angulari, ut Nodi regrediantur; nempe ☊ per G, F, &c. & ☊ per C, B, &c. contra Signorum ſeriem; circulumque ſpatio 19 annorum fere compleant. Ex quibus conſtat Lunam nunquam in Ecliptica reperiri, præterquam bis in revolutione ſua menſtrua, cum eſt in Nodo ☊ vel ☋: reliquo tempore Luna ab Ecliptica deviat in latum; ejuſque Latitudo menſuratur per angulum, quo (per def. V. Elem. XI.) recta centrum Lunæ & oculum conjungens inclinatur ad Ecliptícæ planum; prorſus ut de primariis dictum eſt Prop. V. & VIII.



Præterea, cum Luna (inſtar ipſorum primariorum) ſit corpus Sphæricum, Scabrum & Opacum, radios Solis in ſe incidentes reflectens; patet ejus medietatem Soli obverſam illuſtrari, averſam vero obſcuram manere. Sed Lunæ hemiſphærium Telluri obverſum ab

obſervatore Telluris incola ſolum poterit videri. Et igitur Lunæ variæ erunt Phaſes pro varia habitudine hemiſphærii ejus illuſtrati ad hemiſphærium Telluri obverſum; ſicut Prop. VI. (in caſu ſimili) de inferioribus eſt oſtenſum. Si in ſchemate, Sole in ☉ exiſtente & Tellure in T, Luna ſit ad A punctum Soli oppoſitum; patet faciem Lunæ illuſtratam totam Telluri obverti: unde pleno Orbe fulget Luna; quæ Phaſis *Plenilunium* vocatur. Cæteris vero manentibus, ſi Luna in B poſita intelligatur, illuſtratæ faciei pars à Terra T avertetur, obſcuræ vero pars eidem obvertetur: unde Luna non erit perfecte plena; ſed, verſus Solis oppoſitum paululum deficiens, Gibba apparebit. Lunâ vero ad ſitum c progreſsâ, ubi angulus c T S eſt rectus, & Luna in *Quadrato* Solis; tum hemiſphærii ad Terram obverſi pars dimidia illuſtratur, dimidia in tenebris verſatur: unde Dimidiata & decreſcens apparebit. Lunâ longius adhuc progreſsâ, (ut ad D,) faciei Terræ obverſæ pars parva illuſtratur, multo vero maxima obſcura manet: & proinde ob Lunæ figuram vere ſphæricam, & apparenter planam, illuſtrata pars velut in Cornua protenſa videbitur; & quidem à Sole averſâ (ut Prop. ſequente demonſtrabitur) ſive in caſu præſenti verſus occaſum. Cumque tandem Luna ad ſitum K ſive conjunctionem cum Sole pervenerit, facies illuſtrata averſa eſt à Terra; & proinde Luna erit prorſus obſcura, ſitque *Novilunium*; quippe mox rurſus in F apparitura, & lucida Cornua à Sole etiamnum averſa, & proinde nunc in orientem protenſa, oſtenſura. Poſtea, quaſi creſcens, in G Dimidiata apparet, primo Lunationis Quadrante elapſo; ſicut in c factum eſt ultimo Quadrante inchoato: Atque rurſus Gibba in H videbitur, ad Plenilunium in A denuo celebrandum tendens. Nos, majoris evidentiæ causâ, poſt quemvis Lunæ ſitum delineavimus correſpondentem ejus Phaſim, qualiter è Terra T apparet.



Quamvis Lunæ Periodus circa Terram (ut in præcedente dictum) ſit dierum tantum 27, horarum 7 ⅔, (qui & *Menſis* eſt *Periodicus*;) tamen per Menſem, ſive *Lunationem*, vulgo intelligitur temporis ſpatium id, quod à Novilunio ad Novilunium proxime inſequens impenditur, & prædicto Menſe Periodico majus eſt; quoniam ſpatio Menſis Periodici, quo Luna à puncto K (ubi nunc Novilunium celebra-

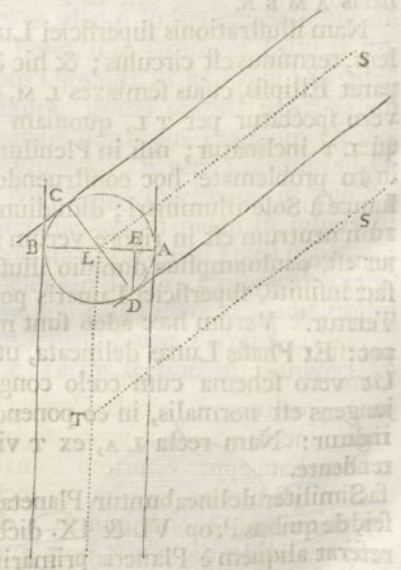
celebratur) digreſſa ad idem revertitur, ipſa Tellus, una cum comite Luna, integro fere Signo in conſequentia eſt mota; unde dictum Orbitæ Lunaris punctum K Sole eſt multo occidentalius: adeoque Luna ad Conjunctionem cum Sole nondum pervenit; ſed adhuc opus eſt diebus 2 & horis 5, ut Luna Soli ſit conjuncta, ſive ut Novilunium celebretur; hoc eſt, ut fiant omnes Phaſium viciſſitudines, ſive ut integra Lunatio abſolvatur, quæ & *Menſis Synodicus* dicitur, conſtans diebus 29, horis 12½.

Porro, paulo ante & poſt Novilunium (nempe cum Luna eſt in D vel F) Solis radii à Terra reflexi & Lunam offendentes, illam Luce iſtâ tenui perfundunt, quâ (præter Cornua) reliquus ejus diſcus conſpicuus redditur. Cum vero Luna extra viam reflexæ à Terra Lucis eſt progreſſa, memorata Lucula (quibuſdam perperam Lunæ nativa credita) ſimul evaneſcit.

PROPOSITIO XVII.

AD datum Tempus Lunæ Phaſem delineare.

Per centra Solis, Terræ, & Lunæ traductum planum (idem nempe cum plano hujus ſchematis) ſecet Lunæ Globum, & ſectio ſit circulus A D B C. Sit C D circuli hujus diameter, cui recta S L centra Solis & Lunæ conjungens eſt normalis; & A B ejuſdem diameter, cui normalis eſt recta T L, centra Terræ & Lunæ conjungens. Ex puncto D in A B demittatur perpendicularis D E, diametro A B occurrens in E. Cumque planum ad ſchematis hujus planum ſuper C D normaliter erectum dividat Lunæ hemiſphærium illuſtratum ab obſcuro; & planum ſuper A B ſimiliter erectum dividat ejuſdem hemiſphærium viſum à latente: erit Globi Lunaris portio utrique hemiſphærio communis; nimirum quæ inter plana ſuper A L, D L, ut dictum eſt, erecta comprehenditur, viſi hemiſphærii pars illuminata; & quæ inter plana ſuper B L, D L, ejuſdem pars obſcura. Et utraque hæc pars hemiſphærii viſi, tam illuſtrata ſc. quam obſcura, in Lunaris Globi punctis oppoſitis terminatur; in quibus ſc. recta ex L, ad planum circuli A C B D normaliter excitata, & utrinque producta, (quippe planorum ſuper A B & C D erectorum communis ſectio,) ejus ſuperficiei occurrit: Et partium harum latitudo maxima eſt in circumferentia A D B; obſcuræ quidem B D, illuſtratæ vero A D.



Arcus B D eſt menſura anguli B L D, qui æqualis eſt angulo S L T, comprehenſo ſub rectis ex Lunæ centro ad Solis & Terræ centra ductis: Nam ſi æqualibus angulis S L D, T L B (quippe rectis) addatur communis D L T, conficientur æquales. Sed ad Tempus datum innoteſcit angulus quo Luna diſtat à Sole, nempe L T S; adeoque & S L T ejus complementum ad duos rectos: Nam diſtantia Lunæ à Terra tam parva eſt reſpectu diſtantiæ Terræ à Sole, ut rectæ T S, L S, à Terra & Luna ad Solem ductæ, poſſint pro parallelis haberi. Fiat ut duplum radii ad ſinum verſum anguli T L S, ita B A ad B E. Porro, cum Lunæ hemiſphærium è Terra viſum appareat circulus, quod Globo è longinquo ſpectato contingit, ut in Opticis docetur: Sit A M B N circulus Diſcum Lunæ referens; idem nempe qui prius factus eſt per ſectionem Lunæ cum plano ſuper A B erecto, adeoque eodem centro L, eâdemque diametro cum illo deſcriptus. Et quoniam longinqua eſt Luna, videbuntur ſingula per rectas rectæ L T parallelas. Et ideo erunt B E & A E, latitudines maximæ partium illuminatæ & obſcuræ in Diſco Lunari. Ducatur diameter M N ad A B normalis; & axe majore M N, & minore æquali duplæ L E, deſcribatur Semiellipſis M E N: Erit M A N E M Pars illuminata, M B N E M vero Pars obſcura Diſci Lunaris A M B N.



Nam illuſtrationis ſuperficiei Lunæ ſphæricæ, per ſphæricum Solem, terminus eſt circulus; & hic è longinquo oblique ſpectatus apparet Ellipſis, cujus ſemiaxes L M, L E, ut ex Opticis patet: Oblique vero ſpectatur per T L, quoniam recta S L, illius plano normalis, ad L T inclinatur; niſi in Plenilunio ubi coincidunt.

In problemate hoc conſtruendo, ſuppoſuimus dimidium Globi Lunæ à Sole illuminari; dimidium etiam à ſpectatore videri: quorum neutrum eſt in rigore verum: Nam quia Sol quam Luna major eſt, paulo amplius dimidio illuſtratur; & quia ſpectator non diſtat infinite, ſuperficiei Lunaris portio paulo minor quam dimidia videtur. Verum hæc adeo ſunt minuta, ut merito contemni queant: Et Phaſis Lunæ delineata, ut ſupra, obſervatis ſatis reſpondit. Ut vero ſchema cum cœlo congruat, linea B A, cui M N Cornua jungens eſt normalis, in eo ponenda eſt ſitu, ut rectà ad Solem dirigatur: Nam recta L A, ex T viſa, coincidit cum L S ad Solem tendente.

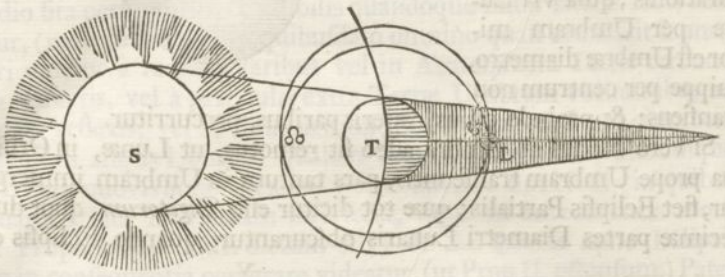
Similiter delineabuntur Planetarum inferiorum & Martis Phaſes, de quibus Prop. VI. & IX. dictum eſt: Verum in iſto caſu, ſi L referat aliquem è Planetis primariis, rectæ T S, L S inclinantur ſenſibiliter ad invicem, & triangulum conſtituunt.

PROPOSITIO XVIII.

Phænomena Lunæ ex Opacitate Telluris Umbram projicientis orta, ſive Lunæ Eclipſin exponere.

Cum Tellus ſit corpus Opacum, patet ab illa lucido Soli expoſita Umbram

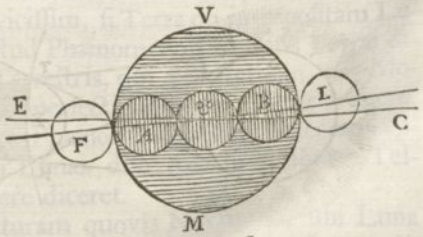
Umbram protendi ad partes à Sole averſas; Umbramque proinde hanc in Eclipticæ plano perpetuo verſari, quoniam Terra & Sol in illo verſantur. Quod ſi contingat Lunam, cum in Plenilunio Soli opponitur, etiam in Eclipticæ plano, aut ſatis prope illud verſari,



(quod fit cum Plenilunium in Nodo celebratur, aut prope illum:) patet hanc in Umbram immergi; & proinde lumine Solis, quo ſolo fulget, privari; hoc eſt, *Eclipſin* pati; & quidem *Totalem* aut *Partialem*, prout tota, aut ex parte tantum, in Umbram incurrit.

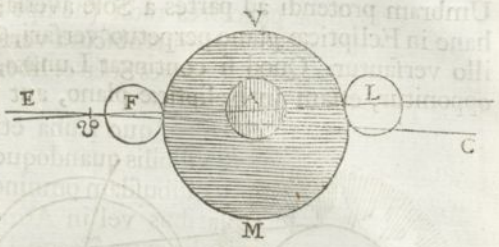
Telluris autem Umbra tandem in apicem definit, nec ad Cœlum Martis protenditur: Nam Mars in plano Eclipticæ Soli oppoſitus non deficit; quod neceſſario fieret, ſi in Umbram Telluris immergeretur: eſt enim Mars corpus Opacum, ut ex Prop. IX. patet. Ex hac autem Umbræ Terræ figura, primo obtutu patet Solem eſſe Terrâ majorem: Nam ſi æquale ſit corpus Lucidum Opaco, Umbra erit æqualiter craſſa & cylindrica; ſi vero Lucidum ſit Opaco minus, Umbra quidem erit conica, ſed increſcens, & quo remotior ab Opaco, eo craſſior; utroque autem modo in infinitum porrigeretur. Sicut Sol quam Terra, ita Terra quam Luna major eſt: quod exinde patet, quod Luna deficiens in Telluris Umbram tota immergatur; Telluris autem Umbra, ubi Luna illam pervadit, multo gracilior eſt, (ut hactenus oſtenſum,) quam prope Terram.

Exponat circulus V M Umbræ Terræ ſectionem tranſverſam, ubi Lunari Orbitæ occurrit: Sit Orbita Lunæ L ♉ F, Ecliptica C E. Ea quarundam Eclipſium invenitur duratio, (nempe quatuor horarum,) quæ ſufficit ut Luna in tenebras tota immerſa pervadat Umbram circiter tres ſui diametros latam; quod fit cum centrum Lunæ Umbroſi circuli V M centrum pertranſit: Hujuſmodi Eclipſis vocatur *Totalis* & *Centralis*.

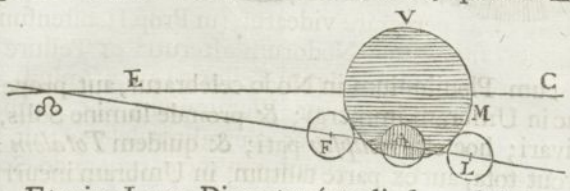


Quandoque Luna Nodum hactenus eſt prætergreſſa, aut eundem nondum aſſequuta, cum Umbram pervadit: Si tamen Luna

ſit Nodo ſatis propinqua, Luna tota in Umbram immergetur, fietque Eclipſis Totalis, ſed non Centralis, neque tantæ durationis; quia via Lunæ per Umbram minor eſt Umbræ diametro, quippe per centrum non tranſiens; & proinde citius, cæteris paribus, percurritur.

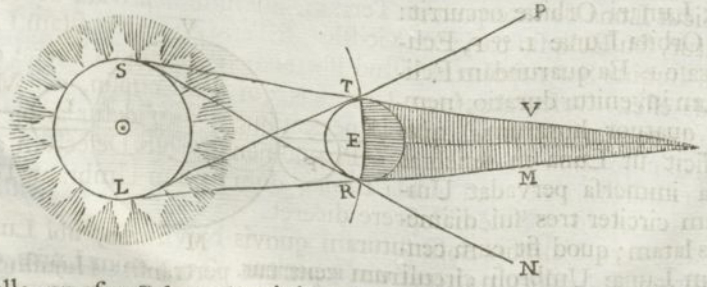


Si vero Nodus ab Umbra adeo ſit remotus, ut Lunæ, in Orbita ſua prope Umbram tranſeuntis, pars tantum in Umbram immergatur, fiet Eclipſis Partialis; quæ tot dicitur eſſe *Digitorum*, quot duodecimæ partes Diametri Lunaris obſcurantur, quando Eclipſis eſt



maxima. Etenim Lunæ Diameter (ut aliud quodvis integrum) in duodecim Uncias ſive Digitos diviſa intelligitur: Quod & de alia quavis Eclipſis Phaſe ſimiliter intelligendum eſt. In omnibus hiſce caſibus, incipiente Eclipſi, Luna occidentalem Umbræ plagam orientali ſui latere primum tangit; & definente illâ, Lunæ occidentale latus orientalem Umbræ limbum ultimo deſerit; totumque interjectum tempus Eclipſi annumeratur; ſed totali immerſioni illud tantum, quo Luna in tenebris tota verſatur.

Verum Lunæ limbus orientalis verſus Umbram procedens non ſtatim in denſiſſimas tenebras immergitur; ſed obſcurior evadit, prout Umbræ ſit propior: quod ex Penumbra Umbram omnem (factam à lucido quod ſub angulo ſenſibili videtur) comitante proficiſcitur. Hæc autem undique circa Umbram effunditur. Sit ☉ Sol, E Terra, ducanturque rectæ ut in ſchemate: Umbræ T V M R, ubi



nulla prorſus Solaris luminis pars pertingit, circumfunditur Penumbra V T P M R N, ubi aliqua Solaris lucis pars à Terra impeditur; & hæc Penumbra obſcurior eſt verſus T V, R M ipſius perfectæ

Umbræ

Umbræ oras, quia pauciores radii (nempe à minore Solis portione profecti) illuc attingunt; minus obſcura verſus T P, R N ubi plures: ultra quem limitem radii omnes Solares libere pertingunt, quantumque fieri poteſt illuſtrant.

Rubicundus vero iſte color, quo Luna etiam in perfectæ Umbræ medio ſita perfunditur, & viſibilis quandoque inſtar lateris cocti redditur, (nam in Eclipſibus quibuſdam omnino quaſi evaneſcit Luna,) oriri videtur à radiis Solaribus vel in Atmoſphæra Terræ circumfuſa refractis, vel à particulis extra Terræ Umbram volitantibus ad Lunam reflexis, vel ab illuminatione Stellarum, vel ſimul omnibus.

Eclipſis aliqua Lunaris, qualem ſupra deſcripſimus, plerumque bis ſaltem quovis anno incidit. Nam cum duo ſint Nodi, in quibus Lunaris orbita Eclipticam interſecat, iique in antecedentia moti, (ut Propoſitione XVI. dictum eſt;) & Sol quovis anno Eclipticam in conſequentia peragrare videatur, (ut Prop. II. oſtenſum:) Patet Solem bis quovis anno Lunæ Nodorum alterutri ex Tellure obviam factum videri; & proinde Umbram Telluris Lunæ Cœlum in altero Nodo quaſi perforare. Si igitur Plenilunium hoc tempore contingat, Luna neceſſario totaliter & centraliter deficiet; ut ſuperius oſtenſum. Licet vero Plenilunium non incidat, quando Sol & Nodus fiunt obviam; tantilla tamen eſt Orbitæ Lunæ ad Eclipticam inclinatio, tantaque Umbræ Telluris craſſities, ut etiamſi Plenilunium decem amplius diebus à tempore prædicto, ante vel poſt, diſtet, (integris vero quindecim diſtare non poteſt,) tamen Luna Umbram vix effugerit. At ſi prædictus Solis & Lunaris Nodi occurſus contingat ipſo die Novilunii, vel die uno alterove ante aut poſt, (quod non niſi raro fiet;) ſatis longe aberit Luna ab Umbra Terræ in Plenilunio, cum præcedente tum inſequente, ad illam prorſus vitandam: Nullaque proinde erit iſto ſemeſtri ſpatio Lunæ Eclipſis.

PROPOSITIO XIX.

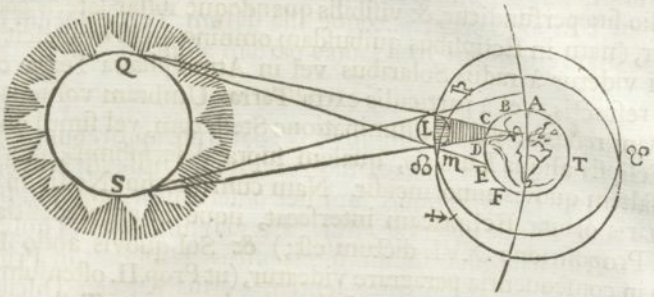
Phænomena Solis è Terra viſa, ex Opacitate Lunæ orta, ſive Solis Eclipſin exponere.

Sicut Luna ob interpoſitam Terram Solis lumine privata deficere dicitur, ſeu Eclipſin pati; ita viciſſim, ſi Terra ob interpoſitam Lunam lumine Solis ſpolietur, iſtud Phænomenon Eclipſis Terræ dicenda eſſet. Obſervator vero Terreſtris, qui nec Eclipſin, nec Motum, nec aliud quidvis quod imperfectionem illi videtur arguere, in domicilio ſuo agnoſcit, hocce Phænomenon Solis Defectum appellat; pari ratione, quâ incola Lunæ, dum hæc in Umbram Telluris immergitur, Solem deficere diceret.

Patet vero Eclipſin Solis futuram quovis Novilunio, ubi Luna ad aut prope Nodorum alterutrum reperitur. Tum enim Lunæ, directe inter Solem & Terram interjectæ, Umbra ad Terram protenſa, (ut in figura,) incolis tractûs C D denſiſſimâ Umbrâ immerſis, Eclipſin Totalem efficit. Quum vero Lunæ Umbra nequeat integram

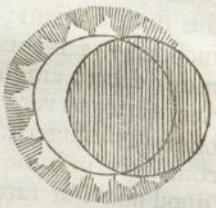
Tellurem

Tellurem involvere, circa circularem Terræ tractum prædictum C D circumfunditur corona B C, E D Penumbræ immersa, cujus incolis Partialis tantum erit Eclipsis: & versus C & D, major Solis pars à Luna tegitur, majoresque proinde tenebræ; versus B vero &



E Penumbræ extrema, minor; & luminis Defectus vix sensibilis. Quinetiam Terræ moles efficit, ut alii sint interim illius tractus, (ut E F,) ubi nulla prorsus est Eclipsis; sed quos Sol libere illustrat.

Atque hæc omnia in ipsa rerum natura fiunt, ut hactenus dictum. E Terra vero spectatis Sole & Lunâ, hæc illum (ut in figura) tegere videbitur magis minusve, prout spectator Umbræ totali propior est, aut ab illa remotior. Quoniam vero Luna tegens cerni nequit, Sol, quâ ab illa tegitur, deficere videbitur; reliquâ tantum sui parte lucidus.



Aliquando accidit Eclipsin Solis Centralem non esse Totalem; sed circa Lunam luminosum Solis circulum apparere. Quod ex eo provenit, quod Lunæ Umbra brevior sit quam ut ad Terram pertingat; sive id fiat ob majorem tum distantiam Lunæ à Terra; sive quod radii Solares Lunæ oras radentes, per inflectionem, magis quam aliàs, incurventur, & Umbram decurtent. Eclipsis Solaris quantitas (sicut prius de Lunari dictum est) æstimatur per Digitos sive Uncias Diametri Solis, à Luna, ut supra dictum est, tegi visas in loco dato.

Patet porro Lunæ, versus ortum sive à ♎ per ♏ ad ♑ motæ, Umbram latus Telluris occidentale A primo attingere, atque per discum Telluris, tanquam maculam, per B, C, D, E ad F (ubi Tellurem relinquit) incedere. E Terra vero spectatæ Lunæ orientalis limbus occidentalem Solis primo tegit, & occidentalis orientalem ultimo retegit: Tenebræ vero spissæ, si quando ingruunt in Totali Eclipsi, brevissimo tempore fugantur; aliquâ Solaris disci parte retectâ statim fere post omnem à Luna tectum: tantilla autem claritatem magnam efficit.

Quamvis ad maximam Solis Eclipsin, in qua Lunaris Umbra per mediam Tellurem incedit, requiratur ut Luna in Nodo existat ipso Novilunii momento: Si tamen non longe inde abfit, Lunæ

Umbra

Umbra, aut saltem Penumbræ pars, in aliquem Telluris (quippe satis magnæ) tractum incidet, ibique Eclipsin Totalem, aut saltem Partialem, efficiet: Atque hoc sensu Solis Eclipses sæpius celebrantur quam ipsius Lunæ. Verum Eclipses Solis, in dato Terræ loco visibiles, longe sunt rariores quam Lunæ; quia Lunæ Umbra minor est Umbrâ Terræ, adeoque illa datum Terræ locum non tam sæpe involvit, quam hæc Lunæ partem aliquam.

SCHOLIUM.

Similia Phænomena in Jove & Saturno apparebunt: Illorum nempe Satellites sive Lunæ, in Primarii sui Umbram immersæ, deficiunt; quæ Eclipses nobis similiter observantur, atque Eclipses nostræ Lunæ exinde observarentur. Et vicissim, Satelles quivis inter Solem Primariumque suum interpositus Umbram in Primarium projicit, quæ ab oriente occidentem versus per ejus Discum, maculæ instar, incedere videtur. Verum horum Phænomenon Duratio, Phases, Periodus, &c. varia sunt, & à similibus apud Terram visis, & à Luna nostra profectis, diversa; pro diversitate Umbrarum, Motuum, & Magnitudinum, tam Primarii quam Satellitum.

PROPOSITIO XX.

Quivis è Planetis Secundariis, Prop. XV. *enumeratis, urgetur à Vi composita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii, circa quem revolvitur, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Et igitur Vires, quibus dicti Satellites in Orbitis circum suos Primarios retinentur, tendunt versus suorum Primariorum centra respective.*

Quoniam enim Jovis & Saturni Satellites æquabiliter revolvuntur in Orbitis circularibus, Jovi & Saturno respective concentricis, Areas describunt, circa centra illa respectiva, Temporibus (æqualiter auctis) proportionales. Similiter si Lunæ Orbita à circulo Terræ concentrico differat; quo Luna minor apparet, (hoc est, quo longius à Terra abest,) eo tardius circa Terram revolvitur, ita ut æquabiliter augeatur Area, quam describit radius ad Terræ centrum ductus. Adeoque universaliter, Satelles quivis è supra memoratis, radio ad centrum sui Primarii Planetæ ducto, Areas describit, circa centrum illud, Temporibus proportionales. Si ergo intelligatur Systema cujusvis Primarii & circumrevolventium Satellitum urgeri, secundum lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius, in Orbitæ puncto ubi tunc est, versus Solem urgetur; Primarius hic versus Solem amplius non descendet; Secundarii vero, circa Primarium, pergent easdem quas prius Areas describere; id est, quisque Temporibus proportionales: (Nam si corpora moveantur quomodocunque inter se, & à Viribus Acceleratricibus æqualibus, secundum lineas parallelas, urgeantur; vel, quod eodem recidit, si Spatium, in quo corpora hæc motus suos exercent, moveatur uniformiter

ter in directum; pergent omnia eodem modo moveri, ac si dictæ Vires abessent, aut Spatium, quo corpora includuntur, quiesceret.) Adeoque Satelles quivis, urgente istâ differentiâ Virium, perget Areas Temporibus proportionales circa sui Primarii centrum describere. Et igitur, (per Prop. XII.) differentia ista Virium tendit ad Planetam Primarium ut centrum. Sed, antequam Systema totum urgeretur, per lineas parallelas, Vi æquali & contrariâ illi, quâ Primarius versus Solem urgetur, (hoc est, in statu naturali,) Satelles quivis urgetur à Vi composita ex Vi Centripeta tendente ad centrum Primarii sui, & ex Vi omni Acceleratrice, quâ Primarius urgetur. Unde prædicta Virium differentia ea est, quâ Satelles in Orbita sua circa Primarium retinetur, reliquâ Acceleratrice Vi, quâ Primarius in quolibet Orbitæ suæ puncto urgetur, ad hoc nihil faciente: Hæc vero Virium differentia hactenus est ostensa tendere ad centrum. Et igitur Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis suis circum Primarios retinentur, tendunt versus dictorum Primariorum centra respective. Quod erat demonstrandum.

SECTIO IV.

De Periodis Planetarum Primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa suum Primarium respectivum, inter se collatis, & eorundem Distantiis etiam inter se collatis; harumque mutua habitudine, ejusque ratione & causis.

PROPOSITIO XXI.

Planetarum Secundariorum circa Primarium quemvis revolventium ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem sint ratione cum Cubis Distantiarum eorundem à centro Primarii.

Theorema hoc ex Astronomorum observationibus abunde constat, per Quadrata Temporum Periodicorum intelligendo Quadrata rectarum, aut Quadratos numerorum, eandem, cum Temporibus Periodicis, rationem habentium; quo sensu etiam accipienda sunt Quadrata Velocitatum, aliorumve ejusmodi.

Ita in satellitibus Jovis, ubi Tempora Periodica intimi, secundi, tertii, & extimi sunt respective ut $1\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{6}$, & $16\frac{3}{4}$ fere, eorumque Distantiæ ut $5\frac{1}{2}$, 9, $14\frac{1}{3}$, & 25; Quadratum Temporis Periodici intimi, nempe 3 est ad 13 Quadratum Temporis Periodici satellitis secundi ut 170 Cubus Distantiæ intimi à centro Jovis ad 736 Cubum Distantiæ secundi ab eodem. Pariter 3 est ad 51 Quadratum Temporis Periodici tertii satellitis ut 170 ad 2890 Cubum Distantiæ istius tertii à centro Jovis. Et 3 est ad 280 Quadratum Temporis Periodici extimi satellitis ut 170 ad 15800 Cubum Distantiæ dicti

dicti extimi à Jovis centro. Et igitur ex æquo eadem ratio obtinet, ſi quivis alii duo Jovis Comites inter ſe comparantur; ſecundus nempe cum tertio vel extimo, vel tertius cum extimo. Ratio hæc accuratior prodit, ſi Diſtantiæ & Tempora Periodica accuratiora aſſumantur.

Idem in Satellitibus Saturni obtinere deprehendetur, ſi ſumantur numeri Prop. XV. poſiti, quibus eorum Diſtantiæ à Saturno, & Periodi circa eundem æſtimantur. At Lunæ Telluris ſatelliti, cum unicus ſit, Propoſitio hæc applicari nequit.

PROPOSITIO XXII.

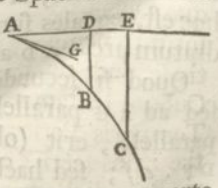
PLanetarum ſex primariorum Motus circa Solem ita attemperatur, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à Sole.

Sic (*ex. gr.*) in numeris rotundis Periodus Saturni eſt 30 annorum; Jovis vero 12; horumque numerorum Quadrati ſunt 900 & 144. Saturni Diſtantia à Sole eſt per obſervationes ad Diſtantiam Jovis ab eodem ut 9 ad 5 fere; horumque Cubi 729 & 125: Liquet vero iſtos Quadratos eſſe quam proxime ut hi Cubi. Eodemque modo Periodus Telluris paulo plus quam quadruplo major eſt Periodo Mercurii; adeoque numerorum illos exponentium Quadrati ſunt fere ut 17 & 1; poſitâ vero Diſtantiâ Telluris à Sole 10 partium, Mercurii Diſtantia ſtabilita ex obſervationibus, modo infra tradendo, eſt paulo minor quam 4 partium, ſive 3, 9, horumque Cubi ut 1000 & 59: Liquet vero eſſe 17 ad 1 fere ſicut 1000 ad 59. Atque ſic de cæteris. Si Diſtantiæ & Periodi correctioribus numeris exprimantur, eo magis præciſa deprehendetur ſupradicta æqualitatis ratio inter Quadratos Periodorum & Cubos Diſtantiarum. Verum hactenus dicta nunc ſufficiant: Propoſitio enim hæc exacte demonſtrabitur inferius in Libro III.

PROPOSITIO XXIII.

SPatia, quæ corpus, urgente quâcunque Vi finitâ, deſcribit, (ſive Vis illa determinata & immutabilis ſit, ſive eadem continuo augeatur, vel continuo diminuatur, (ſunt, ipſo motûs initio, in duplicata ratione Temporum.

Exponantur Tempora per rectas A D, A E; & Velocitates in fine illorum Temporum per ordinatas D B, E C: Et Spatia his Velocitatibus deſcripta erunt ut Areæ A B D, A C E, ex hiſce ordinatis quaſi compoſitæ; Spatium nempe minimâ quâvis Temporis particulâ deſcriptum, ut Velocitas & Tempuſculum conjunctim. Sed, ipſo motûs initio, ordinatæ D B, E C ſunt puncto A proximæ; in quo caſu trilinea A D B, A E C ſunt triangula rectilinea ſimilia, curvæ A B C parte



eâ, quæ ad trilinea infinite parva pertinet, ſe non ultra rectam A G, curvam in A tangentem, extendente. Et triangula hæc rectilinea ſimilia ſunt in duplicata ratione laterum homologorum A D, A E. Et igitur Spatia (ut dictum eſt) deſcripta ſunt, ipſo motûs initio, in duplicata ratione Temporum. Quod erat demonſtrandum.

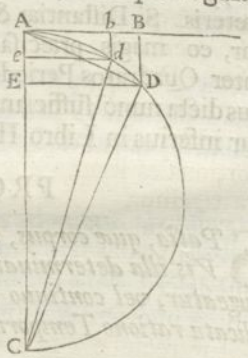
COROLLARIUM.

Hinc facile colligitur, quod corporum ſimiles ſimilium figurarum partes temporibus proportionalibus deſcribentium Errores, qui Viribus quibuſvis perturbantibus æqualibus, ad corpora ſimiliter applicatis, generantur, & menſurantur per diſtantias corporum à figurarum ſimilium locis illis, ad quæ corpora eadem, temporibus iiſdem proportionalibus, abſque viribus iſtis pervenirent, ſunt ut Quadrata temporum, in quibus generantur quam proxime. Sunt enim Errores hi Spatia quæ corpus urgente Vi perturbante deſcribit. Quod ſi Vires perturbantes non ſunt æquales, ſed in data ratione; Errores ſunt ut Vires iſtæ, & Quadrata temporum conjunctim; poſito vires ſimiliter applicari.

PROPOSITIO XXIV.

SUbtenſa naſcens vel evaneſcens anguli contactûs, in circulo quovis, eſt in ratione duplicata arcûs contermini.

Sit circulus A D C, quem tangat recta A B in A, adeoque angulus contactûs B A D. Dico ejus ſubtenſam quamvis ipſi A proximam, nempe B D, eſſe ut quadratum arcûs A D; hoc eſt, eſſe hanc ſubtenſam B D ad aliam ſubtenſam *b d*, in iiſdem conditionibus, ſicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

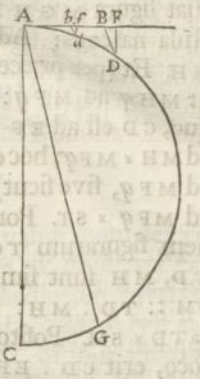


Ducatur diameter A C, quæ erit ad A B normalis. Jungantur rectæ D A, *d* A, D C, *d* C, & ducantur D E, *d e* ad A B parallelæ. Sit primo ſubtenſa B D parallela ad A C. Eſtque (per 8. & 17. Elem. VI.) $AD\,q = CA \times AE$, & $A\,dq = CA \times Ae$. Quare $AD\,q \,.\, A\,dq :: (AE \,.\, Ae ::)\, BD \,.\, bd$. Sed cum B D, *b d* ſunt puncto A proximæ, ſive cum naſcuntur, arcus A D, A *d*, & eorum ſubtenſæ non differunt; hoc eſt, æquales ſunt. Quare, in illo caſu, B D eſt ad *b d* ſicut quadratum arcûs A D ad quadratum arcûs A *d*.

Quod ſi, ſecundo, anguli contactûs ſubtenſa B D non ſit ad A C, ſed ad A G parallela; idem obtinet: Nam, ductis D F, *df* ad A C parallelis, erit (ob æquiangula triangula D F B, *dfb*) $BD \,.\, bd ::$ $DF \,.\, df$; ſed hactenus oſtenſum eſt eſſe D F ad *df* ſicut $AD\,q$ ad $A\,dq$. Quare B D eſt ad *b d* ſicut $AD\,q$ ad $A\,dq$.

Quod

Quod si, tertio, B D secundum aliam quamvis certam legem ducta intelligatur, (*v. g.* versus centrum convergentes;) cum B D, *b d* sunt puncto A proximæ, anguli B & *b* æquales fient; ac propterea, in eo casu, B D . *b d* :: (D F . *d f* ::) A D*q* . A *dq*. Quod erat demonstrandum.



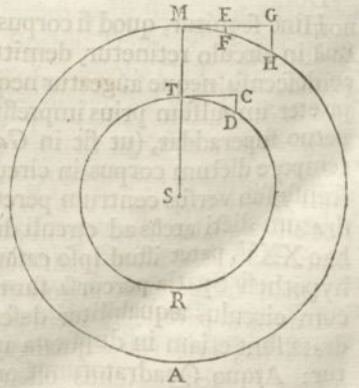
SCHOLIUM.

Idem etiam verum est in Curva alia qualibet, cui æquicurvus circulus describi potest; quales sunt Sectiones omnes Conicæ. Nam puncta D, *d* (cum sint ipsi A proxima) sunt tam in altera ista Curva, quam in circulo illi (ex hypothesi) æquicurvo: Adeoque proprietates ipsarum B D, *b d*, quæ competunt circulo, competunt etiam & Curvæ cui circulus est æquicurvus. Et quoniam Propositio præcedens de omnibus circulis vera est; etiam de omnibus Curvis, quibus circuli æquicurvi describi possunt, vera erit.

PROPOSITIO XXV.

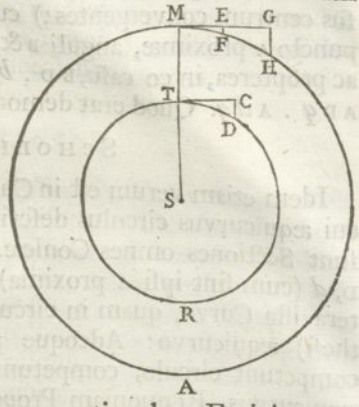
Corpora, quæ diversos circulos æquabili motu describunt, urgentur à Viribus Centripetis ad centra eorundem circulorum tendentibus. Et Vires hæ sunt inter se sicut arcuum simul descriptorum Quadrata applicata ad circulorum radios. Quæ etiam vera erunt de Viribus Centrifugis corporum, ut dictum est, motorum.

Quoniam, sola Vi insita, corpora describerent tangentes, manifestum est quod à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis circularibus retinentur à Viribus, ad puncta intra circulos posita tendentibus. Præterea, quoniam (ex hypothesi) corpora æquabili motu in circumferentiis feruntur; Areæ à radio ad centra ducto descriptæ æqualiter augentur, & proinde Tempori æquabiliter fluenti proportionales sunt; & igitur Vires (istæ per Prop. XII.) ad dicta centra tendunt.



Corpora M & T in circumferentiis circulorum M A, T R gyrantia simul describant arcus minimos M F, T D; à quorum extremis F & D ducantur rectulæ F E, D C ad tangentes usque, vel ad S M, S T parallelæ, vel ab S divergentes: (Eodem enim redit, quia M F, T D sunt tantum arcus nascentes.) Atque rectulæ hæ sunt effectus Virium Centripetarum acceleratricum; adeoque illis, ut causis suis adæquatis, proportionales sunt; hoc est, Vis Centripeta corporis M est ad Vim Centripetam corporis T sicut E F ad C D.

Fiat figura MGH similis figuræ TCD; unde & GH est etiam rectula nascens: Adeoque est CD ad GH sicut arcus TD ad arcum MH. Et (per præced.) GH est ad EF ut MH^2 ad MF^2: Et igitur, ex æquo, CD est ad EF sicut ($TD \times MH^2$ ad $MH \times MF^2$; hoc est, sicut $TD \times MH$ ad MF^2, sive sicut) $TD \times MH \times ST$ ad $MF^2 \times ST$. Porro, ob similitudinem figurarum TCD, MGH, arcus TD, MH sunt similes; id est, ST . SM :: TD . MH: Unde $MH \times ST = TD \times SM$. Posito ergo hoc illius loco, erit CD . EF :: ($TD^2 \times SM$. $MF^2 \times ST$ ::) $\frac{TD^2}{ST} \cdot \frac{MF^2}{SM}$. Sed supra fuit ostensum Vires Centripetas corporum T & M esse ipsis CD, EF proportionales. Et igitur Vis Centripeta corporis in TR gyrantis est ad Vim Centripetam corporis gyrantis in MA sicut $\frac{TD^2}{ST}$ ad $\frac{MF^2}{SM}$. Et (propter motum in utroque circulo æquabilem) TD, MF, cum simul describantur, eandem habent rationem cum simul descriptis quolibet tempore. Quare Vis Centripeta corporis gyrantis in TR est ad Vim Centripetam gyrantis in MA sicut Quadratum arcûs quolibet tempore in TR descripti applicatum ad radium ST ad Quadratum arcûs eodem tempore in MA descripti applicatum ad SM radium.



Porro, si prædicta corpora ad centrum S alligata concipiantur per fila, quorum interventu in prædictis circulis detinentur; Vis eadem, quâ tenditur filum, quæ, in filo corpus trahente considerata, dicta est Vis Centripeta, si in corpore filum trahente consideretur, dicetur Vis Centrifuga: Eademque proinde vera sunt de Vi Centrifuga, quæ de Centripeta sunt demonstrata. Quæ erant demonstranda.

COROLLARIUM I.

Hinc sequitur, quod si corpus agitatum eam per Vim Centripetam, quâ in circulo retinetur, demittatur versus centrum; ita ut Vis hæc in descensu neque augeatur neque minuatur, sed eadem maneat, & præter impulsum prius impressum, novum & æqualem corpori perpetuo superaddat, (ut fit in *Galilæana* hypothesi Gravitatis:) Quo tempore dictum corpus in circulo describeret arcum quemlibet, descensu suo versus centrum percurret rectam æqualem ortæ, si quadratum dicti arcûs ad circuli diametrum applicetur. Nam ex Prop. hac XXV. patet istud ipso casûs initio fieri; & in præsenti descensûs hypothesi Spatia percursa sunt in duplicata ratione Temporum; &, cum circulus æquabiliter describatur, arcuum descriptorum Quadrata sunt etiam in duplicata ratione Temporum, quibus describuntur: Atque Quadratorum horum applicatio ad circuli diametrum (quippe constantem) rationem hanc non mutat. Patet igitur istud perpetuo

perpetuo obtinere. Adeoque, in hac hypotheſi uniformis Vis Centripetæ, corpus ſemiſſe Temporis, quo arcum circuli quemlibet deſcriberet, deſcenſu ſuo rectam percurret æqualem ortæ, ſi Quadratum ſemiſſis dicti arcûs applicetur ad circuli diametrum; ſubquadruplam nempe rectæ, per quam deſcenderet duplo tempore, quo ſcil. dictum integrum arcum circularem deſcriberet.

Corollarium 2.

Hinc etiam corporum, quæ diverſos circulos æquabili motu deſcribunt, Vires Centripetæ ſunt in ratione compoſita ex duplicata ratione Velocitatum directe, & ratione ſimplici Radiorum inverſe. Cum enim motus ſit in quovis circulorum æquabilis, eadem erit ratio Velocitatum quæ arcuum ſimul deſcriptorum; quippe viarum ſimul emenſarum: Sed (ex Prop. hac XXV.) Vires Centripetæ ſunt in ratione compoſita ex duplicata ratione arcuum ſimul deſcriptorum directe, & ſimplici ratione Radiorum inverſe: Quare etiam Virium iſtarum ratio componitur ex ratione duplicata Velocitatum directe, & ratione ſimplici Radiorum inverſe.

PROPOSITIO XXVI.

Iſdem poſitis, dico Vires Centripetas eſſe reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum applicata ad radios circulorum; ſive Vires illas eſſe in ratione compoſita ex ratione ſimplici Radiorum directe, & ratione duplicata Temporum periodicorum inverſe. Idemque verum erit de Viribus Centrifugis prædictorum corporum.

Vocetur Vis Centripeta, quâ corpus in circulorum altero ſive primo gyrans urgetur V, in ſecundo v; Celeritas in primo circulo C, in ſecundo c; Arcuum ſimul deſcriptorum qui in primo deſcribitur A, qui in ſecundo a; Radius, ſive corporis Diſtantia à centro, in primo circulo D, in ſecundo d; Tempus periodicum in primo circulo T, in ſecundo t. Vulgo notum eſt quod, in comparatis motibus, Spatia percurſa ſunt in ratione compoſita ex ratione Temporum, & ratione Celeritatum. Sed ipſi circulorum radii ſunt proportionales circumferentiis integris, quæ ſunt Spatia Temporibus periodicis percurſa. Et igitur $D . d :: C \times T . c \times t$, adeoque $C \times T \times d = c \times t \times D$: igitur $C^2 \times T^2 \times d^2 = c^2 \times t^2 \times D^2$. Unde, dividendo per $D^2 \times d^2$, erit $\frac{C^2 \times T^2}{D^2} = \frac{c^2 \times t^2}{d^2}$. Unde ſequitur eſſe $\frac{t^2}{d} \cdot \frac{T^2}{D} :: \frac{C^2}{D} \cdot \frac{c^2}{d}$: Sed, ex Cor. 2. præcedentis, $V . v :: \frac{C^2}{D} \cdot \frac{c^2}{d}$. Et igitur $V . v :: \frac{t^2}{d} \cdot \frac{T^2}{D}$. At ratio $\frac{t^2}{d}$ ad $\frac{T^2}{D}$ eadem eſt cum ratione $t^2 D$ ad $T^2 d$; ſive cum t^2 ad T^2, & D ad d. Ergo ratio V ad v æquatur rationi t^2 ad T^2, & rationi D ad d.

Quodque de Viribus Centripetis binorum corporum circa centrum revolventium dictum eſt, de eorundem Viribus Centrifugis verum erit, cum hæ ab illis ſolo concipiendi modo differant; ut in præcedente oſtenſum eſt. Quæ erant demonſtranda.

Corol-

COROLLARIUM 1.

Hinc (& ex Corol. 2. Prop. præc.) ſi Tempora periodica æquantur, cum Vires Centripetæ, tum Velocitates erunt ut radii; & vice verſa. Nam, ex Prop. hac XXVI. eſt $\frac{V}{v}=\frac{D\times t^2}{d\times T^2}$. Unde ſi $T=t$, ſive $T^2=t^2$; erit $V . v :: D . d$. Et vice verſa, ſi $V . v :: D . d$, cum ſit quoque $V . v :: Dt^2 . dT^2$, erit $D . d :: Dt^2 . dT^2$; adeoque $T^2=t^2$, ſive $T=t$.

Secunda pars Corollarii hinc conſtat. In comparatis motibus, Velocitates ſunt ut ſpatia ſimul percurſa: Sed, quoniam Tempora periodica æquantur, ſpatia ſimul percurſa ſunt circulorum circumferentiæ; atque hæ ſunt ut radii. Et igitur Velocitates ſunt ut radii. Converſa hujus pari modo elicitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam, ſi Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut radii, Vires Centripetæ ſunt æquales, & Velocitates in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa. Ex Prop. enim hac eſt $\frac{V}{v}=\frac{D\times t^2}{d\times T^2}$: Sed, ex hypotheſi, eſt $T^2 . t^2 :: D . d$, ſive $D\times t^2=d\times T^2$. Igitur & hiſce proportionales V & v, ſive Vires Centripetæ æquantur. Et vice verſa, ſi $V=v$, & hiſce proportionales æquantur; nempe $D\times t^2=d\times T^2$: Et ideo erit $D . d :: T^2 . t^2$.

Similiter, quoniam ex Corol. 2. Prop. præc. $\frac{V}{v}=\frac{C^2\times d}{c^2\times D}$, & hactenus eſt oſtenſum, in caſu præſenti, $V=v$, erit etiam $C^2\times d=c^2\times D$, ſive $C^2 . c^2 :: D . d$; hoc eſt, $C . c :: \sqrt{D} . \sqrt{d}$. Converſa hujus pari modo elicitur quo præcedentis.

COROLLARIUM 3.

Si circuli, quos corpora deſcribunt, fuerint æquales; Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata Temporum periodicorum: Nam ratio radiorum, in hoc caſu, nullius eſt in compoſitione effectûs, cum ſit ratio æqualitatis.

PROPOSITIO XXVII.

Iſdem poſitis, ſi ita gyrentur corpora, ut Quadrata Temporum periodicorum eandem habeant rationem cum Cubis radiorum, Vires Centripetæ ſunt reciproce ut Quadrata radiorum: Corporum autem Celeritates reciproce in ſubduplicata ratione radiorum; & vice verſa.

Retentis ſymbolis Prop. præced. ex illa eſt $V . v :: \frac{t^2}{d}\cdot\frac{T^2}{D}$. Unde $\frac{VT^2}{D}=\frac{vt^2}{d}$, ſive $VT^2 d=vt^2 D$. Adeoque $Dv . dV :: T^2 . t^2$. Et, ex hypotheſi, eſt $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$: & igitur $Dv . dV :: D^3 . d^3$.

Unde

Unde sequitur $D v d^3 = dV D^3$, sive $v d^3 = V D^3$. Adeoque $V . v :: d^3 . D^3$.

Rursus, in demonstratione Propositionis præcedentis ostensum est $C^2 \times T^2 \times d^3 = c^2 \times t^2 \times D^3$. Unde est $c^2 \times D^2 . C^2 \times d^3 :: T^2 . t^2$: Sed ex hypothesi est $D^3 . d^3 :: T^2 . t^2$. Ergo $c^2 \times D^3 . C^2 \times d^3 :: D^3 . d^3$. Adeoque $c^2 . C^2 :: D . d$, sive (extrahendo radicem quadratam, & invertendo,) $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; hoc est, $C . c :: \sqrt{d} . \sqrt{D}$. Quæ erant demonstranda.

Conversæ harum liquent. Sicut enim ex posito $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$, sequitur esse $V . v :: d^3 . D^3$, item esse $C . c :: d^{\frac{1}{2}} . D^{\frac{1}{2}}$; ita, è converso, ex horum quolibet posito devenitur ad analogiam primo positam, nempe $T^2 . t^2 :: D^3 . d^3$; & hinc rursus ad alteram conclusionem: Adeoque ex tribus hisce uno posito, sequuntur reliqua duo.

SCHOLIUM.

Propositiones tres præcedentes (earumque Corollaria) non solum sunt veræ de corporibus diversos concentricos circulos describentibus, sed etiam de describentibus circulos quorum diversa prorsus sunt centra, (centrorum etenim identitas in demonstratione non supponitur;) & de iis quæ similes figurarum quarumcunque, centraque similiter posita habentium partes describunt. Nam quæ in demonstratione illorum Theorematum de circulis assumpta fuerunt, æque vera sunt de figuris quibuslibet aliis, quales nunc descripsimus; nempe quod nascens GH (in fig. Prop. XXV.) sit ad nascentem EF sicut MH q ad MF q, (hoc enim de qualibet figura, cui circulus est æquicurvus, demonstratur Prop. XXIV,) & quod MH sit ad TD sicut SM ad ST, verum est de quibuslibet figuris similibus; modo centrum S similiter positum sit in utraque figura, & MH, TD sint similes, & centri respectu similiter positæ, illarum curvarum partes. Sed & præterea, loco æquabilis motûs in circulis, si figura sit alia quævis à circulo diversa, oportet talem esse corporis in eius perimetro motum, ut Areæ à radiis ad centra similiter posita ductis descriptæ sint Temporibus proportionales; aliàs (per Prop. XII.) Vires, quibus corpora à motibus rectilineis retrahuntur, & in Orbitis curvilineis retinentur, ne quidem ad centra ista tendunt.

PROPOSITIO XXVIII.

Vires, quibus Planetæ Primarii perpetuo retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis suis retinentur, sunt reciproce ut Quadrata Distantiarum à Solis centro, quod respiciunt.

Quod Vires istæ respiciant Solis centrum hactenus ostensum est Prop. XIII. Quod vero ea sit Virium harum Lex, ut reciprocam habeant rationem Quadratorum Distantiarum à centro, sive quod augeantur Vires in eadem ratione quâ Quadratum Distantiæ minuitur, & minuantur in eadem ratione quâ Quadratum istud augetur: *Exempli gratiâ* quod Vis quâ Terra Solem petit, & quâ in

Orbita ſua perpetuo retinetur, ne in rectam, Orbitam tangentem, excurrat, ſit dupla ſeſquiquarta ſimilis Vis in Marte, & vigecupla ſeptupla ſimilis Vis in Jove, quia Diſtantia Terræ à Sole ſubſeſquialtera eſt Diſtantiæ Martis, & ſubquintupla ſeſquiquinta Diſtantiæ Jovis ab eodem; quodque Vis Centripeta in Terra ſit ſubdupla ſimilis Vis in Venere, quia iſtius Diſtantia à Sole eſt ſupertripartiens ſeptimas hujus; atque ita in cæteris, ſic oſtenditur. Quoniam enim (per Prop. XXII.) Planetarum, circa Solem gyrantium & ad illius centrum tendentium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum à Sole; cumque (per præc.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ ſint reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro: patet Vires Solem reſpicientes, quibus Planetæ urgentur, quibuſque in Orbitis ſuis retinentur, eſſe reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro Solis.

PROPOSITIO XXIX.

Vires, quibus Planetæ Secundarii in Orbitis ſuis retinentur, ſunt reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro ſui reſpectivi Primarii, quod hæ Vires reſpiciunt.

Nam quoniam (per Prop. XXI.) Planetarum circum-jovialium circa Jovem, & circum-ſaturniorum circa Saturnum revolventium, ita attemperatur Motus, ut Quadrata Temporum Periodicorum in eadem ſint ratione cum Cubis Diſtantiarum eorundem à centro Jovis & Saturni reſpective; cumque (per Prop. XXIII.) corporum hâc lege gyrantium Vires Centripetæ ſint reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro: patet Vires illas Centripetas, quibus Planetæ iſti ſecundarii verſus Jovem & Saturnum reſpective urgentur, eſſe reciproce ut Quadrata Diſtantiarum à centro dicti Primarii reſpectivi. Hæc vero Vis in quovis Secundario eſt tantum altera pars Vis totius, quâ urgetur ſatelles; altera vero eſt Vis omnis Acceleratrix, quâ Primarius urgetur; ut Prop. XX. oſtenſum eſt.

Quantum ad Lunam Telluris comitem, quia ſola circa Terram revolvitur, nequit hæc, quoad Diſtantiam & Tempus Periodicum comparari cum alia; neque proinde Lex Vis Centripetæ, quâ verſus Tellurem urgetur, modo prædicto deduci. In ſequentibus quidem deducitur hæc ex figura Orbitæ quam Luna circa Terram deſcribit: Verum hucuſque ejus Orbitam tanquam à circulari non abludentem conſideravimus. Quod ſi revera eſſet circulus Telluri concentricus, Lex Virium quibus in Orbe retineretur, non poſſet inde detegi: Palam enim eſt hujuſmodi Orbitam deſcribi poſſe, quæcunque tandem ſit Lex Vis Centripetæ.

COROLLARIUM.

Ex duabus hiſce Propoſitionibus ſequitur, inter Planetas Primarios, Soli propiorem; inter ejuſdem Primarii ſatellites, ipſi Primario propiorem velocius moveri. Nam oſtenſum eſt tam in his quam illis,

illis Vires Centripetas esse reciproce ut Quadrata Distantiarum à centro: & (Prop. XXVII.) ostensum est Celeritates, in isto casu, esse inverse in subduplicata ratione Distantiarum à centro motûs; sive mediam proportionalem inter Distantias remotioris & propioris esse ad Distantiam propioris ut Velocitas propioris ad remotioris Velocitatem. Cumque harum magnitudinum prima major sit quam secunda, erit tertia major quam quarta; hoc est, propioris Velocitas major Velocitate remotioris.

SECTIO V.

De Planetarum Primariorum Motu circa proprios Axes, & Phænomenis hinc ortis.

PROPOSITIO XXX.

CORporum Mundanorum Motus circa proprios Axes positione datos, horumque Periodos, exponere.

Quando Corpus immotum esse dicimus, intelligimus quamlibet in illo lineam, & quodlibet punctum immotum esse. Si vero Corpus in Linea aliqua motum dicamus, atque omni alio privatum solo hoc motu cieri, tum intelligimus istius Corporis centrum Gravitatis Lineam dictam percurrere, dum Corpus quantum fieri potest (quod ad cætera attinet) immotum manet; hoc est, quamlibet in isto Corpore lineam situm retinere parallelum illi, quem ante motum hunc habuerat; ac propterea lineam quamvis Corporis sic moti sibi semper parallelam manere. Quippe hoc modo (& quidem solo) fiet ut omnium motuum summa sit minima, (hoc est, motus totius minimus, quod supponitur;) & ut quodlibet moti Corporis punctum tantundem moveatur atque aliud quodvis, similemque & æqualem, soloque situ diversam Lineam describat: Nam quæ à centro Gravitatis percurritur Linea, ab ipso Corpore percursa intelligitur, propter Centri istius naturam Geometris satis notam. Præterea, si Corpus, cætera immotum, circa datum Axem rotari dicitur; Axis iste immotus intelligitur, dum quodvis Corporis punctum, extra Axem, circulum describit, cujus plano perpendicularis est Axis. Et ideo, si Corpus per Lineam aliquam feratur, & simul circa Axem rotetur; Axis, toto lationis tempore, sibi parallelus manebit. Neque ad hunc Axis paralleliſmum conservandum aliud requiritur, quam ut prædicti duo motus soli imprimantur Corpori: Nam si tertius nullus eidem insit, Axis erit perpetuo parallelus rectæ, cui semel parallelus erat.

Hisce præmissis, ex observatis constat Corpora Mundana majora, (si non omnia, saltem omnis generis,) præter motus de quibus superius generatim est dictum, circa Axes revolvi. Et primo ex observatione Macularum Solarium, patet Solem, Corpus in Systemate

noſtro ſui generis unicum, ab occidente in orientem revolvi circa Axem, ad planum Eclipticæ inclinatum angulo quaſi 87½ graduum, ſpatio circiter 25 dierum. Cumque Sol non moveatur de loco in locum, Axis iſte immotus manet.

Inter Planetas primarios Tellus æquabili motu revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, angulo 66½ graduum ad planum Eclipticæ inclinatum, ſpatio Diei naturalis. Cumque Tellus etiam circa Solem feratur ſpatio annuo, ejus Axis ſaltem ſibi parallelus manet, cum immotus conſtare nequeat. Atque iſtud fiet (ut ſupra eſt oſtenſum) ex ſolis dictis duobus motibus, abſque alio quovis, quem proinde fruſtra comminiſcuntur quidam, & *Parallelifmi* nomine indigitant. Telluris autem Axis, licet in una revolutione annua ſibi parallelus ad ſenſum maneat, in multis ſitum hunc mutat: de cujus cauſis & Phænomenis ſuo loco dicetur.

Pari modo Jupiter revolvitur, ab occidente in orientem, circa Axem, ſpatio 10 horarum fere; Mars horis 24⅔, & Venus quaſi 23 horis, circa Axes ſuos; quorum proinde quiſque ſibi perpetuo parallelus manet, ſi corpora iſta alio nullo motu agitantur, præter circumlationis iſtum circa Solem & circumrotationis hunc circa Axem.

Inter Planetas ſecundarios Luna, Telluris comes, præter motum menſtruum circa Terram, rurſus ſpatio annuo circa Solem delatam, (quo ſolo ſi agitaretur, quælibet in ea linea ſibi parallela ſemper maneret,) etiam circa ſeipſam ſpatio itidem menſtruo ita revolvitur, ut eadem ejus facies Telluri ſemper obvertatur.

De reliquis Planetis tam Primariis quam Secundariis ex obſervationibus tam certo adhuc non conſtat. Credibile interim eſt illos, prædictorum inſtar, circa Axem quendam revolvi; nempe ut, ſæpius quam ſemel in una revolutione circa Solem, cujuſque pars quælibet, radiis Solaribus expoſita, & iis rurſus ſubducta, viciſſitudines patiatur naturæ ſuæ congruas.

PROPOSITIO XXXI.

Solis & Planetarum, circa proprios Axes rotatorum, figuram deſcribere.

Si Sol & Planetæ motu omni circa proprios Axes eſſent privati, figuram ſphæricam induerent; ſi quidem eorum partes, partium Terræ inſtar, verſus centrum graves ſint, (quales revera ſunt, ut inferius oſtendetur,) & nunc aut olim fluidæ. Hoc in Hydroſtaticis demonſtravit *Archimedes*. Ex motu autem circa Axem fit, ut partes ab Axe quantum poſſunt recedentes juxta medium inter Polos circulum aſcendere conentur, per Vim Centrifugam à motu circulari oriundam. Et ideo, ſi Solis vel Planetæ materia fluida ſit, circuli iſtius inter Polos medii diametros aſcenſu ſuo augebit; Axem vero deſcenſu ad Polos diminuet; & figuram conſtituet Sphæroidem Latam, ex rotatione Ellipſis circa minorem Axem genitam; ad Polos nempe depreſſam, verſus medium inter Polos circu-

lum

lum elevatam, magis aut minus pro quantitate Vis Centrifugæ.

Sphæroides hæc figura in Jove Teleſcopio obſervatur: in Terra (cum hanc eminus conſpicere non detur) experimentis evincitur.

Scholium.

Sicut figura Sphæroides ex rotatione corporis circa proprium Axem, & partium fluiditate conſequitur; ita viciſſim, ex figura iſta obſervata motus circa Axem, & partium fluiditas (ſaltem olim) legitime concluduntur.

PROPOSITIO XXXII.

Phænomena orta ex Motu Telluris Diurno circa Axem, è Tellure viſa, exponere.

In præcedentibus oſtenſum eſt, qualia forent Phænomena Motûs Solis & Planetarum è Tellure viſorum, ſi Tellus eſſet punctum: Sol nempe ab occidente in orientem progredi inter Fixas videretur; Planetæ vero nunc progredi, nunc regredi, pro Telluris & Planetæ cujuſque ſitu. Verum cum Tellus corpus ſit opacum, Obſervatoris reſpectu, ſatis amplum; ejus ſuperficiei (licet ſphæricæ) pars exigua, quæ ſub viſum prope hanc hærentem ſimul venit, in planitiem extendi videbitur. Cumque oculus undiquaque Cœlum libere circumſpectans viſu definiat ſuperficiem ſphæricam cavam, Telluri, aut potius oculo, concentricam; hæc in partes duas æquales dividetur à dicto ſuperficiei Telluris Plano, (quippe per centrum ducto;) quarum altera viſui patet, altera propter Telluris opacitatem latet.

Quoniam vero Tellus circa Axem rotatur, huic inſiſtens Spectator, dictumque Planum ſuum, hemiſphærium Cœlorum ſibi viſum ab inviſo diſterminans; (quod *Horizon* illi dicitur,) ſimul in eandem plagam (nempe orientem) rotatur. Unde verſus ortum poſita, prius inconſpicua, reteguntur, propter Horizontem infra illa quaſi ſubſidentem; & alia verſus occaſum teguntur, Horizonte ſupra illa elevato. Et ideo Spectatori, cui ſolenne eſt Locum ſuum pro immoto habere, illa ſupra Horizontem aſcendere videbuntur ſive oriri, hæc infra eundem deſcendere ſive occidere: unde & Plagis iſtis nomina ſunt impoſita.

Cumque motus Telluris, ſimul & huic affixi Spectatoris cujuſque Horizontis, æquabiliter perpetuo circa eundem Axem & verſus eandem plagam fiat; omnia omnino corpora & Phænomena, quæ eundem motum non participant, (hoc eſt, quæ à Terra penitus ſeparata ſunt,) pari tempore, at verſus partes oppoſitas (ab ortu ſc. in occaſum) uniformiter moveri videbuntur; iis exceptis quæ Telluris Axis productus offendit, quæ immota apparebunt. Horumque unumquodque, ſenſûs judicio, deſcribet circumferentiam circuli, cujus plano Telluris Axis, ad centrum, normalis inſiſtit. Et quoniam circuli hi omnes, cum viſibilibus illos deſcribentibus, in cava ſuperficie ſphærica cœleſti, Terræ concentrica, apparent; viſibile

quodvis circulum deſcribere videbitur majorem aut minorem, pro majore aut minore diſtantia à punctis ſupra deſcriptis, quæ immota videntur. Breviter, Sphæra Cœleſtis, ab ortu in occaſum, ſpatio unius Diei revolvi videbitur circa eundem poſitione Axem, circa quem Terra revera, ab occaſu in ortum, eodem tempore revolvitur: ejuſque motûs illi erunt Poli, ubi Terræ Axis productus ejus ſuperficiei occurrit; & ille medius inter Polos circulus, & proinde maximus, (qui etiam *Æquinoctialis* & *Æquator* appellatur, propter rationes Propoſitione ſequenti explicandas,) ubi medii inter Polos Telluris circuli planum productum cavæ Sphæræ occurrit: & univerſaliter, quivis in Telluris ſuperficie Circulus, ab ejus puncto quovis per motum diurnum ſignatus, correſpondentem habet in Sphæra Cœleſti Circulum, factum per interſectionem ſuperficiei Sphæræ Cœleſtis cum ſuperficie Coni, cujus baſis eſt ſignatus in Terra Circulus, & vertex Telluris centrum. Axis mundi, Circulique prædicti Cœleſtes eundem ſemper inter Fixas ſitum habent; quoniam primitivi illi Terreſtres, unde ortum ducunt, eouſque (ut ſupra dictum eſt) producti, in eaſdem (ad ſenſum) Fixas incidunt, in quocunque demum Orbitæ ſuæ puncto collocata ſit Tellus.

PROPOSITIO XXXIII.

Phænomena Solis è Tellure viſa, orta ex Telluris Motu Diurno circa ſuum Axem, ſimul & Annuo circa Solem; ſive Diei & Noctis viciſſitudinem, harumque in diverſis Terræ locis Annique Tempeſtatibus diverſitatem, exponere.

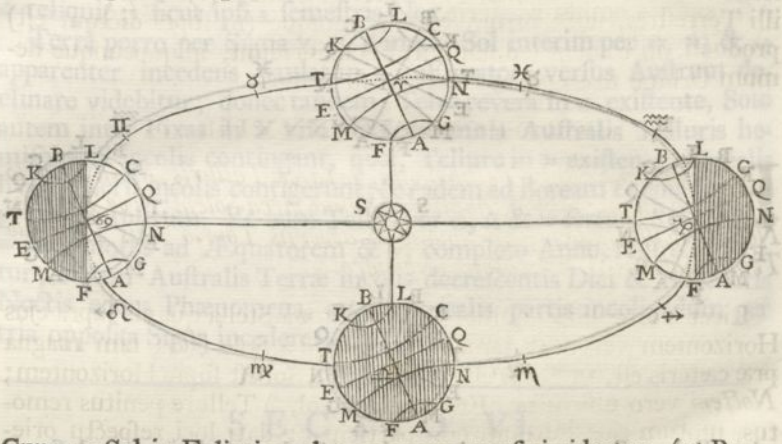
Licet Terræ locus quilibet illuminetur à Stella quavis ſupra ejus Horizontem verſante, tamen illuminatio à Sole facta tam magna præ cæteris eſt, ut *Diem* eſſe dicamus ubi Sol eſt ſupra Horizontem; *Noctem* vero ubi infra. Et quoniam Sol, à Tellure penitus remotus, motum ejus diurnum non participat; dati loci reſpectu orietur ille, Diemque efficiet, & per medium Cœlum delatus, circulumque, cujus plano Mundi axis eſt normalis, ad apparentiam deſcribens, rurſus occidet; faciens Noctem duraturam, donec per apparentem univerſalem iſtam omnium Cœleſtium revolutionem, ſupra dicti loci Horizontem denuo oriatur.

Ad exponendam Dierum & Noctium varietatem, & hinc ortas Anni Tempeſtates, repræſentare intelligatur circulus ♈ ♋ ♎ ♑ Orbitam, quam Tellus tempore annuo deſcribit circa Solem in centro ☉ poſitum. In ſchemate circulus hic conſulto reclinatur, & Ellipticam figuram induit, ut variæ Telluris poſitiones commodius delineentur. In Orbita hac intelligatur Terra A Q B E, modo Prop. XXX. deſcripto, ab ♈, ♉, ad ♊ &c. delata, ſuper Axem B A in eandem plagam, ſive à Q ſurſum verſus per E rotata. Erunt Axis extrema Telluris Poli, A Auſtralis, B Borealis: E Q Æquator, cujus proinde planum inclinatur ad planum Eclipticæ angulo 23½ graduum; nempe complemento ad rectum anguli 66½ graduum, quo Axis

Terræ

Terræ (ad Æquatoris planum normalis) ad illud inclinatur. Quemadmodum AQBE ipſam Tellurem refert, concipi poteſt referre etiam Sphæram Cœleſtem (qualem Prop. præc. deſcripſimus) Telluri concentricam, illique quaſi circumfuſam, unaque cum illa tranſlatam: licet enim Sphæram hanc ad quamvis diſtantiam deſcribere. Atque is erit Solis, aut cujuſvis ſyderis punctive, in Sphæra hac locus, in quo recta Terræ centrum dictumque punctum conjungens ejus ſuperficiei occurrit; quippe ad quem, ab Oculo in centro Terræ poſito, refertur.

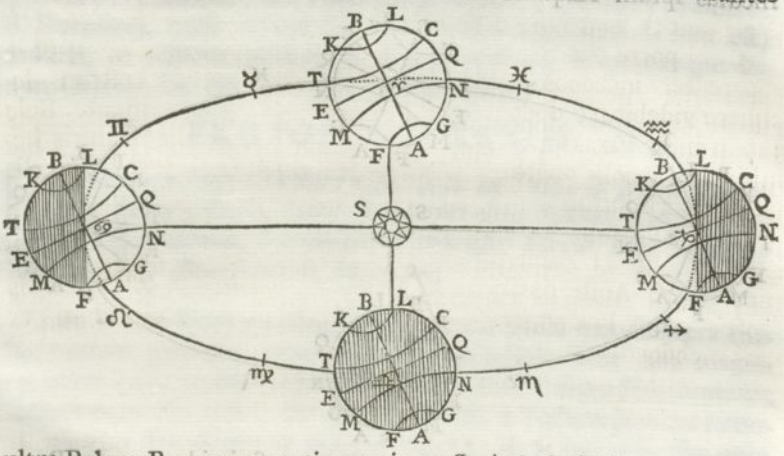
Intelligatur Tellus ad ♎, ubi recta s ♎, Solis & Telluris centra conjungens, perpendicularis eſt ad Telluris Axem AB; hoc eſt, ubi Sol in Æquatoris Terreſtris plano producto, ſive ubi è Terra viſus apparet in Æquinoctiali circulo in Sphæra Cœleſti ſignato: adeoque nec declinare ad Polum Boreum nec Auſtrinum, ſed inter utrumque medius ipſum Æquinoctialem motu diurno deſcribere videtur.



Cumque Sol in Eclipticæ plano perpetuo verſari videatur, (ut Prop. II. oſtenſum eſt;) patet illum in communi interſectione circulorum Eclipticæ & Æquatoris in Sphæra Cœleſti deſcriptorum apparere; nempe in ♈. Porro, in hoc ſitu, illuſtratio Terræ à Sole facta ad utrumque Polum A & B pertingit, (quia illuſtrationis terminus eſt maximus in Terra circulus, cujus plano normalis eſt recta conjungens centra Solis & Terræ;) unde dimidium cum Æquatoris Terreſtris EQ, tum alterius cujuſvis circuli huic paralleli, à Sole illuminatur; alterum vero dimidium in tenebris verſatur. Et ideo quilibet Terræ Locus, (quippe qui vel Æquatorem, vel illi parallelum aliquem deſcribit,) motu Diurno æquabili circumvectus, tam diu in tenebris manet quam in luce; hoc eſt, per totam Terram Dies Noctibus æquantur. Unde & Circulus, in Sphæra Cœleſti, inter Polos medius, quem Sol motu Diurno nunc deſcribere videtur, nomen eſt adeptus.

Terrâ motu annuo paulatim verſus ♏ & ♐ motâ, planum Æquatoris Terreſtris EQ non amplius verſus Solem dirigitur; ſed infra verſus Auſtrum ſubſidit: Unde Sol paulatim verſus Polum Boreum, ab

ab Æquatore Cœlesti, declinare videbitur. Nam Terrâ ad apparentiam quiescente, & ejus Æquator apparenter quiescit. Unde Æquator Cœlestis huic correspondens, solo motu apparente diurno cietur: Et ideo Sol, qui ad hunc situm mutat, moveri videbitur. Et lumen Solis, quod prius ad utrumque Polum A & B pertingebat, paulatim ultra B protendetur, citraque A desinet. At cum Tellus ad ♑ pervenit, Sol exinde visus in ♋ apparet; ubi omnium maxime ad Boream declinare videbitur, (quanto nimirum Ecliptica ad Æquatorem inclinatur,) mox versus Æquatorem reversurus. Atque circulus in Sphæra Cœlesti Æquatori parallelus per T C designatus, ad quem Sol declinando ad Boream perveniſſe, quemque nunc motu diurno percurrere videtur, dicitur *Tropicus Cancri*, nomen mutuatus ab Eclipticæ Signo quod Sol tunc occupat; eodemque nomine gaudet correspondens in Tellure Circulus. Tellure in hoc situ positâ, manifestum est Solis radios ejus medietatem illustrantes



ultra Polum Boreum B pertingere in L, & citra Austrinum A desinere ad F, ita ut arcus B L vel A F æqualis sit arcui E T; mensuræ nimirum maximæ declinationis Solis, sive inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Si per L & F descripti concipiantur circuli, Æquatori E Q paralleli, (nempe K L, F G,) erunt hi *Polares*; ille *Arcticus*, hic *Antarcticus*. Hisce positis, clarum est Telluris tractum Polari Arctico K L inclusum, non obstante revolutione diurna, continuo in luce versari, perpetuoque proinde Die frui; &, ex adverso, tractui intra Polarem Antarcticum F G perpetuam esse Noctem. Patet porro, (ex *Prop.* XIX. *Lib.* II. *Sphæric. Theodosii*,) cujuslibet circuli Æquatori E Q paralleli, inter hunc & Polarem Arcticum K L interjecti, partem majorem in luce versari; cujusvis autem, qui Æquatorem & Antarcticum F G interjacet, partem majorem esse in tenebris; & quidem (per *Prop.* XX. *dicti Libri*) tanto majorem, quanto circulus iste ab Æquatore magis distat; & (per *Prop.* XI. *Lib.* I.) ipsius Æquatoris semissem alteram esse in luce, alteram in tenebris. Et igitur, in isto Telluris situ cum Sol in ♋ apparet, Borealis Terræ

partis

partis incolis longiſſimi ſunt Dies, Noctes breviſſimæ, adeoque Æſtas: Auſtralis vero partis incolis Dies breviſſimi, Nocteſque longiſſimæ, unde Hyems. Et quidem tanto longiores erunt Dies longiſſimi, Nocteſque breviſſimæ breviores, quanto locus ab Æquatore eſt remotior. At in ipſo Æquatore degentibus, Dies Noctibus etiamnum, & ideo per totum annum, erunt æquales.

Procedente Terrâ per ♒, ♓ ad ♈, quo tempore Sol Signa ♋, ♌, & ♍ peragrare videtur, Sol paulatim verſus Æquatorem revertitur; donec tandem ad ♎ in Æquatore Cœleſti conſpiciatur, (propterea quod tunc Æquatoris Terreſtris planum productum per Solem denuo tranſit,) Dies Noctibus æquales per totam Terram efficiens; pari modo quo factum eſt dum Terra in ♎ eſſet. Et nunc denuo illuminationis extrema ad utrumque Terræ Polum pertingunt; adeo ut Polo B, (quippe qui in luce verſabatur,) hucuſque perpetua fuerit Dies ſemeſtri ſpatio æqualis (ex quo nimirum Tellus ♎ reliquit;) ſicut ipſi A ſemeſtris Nox.

Terrâ porro per Signa ♈, ♉, ♊ motâ, Sol interim per ♎, ♏, & ♐ apparenter incedens paulatim ab Æquatore verſus Auſtrum declinare videbitur; donec tandem, Terrâ revera in ♋ exiſtente, Sole autem inter Fixas in ♑ viſo, eadem omnia Auſtralis Telluris hemiſphærii incolis contingant, quæ, Tellure in ♑ exiſtente, Borealis hemiſphærii incolis contigerunt; & eadem ad Boream eveniant, quæ prius ad Auſtrum. Et cum Tellus per ♋, ♌ & ♍ fertur, Sol per ♑, ♒ & ♓ motus ad Æquatorem & ♈, completo Anno, redire videbitur; eadem Auſtralis Terræ incolis decreſcentis Diei & creſcentis Noctis edens Phænomena, atque Borealis partis incolis dum per tria oppoſita Signa incederet.

SECTIO VI.

De Planetarum & Cometarum Orbitis, harumque Figura; deque Virium Lege requiſita, ut illi in ejuſmodi Orbitis moveantur.

PROPOSITIO XXXIV.

Quilibet Planeta Primarius deſcribit perimetrum Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt Sol.

Hucuſque, dum generalia tractaremus, ſatis erat Planetæ cujuſque ſemitam conſiderare tanquam circumferentiam circuli, cujus centrum eſt Sol, cum ab hac notabiliter non differat. Verum Planetarum circa Solem motorum Phænomena attentius conſideranti conſtabit, eos non æqualiter ubique à Sole diſtare: *Ex. gr.* Tellus, æſtate noſtrâ, magis à Sole diſtat; hyeme minus: quod ex Solis Diametro apparente circa medium Junium majore, circa medium Decembrem minore, plane liquet. Hoc ulterius apparet ex velociore motu Telluris circa Solem mediâ hyeme, quam mediâ æſtate,

parte circiter decimaquintâ. Atque hinc fit quod ab Æquinoctio Verno ad Autumnale, tempore æstatis, circiter octo amplius Dies insumantur, quam ab Æquinoctio Autumnali ad Vernum, tempore hyemis; quamvis utrobique Tellus è Sole, vel Sol è Terra inter Fixas spectatus, semicirculum peragrâsse videatur. Cum igitur Terra velocius progrediatur circa Solem hyeme nostrâ quam æstate, & illi propiorem esse necesse est, per Propositionem XII; ut nempe Area per rectam è Sole ductam descripta, Temporis instar, æquabiliter augeatur, minore trilinei altitudine majorem ejus basem compensante. Idemque similiter in reliquis Primariis circa Solem motis obtinet: Immo cujusvis ex illis (si Venerem excipias) Semita magis differt à circulo, cujus centrum est Sol, quam ipsius Telluris Semita; ut inferius ostendetur.

Atque deviatio hæc Planetarum circa Solem revolventium à circumferentia circuli Soli concentrici tanta est, tamque sensibilis, ut Astronomos omnes adegerit ad comminiscendum *Orbes Excentricos*: Cumque alium nullum præter perfecte circularem in Cœlis motum esse admittendum pro indubitato haberent, Planetam quemque moveri volebant in Circulo A I P R, cujus centrum C in ea ponebant à Sole in S distantia, quæ ejus motibus congruat. Orbis hujus Excentrici punctum A, à Sole remotissimum, *Aphelium*; P vero *Perihelium*; ambo *Apsides* vocabant; Rectamque A P Apsides conjungentem (in qua etiam Sol locatur) *Lineam Apsidum*; hujusque partem C S *Excentricitatem*. Atque ex hac supposita *Theoria* Planetarum loca satis exacte, calculo subducto, inventa fuere; eorum præsertim, quorum Orbitæ à Circulis non multum abludunt: *ex. gr.* Telluris.



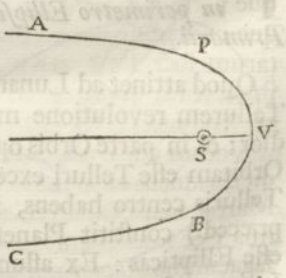
Verum cum de Marte ageretur, ex numeris istius Theoriæ prodit ejus locus ab observato diversus satis, ut inde colligatur Orbitam Martis non esse Circularem, sed in locis ab Apsidibus remotissimis I & R aliquantulum depressam, & quasi Ovalem. Ovalis hæc sagacissimo *Keplero*, numeros indefesso labore (in *Commentariis de Stella Martis*) versanti, evasit tandem Ellipsis perfecta, cui iidem sunt Vertices A & P qui prius in Orbita circulari Apsides, iisdemque hic nominibus gaudentes, & Umbilicorum alter ipsum Solis centrum. Quippe sola Ellipsis hæc exhibet Distantias à Sole (sive rectas S E) observatis consentaneas, & Æquationes probas, quibus angulus A S E determinatur ex dato Planetæ motu medio: Hoc est, sola Ellipsis præfinita ejusmodi est, ut Tempus periodicum, sive revolutionis integræ, eandem habeat rationem ad Tempus à discessu ab Aphelio in A, quam Area integra A E P L A ad Aream A S E Q A interceptam

ceptam inter lineam Apſidum S A, & lineam S E (obſervatione cognitam) à Sole ad Planetam protenſam: Hanc autem eſſe conditionem motûs Planetæ cujuſvis circa Solem, patet ex Propoſitione XIII. Præterea locus Telluris in Orbita Elliptica ejuſmodi eſt, ut aliorum circumcirca Planetarum loca in ſuis Orbitis Ellipticis reſpectivis inventa, è Tellure viſa, obſervatis in Cœlo locis exacte congruant; quod in alia quavis Orbita non æque feliciter contingit. Cum igitur Planetarum loca, per calculum ad Orbes Ellipticos accommodatum inventa, locis obſervatis optime conſentiant; ad alterius vero figuræ Orbes neutiquam, niſi quatenus aliæ illæ ad Ellipticas prædictas accedunt; conſtat Orbitas Ellipticas à Planetis revera deſcribi. Planetarum primariorum Orbitæ Ellipticæ, circa Solem in communi Umbilico deſcriptæ, immotæ fere ſunt; hoc eſt, cum Planetæ ad Orbitarum ſuarum Apſides, aliave quævis data puncta, pervenerint, ad eadem proxime Spatii Mundani puncta redeunt: Namque hæ ſolæ obſervatis è Tellure Planetarum locis inter Fixas ſatisfaciunt.

PROPOSITIO XXXV.

QUilibet Cometa movetur in Sectione Conica, cujus Umbilicorum alter eſt Sol.

Tales namque Orbitæ eæque ſolæ obſervatis Cometarum locis omnibus conveniunt. Verum quidem eſt *Keplerum*, & hunc ſequutos Philoſophos non paucos, Cometarum Trajectorias poſuiſſe Rectas lineas; & inde Cometarum quorundam loca obſervatis ſatis congrua calculo ſubduxiſſe. Atque hoc fieri poterit, licet Cometa in Sectione Conica feratur, ſi obſervetur tantum in Orbitæ ſuæ parte quæ à Recta non multum abludit. Sit A P V B C Coni Sectio valde excentrica; hoc eſt, in qua Diſtantia Focorum ejus Axi tranſverſo eſt fere æqualis: hujus Focus alter ſit S Solis centrum. Fieri poteſt ut Cometa obſervetur, dum Orbitæ ſuæ partem A P percurrit; & tempore reliquo, dum à P per V, B ad C tranſit, (ubi in regiones longinquas abiens viſui ſe ſubducit,) ſub radiis Solaribus deliteſcat, reſpectu obſervatoris in Tellure circa Solem S mota: Vel fieri poteſt ut Cometa percurrens A P V B ſub Solis radiis abſcondatur, (ſitu & motu Telluris ita ferentibus,) & tunc demum obſervetur, cum ad B pervenerit Lineam B C deſcripturus; & in utroque caſu Semita Cometæ à recta non differet ſenſibiliter. In priore caſu Cometæ à Sole abſorberi videbuntur; quippe tunc viſi dum ad Solem appropinquarent; poſtea vero conſpectum fugientes, ac proinde pro deſtructis habiti: in poſteriore è Sole oriri; nempe primum viſi cum ab illo in regiones longinquas aſcenderent. Porro, cum Cometa in ſuo verſus Solem deſcenſu (ut in A P) obſervatur, ad Solem poſtea appropinquans, &



ſub ejus radiis ad aliquod tempus deliteſcens, (nempe dum P V B deſcribit,) & ad alteras Solis partes inſperato emergens, & Caudâ (propter rationes ſuo loco tradendas) inſigniter productâ; pro novo & à priore diverſo plerumque habetur; & illius Trajectoria A P Recta, hujus vero B C. Harum etiam Trajectoriarum (dum ſingulares habentur) diverſitas, & quaſi contrarietas, etiam Aſtronomos quoſdam ita fefellit, ut aſſeruerint non eſſe eundem Cometam qui utramque deſcripſit. Neque Error hic facile corrigitur in Cometa ad eundem locum, quantum per obſervationes adhuc vulgo conſtat, nunquam revertente. Ex quibus omnibus conſtat, cur Trajectoriæ Rectilineæ Cometarum motibus plerumque reſpondeant; quod nempe una tantum ejus portio pro integra Trajectoria habeatur: At ſi tota ſimul conſideretur, tam in deſcenſu verſus Solem quam in aſcenſu ab illo, alia nulla præter Coni Sectionem congruere deprehendetur.

Ex tribus vero Sectionibus Coni, Ellipſis, in cujus Focorum altero eſt Solis centrum, Cometæ motibus eſt maxime accommoda; ut ſuo loco oſtendetur: Et ſi Cometæ corpora ſunt perennia in Orbem redeuntia, aliæ nullæ ſunt præter Ellipſes, quæ illis congruant. Verum loco portionis prope verticem Ellipſis admodum excentricæ, qualem Cometæ motus exigit, tuto ſubſtitui poterit portio Parabolæ eodem vertice & Umbilico deſcriptæ, quæ ab illa non differt ſenſibiliter. Atque ipſa hæc Parabolica curva eſt vera ejus Trajectoria, ſi in Orbem non redit: vel forſitan Hyperbolica, modo tales exſtiterint Cometæ, quorum motibus Hyperbolicæ Trajectoriæ melius congruunt quam Parabolicæ.

PROPOSITIO XXXVI.

PLaneta quivis ſecundarius circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis, in cujus Umbilicorum altero eſt centrum Primarii.

Quod attinet ad Lunam Telluris comitem, hæc ſemel in ſua circa Tellurem revolutione minor apparet, ſimul & cæteris paribus tardior; & in parte Orbis oppoſita, major & velocior: unde patet ejus Orbitam eſſe Telluri excentricam. Quod vero Ellipſis ſit focum in Telluris centro habens, ſimilibus rationibus conſtat, quibus (Prop. præced.) conſtitit Planetarum primariorum ſemitas circa Solem eſſe Ellipticas: Ex aſſumpta ſcilicet Lunæ via Elliptica prodeunt Lunæ diſtantiæ à Terra obſervatis conſentaneæ, & æquationes probæ, quales ex alia quavis non inveniuntur. Atque hæc omnia ſatellitum Jovis & Saturni Orbitis etiam conveniunt: hæ tamen proxime accedunt ad Circulos Jovi & Saturno concentricos.

Quamvis Orbitæ Ellipticæ, in quibus Planetæ primarii circa Solem revolvuntur, immotæ fere ſunt, (ut in præcedente dictum;) in Planetis ſecundariis res aliter ſe habet: Horum enim motus, ex cauſis inferius explicandis, ita perturbantur, ut non eædem perpetuo El-

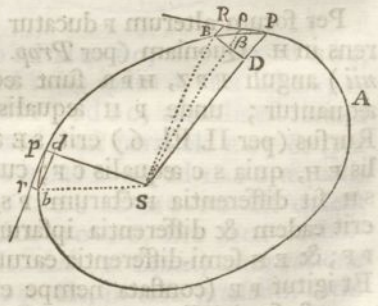
lipſes

lipſes (etiam abſtrahendo à motu Primarii) de novo deſcribantur. Sed ut illorum Orbitæ ad Ellipſes reducantur, oportet concipere Ellipſin quamque à Planeta ſecundario deſcriptam etiam motam, ſic ut manentibus Ellipſis plano, & foco in centro Primarii fixo, Axis Ellipſis circa focum immotum feratur motu angulari, in conſequentia. Verum motus hic tam tardus eſt & inſenſibilis, (quippe qui etiam in Luna pluſquam centies tardior eſt quam ipſa Luna,) ut hoc loco merito ſit negligendus; & Ellipſes, quas ſecundarii deſcribunt circa ſuos primarios, pro immotis habendæ, niſi quatenus una cum primariis circa Solem deferuntur.

PROPOSITIO XXXVII.

SI corpus ſecundum directionem rectæ cujuſvis projiciatur, & ſimul urgeatur à Vi Centripeta tendente ad centrum S, *ita ut motu ex hiſce duobus compoſito, deſcribat curvam* A P *p*; *hanc vero tangat in puncto quovis* P *recta* P R, *& à puncto* B, *ipſi* P *proximo, ducatur* B D *rectæ* S P *normalis, &* B R *eidem* S P *parallela*; *ſimiliſque fiat conſtructio ad aliud quodvis curvæ punctum p. Dico Vim centripetam in* P *eſſe ad Vim centripetam in p, ſicut* $\frac{SPq \times bdq}{br}$ *ad* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$: *ſive Vim centripetam in* P *eſſe reciproce ut Solidum* $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, *ubi figura* P R B D *eſt indefinite parva.*

Vis in P ad centrum S tendens, vocetur V. Tempus quo percurritur arcus minimus P B, vel quo corpus, ſolâ Vi inſitâ, percurreret tangentem minimam P R, vocetur T. Vis centripeta in *p* agens, vocetur *v*: & tempus quo *p b* percurritur, vel quo tangens *p r* percurreretur, vocetur *t*. Sumatur arcus P β, quem corpus percurrit æquali tempore quo *p b* arcum; & ducatur β ρ parallela ad P S. Hiſce poſitis, ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione B R ad β ρ, & ratione β ρ ad *b r*: Sed (per Propoſit. XXIV.) B R eſt ad β ρ in duplicata ratione arcûs P B ad arcum P β; & hi arcus, cum ſint minimi, ſunt ut triangula æquialta B S P, β S P; hoc eſt, (per Prop. XII,) ut tempora quibus, radio ad S ducto, deſcribuntur; ſive, per conſtructionem, ut tempora quibus deſcribuntur arcus P B, *p b*. Rurſus, lineola β ρ eſt ad lineolam *b r* ut cauſæ ipſarum productrices; hoc eſt, ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*. Et igitur ratio lineolæ B R ad lineolam *b r* componitur ex ratione duplicata temporum quibus percurruntur P B, *p b*, & ratione Vis centripetæ in P ad Vim centripetam in *p*: hoc eſt, in ſymbolis, $\frac{BR}{br} = \frac{T^2}{t^2} + \frac{V}{v}$; ſive $\frac{BR}{br} = \frac{T^2 \times V}{t^2 \times v}$. Adeoque $\frac{V}{v} = \frac{BR \times t^2}{br \times T^2}$. Sed (per Prop. XI.)



T est ad t ficut area SBP ad aream sbp; ſive ut illius duplum SP × BD ad hujus duplum $sp \times bd$. Poſitâ ergo, loco rationis $\frac{t^2}{T^2}$, ejus æquali $\frac{SPq \times bdq}{SPq \times BDq}$, fiet $\frac{V}{v} = \frac{BR \times SPq \times bdq}{br \times SPq \times BDq}$, ſive V ad v ficut $BR \times SPq \times bdq$ ad $br \times SPq \times BDq$; id eſt, (applicando ad $BR \times br$,) ficut $\frac{SPq \times bdq}{br}$ ad $\frac{SPq \times BDq}{BR}$. Vis igitur in P ad s tendens eſt reciproce ut $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, Solidum ſc. naſcens vel evaneſcens. Quod erat demonſtrandum.

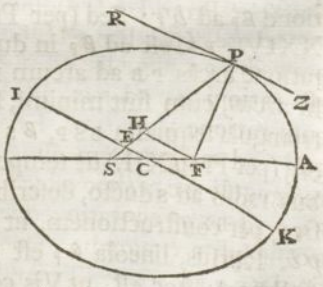
COROLLARIUM.

Unde, ſi detur figura quævis, (ut APp,) & in ea punctum s, ad quod Vis centripeta dirigitur; inveniri poteſt Lex Vis centripetæ, quâ corpus à curſu rectilineo perpetuo retractum in figuræ illius perimetro detinebitur, eamque revolvendo deſcribet; modo Vis hæc componatur cum idonea Vi ſecundum figuræ tangentem impreſſa. Quippe Lex quæſita eſt (per Prop. hanc XXXVII.) ut Vis ſit reciproce ut naſcens Solidum $\frac{SPq \times BDq}{BR}$, ex data figuræ natura computandum. Hujus rei dabimus exemplum illuſtrius ab ipſa rerum natura petitum.

PROPOSITIO XXXVIII. LEMMA.

SI Ellipſin API, *cujus foci* S *&* F, *tangat recta* ZPR *in puncto quovis* P, *& huic per centrum* C *ducatur parallela diameter* IK; *rectæ* SP, *focorum alterutrum* (*ut* S) *& contactûs punctum jungentis, portio* EP *inter dictas parallelas interjecta, æqualis eſt Ellipſis ſemiaxi majori* CA.

Per focum alterum F ducatur FH ad PR parallela, ipſi SP occurrens in H. Quoniam (per *Prop.* XLVIII. *Lib.* 3. *El. Conic. Apollonii*) anguli FPZ, HPR ſunt æquales, & hiſce alterni PFH, PHF æquantur; unde PH æqualis PF. Rurſus (per II. El. 6.) erit SE æqualis EH, quia SC æqualis CF; cumque SH ſit differentia rectarum PS, PH, erit eadem & differentia ipſarum PS, PF; & EH ſemi-differentia earundem. Et igitur PE (conflata nempe ex minore & ſemi-differentia) æqualis eſt ſemi-ſummæ ipſarum PS, PF. Sed (per *Prop.* LII. *Lib.* 3. *El. Conic.*) rectæ SP, PF ſimul ſumptæ æquantur axi majori: Quare & ſemiſumma ipſarum (hoc eſt, ipſa EP) ſemiaxi majori CA æqualis eſt. Quod erat demonſtrandum.



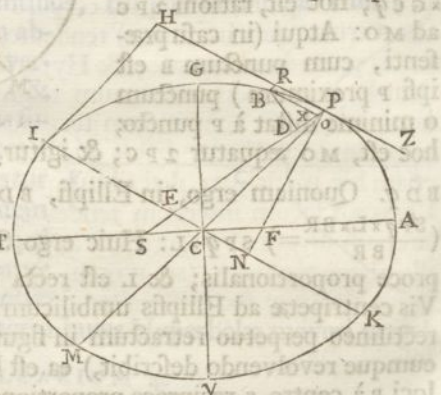
PRO-

PROPOSITIO XXXIX.

Revolvatur corpus in Ellipsi; quæritur Lex Vis centripetæ tendentis ad Focum Ellipsis.

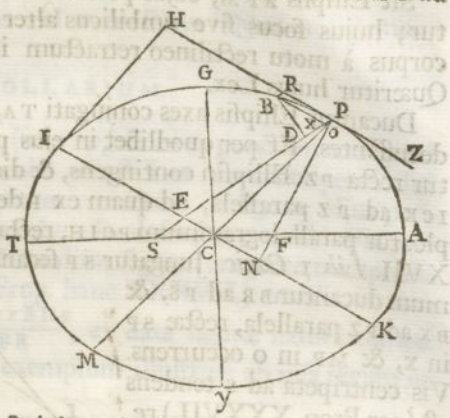
Sit Ellipsis APM, cujus perimeter à corpore revolvente describitur; hujus focus sive umbilicus alter S, ad quem dirigitur Vis quâ corpus à motu rectilineo retractum in Orbita Elliptica retinetur: Quæritur hujus Lex.

Ducantur Ellipsis axes conjugati TA, GY, in centro C se invicem decussantes. Et per quodlibet in ejus perimetro punctum P ducantur recta PZ Ellipsin contingens, & diameter PM, & huic conjugata ICK ad PZ parallela, ad quam ex P demittatur normalis PN. Compleatur parallelogrammum PCIH; rectaque IH Ellipsin continget per XVII. *Lib.* I. *Conic.* Jungatur SP secans IK in E. Per B ipsi P proximum ducantur BR ad PS, & BX ad PZ parallela, rectæ SP in X, & MP in O occurrens. Vis centripeta ad S tendens est (per Prop. XXXVII.) reciproce ut Solidum $\frac{SP^q \times BD^q}{BR}$. Hoc proinde ex Ellipsis natura est computandum. In quem finem Ellipsis *Latus Rectum Principale*, sive ad axem majorem TA pertinens, vocetur L. Ratio ipsius $L \times BR$ ad BD^q componitur ex rationibus $L \times BR$ ad $L \times PO$, $L \times PO$ ad $MO \times PO$, $MO \times PO$ ad BO^q, BO^q ad BX^q, & BX^q ad BD^q: Sed ratio ipsius $L \times BR$ ad $L \times PO$, sive (per Prop. I. El. 6) ipsius BR aut PX ad PO, æqualis est rationi PE ad PC, (per Prop. II. El. 6,) quia XO est parallela EC; & (per præced.) PE æqualis AC: Ergo ratio ipsius $L \times BR$ ad $L \times PO$ æqualis est rationi AC ad PC. Porro, ratio $L \times PO$ ad $MO \times PO$ est eadem cum ratione L ad MO. Et ratio ipsius $MO \times PO$, sive MOP rectanguli, ad BO^q eadem est (per XXI. *Lib.* I. *Conic.*) cum ratione rectanguli MCP (hoc est CP^q) ad IC^q. Et, in casu præsenti, ratio BO^q ad BX^q est ratio æqualitatis; nam, coeunte puncto B cum P, BO fit ipsi BX æqualis. Denique, ratio BX^q ad BD^q æqualis est rationi PE^q ad PN^q: (Triangula enim BDX, PNE sunt æquiangula, ob angulos ad D & N rectos; & BXD, PEN alternos in duabus parallelis BX, EN itidem æquales.) Et PE^q est æquale CA^q, quia ipsæ rectæ (per præced.) æquantur: Ergo ratio BX^q ad BD^q eadem est cum ratione CA^q ad PN^q. Porro, (per *Prop.* LXXII. *Lib.* 4. *Gregorii à S^to. Vincentio,*) rectangulum sub GC & CA æquale est parallelogrammo PCIH; hoc est, rectangulo sub IC & PN: Quare



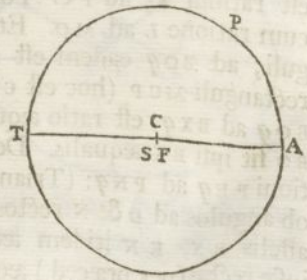
(per

(per XVI. El. 6.) CA est ad PN ut IC ad GC; ergo & CA^q ad PN^q ut IC^q ad GC^q: Et igitur ratio BX^q ad BD^q eadem est cum ratione IC^q ad GC^q. Quoniam igitur ratio ipsius $L \times BR$ ad BD^q componitur ex rationibus $L \times BR$ ad $L \times PO$, $L \times PO$ ad $MO \times PO$, $MO \times PO$ ad BO^q, BO^q ad BX^q, & BX^q ad BD^q; componitur etiam ex rationibus hisce respective æqualibus; nimirum ex rationibus AC ad PC, L ad MO, CP^q ad IC^q, & IC^q ad GC^q; adeoque æqualis erit rationi $AC \times L \times PC^q$ ad $PC \times MO \times GC^q$: Sed (per *Prop.* XIII. *Lib.* I. *Conic.*) $AC \times L = 2GC^q$. Posito ergo hoc illius loco, erit ratio $L \times BR$ ad BD^q æqualis rationi $2GC^q \times PC^q$ ad $PC \times MO \times GC^q$; hoc est, rationi 2PC ad MO: Atqui (in casu præsenti, cum punctum B est ipsi P proximum) punctum O minime distat à P puncto; hoc est, MO æquatur 2PC; & igitur, in hoc casu, $L \times BR$ æquatur BD^q. Quoniam ergo, in Ellipsi, $BD^q = L \times BR$, erit $\frac{SP^q \times BD^q}{BR} = (\frac{SP^q \times L \times BR}{BR} =) SP^q \times L$: Huic ergo Solido Vis centripeta est reciproce proportionalis; & L est recta constans & invariata. Ergo Vis centripetæ ad Ellipsis umbilicum tendentis, (quâ corpus à cursu rectilineo perpetuo retractum in figuræ istius perimetro detinetur, eumque revolvendo describit,) ea est Lex, ut sit Quadrato distantiæ loci P à centro S reciproce proportionalis. Quod erat inveniendum.



COROLLARIUM I.

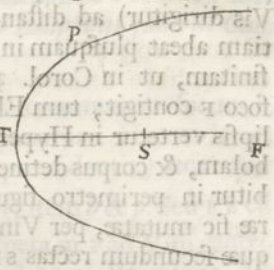
Si Ellipsis focus S, ad quem Vis tendit, una cum vertice proximo T maneat; alter vero F, ad hunc appropinquando, tandem cum illo coincidat: Corpus P, eodem modo quo prius in perimetro Ellipsis, nunc in Circuli perimetro detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, & eâdem quâ prius lege urgente. Et sicut Circulus potest à corpore describi, urgente Vi quâlibet centripetâ tendente ad punctum situm extra rectam, secundum quam solâ Vi insitâ moveretur, (ut Prop. XXIX. dictum;) ita Recta describetur à corpore quod urgetur à Vi nulla tendente ad punctum extra dictam Rectam situm: Nam, si manente utroque Ellipsis vertice foci ad illos accedant, Ellipsis in Rectam mutabitur. Ad reliquas omnes Lineas, præter Rectam & Circularem, describendas, particulari opus est Lege Vis centripetæ.



COROL-

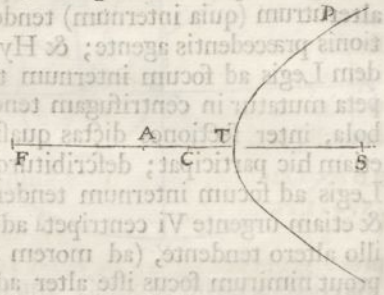
Corollarium 2.

Si Ellipsis focus S, ad quem ceu centrum Vis dirigitur, una cum vertice proximo T maneat, alter vero focus F magis magisque elongetur, & tandem in infinitum abeat; corpus P eodem modo quo prius in perimetro figuræ T P detinebitur à Vi centripeta ad S tendente, cujus eadem est quæ prius Lex. Atqui in hoc casu Ellipsis mutatur in Parabolam: Et igitur Lex Vis centripetæ tendentis ad umbilicum Parabolæ, quâ corpus in hujus figuræ perimetro detinetur, ea est, ut sit Quadrato distantiæ ab umbilico reciproce proportionalis.



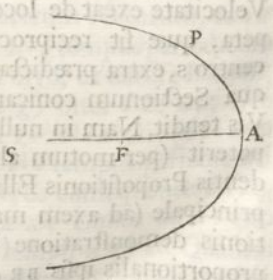
Corollarium 3.

Si, reliquis uti prius manentibus, Ellipsis umbilicus alter F ad distantiam plusquam infinitam abeat; (hoc est, si à tergo redeat versus T, faciatque nunc vertices A & T inter focos S & F; cum prius fuerint foci S & F inter vertices A & T,) in quo casu Ellipsis mutatur in Hyperbolam; corpus eâdem Lege Vis centripetæ agitatum quâ prius, (nempe ut Vis illa augeatur in ratione quâ Quadratum distantiæ à centro diminuitur,) in perimetro hujus Hyperbolæ moveri perget.



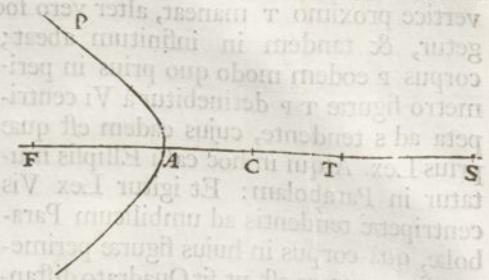
Corollarium 4.

Quod si Ellipsis superioris maneant focus F, eique proximus vertex A, dum interim focus alter S, ad quem Vis dirigitur, magis magisque elongatus, tandem in infinitum abeat, (hoc est, si Ellipsis vertatur in Parabolam;) Vis centripeta, quæ dirigitur ad punctum S infinite distans, sive secundum rectas Parabolæ axi A F parallelas, quâque urgetur corpus in perimetro motum, evadet æquabilis: Nam distantiæ à centro infinite dissito, quarum intervalla sunt finita, æquales sunt. Adeoque Vis, quæ est reciproce ut Quadratum illius distantiæ, æquabilis est. Et è converso, corpus quod urgetur à Vi æquabili tendente ad centrum infinite dissitum, quæque proinde dirigitur secundum rectas datæ cuidam parallelas, motu suo describet Parabolam, cujus axis prædictæ rectæ parallelus est. Atque hoc est celebre *Galilæi* Theorema de Projecti semita.



COROLLARIUM 5.

Reliquis ut in Corollario præcedente manentibus, si focus s (scil. centrum ad quod Vis dirigitur) ad distantiam abeat plusquam infinitam, ut in Corol. 3. foco F contigit; tum Ellipsis vertetur in Hyperbolam, & corpus detinebitur in perimetro figuræ sic mutatæ, per Vim quæ secundum rectas SP quidem dirigitur, & quæ Quadrato distantiæ loci à centro s est reciproce proportionalis; sed quæ respectu puncti s est centrifuga, quia Curva AP est versus illud convexa.



Sicut Ellipsis describitur à corpore quod urgetur à Vi ad focorum alterutrum (quia internum) tendente, & secundum legem Propositionis præcedentis agente; & Hyperbola, dum Vis centripeta ejusdem Legis ad focum internum tendit, vel dum dicta Vis centripeta mutatur in centrifugam tendentem à foco exteriore: Ita Parabola, inter sectiones dictas quasi intermedia, naturam utriusque etiam hic participat; describiturque urgente Vi centripetâ ejusdem Legis ad focum internum tendente, (ut in utraque præcedentium,) & etiam urgente Vi centripetâ ad focum alterum, vel centrifugâ ab illo altero tendente, (ad morem Ellipsis & Hyperbolæ respective;) prout nimirum focus iste alter ad partes Curvæ cavas vel convexas positus censetur: Potest namque utrolibet modo considerari, cum sit infinite dissitus.

COROLLARIUM 6.

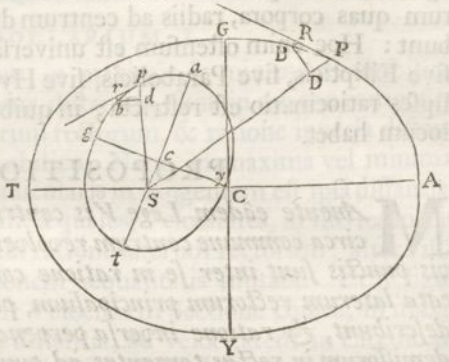
Ex hac Propositione cum suis Corollariis sequitur, quod si corpus quodvis secundum lineam quamvis rectam PR quacunque cum Velocitate exeat de loco quolibet P, & simul urgeatur à Vi centripeta, quæ sit reciproce proportionalis Quadrato distantiæ loci à centro s, extra prædictam rectam sito; movebitur hoc corpus in aliqua Sectionum conicarum, umbilicum habente in centro ad quod Vis tendit. Nam in nullam Lineam præter Rectam & coni Sectiones poterit (per motum alterutrius foci in axe eove producto) præcedentis Propositionis Ellipsis mutari. Et Sectionis hujus latus rectum principale (ad axem majorem pertinens) sive L, ex ipsius Propositionis demonstratione (in qua ostensum est $L \times BR = BDq$) est tertia proportionalis ipsis BR & BD nascentibus.

PRO-

PROPOSITIO XL.

SI corpora plura revolvantur circa centrum commune, & Vis centripeta ſit reciproce ut Quadratum diſtantiæ à centro; dico quod Quadrata Temporum periodicorum in Ellipſibus ſunt ut Cubi tranſverſorum axium.

Sint duæ quævis Orbitæ APT, *apt* circa communem focum *b*, in quibus ſuperior conſtructio manere ſupponatur. Harum latera recta, ſive L & *l*, (per Corol. 6. Propoſitionis præcedentis,) æquantur $\frac{BDq}{RBq}$, $\frac{bdq}{rb}$ reſpective; coeuntibus nempe B & P, item *b* & *p*. Sed RB eſt ad *rb* (cum ſimul generentur) ut Vis centripeta in P ad Vim centripetam in *p*; hoc eſt, ex hypotheſi, ut *spq* ad SP*q*: Et igitur L. *l* :: ($\frac{BDq}{SPq} \cdot \frac{bdq}{SPq}$ ::) BD*q* × SP*q*. *bdq* × *spq*. Et BD × SP eſt ad *bd* × *sp* ut ipſorum ſemiſſes; hoc eſt, ut areæ à corporibus P & *p* ſimul deſcriptæ: Et igitur L & *l* ſunt ut Quadrata arearum quas corpora, radiis ad commune centrum S ductis, eodem tempore deſcribunt; hoc eſt, dictæ areæ ſimul deſcriptæ ſunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum. Cumque integræ Ellipſium areæ ſint ut harum particulæ ſimul deſcriptæ, ductæ in reſpectiva tempora periodica; erunt areæ illæ integræ inter ſe in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum. Porro, (per *Prop.* CXCI. *Lib.* 4. *Gregorii à S^to. Vincentio,*) Ellipſis AGTY eſt ad *agty* ut AT × GY ad *at* × *gy*: Adeoque etiam rectangula ſub axibus Ellipſium ſunt in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum, & ratione temporum periodicorum; hoc eſt, ut $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in APT ad $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *apt*. Porro, ex natura Ellipſis, GY eſt media geometrica inter L & AT, & *gy* inter *l* & *at*; ſive $GY = L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{1}{2}}$, & $gy = l^{\frac{1}{2}} \times at^{\frac{1}{2}}$. Unde $L^{\frac{1}{2}} \times AT^{\frac{3}{2}}$. $l^{\frac{1}{2}} \times at^{\frac{3}{2}}$:: (GY × AT. *gy* × *at* ::) $L^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in APT. $l^{\frac{1}{2}}$ × tempus periodicum in *apt*. Applicando ergo antecedentes ad $L^{\frac{1}{2}}$, & conſequentes ad $l^{\frac{1}{2}}$, & quadrando terminos inde reſultantes, fiet AT Cubus ad *at* Cubum ut Quadratum Temporis periodici in Ellipſi APT ad Quadratum Temporis periodici in Ellipſi *apt*. Quod erat demonſtrandum.



COROLLARIUM I.

Quoniam Circulus eſt Ellipſis ſpecies; nempe ubi focus uterque

cum centro coincidit, & axis major æqualis cuivis diametro; patet Quadrata Temporum periodicorum corporum in Ellipsi & Circulo circa idem centrum revolventium esse ut Cubos transversorum axium: Adeoque si axes illorumque Quadrata fuerint æqualia, Temporum periodicorum Cubi, ipsaque proinde Tempora periodica, æquabuntur: hoc est, cum idem est centrum Virium, Tempora periodica in Ellipsibus eadem erunt atque in Circulis, quorum diametri æquantur majoribus axibus Ellipsium.

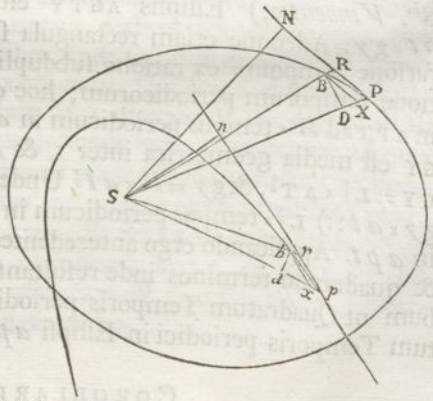
COROLLARIUM 2.

Ex demonstratione Propositionis patet, quod Orbium quorumcunque à corporibus circa commune centrum revolutis, & à Vi centripeta, quæ est reciproce in duplicata ratione distantiæ à centro, agitatis, descriptorum latera recta sunt in duplicata ratione arearum quas corpora, radiis ad centrum ductis, eodem tempore describunt: Hoc enim ostensum est universaliter de quibusvis Orbibus, sive Ellipticis, sive Parabolicis, sive Hyperbolicis, antequam ad Ellipses ratiocinatio est restricta; in quibus solis Tempus periodicum locum habet.

PROPOSITIO XLI.

Manente eâdem Lege Vis centripetæ; dico quod corporum, circa commune centrum revolventium, Velocitates in quibuscunque punctis sunt inter se in ratione composita ex ratione subduplicata laterum rectorum principalium, pertinentium ad Lineas quas describunt, & ratione inversa perpendiculorum à communi centro demissorum in rectas tangentes ad puncta ubi versantur corpora.

Revolvantur corpora P & *p* circa commune centrum S in Lineis quibusvis PB, *pb*. Quoniam corpora, ex hypothesi, urgentur à Vi centripeta, quadrato distantiæ loci à centro reciproce proportionali; erunt (per Corol. 6. Prop. XXXIX.) Lineæ hæ Sectiones coni, quarum focus est S. Vocentur illarum latera recta principalia L & *l*. Ab S demittantur SN, S*n* normales in rectas PR, *pr* in P & *p* tangentes. Dico velocitatem corporis P esse ad velocitatem corporis *p* in ratione composita ex ratione $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$, & ratione S*n* ad SN; sive ut $L^{\frac{1}{2}} \times$ S*n* ad $l^{\frac{1}{2}} \times$ SN.



Sumantur arcus PB, *pb* eodem minimo tempore descripti; & per B ducatur BX ad RP parallela, & BD ad SP normalis; similique fiat ad *b*. Velocitates in P & *p* sunt ut nascentes arcus PB, *pb*; quippe viæ simul percursæ: hoc est, ut hisce æquales

les PR, *p r* rectæ. Porro, ob triangula rectangula BDX, SNP habentia angulos BXD, SPN æquales propter parallelas BX, NP; eſt SN. SP :: BD. BX; & ideo BX vel huic æqualis $PR = \frac{SP \times BD}{SN}$. Et, propter ſimiles rationes, $p r = \frac{Sp \times bd}{Sn}$. Sed $SP \times BD$, $Sp \times bd$ ſunt inter ſe ut eorum ſemiſſes, nempe trilinea SPB, Spb; hoc eſt, ſicut areæ à corporibus P & *p* ſimul deſcriptæ, quæ rurſus (ex Cor. 2. Prop. præc.) ſunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum L & *l*; ſive ſicut $L^{\frac{1}{2}}$ ad $l^{\frac{1}{2}}$. Et igitur PR eſt ad *p r*, ſive Velocitas corporis in P ad Velocitatem corporis in *p* ſicut $\frac{L^{\frac{1}{2}}}{SN}$ ad $\frac{l^{\frac{1}{2}}}{Sn} :: L^{\frac{1}{2}} \times Sn . l^{\frac{1}{2}} \times SN$: hoc eſt, in ratione compoſita ex ratione ſubduplicata laterum rectorum ad figuras PB, *p b* pertinentium, & ratione inverſa perpendiculorum à centro virium S in tangentes demiſſorum. Quod erat demonſtrandum.

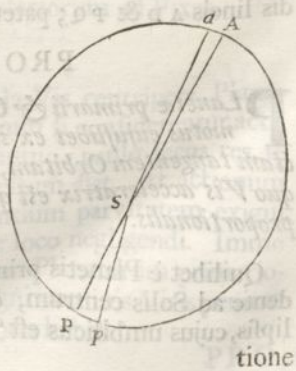
COROLLARIUM I.

Hinc Velocitates corporum, in maximis & minimis ab umbilico communi, circa quem gyrantur, diſtantiis, ſunt in ratione compoſita ex ſubduplicata ratione laterum rectorum, & ratione inverſa diſtantiarum à dicto communi umbilico. Nam, in maxima vel minima diſtantia ab umbilico, perpendicularis in tangentem eſt ipſa diſtantia. Si diſtantiæ hæ à centro fuerint æquales, Velocitates, in iſto temporis articulo, erunt in ſubduplicata ratione laterum rectorum; alterâ iſtâ diſtantiarum inverſâ in rationem æqualitatis mutatâ. Et ſi figurarum altera ſit Circulus, erit Velocitas in Sectione conica, in maxima vel minima ab umbilico diſtantia, ad velocitatem in Circulo in ſubduplicata ratione lateris recti ſectionis ad diſtantiam duplicatam.

COROLLARIUM 2.

In eadem figura, & etiam diverſis, quarum latera recta ſunt æqualia, Velocitas corporis eſt reciproce ut perpendiculum demiſſum ab umbilico, ſive virium centro, ad tangentem: Nam ſubduplicata ratio laterum rectorum eſt in hoc caſu ratio æqualitatis. Adeoque Velocitates corporis in Ellipſi gyrantis, in maxima & minima ab umbilico diſtantia, ſunt inverſe ut diſtantiæ. Nam, in hoc caſu, diſtantiæ ſunt ipſa perpendicula in tangentes Orbitam.

COROLLARIUM 3.



Motus apparentes corporis in Orbitæ verticibus principalibus A & P, è centro virium S ſpectati, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum SA, SP. Sumantur enim ad vertices A & P arcus minimi A *a*, P *p*, à corpore circa S revoluto æqualibus temporibus minimis deſcripti; & jungantur S *a*, S *p*. Erunt corporis motus ex S apparentes, anguli ASa, PS*p*. Angulorum ASa, PS*p* ratio componitur ex ra-

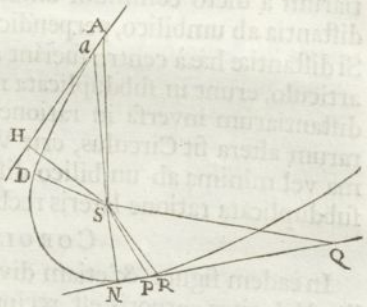
tione A*a* ad P*p* (cum arcus hi minime differant ab arcubus circularibus centro S descriptis) & ratione SP ad SA; nempe inversâ radiorum. Sed quoniam A*a*, P*p* æqualibus temporibus describuntur, erunt illi ut Velocitates in A & P; quæ (per præced. Corol.) sunt ut SP ad SA. Et igitur AS*a* est ad PS*p* ut SP*q* ad SA*q*.

COROLLARIUM 4.

Et hinc rursus sequitur, si Orbita ad Circulum proxime accedat, esse motus corporis apparentes ex centro S spectatos in ratione reciproca duplicata distantiarum ab eodem quam proxime. Nam, in isto casu, rectæ ab S in Orbitam cadentes sunt omnes proxime ad Orbitam perpendiculares.

COROLLARIUM 5.

Ex Corollario 2. sequitur quod si corpus, in quavis Sectione conica A D P (ut dictum est) motum, Velocitate quam habet in quovis ejus puncto P, relictâ curvâ, progrederetur uniformiter in recta P Q curvam in P tangente; area S P Q, quam radio ad S ducto describeret, æqualis esset areæ S A D, quam (eodem vel æquali tempore) in Sectione conica retentum describit idem vel aliud corpus. Sumantur lineolæ A*a*, P R, eodem minimo tempore à duobus mobilibus descriptæ; & à Sectionis umbilico S ad tangentes AH & P Q demittantur perpendiculares SH, SN. Per Corollarium 2, Velocitas in A est ad Velocitatem in P ut SN ad SH: Sed ut Velocitates in A & P, ita spatia eodem tempore à mobilibus percursa; nempe A*a* & P R. Et igitur A*a* est ad P R sicut SN ad SH. Unde triangulum SA*a* triangulo SPR est æquale. Cumque istud ubique obtineat in triangulis minimis trilinea SAD & SPQ constituentibus, & porro spatia SAD, SPQ ex æqualibus numero triangulis conflentur, quia æqualia insumuntur tempora in percurrendis lineis AD & PQ; patet triangulum SPQ æquale esse areæ SAD.



PROPOSITIO XLII.

PLanetæ primarii & Cometæ hâc lege circa Solem moventur, ut motus cujuslibet ex illis componatur ex æquabili secundum rectam tangentem Orbitam, & altero ad Solis centrum tendente, in quo Vis acceleratrix est quadrato distantiæ à dicto centro reciproce proportionalis.

Quilibet è Planetis primariis (per Prop. XIII.) urgetur à Vi tendente ad Solis centrum, & (per XXXIV.) describit perimetrum Ellipsis, cujus umbilicus est Sol; quæ de Cometarum quolibet (per Propositiones

positiones XIV. & XXXV.) etiam vera sunt; vel saltem Cometa quivis, dum urgetur à Vi tendente ad Solem, aliam quandam eodem foco gaudentem coni Sectionem describit. Et igitur (per Prop. XXXIX. ejusque Corollaria) horum quilibet urgetur à Vi æquabili secundum rectam tangentem Orbitam impressa, & ab alia, quâ à dicta tangente retrahitur & in Orbita curvilinea retinetur, quæ ad Solis centrum in sectionis umbilico positum tendit, & est quadrato distantiæ ab illo reciproce proportionalis. Quod erat demonstrandum.

Concipiendi igitur sunt Planetæ primarii & Cometæ quasi totidem Projecta, quæ nempe à duabus Viribus urgentur: Nam hoc modo, eoque solo Orbitas describunt, quales observata produnt. Et Vis, quæ Projectilia hæc à motibus rectilineis retrahunt, hæc est Lex, ut augeatur prout minuitur quadratum distantiæ projecti Planetæ vel Cometæ à centro Solis: quam esse legem quâ Planetæ ad Solem tendunt, etiam aliunde quam ex figura semitæ, Prop. XXVIII. ostensum est.

PROPOSITIO XLIII.

ORbium Planetariorum Nodi & Apsides quiescunt.

Quoniam per Prop. XI. Planeta quilibet in plano immoto revolvitur, binorum quorumvis planorum communis sectio etiam immota manet: Sed cujuslibet intersectio cum plano Orbis Telluris est Linea Nodorum istius Planetæ. Istius igitur, similiterque omnium, Nodi quiescunt. Porro, Planeta quilibet describit, in plano immoto, Ellipsin perpetuo eandem sive immotam, (per Prop. XXXIV.) & proinde ejus Apsides etiam quiescunt. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Cum stellæ Fixæ cujusvis simile sit officium (quantum hominibus conjicere datur) atque ipsius Solis; nempe ut circa illius corpus immensum alia minora corpora tanquam Planetæ circumrotentur; similes erunt & affectiones aliæ: nimirum illarum, sicut & nostri Solis, nullus aut insensibilis erit motus; quod ex earum constanti & perpetuo eadem distantia mutua ulterius liquet. Unde idem erit situs Nodorum Apsidumque Orbium Planetariorum ad Fixas.

SCHOLIUM.

Propositio hæc vera est, si spectetur sola Vis centripeta Planetarum in Solem, ut hucusque factum: Verum si considerentur actiones Planetarum & Cometarum in se mutuo, paulo secus res se habere deprehenditur; ut suo loco manifestum fiet. At actionum istarum effectus propter virium producentium parvitatem exigui admodum, & quasi nulli sunt; ideoque hoc loco negligendi. Immo tam parvi sunt motus Nodorum & Apsidum Planetarum primariorum, ut etiam in calculo Astronomico à magni nominis Viris penitus sit neglectus, & Nodi Apsidesque pro immotis habiti.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

PLanetæ & Cometæ in Cœlis quam liberrime moventur; & proinde eorum motus diutiſſime conſervari poteſt.

Nam, Prop. XXXIX. (ubi determinatur Lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus, quod revolvitur in perimetro Ellipſis aut alterius Sectionis coni, cujus focorum alter eſt centrum ad quod Vis tendit) ſuppoſuimus motum utrumque, ex quibus componitur motus in curva Elliptica, Parabolica vel Hyperbolica, omnino liberum, nec illi quicquam obſtare aut reſiſtere. Cum igitur Planetæ perfectas Ellipſes, quarum communis umbilicus eſt Sol, motu ſuo deſcribant, & Ellipſes has denuo repetant; patet è converſo Planetarum motus ab omni reſiſtentia eſſe prorſus immunes; hoc eſt, Planetas quam liberrime in Cœlis moveri. Porro, ſi Planetæ abſque reſiſtentia quam liberrime moventur, idem & Cometis contingit; quippe per regiones Planetarum, quamdiu à Terricolis videntur, motis, in viis quæ ſunt vel Ellipſes veræ, vel Ellipſium ſpecies; Parabolæ nimirum vel Hyperbolæ, quarum umbilicus eſt Sol; quibus deſcribendis eâdem opus eſt immunitate ab omni reſiſtentia. Et medii reſiſtentiam in regionibus Syſtematis Solaris ultra Planetas, non eſſe majorem quam in regionibus Planetariis veriſimillimum eſt. Si enim vel minima ſenſibilis foret in Cœlis reſiſtentia, certe eædem viæ à Planetis circa Solem, projectorum more latis, non deſcriberentur, quæ ipſis liberrime motis competere demonſtratæ ſunt: Sed prorſus ſicut, in aere noſtro, ſemita projecti valde diverſa deprehenditur à Parabolica quæ demonſtrata eſt illi competere, ſi nulla foret medii reſiſtentia; ita Planetarum viæ, ſaltem in pluribus revolutionibus, immane quantum ab Ellipſibus diſcrepare deprehenderentur; neque Ellipſes magnitudine & poſitione eædem cum deſcribendis à Planetis, per ſpatia libera motis, illorum locis tam olim quam recenter obſervatis adeo exacte congruerent, atque calculo rite ſubducto fieri compertum eſt. Nulla ergo eſt: Sed Planetæ & Cometæ quam liberrime in Cœlis moventur, & propterea eorum motus diutiſſime conſervari poteſt. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XLV.

PLanetæ ſecundarii circa Primarios ſuos hâc lege moventur, ut, præter Vim omnem acceleratricem quâ Primarius urgetur, motus cujuſlibet ex illis componatur ex æquabili ſecundum rectam Orbitam tangentem, & altero ad Primarii centrum tendente, in quo vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis.

Sepoſitâ Vi omni acceleratrice quâ primarius urgetur, (ut Prop. XX. factum eſt,) quilibet Planeta ſecundarius (ex Prop. XXXVI.) circa ſuum Primarium revolvitur in perimetro Ellipſis umbilicum in

Primarii

Primarii centro habentis, ad quod (per dictam Prop. XX.) tendit vis centripeta, quâ à motu rectilineo retrahitur: (deformitas enim Ellipsis à motu Apsidum vel aliunde tantilla est, ut hic sit negligenda:) Et igitur (per Prop. XXXIX.) lex vis centripetæ tendentis ad Primarii centrum ea est, ut dicta vis sit quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalis: hâc enim solâ corpus à motu rectilineo in tangente à vi insita orto retrahitur, & in Orbitâ Elliptica retinetur. Hi ergo duo motus, (nimirum alter in tangente æquabilis, alter vero versus Primarii centrum tendens, & auctus in ratione quâ quadratum distantiæ satellitis ab illo diminuitur,) inter se compositi, Planetam secundarium (projecti instar) Orbitam Ellipticam describere cogunt.

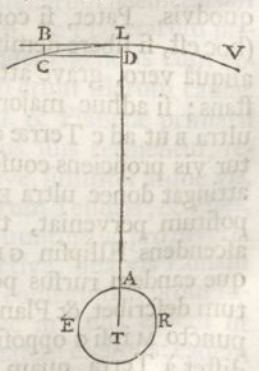
SECTIO VII.

Planetæ & Cometæ in Orbitis suis retinentur per Gravitatem, eadem lege per universum Systema Solare propagatam.

PROPOSITIO XLVI.

VIS, quâ Luna ad Terræ centrum tendit, quâque in Orbita sua retinetur, eadem est cum vi Gravitatis, quâ corpora terrestria quævis ad idem centrum tendunt.

Designet RAE Terram, cujus centrum T, VL orbitam Lunæ, cujus pars LC à Luna percurritur spatio unius scrupuli horarii. Quoniam (ex Prop. XV.) Luna periodum suam sive integrum circulum conficit spatio dierum 27, horarum 7, scrupulorum 43; hoc est, scrupulis horariis 3943; patet LC esse $\frac{1}{3943}$ integræ peripheriæ, sive 33 scrupulorum secundorum gradûs. Porro, ambitus Terræ (secundum nuperam *D. Picart.* mensuram) est pedum Parisiensium 123249600; ejusque proinde semidiameter TA pedum 19615800: quare TL diameter orbitæ Lunaris est pedum 1176948000; nempe (ex prædicta Prop. XV.) ipsius TA sexagecupla: & arcûs Lc, 33″ sinus versus LD, & huic æqualis BC est pedum Parisiensium 15 $\frac{1}{12}$ quam proxime. Igitur vis, quâ Luna versus Terræ centrum tendit, (quâque à motu rectilineo secundum tangentem LB retrahitur, & in orbita sua retinetur,) talis est quæ spatio scrupuli unius horarii Lunam versus Terræ centrum impellit per pedes Parisienses 15 $\frac{1}{12}$. Cumque (per Prop. præc.) vis hæc in Luna augeatur in eadem ratione, quâ Quadratum distantiæ à centro Terræ diminuitur; si descendatur ad superficiem Terræ, ubi quadratum distantiæ à centro minuitur vicibus 60 × 60, augebitur illa vicibus

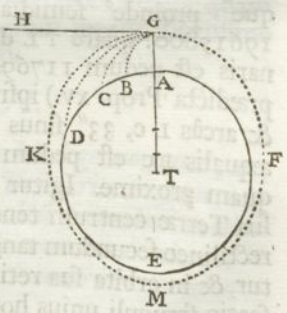


60×60, & ideo ſpatio ſcrupuli horarii Lunam apud nos in ſuperficie Terræ poſitam verſus centrum impelleret per longitudinem pedum 60×60×15½. Sed Gravitatis ea eſt vis, quæ corpus quodvis in Terræ ſuperficie poſitum, ſpatio ſcrupuli ſecundi horarii, verſus centrum impellit per longitudinem pedum Pariſienſium 15½, ut ex accuratiſſimis experimentis definit Celeb. *Hugenius Prop. ultimâ Part.* IV. *Horol. Oſcill.* Et ideo eadem iſta Gravitatis vis, ſpatio ſcrupuli horarii, corpus impellit verſus centrum per longitudinem pedum 60×60×15½; quia ſpatia à gravi cadente percurſa ſunt in ratione duplicata temporum quibus percurruntur. Quoniam igitur vis, quâ Luna in orbita ſua retinetur, & vis Gravitatis paria præſtant, eoſdemque in iiſdem circumſtantiis producerent effectus, & verſus idem punctum (nempe Terræ centrum) tendant, eædem erunt; id eſt, vis quâ Luna retrahitur à motu rectilineo, & in orbita ſua coercetur, illa ipſa eſt quam nos Gravitatem dicimus. Quod erat demonſtrandum.

Lunæ diſtantia à Tellure paulo major quam ſexagecupla ſemidiametri Terræ calculo præcedenti melius congrueret, puta ſexagecupla ſeſqui-tertia; cui etiam rationes Aſtronomicæ melius reſpondent. Nos rem in numeris rotundis æſtimare ſatis habuimus.

SCHOLIUM.

Eodem modo quo Luna revolvitur in orbem circa Tellurem, aliud quodvis grave ex puncto extra Telluris ſuperficiem, ſecundum Horizontalem rectam, vi ſatis validâ projectum Orbitam deſcriberet, & Terrâ intactâ (Planetæ inſtar) gyrum compleret; atque hoc continuo. Circulus ABCD referat Terram, cujus centrum T. Sumatur punctum aliquod extra Terræ ſuperficiem, (nempe G,) ex quo, ſecundum directionem rectæ GH ad TG normalis, projiciatur grave quodvis. Patet, ſi corpus hocce minimâ aut nullâ vi projiciatur, (hoc eſt, ſi libere demittatur,) caſurum illud ad A, directe infra G; ſi aliquâ vero, grave attinget Terram ad punctum B ab A verſus H diſtans; ſi adhuc majore, corpus projectum ultra B ut ad C Terræ occurret. Si augeatur vis projiciens eouſque, ut Terram non attingat donec ultra E punctum ipſi A oppoſitum perveniat, tum rurſus verſus G aſcendens Ellipſin GKMF complebit; atque eandem rurſus perpetuo non impeditum deſcribet, & Planeta fiet. Si in ſemitæ puncto M ipſi G oppoſito, projectum minus diſtet à Terra, quam cum in G; tum centrum Terræ T eſt Ellipſis umbilicus à vertice G remotior. Si augeatur vis projiciens, donec puncta M & G æqualiter à T diſtent, ſemita fiet Circulus; auctâque adhuc vi projiciente (reliquis manentibus) fiet Ellipſis, in qua T eſt focus vertici G vicinior, alter vero focus longius à T removebitur pro vis projicientis



jicientis augmento, donec tandem in Parabolam, posteaque in Hyperbolam mutetur. Atque eadem obtinebunt quamvis HG non sit ad TG normalis, præterquam quod in hoc casu G non est Orbitæ vertex principalis. Quo altius est punctum G supra Terram, eo minori opus est vi ad projectum in Planetam mutandum; & quo humilius, eo majori: adeo ut si Luna eâdem celeritate quâ nunc in Orbita sua fertur, ex altitudine mille tantum passuum supra Terram projiceretur secundum directionem horizontalem, circa Tellurem non revolveretur; sed, Planetæ naturam exuens, vulgaris projecti instar in Terram impingeret, antequam distantiam quindecim mille passuum attingeret. Nam arcus, quem Luna viginti scrupulis secundis horariis percurrit, minor est quam 15000 passus, & grave prope Terram viginti istis scrupulis secundis cadendo percurrit $20 \times 20 \times 15\frac{1}{12}$, sive 6033 pedes; hoc est, plus quam mille passus: unde Luna prius Terram attingeret quam ad distantiam 15000 passuum projiceretur. Si vero, eâdem manente gravitatis actione, Terra annihilaretur, projecta omnia (Planetarum more) describerent Ellipses, aliasve Sectiones conicas, quarum communis focus esset punctum quod nunc est Terræ centrum.

PROPOSITIO XLVII.

PLanetæ secundarii Jovis gravitant in Jovem, satellites Saturni in Saturnum, & Planetæ primarii & secundarii graves sunt in Solem; omnesque vi Gravitatis suæ retrahuntur à motibus rectilineis, & in Orbitis suis retinentur.

Propter Naturæ simplicitatem rerum naturalium non plures admittendæ sunt causæ, quam quæ earum Phænomenis explicandis sufficiunt; & effectuum naturalium ejusdem generis eædem agnoscendæ sunt causæ: igitur cum revolutiones Stellarum Medicearum circa Jovem, Saturni comitum circa Saturnum, & Planetarum primariorum circa Solem, Phænomena sint ejusdem generis cum revolutione Lunæ circa Terram; eædem etiam erunt illarum causæ. Vires enim, quibus Jovis & Saturni secundarii, & Planetæ primarii retrahuntur à motibus rectilineis & in Orbibus suis retinentur, respiciunt Jovis, Saturni & Solis centra respective, similiter atque vis, quâ Luna in Orbita sua retinetur, respicit centrum Telluris; & Vires, quibus illi urgentur, eâdem lege augentur minuunturque pro diversa distantia à Jovis, Saturni & Solis centris respective, quâ vis Lunam urgens, dum in variis à Terræ centro distantiis constituitur; prout superius fuse est ostensum. Unde cum vis hæc in Luna eadem sit ostensa (in Prop. Præc.) cum vi illa quam Gravitatem dicimus; eadem etiam erit vis, quâ prædicti isti Planetæ, tum primarii cum secundarii, versus Solem & suos primarios respective tendunt. Porro, secundarii omnes graves etiam sunt in Solem, & illorum gravitas in Solem est vis illa acceleratrix secundario cuilibet & suo primario communis; de qua Prop. XX. & XLV. Quod erat demonstrandum.

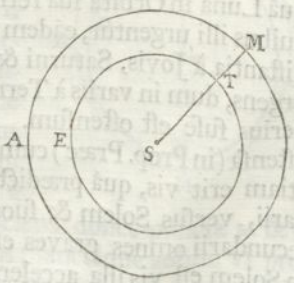
COROLLARIUM.

Hinc patet dari Gravitatem in Solem & Planetas omnes primarios. Cum enim Luna & terreſtria omnia gravia ſint in Terram, Comiteſque Jovis & Saturni in Jovem & Saturnum reſpective; cumque tres reliqui Planetæ primarii, Mercurius, Venus & Mars ſint corpora ejuſdem generis cum Saturno, Jove & Terra, (quod etiam ex illorum Gravitate verſus Solem ſuperius probata liquet;) conſtat ex prius ſtabilita ſimilitudine cauſarum ſimilium effectuum, & in illos etiam dari Gravitatem, cujus vis acceleratrix eſt quadrato diſtantiæ à centro reciproce proportionalis. Et, quoniam actioni cujuſvis generis contraria eſt reactio, Sol viciſſim in Planetas omnes primarios & ſecundarios gravis eſt. Porro, quoniam experimentis exactiſſime inſtitutis conſtat corpora quævis, in eadem diſtantia, æquali tempore, æqualia ſpatia cadendo verſus Terram percurrere, & momenta corporum inæqualium æqualiter acceleratorum eſſe ut ipſa corpora; corpora omnia cujuſcunque naturæ, in æqualibus diſtantiis, gravia ſunt in Terram in ratione materiæ quam continent. Cumque nullum ſit dubium naturam Gravitatis verſus Solem & Planetas eandem eſſe atque verſus Terram, (quod ex prædictis abunde conſtat, & hinc etiam quod Planetæ primarii eorumque ſatellites, corpora ſc. valde inæqualia, æquali vi acceleratrice verſus Solem deſcendant, prorſus ut corpora magnitudine & denſitate inæqualia æque velociter verſus Terram cadunt;) patet corpora omnia in Solem & Planetas ſingulos gravitare, & pondera eorum in quemvis, paribus ab ejuſdem centro diſtantiis, proportionalia eſſe quantitati materiæ in ſingulis. Et quoniam omnis actio eſt mutua, Sol & Planetæ in corpora quævis, corporaque proinde omnia in ſe invicem, eâdem lege gravitant.

PROPOSITIO XLVIII.

Virtutis omnis à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagatæ Vis, ſive efficacia, in diverſis locis eſt quadrato diſtantiæ loci à centro reciproce proportionalis.

Sit S centrum à quo vel ad quod Virtus propagatur, circa quod deſcribantur duæ ſuperficies ſphæricæ TE, MA in quibuſcunque diſtantiis ST, SM. Dico Virtutis Vim, ſive efficaciam, in T eſſe ad ejuſdem vim in M ut SMq ad STq.



Virtus eadem, in ſpatium duplo majus æqualiter diffuſa & ſparſa, duplo minor erit in qualibet data parte; quippe duplo minus conſtipata: & ſi in ſpatium triplo majus diffundatur, triplo minor erit: &, univerſaliter, efficacia Virtutis eſt reciproce ut ſpatium, in quod data

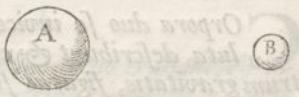
data Virtus diffunditur; quippe directe ut Virtutis conſtipatio. Sed Virtus omnis, quæ in diſtantia ST à centro æqualiter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam TE, in diſtantia SM ſimiliter diffunditur per ſuperficiem ſphæricam MA. Quare Virtutis iſtius efficacia in diſtantia ST eſt ad ejuſdem efficaciam in diſtantia SM ſicut ſuperficies ſphærica MA ad ſuperficiem ſphæricam TE; id eſt, ſicut SM*q* ad ST*q*. Quod erat demonſtrandum.

Hujuſmodi ſunt Virtutes Lucis, Caloris, &c. & ex ſuperius oſtenſis etiam Gravitatis. At Virtutes aliquæ, ut Magnetica & Electrica, ſunt generis alterius.

PROPOSITIO XLIX.

Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora verſus quæ fiunt.

Exponantur duo quælibet corpora A & B in locis quibuſcunque A & B; erunt hæc (per Corol. Prop. XLVII.) verſus ſe mutuo gravia: & quidem, cum actioni contraria & æqualis ſit reactio, Gravitas ſive vis motrix corporis A verſus B æqualis eſt Gravitati ſive vi motrici corporis B verſus A. Sed vis motrix fit ex quantitate materiæ ſive maſſa ducta in vim acceleratricem, prorſus ut quantitas motûs ex quantitate materiæ ducta in celeritatem: Et igitur maſſa corporis A ducta in ejus vim acceleratricem verſus B æqualis eſt maſſæ corporis B ductæ in hujus vim acceleratricem verſus A. Unde vis acceleratrix corporis A verſus B eſt ad vim acceleratricem corporis B verſus A ſicut maſſa corporis B ad maſſam corporis A: Vires vero (de quibus hic agitur) ſunt Gravitates, & maſſæ corporum ſunt quantitates materiæ ſive ipſa corpora: Et igitur Gravitas acceleratrix corporis A verſus B eſt ad Gravitatem acceleratricem corporis B verſus A ſicut corpus B ad corpus A. Sed (ex ſuperius oſtenſis) omnia corpora in æquali diſtantia à corpore B poſita in qua eſt A, æqualem habent verſus B Gravitatem acceleratricem atque ipſum A; & omnia corpora in æquali diſtantia à corpore A poſita in qua eſt B, æqualem habent verſus A Gravitatem acceleratricem atque B corpus; & diſtantia corporis A à corpore B æqualis eſt diſtantiæ corporis B ab A, & ſumpta ſunt hæc corpora & diſtantia utcunque. Et igitur Gravitates acceleratrices verſus diverſa corpora, in paribus diſtantiis, ſunt ut ipſa corpora. Quod erat demonſtrandum.



COROLLARIUM.

Hinc ſi Gravitas conſideretur tanquam vis attractiva corporis verſus quod dirigitur, propagata ut in præcedente Propoſitione; vires abſolutæ corporum attrahentium ſunt ut ipſa corpora quorum ſunt vires. Nam abſoluta vis attractiva corporis A eſt ad abſolutam vim attractivam corporis B ut attractio acceleratrix corporum omnium

versus A ad attractionem acceleratricem corporum omnium versus B, in paribus distantiis. Sed, in paribus distantiis, attractio acceleratrix corporum omnium eadem est cum attractione acceleratrice corporis cujusvis, & attractiones hæ acceleratrices (ex hac Prop.) sunt ut corpora versus quæ fiunt; hoc est, ut ipsa corpora attrahentia: Et igitur, ex æquo, vires absolutæ corporum (ut dictum est) attrahentium sunt ut ipsa corpora quorum sunt vires.

Et hinc rursus, & ex præcedentibus (per Prop. XXIII. El. 6.) colligitur vim acceleratricem corporis A versus B gravis esse ad vim acceleratricem corporis C versus D gravis in ratione composita ex ratione corporis B ad corpus D, & duplicata ratione distantiæ inter C & D ad distantiam inter A & B: & porro, rationem ponderis corporis A ad pondus ipsius C componi ex prædicta ratione composita, & insuper ratione corporis A ad corpus C.

SECTIO VIII.

De Motu Corporum se mutuo attrahentium, hujusque symptomatibus; quæ omnia ad Systema Solis & Planetarum priorum applicantur.

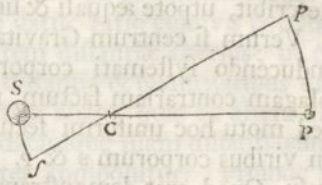
PROPOSITIO L.

CORPORA duo se invicem trahentia, & circum se invicem revoluta, describunt & circum se mutuo, & circum commune centrum gravitatis, figuras similes.

Prop. XXXIX. & sequentibus exposuimus Motus corporum attractorum ad centrum immobile: decet enim à simplicioribus ordiri. Verum, quoniam attractiones fiunt ad corpora, & hæc vicissim attrahuntur; ut superius ostensum est: Cum corpus circa aliud revolvitur, attrahens ipsum quiescere nequit; sed ambo attractione mutuâ agitata circa gravitatis commune centrum revolvuntur. Et si plura fuerint corpora, quæ se mutuo attrahunt, hæc inter se ita movebuntur, ut gravitatis centrum commune vel quiescat vel uniformiter progrediatur in directum. Geometris enim notum est commune gravitatis centrum ab actione corporum inter se non mutare statum suum motûs vel quietis; sicut à celeberrimis Viris D. D. *Wrennio* & *Hugenio* demonstratum prostat. Ordo igitur postulat, ut motus corporum se mutuo (ut dictum est) trahentium considéremus; nempe Orbitas ab iis descriptas, reliquaque generalia, quibus differt corporum in se mutuo agentium systema à systemate prius supposito; & quidem primo universaliter, quæcunque tandem sit Lex attractionis mutuæ.

Sint duo corpora S & P se invicem trahentia, quæ circum se mutuo revoluta describunt curvas Ss, Pp, dum interea illorum centrum gravitatis C vel quiescit, vel (quod demonstrationem haud turbat)

turbat) movetur uniformiter in directum: Dico figuras quatuor, nempe s ſ c, p p c, illam quam s deſcribit circa p ſpectatum tanquam immotum, & illam quam p circa s ſimiliter ſpectatum deſcribit, eſſe inter ſe ſimiles.

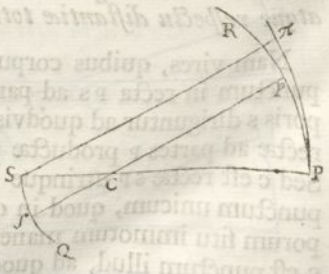


Quoniam s & p eadem manent, manebit (durante motu) ratio inter c p & c s; quippe, ex natura centri Gravitatis, eadem cum ratione corporum s & p: cumque anguli p c *p*, s c ſ ſint ubique æquales, (quia c eſt in recta jungente corpora,) erunt figuræ s ſ c, p *p* c ſimiles. Figuræ enim p *p* c, s ſ c ſimiles omnino ſunt, quas recta *p* c ſ, circa punctum c motu angulari lata, deſcribit ſeu verrit, dummodo quovis momento eadem ſit ratio inter c *p* & c ſ quæ inter c p & c s. Rurſus, quoniam ubique datur ratio inter ſ c & c *p*, componendo datur ratio inter ſ *p* & c *p*, & linea *p* c ſ recta manet: & igitur (per hactenus dicta) recta c *p* circa punctum c, & recta ſ *p* circa punctum ſ ſpectatum tanquam immotum, ſimiles deſcribunt figuras. Porro figuræ, quarum una deſcribitur à *p* circum ſ habitum pro immoto, altera ab ſ circa *p* pariter pro immoto ſpectatum, ſimiles & omnino æquales ſunt, (ut in Opticis demonſtratur,) quia ſ *p* tum magnitudine tum poſitione eadem eſt cum *p* ſ. Quare quatuor figuræ propoſitæ ſimiles ſunt. Q. E. D.

PROPOSITIO LI.

SI corpora duo s *&* p *viribus quibuſvis ſe mutuo trahant, & interea revolvantur circa gravitatis centrum commune* c; *dico figuris, quas corpora ſic mota deſcribunt circum ſe mutuo, poſſe figuram ſimilem & æqualem circum corpus alterutrum immotum, viribus iiſdem, deſcribi.*

Poſito enim Orbitas p R, s Q primo circa immotum c deſcribi, & puncta ſ & *p* eſſe loca quævis ad libitum, ad quæ corpora s & p ſimul perveniunt. Intelligatur recta ſ c *p* ſibi parallela moveri, donec punctum ſ congruat cum s, atque hoc fieri in omnibus punctis correſpondentibus curvarum s Q, p R. Patet, appulſo ſ ad s, alterum rectæ ſ *p* ſic parallelos motæ extremum perventurum ad π punctum in curva p π, quam corpus p circa s deſcriberet, ſi (s immoto manente) p circa illud revolveretur, attractum eâdem vi, quâ prius corpora ſe mutuo petebant: Nam latio parallela rectæ ſ *p* nullam in viribus, quibus corpora ſe mutuo attrahunt, mutationem inducit. Sed eadem p π eſt linea, quam p circa s tanquam immotum ſpectatum deſcribit: ſic enim revera immo-



immotum permanet, & rectæ $s\pi$ eadem est longitudo, eademque inclinatio ad SP, quæ ipsius $\int p$. Cum igitur figuræ illæ congruunt, æquales sunt & similes. Quodque de figurâ, quam P circa S describit, est ostensum, de figura, quam S circa P pro immoto habitum describit, utpote æquali & simili, verum est.

Verum si centrum Gravitatis C progrediatur uniformiter, superinducendo systemati corporum S & P motum æqualem & in plagam contrariam factum, reducentur omnia ad casum priorem: sed motu hoc uniformi secundum rectas parallelas nihil mutatur in viribus corporum S & P. Igitur constat propositum in utroque casu. Quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM I.

Corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia, & circa Gravitatis centrum gyrantia, radiis ad centrum illud & ad se mutuo ductis describunt areas temporibus proportionales.

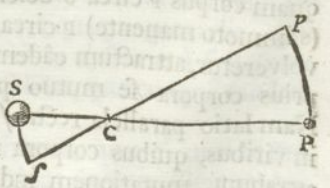
COROLLARIUM 2.

Quia corpus circa aliud immotum revolvens, & ad illud vi quadrato distantiæ reciproce proportionali attractum, describeret (per Prop. XXXIX.) Ellipsin vel aliam Sectionem coni, cujus umbilicus alter coincidit cum centro corporis immoti; sequitur ex hac Propositione, quod corpora duo viribus quadrato distantiæ reciproce proportionalibus se mutuo trahentia describunt, & circum commune Gravitatis centrum & circum se mutuo, Sectiones conicas umbilicos habentes in centro, circa quod figuræ describuntur. Et è converso, si tales figuræ describuntur, vires centripetæ sunt quadrato distantiæ reciproce proportionales.

PROPOSITIO LII.

SI corpora duo viribus quibusvis se mutuo trahentia circa se mutuo revolvantur, motus eorum iidem erunt, ac si non traherent se mutuo, sed utrumque à corpore tertio, in communi Gravitatis centro constituto, viribus iisdem traheretur. Et virium trahentium eadem erit Lex respectu distantiæ corporum à centro illo communi, atque respectu distantiæ totius inter corpora.

Nam vires, quibus corpus P tendit ad S, diriguntur ad quodvis punctum in recta PS ad partes S producta. Et similiter vires corporis S diriguntur ad quodvis ejusdem rectæ ad partes P productæ punctum. Sed C est rectæ SP utrinque productæ punctum unicum, quod in omni corporum situ immotum manet: & ideo C est punctum illud, ad quod tendunt corpora P & S iisdem viribus, quibus se mutuo attrahunt.



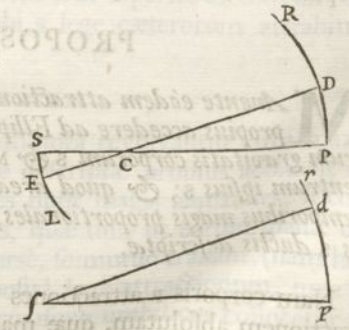
Rursus,

Rurſus, quoniam dantur corpora revolventia, datur ratio diſtantiarum centri gravitatis à corporibus; & conſequenter ratio diſtantiæ corporis utriuſvis à centro iſto communi ad diſtantiam corporis ejuſdem à corpore altero. Et proinde datur ratio cujuſvis poteſtatis diſtantiæ unius ad ſimilem poteſtatem diſtantiæ alterius; ut & ratio quantitatis cujuſvis, quæ ex una diſtantia & quantitatibus datis utcunque componitur, ad quantitatem aliam, quæ ex altera diſtantia & quantitatibus totidem datis, datamque illam diſtantiarum rationem ad priores habentibus ſimiliter componitur. Proinde ſi vis, quâ corpus unum ab altero trahitur, fit directe vel inverſe ut diſtantia corporum ab invicem, vel ut quælibet hujus diſtantiæ poteſtas, vel denique ut quantitas quævis ex hac diſtantia & quantitatibus datis quomodocunque compoſita; erit eadem vis, quâ corpus idem ad commune gravitatis centrum trahitur, directe itidem vel inverſe ut corporis attracti diſtantia à centro illo communi, vel ut eadem diſtantiæ hujus poteſtas, vel denique ut quantitas ex hac diſtantia & analogis quantitatibus datis ſimiliter compoſita: Adeoque vis trahentis eadem erit Lex reſpectu diſtantiæ à centro gravitatis, quæ reſpectu diſtantiæ corporum. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO LIII.

Corporum duorum S & P, *circa commune gravitatis centrum* C *revolventium, tempus periodicum eſt ad tempus periodicum corporis alterutrius* P *circa alterum immotum* S (*viribus iiſdem trahens*) *gyrantis, in ſubduplicata ratione corporis* S *ad aggregatum corporum* S & P.

Concipiatur corpus *p*, ipſi P ſimile & æquale, deſcribere circa immotum *ſ*, ipſi S ſimile & æquale, Orbitam *p d r*. Figuræ CPDR, *ſ p d r* (per Prop. L.) ſunt ſimiles: & vires, quibus corpora in punctis quibuſvis ſimiliter poſitis (ut D & *d*) verſantia ad centra C & *ſ* tendunt, ſunt æquales; quia (per Prop. LI.) vis quâ corpus D tendit ad E æqualis eſt vi quâ corpus *d* tendit ad *ſ*. Et (per præcedentem Propoſitionem) corpus D tendit ad C eâdem vi quâ ad E. Et igitur (per Corol. 2. Prop. XXVI. & Schol. Prop. XXVII.) quadratum temporis periodici corporis P in Orbita PDR moti eſt ad quadratum temporis periodici corporis *p* in Orbita *p d r* ſicut recta CP ad rectam homologam *ſ p*; hoc eſt, ſicut C P ad S P; hoc eſt, (ob naturam centri gravitatis,) ſicut corpus S ad S + P. Unde ipſum tempus periodicum corporis P in Orbita P D R (vel corporis S in Orbita S E L) eſt ad tempus periodicum corporis *p* in Orbita *p d r* in ſubduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Quod erat demonſtrandum.



PROPOSITIO LIV.

SI corpora duo S *&* P, *viribus quadrato distantiæ ſuæ reciproce proportionalibus, ſe mutuo trahentia revolvantur circa gravitatis centrum commune; dico quod Ellipſis, quam corpus alterutrum* P *hoc motu circa alterum* S *deſcribit, (modo Prop.* L. *deſcripto,) axis major erit ad axem majorem Ellipſis, quam corpus idem* P *circa alterum* S *quieſcens, (ut Prop.* LI.*) eodem tempore periodico deſcribere poſſet, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum* S *&* P *ad corpus quieſcens* S.

Si Ellipſes, circa mobile & quieſcens S, à corpore P deſcriptæ forent æquales, tempora periodica in hiſce (per Prop. LI. & LIII.) eſſent in ſubduplicata ratione corporis S ad aggregatum corporum S & P. Mutari intelligatur hæc ultima Ellipſis, donec corporis P (hanc circa quieſcens S deſcribentis) periodicum tempus æquale fiat tempori periodico corporis P circa mobile S revolventis; (ut in hac Propoſitione ſupponimus;) hoc eſt, donec tempus periodicum in illa diminutum ſit in dicta ſubduplicata ratione corporis S ad ſummam corporum S & P. Quoniam vero, (per Prop. XL.) in caſu præſenti, quadrata temporum periodicorum ſunt ut Cubi tranſverſorum axium, ipſa periodica tempora erunt in dictorum majorum axium ratione ſeſquiplicata. Axis igitur major poſterioris Ellipſis minutus eſt in ratione, cujus ſeſquiplicata eſt ſubduplicata ratio S ad S+P; hoc eſt, in ratione ſubtriplicata S ad S+P: (Nam $\frac{3}{2}$ de $\frac{1}{3} = \frac{1}{2}$:) Et proinde eſt ad invariatum Ellipſis alterius, circa mobile corpus S deſcriptæ, axem (huic antequam diminueretur æqualem) in ratione ſubtriplicata S ad S+P. Et igitur inverſe, axis major Ellipſis, circa corpus S mobile deſcriptæ, eſt ad axem majorem Ellipſis, eodem vel æquali tempore deſcriptæ circa quieſcens S, in ſubtriplicata ratione ſummæ corporum S+P ad corpus quieſcens S. Quod erat demonſtrandum.

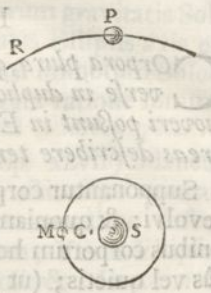
PROPOSITIO LV.

MAnente eâdem attractionis lege, dico corporis P *Orbitam* PR *propius accedere ad Ellipſin, cujus focus eſt* C *commune centrum gravitatis corporum* S *&* M, *quam ad Ellipſin, cujus focus eſt centrum ipſius* S; *& quod areæ radiis ad* C *ductis deſcriptæ ſunt temporibus magis proportionales, quam areæ radiis ad centrum ipſius* S *ductis deſcriptæ.*

Nam corporis P attractiones verſus S & M componunt ipſius attractionem abſolutam, quæ magis dirigitur verſus C commune illorum gravitatis centrum, quam verſus ipſum maximum S; quæque quadrato diſtantiæ PC magis eſt proportionalis reciproce, quam quadrato diſtantiæ PS: Nam ultimum hoc tum tandem præciſe obtineret, ſi nullum prorſus eſſet M; & hæc eadem vera eſſent de M,

ſi

si illud cresceret, donec immensum excederet s. Quare constat vires (in casu præsenti) in punctum aliquod inter s & M intermedium & majori propius dirigi, quale est commune illorum centrum gravitatis c; quod etiam punctum illud est, ubi gravium circumcirca positorum vires quælibet Physicæ uniuntur & concentrantur: ibi enim jure censetur ex gravibus pluribus aggregatum, ubi est illorum commune centrum gravitatis; ut Philosophis notum est. Constat igitur propositum. Quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO LVI.

Positis iisdem attractionum legibus, dico corpus exterius P *circa interiorum* S *&* M *commune gravitatis centrum* C, *radiis ad centrum illud ductis, describere areas temporibus magis proportionales; & orbem ad formam Ellipsis umbilicum in centro eodem habentis magis accedentem, si corpus intimum & maximum* S *his attractionibus, perinde atque cætera, agitetur, quam si vel non attractum quiescat, vel multo magis vel multo minus attractum aut multo magis aut multo minus agitetur.*

Ex præcedente liquet centrum, ad quod corpus exterius P urgetur, proximum esse centro gravitatis interiorum S & M. Si coincideret centrum illud cum hoc centro communi, & quiesceret commune gravitatis centrum trium S, M & P; describeret P ex una parte, & ipsorum S & M commune centrum ex altera, Ellipses accuratas circa commune trium centrum gravitatis quiescens tanquam umbilicum communem, per Corol. 2. Prop. LI. Et proinde minima erit dicti (in Ellipsibus) motûs perturbatio, ubi prædictum commune centrum gravitatis trium S, M & P quiescit: Quiescit vero illud, si corpus S perinde atque cætera agitetur; ut superius dictum est. Et igitur minima erit perturbatio, ubi S lege cæterorum attrahitur. Quod erat demonstrandum.

Corollarium.

Eodem modo, si corpora plura minora revolvantur circa maximum, colligere licet quod Orbitæ descriptæ propius accedent ad Ellipticas, & arearum descriptiones fiunt magis æquabiles, si corpora omnia viribus acceleratricibus, quæ sunt ut eorum massæ directè & quadrata distantiarum inversè, se mutuo trahant, (nam hoc est agitari perinde atque cætera, positâ lege attractionum, quæ in Propositione ponitur;) & Orbitæ cujusque umbilicus collocetur in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum, quam si corpus maximum quiescat, & statuatur communis umbilicus Orbitarum omnium.

PROPOSITIO LVII.

Corpora plura, quorum vires acceleratrices ad se mutuo sunt inverse in duplicata ratione distantiarum ab eorundem centris, moveri possunt in Ellipsibus circa magnum, & radiis ad illud ductis areas describere temporibus proportionales quamproxime.

Supponantur corpora plura minora P, *p*, π circa magnum aliquod S revolvi: & quoniam omnium commune centrum gravitatis, ab actionibus corporum horum in se mutuo, non mutat statum suum motûs vel quietis; (ut superius explicatum,) & illa ab omni externa agitatione aut impedimento immunia supponimus; quiescere poterit illud centrum. Si jam ponamus corpora minora P, *p*, π tam parva esse respectu magni S, ut hoc nunquam distet sensibiliter à dicto communi gravitatis centro, tum magnum illud S quiescet quamproxime; minora autem revolventur circa hoc magnum in Ellipsibus, in quorum umbilico communi magnum istud locatur: atque ideo, radiis ad illud ductis describent areas temporibus proportionales; nisi quatenus errores inducuntur, vel per aberrationem maximi à communi isto gravitatis centro, vel per attractiones minorum corporum ad se mutuo. Diminui autem possunt corpora minora, donec aberratio ista & attractiones mutuæ sint datis quibusvis minores. Et igitur corpora plura moveri possunt circa magnum in Ellipsibus, & radiis ad illius centrum ductis areas describere temporibus proportionales, ita ut errores commissi (quominus sc. ista exacte fiant,) sint datis quibusvis minores; hoc est, quamproxime. Quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO LVIII.

Ex actione mutua Solis & cujusvis Planetæ primarii, Planeta describit Ellipsin, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ. Ex actione vero Planetarum primariorum in se mutuo, cujusque Orbita est quamproxime Ellipsis, cujus umbilicus est commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum se inferiorum.

Si Planetæ primarii graves essent in Solem; non autem Sol in Planetas, Planeta quisque describeret Ellipsin circa immotum Solis centrum, ceu umbilicum descriptam; ut Prop. XLII. ostensum est. Et, si Planetarum massæ prorsus essent insensibiles respectu massæ Solis, idem obtineret quamproxime, per præcedentem: & hunc esse fere casum systematis Solaris liquet ex Prop. XXXIV. Quoniam vero (per Corol. Prop. XLVII.) non tantum Sol gravis est in Planetam, sed etiam Planeta in Solem, & porro Planeta non est massæ prorsus minimæ respectu Solis; Planeta quivis (per Corol. 2. Prop. LI.) describit

bit Ellipſin, cujus umbilicus eſt commune centrum gravitatis Solis & dicti Planetæ: & (per Prop. LIV.) major hujus Ellipſis axis excedit axem majorem Ellipſis, quam Planeta circa immotum Solem eodem vel pari tempore deſcriberet, in ſubtriplicata ratione ſummæ maſſarum Solis & Planetæ ad maſſam Solis.

Porro, quoniam (per prædictum Corol. Prop. XLVII.) Planetæ etiam graves ſunt in ſe mutuo, & Sol iiſdem attractionibus agitatur quibus Planetæ; Mercurius (per Prop. L.) quamproxime deſcribet Ellipſin umbilicum in centro Solis habentem; Venus Ellipſin, cujus focus eſt in communi centro gravitatis Solis & Mercurii: & ita porro, quiſque Primarius deſcribet Ellipſin, cujus focus eſt in communi centro gravitatis Solis & omnium ſe inferiorum. Atque hoc modo actiones Planetarum primariorum in ſe mutuo conſiderantur, & ad normam reducuntur.

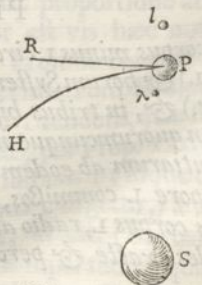
SECTIO IX.

De Motu Syſtematis corporum circa corpus aliud revolventis; quæ omnia ad ſyſtema Solis, & Planetarum primariorum & ſecundariorum applicantur.

PROPOSITIO LIX.

Syſtematis gravium duorum vel plurium circa ſe mutuo revolventium in Ellipſibus, commune centrum gravitatis moveri poteſt in Ellipſi, aut alia Sectione coni, circa aliud maximum in Ellipſis umbilico poſitum, &, radiis ad umbilicum ductis, areas deſcribere temporibus proportionales quamproxime.

Ponamus Syſtema corporum duorum circum ſe mutuo (ut in Cor. 2. Prop. LI.) revolventium, aliudve corporum minorum L, *l*, λ, (modo Prop. LVII. deſcripto) circa magnum P revolventium Syſtema progredi uniformiter in directum, quod fieri poſſe palam eſt; (hoc eſt, ejus centrum gravitatis commune progredi ſecundum rectam puta PR;) & interea vi corporis alterius maximi, & ad magnam diſtantiam poſiti (puta S) urgeri ad latus, & à recta PR retrahi & in curvam PH cogi. Et quoniam æquales vires acceleratrices ſecundum rectas parallelas impreſſæ non mutant ſitum corporum ad ſe invicem; ſed ut Syſtema totum, ſervatis partium motibus inter ſe, ſimul transferatur, efficiunt: manifeſtum eſt quod, ex attractionibus in corpus maximum S, nulla prorſus orietur mutatio motûs attractorum inter ſe, niſi ex attractionum acceleratricium inæqualitate, vel ex inclinatione linearum ad ſe invicem, ſecundum quas attractiones fiunt. Augeri vero poteſt corporis maximi diſtantia,



distantia, donec rectarum ab illo ad corpora Systematis moti (nempe magnum P, & minora L, *l*, λ) ductarum differentiæ, respectu ipsarum ductarum, & inclinationes ad se invicem, minores sunt quam datæ quævis. Cumque attractiones omnes acceleratrices versus s, ex hypothesi gravitatis, sint reciproce ut quadrata distantiarum; hæ (in hoc casu) differunt à viribus æqualibus, differentiâ minore quâlibet datâ: & ideo perseverabunt motus partium Systematis P cum suis L, *l*, λ, inter se eodem tenore quo prius, antequam maximum s Systema istud attraheret; saltem errores erunt quibuslibet datis minores; totumque Systema ad modum corporis unius attractum, sui centro gravitatis, (in quo totum Systema gravium P & L, *l*, λ, ut in aliis casibus physicis, unitum & contractum intelligitur;) describet Sectionem conicam, cujus umbilicus est s; & radio ad maximum illud ducto areas describet temporibus proportionales: Et errores qui adhuc supersunt, per auctam corporis s distantiam, possunt pro libitu minui. Moveri ergo potest centrum gravitatis Systematis corporum P & L, *l*, λ in Ellipsi quamproxime. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Cum Systema corporum duorum circum se mutuo revolventium, vel corporis magni cum minoribus revolventibus, circa maximum movetur; eo magis turbabitur motus partium Systematis inter se, quo propius accedit corpus maximum ad dictum Systema: propterea quod linearum à corpore maximo ad partes istas ductarum major est inclinatio, majorque rationis inæqualitas; &, uno verbo, quia magis receditur à casu ubi perturbatio est nulla; nempe quando corpus s infinite distat.

COROLLARIUM 2.

Unde è contrario, si Systematis corporis P & minorum revolventium L, *l*, λ partes in Ellipsibus vel Circulis sine perturbatione insigni moveantur; manifestum est, quod eædem à viribus acceleratricibus, ad alia corpora tendentibus, aut non urgentur nisi levissime, aut urgentur æqualiter, & secundum rectas parallelas quamproxime.

PROPOSITIO LX.

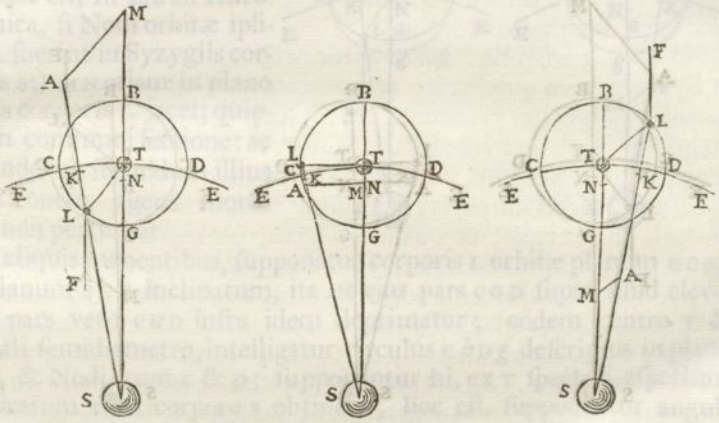
SI corpus minus L *circa magnum* T *revolvatur, (ut in Corol.* 2. *Prop.* LI.) *& horum Systema revolvatur circa maximum* S, *(ut in præcedente,) &, in tribus hisce corporibus, attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium sint inter se reciproce ut quadrata distantiarum ab eodem; propositum sit generatim ostendere Errores à corpore* L *commissos, horumque causas & rationes; nempe quo-minus corpus* L, *radio ad* T *ducto, areas describat temporibus proportionales exacte, & percurrat perimetrum Ellipsis, cujus focus alter* T.

Quoniam corpus L nunc magis nunc minus distat à corpore s, sit s K ejus mediocris distantia; quæ etiam exponat attractionem acceleratricem corporis L versus s in ista media distantia. Assumatur

ad

ad libitum L locus corporis minimi in ſua orbita BCGD: ſumaturque in SL, eave producta, recta SA talis, ut hæc ſit ad SK in duplicata ratione ipſius SK ad SL, quæ proinde exponet attractionem acceleratricem corporis L verſus S, dum in puncto aſſumpto L verſatur; quia, ex hypotheſi, vis acceleratrix in L eſt ad vim acceleratricem in K in duplicata ratione ipſius SK ad SL; hoc eſt, (per conſtructionem,) ut SA ad SK. Jungatur TL, & per A huic parallela ducatur AM, rectæ ST occurrens in M.

Corporis in L verſus S attractio SA reſolvitur (ut notum eſt) in attractiones AM, MS. Quare corpus L urgebitur vi acceleratrice triplici: unâ tendente ad T, & oriundâ à mutua attractione corporum L & T; hâc vi ſolâ, corpus L, radio LT ad centrum corporis T ducto, deſcriberet areas temporibus proportionales, & percurreret Ellipſin, cujus umbilicus alter eſt in dicto centro. Vis altera, quâ L urgetur, exponitur per AM, eſtque ejus directioni AM parallela; quæ, quoniam tendit ab L ad T, adjuncta vi priori unam cum illa conficiet, quâ



fiet, ut areæ radio ad T ducto etiamnum temporibus proportionales deſcribantur, per Corol. I. Prop. LI. At quoniam vis hæc ut AM non eſt quadrato diſtantiæ LT reciproce proportionalis, vis compoſita ex illa & priori talis non erit; ſed ab hac proportione abludet, idque eo magis (cæteris paribus) quo major eſt vis hæc nova per AM repræſentata, quæ priori ſuperadditur. Proinde corpus L quod à compoſita hac vi urgetur, non deſcribet perimetrum Ellipſis, cujus focus eſt T: (ad hoc enim requiritur vis ad T tendens, quæ ſit quadrato diſtantiæ ab illo reciproce proportionalis, per Prop. XXXIX.) ſed faciet ut orbis LGB aberret ab Ellipſi, cui umbilicus T; idque eo magis quo magis aberrat vis hæc compoſita, (quâ L urgetur,) à vi quadrato diſtantiæ à T reciproce proportionali; id eſt, (ut hactenus oſtenſum,) quo major eſt, cæteris paribus, vis ſuperaddita quam refert AM, reſpectu vis primæ quâ L à T attrahitur. Rurſus vis tertia quâ urgetur corpus L, quam exponit recta MS, ſecundum hujus directionem; (nempe ſecundum LF ad MS parallelam) agens, viribus

viribus prioribus ſuperaddita componet vim quæ non dirigitur ab L verſus T; ſed ſecundum rectam inde verſus F declinantem magis aut minus, pro ratione tertiæ hujus vis ad ſummam virium priorum. Et ideo, vis integra (ex tribus compoſita) quâ L urgetur, cum ad T non tendat; (per Prop. XI.) faciet ut corpus L, radio L T, areas temporibus non proportionales deſcribat. Atque aberratio ab iſta ſimilitudine rationum inter areas deſcriptas & tempora quibus deſcribuntur tanto erit major, quanto major eſt ratio tertiæ hujus vis ſecundum L F agentis ad vires priores. Porro, ſuperadditio vis hujus tertiæ deformitatem etiam in figuram Ellipticam orbitæ duplici de cauſa inducet, cum quod non dirigitur ab L ad T, tum quod non eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ; deformitaſque tanto eſt major, quanto, cæteris paribus, vis hæc M S major eſt. In recta S T (ab S verſus T) ſumatur S N, quæ ſit ad S K in duplicata ratione ipſius S K ad S T; exponetur corporis T attractio acceleratrix verſus S per rectam S N. Si attractiones acceleratrices S M, S N æquales ſint, (ut in

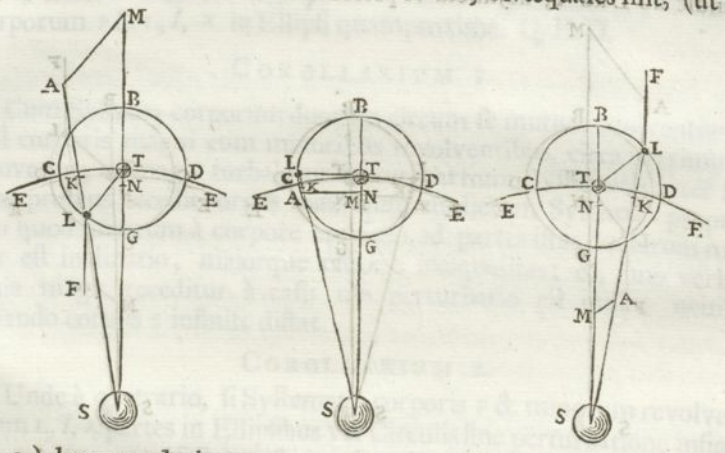


fig. 2,) hæ, agendo in corpora T & L æqualiter & ſecundum rectas parallelas, nil mutabunt eorum ſitum ad ſe invicem: ſed, corporibus S & T factis propioribus, ipſorum T & L iidem erunt motus inter ſe, ac ſi iſtæ attractiones prorſus abeſſent. Verum ſi attractio acceleratrix S N minor ſit attractione acceleratrice S M, (ut in fig. 1,) illa, hujuſque pars illi æqualis ſe mutuo (ut in caſu præcedente dictum eſt,) ad eum ſtatum reducent, ac ſi abeſſet utraque, & maneret harum differentia, ſive vis acceleratricis S M pars per M N expoſita; quæ proinde arearum & temporum proportionem, & orbitæ G C B D figuram Ellipticam perturbat. Sin S N excedat S M, (ut in fig. 3,) illarum intervallum M N denotat differentiam illam virium acceleratricium, quâ dictæ arearum deſcriptarum & temporum deſcribendi proportio, & orbitæ G C B D forma Elliptica perturbantur. Et igitur, per attractionem N S, attractio tertia S M ſemper reducitur ad M N, quæ ab M ad N, ſive ab L verſus F, vires ſuas exerit, prioribus viribus prorſus immutatis. Atque hæ ſunt vires generatrices Errorum corporis L. Q. E. I.

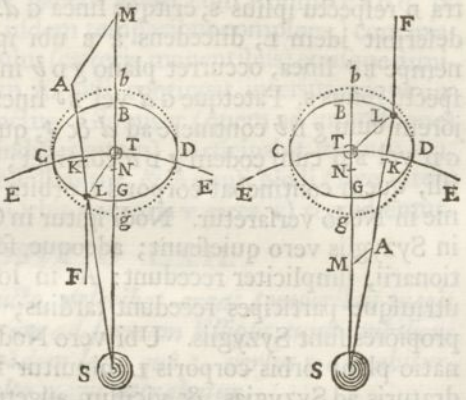
PRO-

PROPOSITIO LXI.

Iisdem positis, propositum sit corporis minoris L *circa magnum* T *revolventis, non in eodem plano in quo* T *circa maximum* S *revolvitur, Errores quosdam, ex dictorum planorum inclinatione ortos, eorumque causas & rationes exponere.*

Ex Prop. præc. demonstratione patet Errores omnes corporis L ex viribus per rectas AM, MN repræsentatis oriri. Quia autem harum altera AM agit secundum rectam LT, quæ in plano Orbis corporis L jacet, vis secundum illius directionem agens motum ipsius L in latitudinem nunquam perturbat.

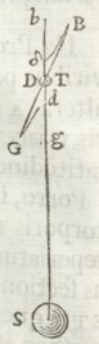
Porro, si talis fuerit orbitæ corporis L situs, ut corpus S reperiatur in communi illius sectione cum plano orbis ETE, quem T describit circa S; (hoc est, in phrasi Astronomica, si Nodi orbitæ ipsius L fuerint in Syzygiis corporis S;) MN etiam in plano orbis corporis L jacet; quippe in communi sectione: ac proinde vis secundum illius directionem agens motus hos non perturbat.



Reliquis manentibus, supponatur corporis L orbitæ planum GCBD ad planum SET inclinatum, ita ut ejus pars CGD supra illud elevetur, pars vero CBD infra idem deprimatur; eodem centro T & æquali semidiametro, intelligatur circulus c*b*D*g* descriptus in plano SET, & Nodi erunt c & D: supponantur hi, ex T spectati, aspectum quadratum cum corpore S obtinere; hoc est, supponantur anguli STD, STC recti. In casu motûs corporis L per semicirculum CGD, (vid. fig. 1.) corporis L vis ut MN, cum directione MN (hoc est, ab L ad F) agens trahit corpus ex sua orbita CGD versus c*g*D; id est, Latitudinem corporis L (à plano c*g*D computatam) minuit: & corpus L, recedendo perpetuo versus plagam S à plano CGD, usque dum perventum fuerit ad Nodum proximum, non transit planum ETS sive c*g*D in puncto in quo illud prius transierat, sed paulo citra illud; Nodumque orbitæ, à se nunc descriptæ, efficit paululum in antecedentia respectu Nodi D orbitæ CGD, quam absque hâc vi MN descripsisset. Similiter in transitu à Nodo D ad nodum c per semicirculum DBc, (cui casui fig. 2. est accommodata,) vis ut MN agens secundum directionem MN, sive ab L versus F, facit ut corpus L perpetuo recedat ab orbita DBC, aliamque describat ad D*b*c in minori angulo inclinatam, & ut planum D*b*c transeat citius quam in c; hoc est, quam feciisset si vis MN non adfuisset; & hoc pacto fiet

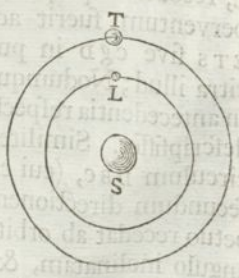
novus Nodi locus in antecedentia vergens rurſuſque peragrando orbitæ ſuæ partem CGD verſus conjunctionem cum corpore S, Nodus proximus in antecedentiam recedet ut prius.

Porro, deſignet (oculo nempe in linea Nodorum producta collocato,) SgT*b* planum orbis corporis T circa S revolventis, GDB planum orbis corporis L, dum hoc angulo minimo, nempe GDg vel BD*b*, ad illud inclinatur; quod contingit (ut hactenus eſt oſtenſum) ubi corpus L ex T viſum eſt in Syzygiis corporis S. Cumque etiam hactenus fit oſtenſum Nodos orbitæ corporis minimi L vergere in antecedentia; orbita quam corpus L, diſcedens à G ubi ex T viſum conjungebatur cum S, porro deſcribit, occurret ipſi *g* D *b* citra D reſpectu ipſius S, eritque linea G *d*. Et orbita quam deſcribit idem L, diſcedens à B ubi ipſi S opponebatur, nempe B♪ linea, occurret plano *g* D *b* in ♪; ſc. ultra D reſpectu ipſius S. Patetque G *d* vel B♪ lineam angulum majorem cum *g* D *b* continere ad *d* & ♪, quam eſt ille quem GD vel B D cum eodem *g* D *b* continet; æqualem circiter illi, quem continebat corporis L orbita cum *g* D *b*, quando L proxime in Nodo verſaretur. Nodi igitur in Quadraturis poſiti recedunt, in Syzygiis vero quieſcunt; adeoque, ſemper vel retrogradi vel ſtationarii, ſimpliciter recedunt: At in locis intermediis, conditionis utriuſque participes recedunt tardius; & quidem eo tardius quo propiores ſunt Syzygiis. Ubi vero Nodi ſunt in Quadraturis, inclinatio plani orbis corporis L minuitur in tranſitu corporis L à Quadraturis ad Syzygias, & viciſſim augetur in ejuſdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas: (Nam linearum G *d*, B♪ partes verſus *d* & ♪ majori angulo inclinantur ad *g* D *b*, quam earum partes verſus G & B; & corporis Orbita ad quodvis momentum cenſenda eſt lineola, quam illud eo momento deſcribit; & Orbis planum illud eſt quod per dictam lineolam, & corporis T centrum traducitur.) Et ideo, corpore L in Syzygiis exiſtente, orbis inclinatio evadit omnium minima, reditque ad priorem magnitudinem circiter, ubi corpus ad Nodum proximum accedit. Atque hi ſunt præcipui Errores ex planorum inclinatione oriundi. Q. E. I.



SCHOLIUM.

Hæc eadem obtinent licet L non revolvatur circa T; ſed utrumque T & L circa S tanquam centrum. Nam in hoc caſu extimum T effectus edit corporis S; & S una cum L circum illud revoluto, vices gerit ipſius T & circum-revoluti L in præcedentibus. Demonſtratio enim eadem eſt ſive corpus perturbans moveatur ſive non.



COROL-

COROLLARIUM.

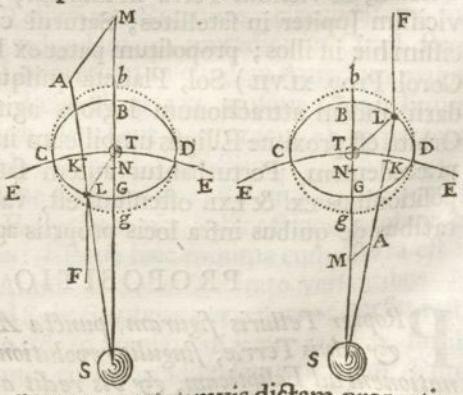
Iisdem legibus, quibus corpus L circum T revolvitur, fingamus corpora plura circa idem T ad æquales ab illo distantias ferri; deinde ex his multiplicatis & tandem contiguis factis conflari Annulum rotundum & rigidum CBDG corpori T concentricum: & singulæ Annuli partes motus suos omnes (qui à rigiditate non impediuntur,) ad legem corporis L peragent. Et ideo Annuli CBDG Nodi C & D quiescunt, quando sunt in Syzygiis corporis S: & extra has movebuntur in antecedentia, velocissime quidem in Quadraturis, tardius aliis in locis: & Annuli inclinatio mutabitur, (oscillante ejus axe,) prout de Orbita GCBD ostensum est in Propositione.

Si jam Globus T (eundem habens axem cum Annulo CBDG, & gyros suos circa illum axem iisdem temporibus complens,) concipiatur eousque auctus, vel Annulus (cæteris manentibus) eousque diminutus, ut Globus superficiem Annuli contingat interius, eique inhæreat; quippe illo arcte cinctus: Globus T (quem ad impressiones omnes supponimus prorsus indifferentem) participabit motum Annuli, & utriusque compages oscillabitur, & Annuli Nodi (sive intersectiones ejusdem cum plano Orbis corporis T circa S) regredientur.

PROPOSITIO LXII.

CORPUS L, *radio ad* T *ducto, describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis, cujus umbilicus* T, *magis accedentem; si* T *eâdem lege, quâ* L, *versus* S *attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur.*

Nam, per præcedentem, pertubatio proportionalitatis arearum & temporum, & deformitas figuræ Orbitæ oriuntur præcipue à vi per MN repræsentata. Et igitur areæ ac tempora ad proportionalitatem, & Orbita GCBD ad figuram Ellipticam tum maxime accedunt, ubi MN vel nulla est, vel quam fieri potest parva: hoc est, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices SM, SN (quarum differentia MN) sunt fere æquales; sive, quod non multum abludit, ubi corporum L & T attractiones acceleratrices factæ versus S accedunt, quantum fieri potest, ad æqualitatem: (Nam etiam altera pars attractionis acceleratricis corporis L ad S per SA expositæ, nempe AM, quamvis dictam proportionalitatem omnino non turbat, tamen Ellipticam figuram deformem reddit;) id est, ubi SN, attractio acceleratrix corporis T versus S, non est nulla; (nam ex superius ostensis attractio SM ad minorem MN



reducitur per SN attractionem,) neque minor minimâ attractionum omnium SM, (alias MN esset in omni situ corporis L magna nimis,) sed inter omnium SM maximam & minimam quasi media; hoc est, non multo major neque multo minor attractione SK. Itaque corpus L radio ad T ducto describet areas temporibus magis proportionales, & figuram ad formam Ellipsis magis accedentem, si T eâdem lege, quâ L, versus S attrahitur, quam si multo minus aut multo magis attrahatur. Quod erat demonstrandum.

Hæc eadem obtinent si, reliquis manentibus, corpus L non revolvatur circa T; sed utrumque T & L circa S. Nam, ut in præcedente dictum est, demonstratio eadem est sive corpus perturbans moveatur sive non.

SCHOLIUM.

Similiter colligetur quod, si Systema corporum P & L, *l*, λ circa S revolvatur; (ut in Prop. LIX.) Orbitæ descriptæ propius accedent ad Ellipticas, si corpora omnia iisdem attractionum legibus agitentur, quam si quovis modo dictæ leges non obtineant: & commune gravitatis centrum corporum P, L, *l*, λ Orbitam describet, cujus umbilicus est in communi centro gravitatis corporum omnium interiorum; ut in Corol. Prop. LVI.

PROPOSITIO LXIII.

EX actione mutua Telluris & Lunæ, illarum commune centrum gravitatis in Orbe magno circa Solem movetur. Similiter commune centrum gravitatis Jovis ejusque satellitum, & Saturni comitumque Saturniorum, in Orbitis Jovis & Saturni, Prop. LVIII. *definitis, feruntur.*

Quoniam (per Propositiones XLVI. & XLVII.) Luna gravis est in Terram, & vicissim Terra in Lunam; Jovis satellites in Jovem, & vicissim Jupiter in satellites; Saturni comites in Saturnum, & vicissim hic in illos; propositum patet ex Prop. LIX. Et quoniam (per Corol. Prop. XLVII.) Sol, Planeta quisque primarius, ejusque secundarii iisdem attractionum legibus agitantur, secundarii cujusque Orbita est proxime Ellipsis umbilicum in primarii centro habens, per præcedentem. Perturbantur autem satellitum motus, ut in Propositionibus LX. & LXI. ostensum est, variisque afficientur inæqualitatibus de quibus infra locis propriis agetur.

PROPOSITIO LXIV.

PROpter Telluris figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur; & Axis Terræ, singulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Ecliptican, & bis redit ad inclinationem priorem.

Propositione XXXIII. axem Terræ consideravimus quasi sibi perpetuo quam exactissime parallelum; quia tunc unius tantum annuæ revolutionis Phænomena erant explicanda, quo temporis spatio paralle-

ralleliſmum ſuum quamproxime conſervat. Verum, propter Telluris figuram Sphæroidem prolatam, ex cauſis Prop. XXXI. indicatis ortam, res paulo aliter ſe habebit. Sit ♈♋♎♑ Orbita Telluris circa Solem ☉, A E B Q ipſa Tellus, cujus poli A & B, Æquator E Q. Et quoniam (per Prop. XXXI.) Terra eſt figuræ Sphæroideos prolatæ, (depreſſæ ad polos A & B, & verſus æquatorem E Q elevatæ,) erit hæc inſtar Globi Annulo inhærentis: ſupplet enim vicem Annuli iſte materiæ exceſſus in regionibus Æquatoris. Et igitur (per Corol. Prop. LXI.) Annuli hujus Nodi regredientur: hoc eſt, Tellus digreſſa à ♎, (ubi communis interſectio Eclipticæ & terreſtris Æquatoris verſus Solem ☉ dirigitur, ac proinde Sol in Æquatore cœleſti viſus Æquinoctium efficit,) per ♑ verſus ♈, prius ad Nodum ♈ pertinget, quam ad ♈ punctum ipſi ♎ oppoſitum pervenerit: & Tellus ab ♈ per ♋ verſus ♎ progreſſa prius ad novum Nodum ♎ perveniet, quam ad ♎, ubi in priore revolutione erat Nodus: id eſt, Æquatoris Terreſtris planum productum per Solem prius tranſibit, quam Telluris centrum ad ♎ pertingat. Sed tum celebratur Æquinoctium, cum Sol in plano Æquatoris Terreſtris reperitur; (ut fuſe ſupra ad Prop. XXXIII. oſtenſum eſt;) illaque pro punctis Æquinoctialibus recte habentur, in quibus Sol videtur tempore Æquinoctiorum. Quare patet puncta Æquinoctialia, & cum his omnia Eclipticæ puncta quatenus nominibus inſigniuntur, (quippe ab Æquinoctialibus pendentia & inde numerata,) regredi videri, ſive in antecedentia moveri; ſi Stellæ Fixæ pro immotis habeantur. Verum ſi Eclipticæ puncta pro immotis habeantur, Fixæ tantundem in conſequentia moveri cenſebuntur.



Punctorum Æquinoctialium regreſſus hactenus explicatus ab actione Solis in Annulum Telluri ad Æquatorem circundatum, ſive materiam ad Æquatorem redundantem, procedit; ut Corol. Prop. LXI. oſtenſum eſt: Sed & Lunæ etiam in eundem Annulum magnæ ſunt vires, ut ex Scholio dictæ Prop. LXI. ejuſque Corol. liquet; nam cum hæc in Eclipticæ plano aut non procul ab eo perpetuo hæreat, in eundem cum Sole conſpirabit effectum.

Porro, in ſemi-revolutione Telluris circa Solem à ♎ per ♑ ad ♈, inclinatio Æquatoris ad Eclipticam per Solis actionem minor eſt quam cum Tellus erat in ♎: Eſtque hæc minima cum Terra eſt in ♑, (per Prop. LXI.) Nodis Annuli in Solis Quadrato verſantibus. Et cum Tellus ad ♈, & Nodi ad Solis Syzygias pervenerunt, rurſus reſtituitur præcedens inclinatio: & in tranſitu ab ♈ per ♋ ad ♎, ſimilis dictæ inclinationis imminutio rurſus accidit; ſimulque cum Æquatore Telluris Axis oſcillatur. Axis igitur Terræ, ſingulis revolutionibus annuis, bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem; quod & ſingulis menſibus periodicis, bis quoque ex actione Lunæ fiet. Oſcillatio vero hæc vix erit ſenſi-

bilis, dum interim regreſſus punctorum Eclipticæ eſt omnibus notus, licet ab iiſdem viribus ortus. Nam, in ſingulis Æquinoctiis, Axis Terræ inclinatio ad Eclipticam redit ad priorem magnitudinem, & decurſu annorum ſenſibilior non evadit: regreſſus vero punctorum Eclipticæ continuo fit verſus anteriora, nec unquam in priſtinum locum reſtituuntur Æquinoctialia puncta, niſi poſt perfectum integrum circulum. Et quæ in uno anno, aut ſemiſſe anni, (quo temporis ſpatio tota inclinationis Axis Terræ mutatio finitur,) inſenſibilis prorſus eſt mutatio, plurium annorum decurſu ſatis fit ſenſibilis; cum ſemper ad eaſdem partes fiat. Propter Telluris igitur figuram, puncta Æquinoctialia regrediuntur, & Axis Terræ ſingulis annis bis mutat inclinationem ad Eclipticam, & bis redit ad inclinationem priorem. Q. E. D.

PROPOSITIO LXV.

Commune centrum gravitatis Solis omniumque Planetarum & Cometarum quieſcit; quod proinde pro centro Syſtematis Solaris, ipſiuſque adeo Mundi, habendum eſt.

Demonſtratum eſt à Philoſophis Prop. L. citatis, commune gravitatis centrum, ab actionibus corporum in ſe invicem, non mutare ſtatum ſuum motûs vel quietis: ſed Syſtematis corporum plurium eandem eſſe legem atque corporis ſolitarii, quoad perſeverantiam in dicto ſtatu; cum tam illius quam hujus motus progreſſivus per motum centri gravitatis ſit æſtimandus. Syſtematis igitur Solaris commune centrum Gravitatis vel quieſcit, vel movetur uniformiter in directum; ſiquidem, excludendo vim externam, hic eſt ſtatus corporis ſolitarii. Poſterius dici nequit, cum ſic circumjectarum Fixarum aliæ fierent viciniores quam prius, aliæ remotiores; earumque proinde ſitus & ordo decurſu temporis ſenſibiliter mutaretur, contra obſervata. Cumque in præcedentibus oſtenſum ſit Solem, Planetas, & Cometas omnes graves eſſe in ſe mutuo, & proinde perpetuo agitari, (ſolo communi illorum centro gravitatis quieto manente,) patet illorum cujuſvis centrum mobile pro Syſtematis Solaris centro haberi non poſſe, ſed prædictum commune centrum Gravitatis immobile.

Quod ſi non punctum inviſibile prædictum, ſed corpus aliquod inſigne illi maxime propinquum, pro iſtius Syſtematis centro ſit habendum, erit illud Sol; quippe qui, propter ingentem materiæ quantitatem quam præ cæteris continet, à prædicto communi Gravitatis centro vix unquam diſtat ſenſibiliter.

Porro, ſi univerſæ corporum omnium compagi (ſive Mundo) figura competat, limiteſque ſtatuantur; aliud nullum Syſtema potiori jure ejus meditullium vendicat, quam Solare noſtrum: aliudque igitur nullum centrum, quam ſupra definitum, Mundo convenit. Quod erat demonſtrandum.

SECTIO

SECTIO X.

De Cauſis & Ratione motûs Planetarum à Philoſophis adductis.

EX poſito hactenus Mundi Syſtemate, generatim quidem & quatenus propoſito noſtro hucuſque ſufficit, & motuum magnorum Mundi corporum Causâ explicatâ, analogâ vel potius eâdem (uti decet) cum illa quam apud nos quotidie experimur; Gravitate nempe omnium corporum verſus omnia, cujus eadem eſt Lex atque Gravitatis noſtræ, vel alterius Virtutis cujuſvis naturalis per rectas lineas in uno puncto concurrentes propagatæ; hoc eſt, jactis præcipuis Aſtronomiæ Phyſicæ fundamentis, Ordo poſtulat, ut eorundem effectuum Cauſas & Rationes Phyſicas ab aliis adductas etiam conſideremus, ſimul & diſpiciamus num illæ, æque ac ſuperius explicatæ, quæſito ſatisfaciant. Per cauſas vero, de quibus hic eſt ſermo, non intelligimus ultimas illas, quarum nullæ rurſus ſunt cauſæ; ſed quales apud nos experimur, quarumque vires calculo æſtimare valemus, earumque proprietates, ſicut & aliarum quarumvis quantitatum, geometrice inveſtigare; qualis eſt Lux, ex cujus conſideratione variæ ortæ ſunt ſcientiæ, Optica nempe, Catoptrica & Dioptrica; Gravitas, cujus ſymptomata conſiderat Statica, omniſque ferme Mechanica: quamvis neque Lucis neque Gravitatis rationes ultimas norint iſtarum ſcientiarum cultores, neque olim noſcent.

Duæ ſunt celebriores Sectæ Philoſophiæ hujus Cœleſtis, quæ motûs corporum Mundanorum cauſas explicare conatur; *Kepleriana* nempe & *Carteſiana*: Nam de illa, quæ ſolidos orbes in cœlos invexit & intelligentias illis rotandis præfixit, non opus eſt nunc verba facere, cum & parum Philoſophica ſit & à ſuperioris ſæculi Aſtronomis plus ſatis confutata. Utramque breviter deſcribemus, & rationes ſubnectemus cur neutra ſit Cœleſtis, oſtendendo quod corporum, ut Philoſophi illi volunt, motorum non erunt eædem Leges quæ in corporibus Cœleſtibus obtinere deprehenduntur. Et primo quidem *Keplerianam Phyſicam, Lib.* IV. *Epiſt. Aſtr. Copernicanæ* traditam, breviter ſuis plerumque verbis explicabimus.

PROPOSITIO LXVI.

KEpleri *Phyſicam Cœleſtem, ſive Cauſam & Rationem, cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam adduxit* Jo. Keplerus, *ſummatim & breviter explicare.*

Summus hic Aſtronomus vult Solis ingens corpus, cætera immotum, in ipſo rerum exordio ab Omnipotentia creatrice fuiſſe in gyrum actum circa axem poſitione datum; & ne ex inertia materiæ paulatim langueat hic motus, illum perpetuâ vel Creatoris vel Animæ ad hoc deſtinatæ Curâ ſuſtentatum eſſe: quod etiam in Telluris

&

& aliis univerſi globis circa proprios axes rotatis obtinere vult. Sol, gyratione hâc Corporis ſui, circumferens ſpeciem ſui Corporis immateriatam per ampliſſima Mundi ſpatia, Planetas illâ prehenſos, more vectis, una circumfert. Species hæc eſt Solis virtus per lineas rectas in omnem Mundi amplitudinem emiſſâ, quæ, eo ipſo quod ſpecies eſt corporis, una cum corpore Solis rotatur inſtar rapidiſſimi vorticis, totam illam circuitûs amplitudinem, ad quantamcunque pertingit, æque celeriter pervagans atque Sol circa axem ſe convertit; & proinde Planetam flumini huic quaſi immerſum ſecum vehit. Advertendum porro, præter hanc vim in Sole vectoriam, eſſe etiam naturalem inertiam in Planetis ipſis ad motum, quâ ſit ut inclinati ſint, materiæ ratione, ad manendum in loco ſuo. Pugnant igitur inter ſe potentia Solis vectoria, & inertia Planetæ materialis. Utraque ſuam partem habet victoriæ; illa Planetam ſede ſua emovet, hæc ſuum, hoc eſt Planetæ corpus, nonnihil eripit è vinculis illis, quibus à Sole erat prehenſum, ut ab alia atque alia circularis hujus virtutis parte apprehendatur: ab ea ſc. quæ proxime ſuccedit illi, ex qua Planeta ſe modo extricaverat. Et quia virtus iſta Planetam vehens, ex corpore Solis effluens, eoſdem imbecillitatis gradus habet in diverſis intervallis quos habet ipſa Lux; potentia hæc vectoria, more illuminationis, de creſcit creſcente diſtantia à Sole: unde Planetam ad majorem à Sole diſtantiam poſitum tardius circumvehet, & proinde illius tempus periodicum, ex hoc capite, majus conſtituet. Porro, cum ſimilis potentia vectoria ex corpore Planetæ cujuſvis, circa axem proprium moti, etiam propagetur; fiet ut hæc Planetas ſecundarios, quos in flumine hoc vorticis immateriati offendit merſos, etiam ſimiliter deferat; qui Primarium ſuum rurſus non deſerent, quippe qui à ſpecie corporis Solaris circa Solem, æque ac primarii, & una cum illis, deferuntur. Atque hiſce ſolis poſitis, patet primarios Planetas circa Solem deferendos in circulis Soli concentricis, in plano circuli in Sole maximi inter Polos medii, & ſecundarios ſimiliter circa ſuos Primarios.

PROPOSITIO LXVII.

MOdum, quo ex allatis principiis Keplerus *deducit periodica Planetarum tempora reperiri exactiſſime in proportione ſuorum orbium ſeu circulorum ſeſquialterâ, explicare.*

Proportionem hanc in corporibus Cœleſtibus obtinere primus obſervavit *Keplerus*, magno Aſtronomiæ veræque Phyſicæ commodo; quod nempe, in rotatione Planetarum primariorum circa Solem, & ſecundariorum circa Primarium quemque, Quadrata temporum periodicorum eandem habeant proportionem quam Cubi ſemidiametrorum ſuorum orbium ſive diſtantiarum à Sole; ſumendo nempe diſtantias mediocres, & abſtrahendo ab excentricitate. Hanc autem ex ſuis principiis modo ſequenti deduxit. Cum Solis potentia vectoria (quâ Planetæ circumducuntur à vortice immateriato

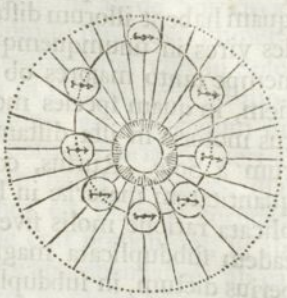
riato ſive flumine ſpeciei Solaris,) more illuminationis decreſcat creſcente diſtantiâ à fonte ſive Sole, (hoc eſt, in ratione duplicata diſtantiæ,) & vires ſuas ſecundum unam dimenſionem (nempe in longum) tantum exerat; Potentia hæc vectoria in hoc effectu producendo (Planetam nempe circumducendo) minuetur in ſimpla tantum ratione diſtantiæ à Sole auctæ: Cumque (ex rationibus archetypicis) ponat moles corporum Planetariorum eandem habere rationem quam habent illorum diſtantiæ à Sole; potentia Solis vectoria æquales vires in unumquemque Planetam circumducendum impendet; nempe tanto majores ob majorem Planetæ molem ſive magnitudinem, in quam ſpecies motoria incurrit, quanto imbecillior eſt virtus motoria in iſta diſtantia, & in eadem ratione; diſtantiæ nimirum à Sole. Rurſus, concinnitate Geometricâ adductus, ſtatuit quantitatem materiæ in Planetis invicem comparatis eſſe in ſubduplicata ratione molis ſive magnitudinis; (atque ita denſitas erit in eadem ſubduplicata magnitudinis ratione inverſa,) hoc eſt, ut ſuperius dictum, in ſubduplicata ratione diſtantiæ à Sole. Cum ergo tempus periodicum in Planeta à Sole remotiore majus ſit quam in viciniore, propter majus iter, (id eſt, majorem Orbitam,) & etiam propter majorem materiæ copiam tranſportandam, (cætera vero æquale, quia æquales vires motorias in illos impenſas eſſe ſupra eſt oſtenſum,) & iter majus ſit in ratione diſtantiæ à Sole, & copia materiæ etiam major in ejuſdem diſtantiæ ratione ſubduplicata; ob utramque ſimul cauſam, remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum in ratione ex hiſce compoſita: Sed ratio compoſita ex ſimpla & ſubduplicata eſt ratio ſeſquialtera aut ſeſquiplicata: Quare remotioris Planetæ majus erit tempus periodicum quam vicinioris, in ratione ſeſquiplicata diſtantiarum à Sole; hoc eſt, Quadrata temporum periodicorum ſunt ut Cubi diſtantiarum à Sole. Quæ de ſecundariis circa primarium rotatis ſimiliter intelligenda ſunt.

PROPOSITIO LXVIII.

CAuſas, cur Planetarum Orbitæ Excentricæ ſunt, à Keplero *allatas explicare.*

Cum Planeta quivis ſit corpus Solis corpori cognatum, cujus pars altera (Magnetis more) Soli eſt amica, altera inimica; converſo Solis corpore, convertitur ſimul Virtus etiam illa Solis, quâ Planetam trahit vel repellit, prout pars ejus amica vel inimica Soli obvertitur; quemadmodum Magnete converſo, vis tractoria vel repellens in plagas mundi alias atque alias transfertur. Cumque Sol illâ virtute ſui corporis arripuerit Planetam, ſeu trahens illum, ſeu repellens, ſeu dubius inter utrumque, ſecum etiam circumducit illum; trahendo quippe & repellendo retinet, retinendo circumducit. E Magnetibus quidem noſtris quilibet duas habet plagas diverſæ virtutis, quarum unâ Magnes magnetem alterum ſecundum datam plagam attrahit; alterâ vero eundem repellit. In cœlo res paulo

aliter eſt comparata. Sol enim, non unâ plagâ, ſed omnibus ſui corporis partibus, facultatem hanc activam & energeticam poſſidet attrahendi vel repellendi Planetam. Itaque credibile eſt centrum corporis Solaris reſpondere uni extremitati vel plagæ Magnetis; ſuperficiem vero totam alteri Magnetis plagæ, cum totâ hâc & non unâ tantum plagâ Planetam ſecundum datam plagam attrahat vel repellat.



Hiſce ſtabilitis, palam eſt Planetæ corpus non in eadem ubique à Sole diſtantia circa Solem delatum iri; ſed dum plagam amicam Soli obvertit, toto illo tempore verſus Solem accedere propius, donec rectæ ſecundum plagam hanc ductæ, (hoc eſt, fibræ ſecundum quas virtus iſta trahens propagatur à Sole,) ſibi fere ubique parallelæ, non amplius ad Solem inclinantur, ſed recta à Sole ad Planetam ducta eſt fibris hiſce normalis: in quo caſu, cum Sol non amplius trahit, attractionis effectus (nempe Planetæ verſus Solem acceſſus) ceſſabit, & Planeta tum in maxima ad Solem propinquitate eſt ſive in Perihelio. Circumducto interim per ſuperius deſcriptam Solis potentiam vectoriam Planetâ, ejus plaga oppoſita & Soli inimica paulatim verſus Solem dirigitur, unde continuo repellitur Planeta à Sole; idque tamdiu fiet, donec neutra plaga verſus Solem inclinetur, ſed recta jungens Solem & Planetam fiat iterum ad fibras virtutis normalis; & tunc Planeta in Aphelio reperietur, quippe in maxima diſtantia, ad quam vis Solis repellens Planetam interim circumductum removere poteſt. Atque ope harum fibrarum ſic libratus Planeta, ut in altera Orbitæ ſuæ parte à Sole trahatur, in oppoſita vero inde pellatur, deſcribit Orbitam, circa Solem quidem, at non ut circa ſuum centrum; ſed Soli Excentricam. Rurſus, quia ſpecies corporis Solaris, motum Planetæ concilians, in ampliori circulo tenuior & imbecillior eſt in ratione diſtantiæ à Sole, quatenus hunc effectum producit, (ut in præc. Prop. oſtenſum eſt,) & interim Planeta ejuſdem maneat molis & denſitatis; quippe idem Planeta: patet celeritatem Planetæ diminui, cæteris paribus, in eadem ratione cum conſtipatione & denſitate virtutis vectoriæ Solis; hoc eſt, in inverſa ratione diſtantiæ à Sole. Porro, virtus Solis Planetam extrudens & trahens, quæ fit ſecundum lineas virtuoſas ex centro Solis exeuntes, & una cum Sole circumeuntes, (ut fit in reliquis operibus naturalibus,) fortis eſt in ratione ſinûs complementi anguli, quem radius Solis continet cum fibra per quam admittitur virtus Solaris intra Planetam: Et igitur Orbita hæc Excentrica non erit perfectus Circulus, ſed à lateribus paulo anguſtior & compreſſior Ellipſis evadit, cujus umbilicus alter eſt ipſe Sol. Sed & ex iiſdem principiis oſtendit Ellipſin circa Solem in umbilico poſitum ita deſcribi, ut æquales Areæ temporibus

æqualibus

æqualibus deſcribantur per radium ad Solem ductum, quem *Vectorem* nuncupat; & univerſaliter areas, quas verrit radius vector, eſſe proportionales temporibus quibus deſcribuntur.

Verum cum fibræ hæ libratoriæ, quarum ope Planetæ in altum librantur, ſibi ſemper in omni Planetæ circumductione quaſi parallelæ maneant, & (per ſupra oſtenſa) ita reſpectu univerſi totius inclinentur, ut cujuſque Planetæ Linea Apſidum perpendicularis ſit fibris hiſce, vel in plano orbis Planetæ vel in ſitu huic parallelo poſitis; cumque nullius è primariis Planetis axis, circa quem motu quaſi diurno rotatur, hanc habeat poſitionem, & nulla alia præter axem hunc, eique parallelas rectas, ſitum eundem reſpectu univerſi conſervet, ſi Planetæ Globus totus ſit ſolidus & unitus; patet *Keplero* neceſſe fuiſſe intra cruſtam hanc Planetæ exteriorem, (cujus axis ſitum datum retinet, quippe circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur,) globum à cruſta prorſus ſeparatum & diviſum, & ejus motui diurno minime obſequentem ponere, cujus axis & rectæ illi parallelæ fibrarum dictarum *Libratoriarum* vices ſuſtinerent, & ſitum ad hoc opus neceſſarium modo deſcriptum conſervarent; dum interim cruſta exterior, pro Planetæ cujuſque indole, motu diurno ſibi peculiari circumrotatur.

PROPOSITIO LXIX.

Cauſas, cur Planetarum Orbitæ ſint ad Eclipticam inclinatæ, à Keplero *adductas explicare.*

In Phyſica hac *Kepleriana*, in qua nunc verſamur, ſi nullæ ineſſent Planetis fibræ (quales Prop. præc. deſcripſimus) quibus in altum librantur, vel ſi fibræ hæ latus Soli obvertant; (hoc eſt, neque plagam Soli amicam neque inimicam;) Planeta quivis in eadem à Sole diſtantia manens perfectum circulum Soli concentricum deſcriberet. Pari modo, Planetæ (viribus hinc ſolummodo ortis agitati) omnes in eodem plano, uniformi & directiſſimo flumine, medio quaſi alveo (ſive circulo inter polos convolutionis Solis medio, *Viâ Regiâ* dicto) circumirent. Cum vero varie hinc inde ab hac Regia via divagentur, oportet effectus hujus cauſam non eſſe abſimilem illi, quâ fit ut navis vento impulſa paulatim ad latus detrudatur, reſpectu lineæ ſecundum quam, per ſolum ventum, moveretur; per remum ſc. oblique ad puppim religatum, vel gubernaculum obliquo ſitu detentum. In quovis Planeta ſunt fibræ (quas ab officio appellat *Latitudinis*) in plano orbis ſui, vel huic parallelo, perpetuo conſtitutæ, quæque in omni Planetæ converſione aut motu ſibi ipſis ubique parallelæ manent, ita ut, dum Planeta in nodo ſive communi interſectione plani viæ Regiæ cum plano orbis verſatur, fibra Latitudinis media, quæ per Planetæ centrum tranſit, Orbitam tangat; adeoque fibrarum omnium pars una ad unam viæ Regiæ partem, altera vero ad alteram, extra planum iſtud emineat, inclinata ad illud eodem angulo, quo Planetæ orbis ad viam Regiam. Cum igitur

ſpecies corporis Solaris incurrit in fibræ medietatem inſequentem exſtantem, Planetam expellet quorſum tendit antecedens medietas; hoc eſt, ſecundum planum Orbitæ Planetæ dicto propriæ: Cum autem interim fibræ hæ Latitudinis maneant in ſitu ſibi ipſis parallelo per omnem ambitum, hinc fit ut in Planeta, in limite ſive maxima à via Regia remotione poſito, neuter fibrarum terminus antecedat, ſed fibræ velut in profundum hujus fluminis (id eſt, verſus Solem) porrectæ, & impetum latere rectà objecto excipientes, cauſam nullam præbeant ejectionis ulterioris in ullam plagam; quoad in his Limitum punctis permutatio fiat, ut ille fibrarum terminus, qui ante Planetæ appulſum ad Limitem anteceſſiſſet, jam poſt inſequatur, antecedente altero, eoque Planeta rurſum ad viam Regiam accedere incipiat. Loco enim facultatis gubernaculi in nave, vis alia fibrarum multo convenientior Planetæ ineſt; quod, ſicut fibræ, quibus Planeta in altum libratur, naturalem habent potentiam ad retinendum ſitum parallelum in tranſportatione corporis, ſic etiam ineſt fibris Latitudinis, præter ſimilem vim retinendi ſitum parallelum, etiam naturalis potentia agilitatis, ſeu tuendi lineam plane eandem, & ſecundum eam derivandi motum ſibi illatum, in quantum quidem tendit motus in eandem plagam cum altero fibræ extremo. Quoniam vero fibræ hæ Latitudinis diverſæ prorſus ſunt à prius deſcriptis fibris quibus Sol Planetam attrahit & repellit, cum quoad naturam & officium, tum quoad ſitum; quia Latitudinis fibræ ubique ſint parallelæ rectæ Orbitam in nodo cum via Regia tangenti, aliæ vero iſtæ (ex Prop. præced.) parallelæ ſint rectæ eandem Orbitam in Aphelio tangenti: oportet fibras haſce ſecundum *Keplerum* in corporibus diverſis reperiri, dummodo (ex *Kepleri* ſententia) apſides progrediantur & nodi regrediantur, utut lente in Planetis primariis, & extra dubium ſit hoc revera contingere in ſecundariis. Quare neceſſum habuit præter Cruſtam exteriorem fibris inſtructam, quibus axis, circa quem Planeta motu ſuo diurno revolvitur, ſibi in toto Planetæ circuitu circa Solem parallelus conſervatur, & interiorem Cruſtam (quæ, reſpectu exterioris, nuclei inſtar ſit) ab hac prorſus ſeparatam aliiſque viribus agitatam ponere; in qua nempe reſideant fibræ, quibus Planeta in altum & profundum libratur: & intra hunc nucleum, ſive potius Cruſtam, alium adhuc interiorem ponere nucleum à ſuperiore media ſeparatum, & aliâ gaudentem periodo, in quo fibræ Latitudinis repanduntur; cum impoſſibile ſit in eodem ſolido compacto hærere intertextas fibras haſce diverſas, quarum diverſæ ſunt periodi.

PROPOSITIO LXX.

Quæ in ſupra explicata Phyſica Cæleſti Kepleriana *falſa reperiuntur, breviter indicare & refellere.*

Cum *Kepleri* Phyſicam Cœleſtem impugnandam ſuſcipimus, non eo animo illud facimus, quaſi Virum hunc immortalis famæ inter Syſtema-

Syſtematum fabricatores & Cauſarum Phyſicarum indagatores vulgares numeremus. Etenim tantum abfuit, ut è contra pene ſolus fuerit (ſi forte Antiquiſſimos quoſdam, ut *Pythagoram* &c. excipias) qui Phyſicam Cœleſtem more Mathematicorum tractavit. Ejus *Rationes Archetypicæ, Concinnitates Geometricæ*, & *Proportiones Harmonicæ* eam oſtendunt ingenii vim, qualem in Scriptoribus Aſtronomiæ Phyſicæve ante illum fruſtra quæras: Adeo ut harum rerum judex idoneus & æſtimator æquus *Jeremias Horoccius*, à *Keplero* ſub ſtudiorum ſuorum Aſtronomicorum initio licet alienus, poſt alios fruſtra tentatos *Kepleri* Doctrinam & Rationes Phyſicas ambabus ulnis amplexus, ſic lectorem ſuum alloquatur: *Licet mihi* Keplerum *ſupra mortales admirari; licet egregium, diviniſſimum, aut ſi quid majus appellare; licet denique ſupra totum Philoſophantium ſcholam vel unicum* Keplerum *æſtimare. Hunc ſolum canite Poetæ — Hunc ſolum terite Philoſophi; de illo certi, habere iſtum omnia, qui habet* Keplerum. Quid enim majus, quid divinius in hiſce rebus homini accidere potuit, quam ex ſpeculationibus harmonicis proportionem Orbium Planetariorum exactiſſime determinare, quam veriſſimam Planetarum viam circa Solem (Ellipticam nempe) primum detegere, denique quam modum veriſſimum indicare, quo Planeta in ſemita hac incedit; ſc. ut radio ad Solis centrum in Ellipſis umbilico poſitum ducto areas deſcribat temporibus proportionales? Quæ vero in *Kepleri* Mechanica motuum cauſa diſplicent, hæc fere ſunt.

1. Si neque Planetæ plaga amica neque inimica Soli obverſa fuerit, aut ſi Planeta (ob debilitatem fibrarum, quibus in altum & profundum libratur) ita comparatus fuerit, ut à Sole nec attrahatur nec expellatur, (ut in Venere accidit ex *Kepleri* ſententia,) tum à circumrotata Solis ſpecie vult Planetam perfectum deſcribere circulum; cum tamen conſtet corpus, quod non urgetur à vi ad centrum tendente, circuli peripheriam non deſcribere, ſed rectam. Cum ergo Planetarum orbitæ etiam in hoc caſu circulares ſint, patet illas ab alia vi, præter illam ab obverſa plaga amica oriundam, verſus centrum trudi.

2. Dum Planeta à perihelio ad aphelium à Sole aſcendit, plaga Soli inimica ad Solem obvertitur, unde & à Sole repellitur, & in hoc caſu urgetur hâc ſolâ vi, quæ in recta Solem & Planetam jungente dirigitur. In Mechanicis vero notum eſt tantum abeſſe ut Planeta hâc ſolâ vi agitatus deſcribat Ellipſin cui umbilicus eſt Sol, ut curvam è contra deſcriberet verſus Solem convexam. Quare neceſſe eſt ut Planeta, cujus ſemita eſt Ellipſis cui Sol eſt umbilicus, urgeatur, etiam dum à perihelio ad aphelium aſcendit à Sole, à vi ad Solem tendente, cum Ellipſis ſit verſus utrumque umbilicum cava. Toto ergo cœlo aberrat *Keplerus*, dum Planetam vult à Sole repelli in aſcenſu ad aphelium, aut dum Planetam vult neque trahi neque repelli, dum circulum perfectum Soli concentricum deſcribit: Niſi enim in utroque caſu trahatur vel alias impellatur verſus

ſus Solem, curvam verſus illum cavam non deſcribet: Nam retineri abſque tractione omnino non poteſt.

3. Dum in proportionem orbium Planetariorum inquirit, quædam aſſumit obſervationi plane contraria, utut rationibus archetypicis, quas ſibi imaginatus eſt, ſatis congrua: Nempe quod corporum Planetariorum magnitudines ſunt ut ipſorum diſtantiæ à Sole; quodque eorundem denſitates ſunt inverſe in ſubduplicata ratione magnitudinum. Unde ſequitur quantitatem materiæ in Planetis eſſe directe in ſubduplicata ratione diſtantiarum à Sole: Quippe materiæ quantitas eſt ut magnitudo & denſitas conjunctim. Vulgo autem notum eſt Martem eſſe mole minorem Venere, qui tamen ſecundum *Keplerum* deberet eſſe Veneris duplus; quippe duplo magis à Sole diſtans. Obſervationes produnt Jovis Globum eſſe Saturno majorem, qui tamen fere duplo minor eſſet per prædictam regulam. Potuiſſet tamen ex ſibi notis & à ſe primum detectis, (nempe quod Planetæ via eſt perimeter Ellipſis cujus umbilicorum alter eſt in Solis centro, quam ita percurrit ut radius vector areas verrat temporibus proportionales,) abſque conſideratione magnitudinis & denſitatis Planetarum, geometrice deducere tempora periodica Planetarum, circa commune centrum revolventium, eſſe in ſeſquiplicata ratione majorum axium, ſive diſtantiarum mediocrium à Sole. Verum proportionem Orbium Planetariorum horumque numerum, ex intervallis ad interpoſitionem quinque Corporum Regularium neceſſariis, deduxiſſe *Keplerum* credibile eſt; & tales poſtea magnitudines & denſitates Planetis tribuiſſe, unde eandem hanc proportionem alio ordine exſtrueret.

4. Ut taceam virtutem parum Mechanicam, & Animali vi proximam, quam tribuit Planetarum fibris, quibus in altum librantur, & illis, quibus in latum excurrunt; (hiſce quidem naturalem potentiam agilitatis, illis vero, in una plaga totius corporis Solaris appetentiam, in altera fugam;) & hinc oriundam Planetæ cujuſvis diviſionem in Corticem, & Nucleum à cortice ſeparatum, & in illius cavitate diversâ periodo libratum, & in quibuſdam Nucleum rurſus hunc interiore nucleo ſimiliter gravidum: Ut inquam ſupradicta parum Mechanica, & à Naturæ more aliena taceam; Syſtema *Kepleri* de modo quo Sol Planetas circumagit, attrahit & repellit, ita conſtitutum eſt, ut primæ fere motûs & Naturæ legi adverſetur, quâ cautum eſt, ut actioni contraria ſemper ſit & æqualis reactio. Nam ſecundum *Keplerum* in Epit. Lib. IV. *Non Planetis ipſis, ſed Soli tantum ineſt Virtus iſta expulſionis & attractionis. Et licet vis Solis tractoria & repulſoria porrigatur ad Planetas, Planetæ vis ſimilis non porrigitur ad Solem.* Si enim hoc fieret, agnoſcit quod *Sol à Planetis in proportione corporum converſa, ſitu ſuo, quem habet in centro mundi, emoveri, vel ſaltem titubare deberet, jam huc jam illuc protractus, prout multi Planetæ ab uno latere, ſimili inter ſe facultate, in Solem ingruerint. Hoc vero modis omnibus effugit, negatâ mutuâ attractione & expulſione.* Oblitus erat *Keplerus*

plerus veræ doctrinæ de Gravitate, quam ante XL. annos in *Introductione ad Commentarios in Stellam Martis* ſtabilivit, hiſce axiomatibus fultam: *Quod gravitas eſt affectio corporea mutua inter cognata corpora ad unitionem ſeu conjunctionem. Duo corpora non impedita coirent loco intermedio, quodlibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta eſt alterius moles in comparatione; adeoque ſi Luna & Terra non retinerentur, quælibet in ſuo circuitu, Terra aſcenderet ad Lunam quinquageſimâ quartâ parte intervalli; Luna deſcenderet ad Terram 53 circiter partibus intervalli, ibique jungerentur; poſito tamen quod ſubſtantia utriuſque ſit ejuſdem denſitatis. Quod Luna prolectat aquas terreſtres; unde fit fluxus, ubi ſunt latiſſimi alvei Oceani, aquiſque ſpacioſa reciprocandi libertas. Et ſi Terra ceſſaret attrahere ad ſe aquas ſuas, aquæ marinæ elevarentur & in corpus Lunæ influerent.* Neque ſe audivit reſpondentem & obviam euntem incommodis ſupra recenſitis titubationis Solis ejuſque emotionis à centro mundi, dum ſic ait: *Nam tanta eſt moles, tanta denſitas in materia corporis Solaris, tanta ejus vis attrahendi pellendique, tanta viciſſim exilitas & Planetæ, & renitentiæ ejus, ut Sol de ſtatu ſuo nihil periclitetur.*

Ex ſupra traditis patet, quam parum abfuerit inclytus hic Philoſophus & Aſtronomus à veræ Phyſicæ Cœleſtis inventione, (qui etiam in *Epit. Aſtr. Lib.* V. §. I. dixerat, *Ut Sol trahit Planetam, ſic Terra trahit corpora; ob quem tractum corpora dicuntur gravia,*) quantaque ad hanc auxilia contulerit, quamque recte vaticinatus fuerit, dum ait, *Veriſſimæ cauſæ, & quantitates, & plagæ motuum Apſidum, & Nodorum Planetarum, & reliqua hujuſmodi latent in pandectis ævi ſequentis, non ante diſcenda, quam librum hunc Deus Arbiter ſeculorum recluſerit mortalibus.*

PROPOSITIO LXXI.

CArteſii *Phyſicam Cœleſtem, ſive Cauſam & Rationem cur Planetæ in orbibus circa Solem deferuntur, quam* Renatus Des Cartes *commentus eſt, ſummatim & breviter explicare.*

Qui Phyſicas motuum Cœleſtium cauſas eruere ſunt conati, ad unum fere omnes illas à Sole petunt. Nam numeros fere omnes probabilitatis implent Solis in ſuo ſpatio rotatio circa axem immobilem, in plagam eandem in quam omnes Planetæ ſequuntur, & periodo quidem breviore quam illi proximus Mercurius, ſed Planeta quivis periodo majori quo à Sole remotior; & Planetarum etiam primariorum rotatio circa proprios axes; & ſecundariorum circa hos rurſus primarios, ſicut primariorum circa Solem: omnes verſus eandem plagam, & in eodem fere plano. Phænomena enim hæc altâ velut voce exclamant, vel omnem hunc primariorum Planetarum motum à motu Solis oriri, vel ſaltem tam hunc quam illum ab una communi cauſa dependere. Hinc factum eſt, ut Philoſophorum multi

multi Planetas ab æthere, circa Solem ad modum Vorticis ſive turbinis agitato, deferri exiſtimarint; idque diu ante *Carteſii*, immo ante *Epicuri*, tempora. Verum *Keplerus*, qui Aſtrorum motus perſpectiores habebat, ſatis videbat illos ab hujuſmodi Vorticibus corporeis non deferri: Quippe ſi Planetæ, materiæ Vorticis innatantes & in illa quaſi quieti, ſimul cum partibus Vorticis circumferrentur; videbat illos perfectos deſcripturos circulos, aliaſque fortituros periodos, pro ratione diſtantiæ à centro, quam quæ illis ex obſervatis competunt. Maluit ergo ſpeciem corporis Solaris immateriatam loco materiæ in Vorticem circumrotatæ ſubſtituere, hanc ipſam interim *Vorticis & Fluminis Cœleſtis* nomine indigitans. Poſtea vero *Carteſius*, minutias & obſervationes Aſtronomicas ſuſque deque habens & Mundum ſuo more condere certus, Vortices poſtliminio reduxit; popularem utique & Philoſopho aptum modum ſtellarum motus repræſentandi. Et quamvis Vortices fuerint ab aliis ante *Carteſium* in Cœlos introducti, & à multis poſt illum adhibiti & in alios uſus detorti, *Carteſii* tamen nomen retinent. Hocce ergo ſyſtema, quatenus propoſitum noſtrum attingit, ex ipſius *Carteſii* verbis, *Parte tertiâ Principiorum Philoſophiæ*, breviter deſcribemus.

Supponit *Carteſius* omnem illam materiam, ex qua hic mundus aſpectabilis eſt compoſitus, fuiſſe initio à Deo diviſam in particulas quamproxime inter ſe æquales, & magnitudine mediocres, & æqualiter fuiſſe motas, tum ſingulas circa propria ſua centra, & ſeparatim à ſe mutuo, ita ut corpus fluidum componerent; tum etiam plures circa alia quædam puncta æque à ſe mutuo remota, ſicque varios Vortices componerent. Poſtea particulas haſce æquales, inteſtino motu attritas, reſolvit in globulos diverſæ magnitudinis, quas omnes ſecundi elementi vocat; & fluidum quoddam ex partibus irregularibus minutiſſimis ab angulis globulorum detritis & maximâ celeritate in omnes partes motis conſtans, quod materiam primi elementi dicit. Cumque hujus major ſuppeteret copia, quam quæ interſtitiis globulorum implendis ſufficeret, reliqua verſus centrum detrudebatur à globulis à centro, ex motu circulari, recedentibus, ibique in corpus ſphæricum collecta corpus Solis cujuſdam in cujuſvis Vorticis centro conſtituit. Præter motum æqualem, particulis circa centrum Vorticis primitus impreſſum, Sol, modo in Vorticis centro genitus, & in eandem partem cum reliqua Vorticis materia circa ſuum axem revolutus, & ſemper aliquid ſui per anguſtos meatus qui ſunt inter globulos ſecundi elementi verſus Eclipticam, ſive circulum inter polos medium, emittens, (tantundem à vicinis Vorticibus ad polos recipiens,) vim habet ſecum rapiendi globulos iſtos; viciniores quidem celerius, remotiores autem tardius. Cum autem inferiores globuli materiæ cœleſtis celerius moveantur quam ſuperiores, debent etiam eſſe minores. Si enim eſſent majores vel æquales, hoc ipſo haberent plus virium, ideoque ex vi centrifuga ſuperiores evaderent. Atque hæc omnia in quovis Vortice ita ſe habebunt (ut dictum eſt) uſque ad certum terminum, ultra quem globuli ſuperiores

periores inferioribus celerius moventur, & quantum ad magnitudinem sunt æquales. Terminum hunc in Solis Vortice circa Saturni orbem aut paulo ultra constituit.

Hisce positis, si contingat sidus aliquod, quod in centro sui Vorticis positum Solis vicem gerit, maculis obvolutum atque sic debilitatum à Vortice Solis vicino devictum abripi; si sidus hoc minoris agitationis sit capax, sive minus habeat soliditatis, quam globuli secundi elementi, qui sunt versus circumferentiam nostri Cœli, sed tamen aliquanto plus quam aliqui ex iis qui sunt versus Solem; intelligemus sidus illud, statim atque à Vortice Solis abreptum est, continuo versus ejus centrum descendere debere, donec devenerit ad eos globulos Cœlestes, quibus in soliditate, sive in aptitudine ad perseverandum in suo motu per rectas lineas, est æquale. Cumque tandem ibi erit, non amplius ad Solem magis accedet, neque etiam ab eo recedet, nisi quatenus ab aliquibus aliis causis inferius recensendis nonnihil hinc inde propelletur; sed inter istos globulos Cœlestes libratum, circa Solem assidue gyrabit, & erit Planeta. Horum igitur unusquisque quiescit in ea Cœli regione, in qua versatur: Et omnis variatio situs, quæ in illis observatur, ex eo tantum procedit, quod omnis materia Cœli, quæ illos continet, moveatur. Secundum hoc igitur Systema nihil vetat quo minus arbitremur spatium, in quo jam unicus Vortex Solis continetur, initio in septemdecim pluresve Vortices fuisse divisum; eosque ita fuisse dispositos, ut sidera, quæ in centris suis habebant, multis paulatim maculis tegerentur, & deinde isti Vortices alii ab aliis destruerentur, unus citius, alius tardius, pro diverso eorum situ. Adeo ut cum illi quatuor, in quorum centris erant Sol, Terra, Jupiter & Saturnus, cæteris essent majores, sidera quæ in centris quinque minorum Saturnum circumstantium versabantur, versus Saturnum delapsa sint; & quæ in centris quatuor aliorum Jovi vicinorum versus Jovem; & similiter Luna Telluri vicina versus Terram; & postea Mercurius, Venus, Terra cum Luna, & Mars (quæ sidera etiam singula suum Vorticem prius habuerunt) versus Solem; ac tandem etiam Jupiter & Saturnus, una cum minoribus sideribus iis adjunctis, confluxerint versus eundem Solem ipsis multo majorem, postquam eorum Vortices fuerunt absumpti: Sidera autem reliquorum Vorticum, si unquam plura fuerint quam septemdecim in hoc spatio, in Cometas abierint, in recta fere linea de Vortice in Vorticem trajicientes, & nunquam in orbem revertentes. Sicque jam videntes primarios Planetas ad diversas distantias circa Solem deferri, judicabimus id ex eo contingere, quod eorum qui Soli viciniores sunt, soliditas sit minor quam remotiorum: Atque hinc etiam fieri, quod semper eadem pars Lunæ sit Terræ obversa, vel certe non multum ab ea deflectat, quia alia ejus pars, à Terra aversa, aliquanto est solidior, & ideo Terram circumeundo majorem ambitum debet percurrere. Et videntes inferiores ex istis Planetis altioribus celerius in orbem ferri, putabimus id ex eo fieri, quod materia primi elementi, quæ Solem

componit, celerrime gyrando viciniores cœli partes, iisque innatantes & in iis relative quiescentes Planetas, magis secum abripiat quam remotiores. Jupiter autem, Terra &c. circa proprios axes vertuntur, quia antea erant sidera lucida in aliquorum Vorticum centris consistentia, & ibi proculdubio nostri Solis instar gyrantia; & nunc materia primi elementi in eorum centris congregata similes adhuc motus habet, ipsosque impellit.

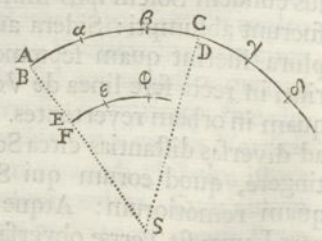
Denique non putandum est omnia centra Planetarum accurate in eodem plano semper consistere, nec circulos, quos describunt, esse omnino perfectos; sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, ista tantum præterpropter talia esse, ac etiam labentibus sæculis continuo mutari. Cum enim omnia corpora, quæ sunt in universo, contigua sint, atque in se mutuo agant, motus uniuscujusque à motibus aliorum omnium dependet, atque ideo innumeris modis variatur. Unde quamvis omnes Planetæ motus circulares semper affectent, nullos tamen perfectos circulos unquam describent; sed modis omnibus tam in longitudinem quam in latitudinem semper aliquantulum aberrabunt.

PROPOSITIO LXXII. LEMMA.

SI circa eundem axem revolvantur corpora duo in eadem ab axe distantia, atque etiam alia duo similiter in alia quavis distantia; dico rationem differentiæ motûs angularis priorum corporum ad differentiam motûs angularis posteriorum componi ex ratione translationis corporum priorum à se invicem ad translationem posteriorum à se invicem, & ratione distantiæ posteriorum ab axe ad distantiam priorum ab eodem.

Motus angularis dicitur is, quo conficitur angulus ad axem circa quem fit motus: Unde illa dicuntur habere eundem vel æqualem motum angularem, quæ, in quantumvis inæquali distantia ab axe posita, æquales angulos ad axem eodem tempore vel temporibus æqualibus conficiunt: Et differentia motuum angularium est differentia angulorum ad axem à mobilibus simul confectorum.

Sint in eadem distantia ab s axe motûs bina corpora contigua A & B; item alia bina c & D. Moveantur postea utcunque, & à se invicem separentur; nempe A in α, & eodem tempore B in β, c in γ, & D in δ. Patet jam (ex Prop. XXXIII. Elem. 6.) differentiam motuum angularium binorum corporum A & B (nimirum angulum α s β) esse ad differentiam motuum angularium binorum c & D (hoc est, angulum δ s γ) ficut translatio priorum duorum à se invicem (sive via, quâ alterum ab altero transfertur, nempe α β) ad δ γ translationem duorum posteriorum; hoc est, si distantiæ sint æquales, translationes



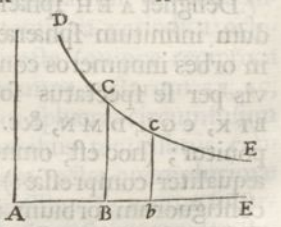
sunt

ſunt ut differentiæ motuum angularium. Rurſus, ſi in diſtantiis ab axe s utcunque inæqualibus, corpora contigua bina A & B, atque alia bina E & F, ita moveantur in loca α, β, & ε, φ, ut differentiæ motuum angularium (ſc. anguli α S β, ε S φ) ſint æquales; erunt (per Prop. XXXIII. Elem. 6.) tranſlationes α β, ε φ ut diſtantiæ S A, S E. Adeoque (per Prop. XXIII. Elem. 6.) ſi neque diſtantiæ ab axe, neque differentiæ motuum angularium fuerint æquales; ratio tranſlationum componetur ex ratione differentiarum motuum angularium, & ratione diſtantiarum ab axe: Et ideo (auferendo ab utraque parte rationem diſtantiarum ab axe) ratio differentiarum motuum angularium componitur ex directa ratione tranſlationum corporum à ſe invicem & inverſa ratione diſtantiarum ab axe motûs. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXIII. LEMMA.

SI curva DCE *ſit ita verſus rectam* AE, *infinite verſus* E *productam, relata, ut demiſſa ex quovis curvæ puncto ad* AE *recta perpendicularis* CB *ſit reciproce ut cubus rectæ* AB *interceptæ inter* B *&* A *punctum in recta* EA *datum*; *erit ſpatium interminatum* BCEE, *inter rectas* CB, BE *& curvam* CE *comprehenſum, inverſe ut quadratum rectæ* AB.

Vocetur AB, X; BC, Y: & quoniam Y eſt ut $\frac{1}{X^3}$; erit $Y = \frac{1}{X^3}$ ductæ in conſtantem quandam ſive invariatam quantitatem; ſit hæc a^4, ut obſervetur lex homogeneorum: hoc eſt, $Y = \frac{a^4}{X^3}$; ſive $Y = a^4 X^{-3}$. Adeoque ſumma omnium Y (ſive quantitas fluens cujus fluxio eſt Y, ejuſve valor $a^4 X^{-3}$) erit $-2\,a^4 X^{-2}$: hoc eſt, ut Geometris notum, area ad alteras rectæ BC partes jacens, nempe area BCEE, æqualis eſt $\frac{2\,a^4}{X^2}$. Et, quia $2\,a^4$ eſt quantitas data, eſt area BCEE ut $\frac{1}{X^2}$; hoc eſt, inverſe ut quadratum rectæ AB: ſive area BCEE ad aream $b\,c$EE ſicut A$b\,q$ ad ABq. Q. E. D.



PROPOSITIO LXXIV. LEMMA.

SI Corporum duorum contiguorum unum ſuper alterum gliſcat, & idem fiat in aliis duobus corporibus, eâdem Vi atque priora verſus ſe invicem preſſis; *dico impreſſionem factam à frictione priorum in ſe mutuo eſſe ad ſimilem impreſſionem poſteriorum in ratione compoſita ex ratione tranſlationis priorum ad tranſlationem poſteriorum, & ratione ſuperficiei, quâ priora ſe mutuo contingunt, ad ſuperficiem, quâ poſteriora ſe mutuo contingunt*; *nempe in quibus impreſſiones fiunt.*

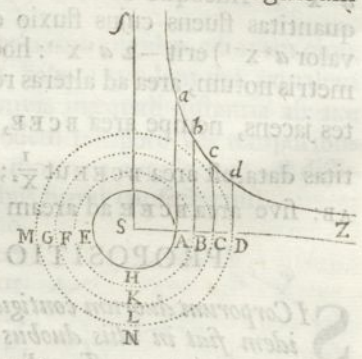
Si ſuperficies contiguæ eſſent perfecte lubricæ, nulla foret corporum impreſſio in ſe mutuo, dum gliſcunt. Patet vero ſuppoſitio-

nem maxime naturalem esse, quod resistentia, quæ oritur ex defectu lubricitatis partium, est (cæteris paribus) proportionalis velocitati quâ partes separantur à se invicem; hoc est, si superficies contiguæ æquales fuerint, quod resistentia, & hinc orta impressio corporum in se mutuo, proportionalis est velocitati relativæ; sive huic, in dato tempore, proportionali translationi corporum. Quod si translationes (sive velocitates quibus corpora separantur ab invicem) fuerint æquales, resistentiæ sive impressiones sunt inter se ut superficies in quibus corpora bina & bina se contingunt. Et igitur, cum neque superficies, neque translationes æquantur; sed reliqua omnia, (ut vis corpora versus se invicem premens, defectus lubricitatis &c,) erunt impressiones, quas corpora bina & bina in se mutuo faciunt, in ratione composita ex ratione superficierum contiguarum & ratione translationum ab invicem. Q. E. D.

PROPOSITIO LXXV.

Si sphæra solida in fluido uniformi & infinito, circa axem positione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulsu solo agatur fluidum in orbem, perseveret autem fluidi pars unaquæque uniformiter in motu; dico quod tempora periodica partium fluidi erunt ut quadrata distantiarum à centro sphæræ.

Designet A E H sphæram uniformiter circa axem s rotatam. Fluidum infinitum sphæræ undique circumfusum divisum intelligatur in orbes innumeros concentricos ejusdem crassitudinis, quorum quivis per se spectatus solidus est; hi vero designentur per circulos B F K, C G L, D M N, &c. Quoniam fluidum sic divisum homogeneum ponitur; (hoc est, omnes ejus partes æqualiter compressæ;) impressiones contiguorum orbium in se mutuo factæ erunt (per Lem. præc.) ut eorum translationes ab invicem, & superficies contiguæ in quibus impressiones fiunt conjunctim. Si impressio in orbem aliquem major est vel minor ex parte concava, quam ex parte convexa, prævalebit impressio fortior, & velocitatem orbis vel accelerabit vel retardabit, prout in eandem plagam cum ipsius motu, vel in contrariam dirigitur. Proinde, quoniam (ex hypothesi) fluidum in motu suo uniformiter perseverat, impressiones ex utraque parte cujusque orbis, in plagas contrarias factæ, æquales sunt; & ideo ratio quæ æqualis est rationi impressionum (nimirum ratio composita ex rationibus translationum & superficierum contiguarum) est etiam ratio æqualitatis. Unde translationes sunt reciproce ut superficies contiguæ; hoc est, reciproce ut quadrata distantiarum à centro: Sed (per Prop. LXXII.)



LXXII.) differentiæ motuum angularium ſunt ut tranſlationes directe, & diſtantiæ à motûs centro inverſe: Et igitur dictæ differentiæ motuum angularium orbium concentricorum ſunt reciproce ut quadrata diſtantiarum à centro, & reciproce ut diſtantiæ à centro conjunctim; hoc eſt, reciproce ut cubi diſtantiarum à centro. Ergo, ſi ex omnibus punctis rectæ SZ ex centro eductæ, ubi ſuperficies contiguæ orbium concentricorum illam ſecant, (nempe A, B, C, D, &c.) erigantur ad SZ normales A*a*, B*b*, C*c*, D*d*, cubis ipſarum SA, SB, SC, SD, &c. reciproce proportionales; erunt hæ ordinatæ reſpective ut prædictæ differentiæ motuum angularium reſpectivorum orbium concentricorum, & ſummæ harum ordinatarum ut ſummæ dictarum differentiarum; hoc eſt, (cum orbis extimus ſeu infinite diſſitus omnino non moveatur,) ut motus toti angulares. Si jam craſſitudo orbium minuatur in infinitum, (quomodo circumfuſum medium eatenus fit uniformiter fluidum,) ſummæ prædictarum ordinatarum fient areæ AZ*a*, BZ*b*, CZ*c*, DZ*d*, &c. Adeoque motus toti angulares orbium BFK, CGL, DMN, &c. ſunt ut areæ BZ*b*, CZ*c*, DZ*d*, &c. reſpective. In figura vero AZ*a* ordinatæ B*b*, C*c*, D*d*, &c. ſunt reciproce ut cubi rectarum SB, SC, SD, &c. Unde (per Prop. LXXIII.) areæ BZ*b*, CZ*c*, DZ*d*, &c. ſunt inverſe ut quadrata rectarum SB, SC, SD, &c. Et ideo, motus angulares orbium BFK, CGL, DMN, &c. ſunt inverſe ut quadrata ſuarum ſemidiametrorum SB, SC, SD, &c. Sed tempora periodica ſunt motibus angularibus reciproce proportionalia: Ergo tempora periodica orbium BFK, CGL, DMN, &c. ſunt in ratione directa (quippe reciproca inverſæ) ſuarum diſtantiarum à centro S; nempe rectarum SB, SC, SD, &c. Adeoque patet propoſitio, ſi medium ſphæræ circumfuſum conſtare intelligatur ex innumeris ſolidis orbibus tenuiſſimis concentricis. Si vero ductæ intelligantur infinitæ rectæ quamplurimæ continentes cum axe angulos æqualibus exceſſibus ſe mutuo ſuperantes, & his rectis circa axem revolutis, & ſuperficies conicas deſcribentibus, concipiantur orbes in annulos innumeros ſecti; annulus unuſquiſque habebit annulos quatuor ſibi contiguos, unum interiorem, alium exteriorem, & duos laterales, ex eodem orbe reſectos. Attritu interioris & exterioris nequit intermedius aliter moveri quam prius ante ſectos orbes: alioquin partes fluidi non perſeverarent in motu ſuo uniformiter; ſed medius iſte in motu ſuo acceleraretur vel retardaretur, (ut prius de orbibus integris oſtenſum,) contra hypotheſin. Et propterea annulorum ſeries quælibet, à ſolida ſphæra centrali in infinitum rectà pergens, & inter duas proximas ſuperficies conicas comprehenſa, movebitur eodem prorſus modo quo hæ ipſæ movebantur ante diviſionem orbium in annulos; niſi quatenus quiſque in hac ſerie annulus impeditur ab attritu annulorum ad latera. Hic vero attritus nullus eſt, quia annuli omnes à media ſphæra ſolida æqualiter diſtantes, (hoc eſt, ex eodem orbe reſecti,) eodem tempore revolvuntur: Nam ſi hoc non fieret, ſed qui verſus polos citius vel tardius circuitus ſuos abſolverent,

quam qui ſunt verſus circulum inter polos medium; tardiores ex attritu mutuo incitarentur & velociores retardarentur, contra hypotheſin, quâ ſuppoſuimus fluidum perſeverare in motu ſuo uniformiter. Cum ergo annulorum omnium, in eadem diſtantia à centro, idem ſit tempus periodicum, revolventur ſimiliter ac ſi ex orbe ſolido nondum eſſent reſecti; hoc eſt, abſque attritu: & ideo eadem lex etiam in hoc caſu orbium in annulos reſectorum obtinet, quæ prius obtinebat ante orbium diviſionem; hoc eſt, annulorum ſingulorum tempora periodica erunt ut quadrata diſtantiarum ipſorum à centro mediæ ſphæræ ſolidæ.

Dividatur jam annulus unuſquiſque, ſectionibus tranſverſis, in particulas innumeras conſtituentes fluidum abſolute & uniformiter tale: Et quoniam hæ ſectiones non ſpectant ad legem motus circularis, ſed ad conſtitutionem fluidi ſolummodo conducunt; perſeverabit motus circularis ut prius. His diviſionibus annuli omnes quam minimi aſperitatem & vim attritûs mutui aut non mutabunt, aut mutabunt æqualiter: & manente cauſarum proportione manebit effectuum proportio; hoc eſt, proportio motuum & temporum periodicorum ut prius. Et igitur partium ſingularum, in ſupra deſcripto Vortice, tempora periodica erunt ut quadrata diſtantiarum à centro Vorticis. Q. E. D.

COROLLARIUM 1.

Si major ſit reſiſtentia partium Vorticis in majore à centro diſtantia quam in minore, vel ob majorem craſſitiem vel minorem fluiditatem particularum fluidum conſtituentium, vel ob aliam quamlibet cauſam; tum ſegnius movebuntur partes Vorticis à centro remotiores, quam pro ratione ſuperius in Propoſitione ſtabilita: hoc eſt, tempus periodicum partium Vorticis à centro remotiorum erit ad tempus periodicum partium centro viciniorum in majore quam duplicata ratione diſtantiarum iſtarum particularum à centro.

COROLLARIUM 2.

Si Vortex non extendatur in infinitum, ſed fluidum in Vorticem circumactum contineatur vaſe rigido violenter detento, diverſæ figuræ à ſphærica globo centrali concentrica; movebuntur Vorticis particulæ, non in circulorum peripheriis globo circumagenti concentricis, ſed in lineis fere conformibus vaſis figuræ; & tempora periodica erunt ut quadrata mediocrium diſtantiarum à centro quamproxime.

PROPOSITIO LXXVI.

QUæ in ſupra explicata Phyſica Carteſiana *ſunt erronea breviter indicare & refellere.*

1. Cum ex Prop. Præc. pateat Vorticem quemlibet, à ſphæra ſolida circa axem poſitione datum uniformiter revoluta factum, in infinitum

infinitum propagari, ſi non impediatur; ſi Mundus ex hujuſmodi Vorticibus conſtaret, (ut ex *Carteſii* ſyſtemate fit,) fierent totidem Vortices in infinitum pergentes, quot ſunt Fixæ, quarum quævis (ex mente *Carteſii*) inſtar Solis noſtri Vorticem efficit. Neque *Vortices* definirentur certis limitibus, ſed ſerperent & in ſe mutuo paulatim excurrerent. Atque hoc pacto fluidi infiniti univerſum conſtituentis pars unaquæque eo agitabitur motu, qui ex omnium ſphærarum centralium ſive Solium actionibus reſultat. Quantum vero hæc incertitudo abſit à certo ordine, ſitu & motu Fixarum, quæ arctiſſimis vinculis calculi ſimpliciſſimi connectuntur, Aſtronomiæ periti judicabunt.

2. Porro, quoniam Vorticis ſupradicto modo geniti partes centro propiores (per præced.) celerius motæ urgent exteriores, motumque ipſis eâ actione perpetuo communicant, & exteriores illæ eandem motûs quantitatem in alias adhuc exteriores ſimul transferunt; quia (ex hypotheſi) ea eſt Vorticis conditio, ut unaquæque fluidi pars perſeveret in motu ſuo uniformiter, neque in eadem à centro diſtantia nunc magis nunc minus incitetur: patet quod motus perpetuo transfertur à centro ad circumferentiam Vorticis, & per infinitatem circumferentiæ abſorbetur. Et proinde, ad conſervationem Vorticis in eodem ſtatu requiritur principium aliquod activum, à quo ſphæra centralis (ſive Sol iſtius Vorticis) eandem ſemper quantitatem motûs accipiat quam imprimit in materiam Vorticis. Unde autem tale principium activum in Sole quovis Vorticem ciente reſidens arceſſant *Carteſiani*, non video; cum ipſe *Carteſius paragraph.* 146. *Part. Tert. Princip. Philoſ.* audacter dicat: *Nihil occurret circa phænomena Planetarum, cujus ratio ex jam dictis non facile reddatur.* Neceſſitatem hujuſmodi principii activi in Vorticum centralibus ſphæris ſatis perſpexit oculatiſſimus *Keplerus*: *Adeoque ne paulatim langueat motus,* in illas ab omnipotentia creatrice in ipſo rerum exordio impreſſus, *hunc vel perpetuâ Creatoris curâ, vel animæ ad id deſtinatæ ope ſuſtentatum* vult. Nam abſque tali principio activo, neceſſe eſt ut ſphæræ centrales & Vorticum partes interiores, propagantes ſemper motum ſuum in exteriores, neque novum aliquem motum accipientes, tardeſcant paulatim & in orbem agi deſinant. Adeoque Mundus hic *Carteſianus* abſque principio hoc activo amechanico ad quietem & interitum ſponte ſuâ vergit.

3. Agnoſcentibus *Carteſio* & *Carteſianis*, corpora quæ in Vortice delata in orbem redeunt, ejuſdem ſunt denſitatis cum Vorticis partibus, in quibus verſantur, & eâdem cum ipſis lege quoad velocitatem & curſûs determinationem moventur: in hoc ſolo differunt fluidum deferens & corpus delatum, quod corporum à Vortice ſic delatorum partes datum inter ſe ſitum ſervent, & quod ſint partes Vorticis quaſi congelatæ & ſolidæ, nec motu inteſtino inter ſe cieri & miſceri facile poſſint, ut partes ejus fluidæ; cætera prorſus æquales. Cum igitur Vorticis partes (per præced.) eâ lege revolvantur, ut

earum

earum tempora periodica ſint in duplicata ratione diſtantiarum à centro, Planetæ etiam circa Solem delati & in fluida Vorticis materia, cui innatant, relative quieſcentes eâdem lege revolventur. Cum ergo Tellus (*ex. gr.*) periodum ſuam abſolvat uno anno, Saturni, cujus diſtantia à Sole noncupla ſeſquialtera eſt diſtantiæ Terræ, periodus eſſet nonaginta annorum, cum tamen vix ſit 30 annorum; ſimiliter periodus Jovis eſſet 27 annorum, quæ tamen ad 12 non aſcendit: & omnes ſuperiores periodos haberent veris majores; inferiores autem veris minores. Si Vorticum patroni reſpondeant, Vortices non eſſe uniformiter fluidos, (ut in præcedente ſupponebatur,) ſed partes Vorticem conſtituentes in receſſu à centro eſſe craſſiores, ut *Carteſius paragr.* 82. *Part.* III. ponit; tum (per Corol. 1. Prop. præc.) Planetæ à Sole remotiores erunt adhuc ſegniores, cum tamen hactenus (ex hoc ſyſtemate) nimis ſint ſegnes; patetque ex hac Vorticum conſtitutione *Carteſiana*, longius ab obſervatis recedi quam ſi Vortices eſſent ex fluido uniformi compoſiti. Igitur cum demonſtratum ſit partes Vorticis lege longe aliâ revolvi quam quæ in Planetis obſervatur; nempe tempora partium Vorticis periodica eſſe ut quadrata diſtantiarum à centro, ſi materia Vorticis fuerit homogenea; vel etiam ut altiores quædam dignitates diſtantiarum, ſi materia Vorticis ſit in majori diſtantia craſſior; cum interim (per Prop. XXII.) in Planetis Quadrata temporum periodicorum ſint ut Cubi diſtantiarum; (hoc eſt, Planetarum tempora periodica ut diſtantiarum dignitates quarum exponentes ſunt 1, quæ multo humiliores ſunt quam illæ quæ exponuntur per 2, vel numerum binario majorem;) palam eſt Planetas ab hujuſmodi Vorticibus corporeis non deferri.

4. Si Vortex in infinitum extenderetur, patet (ex Prop. præc.) fluidi partem quamlibet perfectum circulum deſcribere debere, & (ex Corol. 2.) aberrationem à via circulari procedere à vaſe rigido, (vel quod hujus inſtar eſt,) in quo Vorticis materia continetur. Unde clare ſequitur, quo major eſt Vortex reſpectu ſemitæ ab ejus parte fluida (vel à Planeta ſimul delato) deſcriptæ, tanto magis Planetæ ſemitam ad circulum perfectum accedere debere; hoc eſt, Planetæ Soli propioris minorem futuram excentricitatem quam remotioris; cum tamen Obſervationes Aſtronomicæ teſtentur Mercurii orbitam eſſe multo magis excentricam quam Saturni. Rurſus, quia (per Corol. 2. Prop. præc.) Vorticis particulæ ſimulque delati Planetæ movebuntur in lineis fere conformibus figuræ vaſis, in quo fluidum continetur, Planetarum omnium Aphelia è Sole ſpectata erunt verſus eaſdem Fixas poſita; cum tamen Planetarum Aphelia à ſe mutuo longe diſtent, ut Jovis & Terræ, circuli quadrante; Martis & Terræ, circuli triente; Martis & Veneris ſint fere oppoſita. Porro, materia Vorticis (more fluminis) intra cancellos anguſtos coarctata (per leges mechanicas) velocius moveri debet, quam dum in latiore alveo libere decurrit; idque in ratione inverſa latitudinum alveorum, aut quæ harum inſtar ſunt: Sed in principio ♒, diſtantia inter orbes Martis & Veneris eſt ad eorundem diſtantiam in

in puncto oppoſito, (nempe in principio ♈) fere ut 3 ad 2; adeoque Vorticis fluidum intermedium, Tellurem deferens, velocius feretur in eadem ratione in principio ♈ quam in principio ♍; utpote intra anguſtiores limites contentum; (nam fluidi Martem & Venerem deferentis ſemitæ cancellorum vel alvei vices gerunt;) hoc eſt, Tellus è Sole viſa in principio ♈ dimidio velocius feretur quam cum eadem è Sole in principio ♍ conſpicitur, vel Sol è Tellure viſus in principio ♍ dimidio velocius inter Fixas moveri videbitur quam in principio ♈: Contrarium tamen accidit, ex obſervatione omnium omnino Aſtronomorum: & Sol in principio ♍ è Tellure viſus motu diurno conficere videtur tantum minuta prima 58, cum in principio ♈ integrum gradum pari tempore confeciſſe videatur.

5. Corpus à Vortice abreptum, & ejuſdem denſitatis cum partibus Vorticis inter quas verſatur, in orbem rediens, ſi alias non impediatur, circulum deſcribit; cujus plano perpendicularis eſt axis ſphæræ centralis, quâ fluidum in Vorticem circumagitur: & ſi corporis ſemita ad hoc planum inclinata ſit, paulatim minuetur iſta inclinatio, tandemque coincident. Etenim ex demonſtratione Prop. præc. patet, quamlibet particulam fluidi Vorticem componentis hujuſmodi circulum deſcribere; quare & Planeta, qui non niſi ab hiſce particulis defertur, inter eas relative quieſcens talem etiam deſcribet, & ſi per vim aliquam exterius ingruentem hinc deflectat, paulatim minuetur inclinatio ab occurſu particularum fluidi prædictos circulos deſcribentium, & hujuſmodi circulum deſcribet ipſe, ſic tandem in Vorticis fluido relative quieſcens & ſimul cum ipſo delatus. Verum ne vel unicus reperitur Planeta, ad cujus orbitæ planum Axis Solis normalis eſt; neque per bis mille annos, quibus obſervationes inſtituuntur, inclinatio orbitæ alicujus Planetæ ad iſtud planum diminuta deprehenditur; neque ullæ ab hiſce Philoſophis Planetis aſſignantur fibræ latitudinis, quibus inclinatio hæc eadem conſervetur. Apologia autem, quam pro Planetarum excentricitate varia, varia etiam orbitarum ad ſe invicem inclinatione, varioque apheliorum ſitu affert *Carteſius paragr.* 34. *Part. Tert. Princip.* (nempe hæc: *Sed ut in omnibus aliis rebus naturalibus contingere videmus, iſta tantum præterpropter talia eſſe, ac etiam labentibus ſæculis continuo mutari,*) plane oſtendit illum in calculo Aſtronomico prorſus peregrinum. Quamvis enim Cauſas Phyſicas in Syderum motibus locum obtinere non ſit negandum, inæqualitates tamen caſuales penituſque irregulares (quales *Carteſius* innuere videtur) in illis admittendas nullus his aſſuetus cenſebit; quin potius cum acutiſſimo & ad ſpeculationes Aſtronomicas optime comparato *Jer. Horoccio*, adverſam (ut ipſe ait) ſententiam tutari percupiente, dicet, *Mirari nos merito fundítores aliquos aut ſclopetarios, qui ex baliſtis & bombardis ſuis incredibili penitus collimationis certitudine tela projiciunt. Sin autem momentaneis illis, quæ per craſſum & inquietum aera moventur, tantam ineſſe certitudinem videamus, annon longe majorem*

expectabimus in corporibus illis perpetuis in placidiſſimo ac puriſſimo æthere æternâ lege revolutis?

6. Cum globuli fluidum Vorticis Solaris componentes ſint prope Solem minores, & proinde illorum maſſa, in dato ſpatio contenta illudque replens, minus denſa quam in majore à Sole diſtantia; ſequitur & Planetas, qui ejuſdem ſunt denſitatis cum Vorticis particulis, quibus innatant, quo propiores ſunt Soli minus eſſe ſolidos; quod & agnoſcit *Carteſius paragr.* 147. *Part. Tert. Princip.* Cujus tamen contrarium inferius, proprio loco, oſtendemus: nempe Planetam quemvis, quo Soli vicinior eſt, eo & ſolidiorem ſive denſiorem eſſe; hoc eſt, plus materiæ ſub æquali magnitudine continere. Quod & melius congruit rationibus archetypicis, concinnitati geometricæ, & cauſis finalibus: ex quibus palam eſt collocaſſe Deum Planetas in diverſis diſtantiis à Sole, ut quilibet pro gradu denſitatis calore Solis majore vel minore fruatur; & proinde denſiorem Planetam eſſe Soli etiam propiorem, cum materia omnis denſior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirat. Et quamvis non ſit ea denſitatis ratio in Planetis, quam poſuit *Keplerus*; nempe reciproca radicum diſtantiarum à Sole; ſed reciproca diſtantiarum à Sole ductarum in radices diametrorum apparentium: tamen hic (ubi maxime erravit) generale illud conſecutus eſt *Keplerus* per rationes archetypicas, quod Planetæ denſiores eſſent Soli viciniores; cum interim tempore poſterior *Carteſius*, ex neglectu (aut potius contemptu) rationum archetypicarum & cauſarum finalium, opiniones foverit cauſis iſtis finalibus & veræ Phyſicæ ſive mechanicæ (quæ plerumque ad idem deducunt) plane contrarias; & inter alias hanc, quod Planetarum Soli viciniorum ſoliditas ſit minor quam remotiorum.

7. *Tycho* olim ex Cometarum motu demonſtravit Planetas in ſolidis orbibus non moveri; quia nimirum Cometæ orbes Planetarios trajiciunt. Iidem Cometæ nunc Planetas à Vorticibus corporeis non deferri æque evidenter oſtendunt; quoniam Cometæ plerumque vias valde obliquas, quandoque Zodiaci planum ad angulos rectos ſecantes, & nonnunquam curſui Planetarum directe contrarias ſequuntur, motuſque hoſce liberrimos quidem diutiſſime conſervant, univerſali huic legi obnoxii, quod radio ad Solem ducto areas deſcribant temporibus proportionales; quod prorſus impoſſibile eſſet, ſi integra Vorticis materia circa Solem ageretur vi ſufficienti ad ingentia Planetarum corpora devehenda. Neque *Carteſium* juvat, quod Cometas ultra Saturnum relegat contra obſervationum fidem, (quas *Tycho* & Aſtronomi non detorſerunt, ut hypotheſibus propriis inſervirent, quod innuere vult *Carteſius*;) cum Vorticis Solaris materia ultra Saturnum (ſecundum ipſum) momentum majus habeat ad illos ſecum rapiendos, quam prope Venerem & Mercurium; cum quod globuli Vorticem conſtituentes majores ſint illic quam hic; tum præcipue quod multo celerius moveantur, quippe circuitum immenſe majorem *intra paucas hebdomadas* abſolventes; ut habet *Carteſius*

teſius paragr. 62. Part. Tert. Princip. Ex hiſce ergo omnibus & ſingulis conſtat hanc Vorticum hypotheſin cum phænomenis Aſtronomicis omnino pugnare, & non tam ad explicandos quam perturbandos motus Cœleſtes conducere.

PROPOSITIO LXXVII.

CAuſas Motuum Cœleſtium à celeberrimo D. Leibnitio *adductas recenſere & explicare.*

In quærendis motuum Cœleſtium cauſis adeo pronum eſt eas ab ambiente fluido æthere petere, ut Philoſophi Planetas conſiderarint circa Solem delatos ſimiliter atque paleæ vel feſtucæ innatantes aquæ deferuntur ab aqua, in vorticem acta à baculo, in medio vaſis quieſcentis circa axem ſuum rotato. Sententia hæc vetuſtiſſima neglecta diu jacuit: ſed ſuperiore ſæculo à magnis Viris eſt reſuſcitata; quippe ante *Carteſium*, (de quo ſupra,) *Torricellio* & ipſi *Galilæo* probata; propter rationes proculdubio ſub initio Prop LXXI. ſummatim expoſitas.

Tam vehementer autem placuit hæc ſententia, ut acutiſſimus Philoſophus D. *Leibnitius* (etiam poſt edita *Newtoni Princip. Math. Philoſ. Nat.*) illi nomen ſuum dederit; qui *nihil aliud ſupereſſe judicat, quam ut oſtendatur quomodo cauſæ motuum Cœleſtium à motibus ætheris ſive (Aſtronomice loquendo) ab orbibus deferentibus quidem, ſed fluidis oriantur.* Tam celebre inter Geometras nomen meretur certe, ut ejus *Tentamen de motuum Cœleſtium Cauſis* (quod cum orbe literato communicavit in *Actis Erudit. Lipſiæ* editis *Menſe Februario Anni* MDCLXXXIX.) exactiſſime conſideretur. D. *Leibnitius* enim (ſi quis alius) Vortices motibus Cœleſtibus accommodare valet, & *Legum Cœleſtium à Keplero inventarum rationes reddere.* Præſertim cum *aliqua in eo genere illi lux affulſerit, & inquiſitio commode admodum & naturaliter ſucceſſiſſe* ipſi perſpicaciſſimo videatur, *ut inde in eam ſit erectus ſpem, veris motuum Cauſis à ſe appropinquatum eſſe.* Hujus igitur Philoſophi modum magna hæc opera explicandi paucis & ſuis fere verbis trademus.

Primo, pro certo aſſumit *Leibnitius* omnia corpora, quæ in fluido lineam curvam deſcribunt, (ipſoſque adeo Planetas,) ab ipſius fluidi motu agi. Omnia enim curvam deſcribentia ab ea recedere conantur per rectam tangentem, (ex natura motûs;) oportet igitur eſſe quod coerceat. Nihil autem contiguum eſt niſi fluidum, (ex hypotheſi,) & nullus conatus coercetur niſi à contiguo & moto, (ex natura corporis;) fluidum ergo ipſum in motu eſſe neceſſe eſt.

Cum ex obſervatione exactiſſima conſtet Planetam quemlibet primarium orbitam circa Solem deſcribere, eâ lege motûs, ut radiis à Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur temporibus proportionales; conſentaneum eſt Ætherem ſeu Orbem fluidum cujuſque Planetæ circulatione circa Solem moveri, quæ dictæ motûs legi congruat. Hoc vero demum fiet, ſi orbium innumerorum cir-

cularium concentricorum exiguæ craſſitudinis, in quos orbis Planetæ fluidus cogitatione dividitur, quilibet ſuam habeat propriam circulationem, tanto velociorem proportione quanto quiſque eſt Soli propior; hoc eſt, ſi velocitates circulandi, quæ ſunt in partibus fluidi, ſint radiis ſeu diſtantiis à Sole reciproce proportionales. Unde fit, quod, ſive Planeta magis ſive minus à Sole diſtet, ſectores æqualibus temporibus à radio vectore deſcripti æquales ſint. Nam dicti ſectores ſunt in ratione compoſita ex directa ratione radiorum ſeu diſtantiarum à Sole, & reciproca arcuum ſive circulationum; ideoque (ex hujus circulationis natura) in ratione æqualitatis. Circulationem ſupra deſcriptam (ubi velocitates circulandi ſunt diſtantiis à centro reciproce proportionales) vocat *Harmonicam*, quia poſitis diſtantiis à centro creſcentibus æquabiliter ſeu Arithmetice, circulationes decreſcunt in Harmonica progreſſione; quippe quantitatibus in progreſſione Arithmetica poſitis reciproce proportionales, quam eſſe Harmonice proportionalium proprietatem vulgo notum eſt.

Ponit itaque Vir celeberrimus Planetam moveri motu duplici ſeu compoſito ex circulatione Harmonica orbis ſui fluidi deferentis, & motu *paracentrico* acceſſûs ad Solem & receſſûs ab eodem. Facit autem circulatio ætheris, ut Planeta circuletur harmonice, non velut motu proprio, ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum ſequitur. Unde nec impetum circulandi velociorem retinet, quem habuerat in orbe inferiore ſeu propiore, ſed eum elangueſcentem, dum ſuperiores (majori velocitati quam ſuæ reſiſtentes) trajicit, continuo deponit, & ſeſe orbi ad quem accedit inſenſibiliter accommodat; & viciſſim dum à ſuperioribus ad inferiores tendit, impetum eorum accipit. Itaque non tantum in arcubus circuli, ſed & in curva alia quacunque deſcribenda, circulatio harmonica locum habet. Nam area temporis elemento deſcripta, à radiis è Sole ad Planetam in alia quavis curva motum ductis abſciſſa, comparabiliter non differt à ſectore circuli, cujus idem eſt angulus ad centrum, & radius præcedentium alteruter.

Alter motus cum priore motum Planetæ integrum componens (nempe paracentricus) duplici ex cauſa ortum ducit: nempe ex *impreſſione excuſſoria circulationis & attractione Solari* (aut quod hujus inſtar eſt) inter ſe compoſitis. Cum enim omne mobile à linea Curva, quam deſcribit, recedere conetur per tangentem; per hunc motum ſolum, Planeta à Vortice harmonice circulato delatus à Sole recedet. Et ejus conatus centrifugi ab Autore oſtenduntur eſſe in ratione radiorum reciproca triplicata. Altera motûs Planetæ paracentrici pars componens eſt attractio Solaris, ſive, quæ hujus vices gerit, Planetæ Gravitas: & licet hanc vim Attractionem vocet, eam ab impulſu fluidi ambientis derivari (ſicut & ipſas actiones magneticas) nullus dubitat.

Porro, quoniam ex obſervatione conſtat quemlibet Planetam primarium orbitam deſcribere Ellipticam, in cujus altero focorum eſt Sol, ita ut radiis è Sole ad Planetam ductis areæ ſemper abſcindantur tempo-

temporibus proportionales; nulla autem eſt in Vortice circulationis Lex, quæ ultimam conditionem adimpleat, præter harmonicam. Reliquum eſt ut quæratur Gravitatis lex, quæ, juncta cum conatu centrifugo mobilis harmonice circulantis, motum faciat paracentricum, qui una cum circulatione harmonica mobile in perimetro Ellipſis movere facit, quam (poſt præmiſſum Lemma rationem circulationis in coni Sectione ad velocitatem paracentricam oſtendens) definit, Theorema ſequens demonſtrando: *Si mobile, quod gravitatem habet, feratur in Ellipſi (aut alia Sectione coni) circulatione harmonica, ſitque in foco Ellipſeos centrum tam attractionis quam circulationis; erunt attractiones ſeu gravitatis ſollicitationes ut quadrata circulationum directe, ſeu ut quadrata radiorum ſive diſtantiarum à foco reciproce.* Invenit igitur ineſſe Planetis Gravitatem ad Solis centrum tendentem, cujus ea eſt Lex, ut ſit quadrato diſtantiæ à foco reciproce proportionalis. Hanc porro legem antea notam fuiſſe D. *Newtono* ultra agnoſcit; quippe cujus *Princip. Philoſ.* antea edita fuerant, & in hiſce Actis relata.

Poſt ſubnexa Corollaria quædam ex primario ſuo Theoremate pulchre conſequentia, finem *Tentamini* huic Phyſico-Aſtronomico imponit, duo agnoſcens in hoc argumento potiſſimum præſtanda ipſi ſupereſſe: Unum, ut explicet quis motus ætheris Planetas graves faciat, ſeu verſus Solem pellat, & quidem in reciproca duplicata ratione diſtantiarum, ſive (ut ipſe loquitur) in duplicata ratione viciniarum. Deinde, quæ ſit cauſa comparationis motuum inter diverſos Planetas Syſtematis ejuſdem, ita ut tempora periodica ſint in ſeſquiplicata ratione mediarum diſtantiarum. Cumque (ſecundum Autorem) horum utrumque pendere neceſſe ſit à contiguis corporibus, quæ omnia Ætheris nomine indigitat, duo hæc eo collimant, ut diſtinctius explicetur motus Vorticis, ſeu Ætheris Syſtema unumquodque conſtituentis. Sed cum hæc altius repetenda ſint, & propterea brevitati ſchediaſmatis includi non poſſint, quid illi conſentaneum viſum ſit, rectius ſeparatim exponendum ait.

PROPOSITIO LXXVIII.

Quæ in ſupra recenſitis Cauſis Motuum Cæleſtium, à D. Leibnitio *in* Tentamine *aſſignatis, minus Phyſica ſunt indicare.*

Contra modo deſcriptum celeberrimi *Leibnitii Tentamen de Cauſis Motuum Cæleſtium* faciunt quædam ex ſuperius adductis rationibus contra Vortices corporeos Planetas deferentes: nempe quod Cometarum quorundam viæ ſint ad Zodiacum valde obliquæ, quandoque hujus planum ad angulos rectos ſecent, immo nonnunquam curſui Planetarum directe contrariæ. Cumque Cometæ (dum à nobis obſervantur) areas circa Solem deſcribant temporibus proportionales, pari jure Vorticem harmonice circulantem ponere oporteret, cuivis Cometæ æque ac Planetæ circumvehendo neceſſarium; hoc eſt, Vorticem Vortici contrarium.

Conſiderando quidem unicum Planetam circa Solem (vel aliud quodvis centrum) rotatum, ſi hic per Vorticem deferendus ſit, nullo proprio motu agitatus, ſed quaſi tranquillâ natatione in fluido deferente, cujus motum ſequitur, (quod Autor ſupponit;) oportet Vorticem harmonice circulari, ut areæ per radios à Planeta ad Solem ductos abſciſſæ ſint proportionales temporibus. Alia nulla Vorticis conſtitutio rationem inter areas efficiet eandem quam inter tempora. Unde ſi Autoris Vortex Planetarum motibus non ſatisfaciat, certe alius nullus obtinebit. Atque hoc ſemel poſito, reliqua, quæ per Geometriam inde deducit Autor, optime procedunt, ut illi ſolent. Quibus ego addo, hujuſmodi Vorticem (cujus nempe fluidum in plano per centrum, cui axis eſt normalis, harmonice circuletur) mechanice producendum, ſi ſphæra ſolida in fluido uniformi & infinito, circa axem poſitione datum, uniformi cum motu revolvatur, & ab hujus impulſu ſolo agatur fluidum in orbem, & hujus pars unaquæque perſeveret uniformiter in motu ſuo. Atque hoc tertium Autori reſtabat circa motum Vorticis Solaris, ſeu Ætheris, explicandum; nempe quomodo in circulationem harmonicam impelli & incitari poſſit. Nam, quoniam univerſaliter Tempora percurrendi ſunt ut ſpatia percurſa directe, & velocitates inverſe; & in motu circulari ſpatia unâ revolutione percurſa ſunt ut radii, & in circulatione harmonica velocitates ſive circulationes reciproce ut radii; patet tempora periodica partium Vorticis harmonice circulantis eſſe in duplicata ratione radiorum: Atqui hanc eandem eſſe proprietatem circulationis in plano per centrum, cui axis eſt normalis in Vortice, per ſphæram centralem ad motum incitato, demonſtravimus Prop. LXXV.

Verum, ſi duorum aut plurium Planetarum motus inter ſe comparentur, apparebit materiam fluidam Vorticis Solaris non moveri circulatione harmonicâ. Nam hactenus demonſtravimus tempora periodica partium fluidi harmonice circulantium (& conſequenter etiam corporum, quæ tranquillâ natatione in fluido deferuntur) eſſe in duplicata ratione radiorum. Verum tempora periodica Planetarum non ſunt in duplicata, ſed tantum in ſeſquiplicata ratione diſtantiarum à centro: Et igitur Planetæ diverſi non moventur circulatione harmonicâ.

Dicet proculdubio Autor ſe non ponere totum fluidum Vorticis Solaris moveri circulatione harmonicâ continuâ, & nullibi interruptâ, à Mercurio uſque ad Saturnum inclusive; ſed fluidum deferens Mercurium moveri circulatione harmonicâ à perihelio uſque ad aphelium; deinde interruptâ hâc harmoniâ rurſus circulari harmonice à Veneris perihelio uſque ad ejus aphelium, ſed non continuatâ harmoniâ cum priore circulatione prope Mercurium; hoc eſt, ita ut circulatio fluidi deferentis Venerem ſit ad circulationem fluidi deferentis Mercurium ut diſtantia Mercurii à Sole ad diſtantiam Veneris ab eodem; atque rurſus (interruptâ priore harmoniâ) fluidum Terram deferens moveri harmonice quidem à Terræ

perihelio

perihelio ad aphelium, si solitaria spectetur hæc harmonia, & non comparetur cum harmonia fluidi ad Venerem vel Mercurium; atque ita in reliquis deinceps Planetis: hoc est, per crassitiem cujusvis orbis harmoniam obtinere particularem à cæteris separatam & disjunctam; similiterque in Jovis & Saturni satellitibus ascendendo à Jovis & Saturni centro. Fatendum tamen est Autorem circulationem suam harmonicam etiam ad diversos Planetas extendere videri *paragr.* 17. ubi ait: *in distantia dupla tantum quarta pars anguli è Sole spectati eodem temporis elemento absolvitur, in tripla tantum nona*: Nam certe hi numeri in eodem Planeta locum non habent. Quod si (quod maxime oporteret) de interrupta harmonia partium fluidi circulantium expresse loquatur, ægre Philosophis persuadebit rem ita se habere; quod nempe per crassitiem orbis Mercurii à perihelio ad aphelium circulatio sit harmonica, sive fluidi velocitates ut distantiæ à centro reciproce: comparando vero circulationem hanc cum circulatione ætheris ad alterum quemvis Planetam, illa sit ad hanc in reciproca subduplicata ratione radiorum: Nam independenter ab omni causa physica demonstravimus (Prop. xxvii. & xxviii.) Planetarum celeritates esse reciproce in subduplicata ratione distantiarum à Sole. Monstrosus certe futurus est Solis Vortex, & hi fluidi orbes deferentes deferentibus solidis absurdiores, si per crassitiem cujusvis è sex deferentibus orbibus harmonica circulatio locum habeat, & harmonia interim hæc quinquies interrumpatur; nempe ad interstitia deferentium. Et contra hanc interruptionem facit, quod Cometa per Zodiacum in consequentia delatus, & interstitia hæc orbium Planetas deferentium trajiciens ita moveatur, ac si deferretur ab æthere harmonice circulante; id est, ita ut areæ à radio vectore descriptæ sint temporibus proportionales. Advertatur porro quam difformiter difformis esset Solaris Vortex, in quo Orbis Saturni crassities, ubi circulatio ætheris harmonica obtinet, major est quam distantia Mercurii à Venere, vel Veneris à Terra, vel etiam Terræ à Marte, in quorum singulis interrumpitur harmonia; & ubi, depositâ ratione radiorum reciprocâ quam in harmonia servant, circulationes in horum binis quibusvis inter se comparatis sunt in subduplicata ratione radiorum reciproca, mox resumpturæ priorem harmoniam. Videtur ipsum celeberrimum Autorem hanc Vorticis harmonice circulantis labem detexisse, cum *illud supersesse* agnoscat, ut *explicet quæ sit causa comparationis motuum inter diversos Planetas systematis ejusdem, ita ut tempora periodica sint in sesquiplicata ratione mediarum distantiarum*: Istud enim non esse circulationis harmonicæ effectum satis perspexit.

Mirum fortasse videbitur celeberrimum D. *Leibnitium*, qui ex causis (primo obtutu) tam diversis à prius stabilitis Planetarum motus deduxit, in eandem tamen incidisse legem Gravitatis quâ quisque in Orbita Elliptica retinetur. Istius coincidentiæ hæc est ratio. Licet *Leibnitius* ad Planetam circumducendum adhibeat materiam

Vorticis

Vorticis harmonice circulantem; quia tamen in Planeta ſic circumducto, & curvam quamvis deſcribente, agnoſcit conatum excuſſorium, quo fieret ut Planeta in recta tangente Curvam moveretur niſi coerceretur; idem facit ac ſi Planetam æquabiliter in Recta moveri ſtatuiſſet niſi coerceretur: Nam hi duo motus ſimul iſtud efficiunt; id eſt, idem ac ſi nullâ externâ Vi agitatus in ſpatiis liberis feratur. In utroque enim caſu lineam Rectam motu æquabili deſcribet: Nam mobile lineam rectam æquabili motu deſcribens illam ita percurrit (per Prop. 1. Elem. 6.) ut areæ per radios ad quodvis datum punctum ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Cum ergo circulatio harmonica & conatus excuſſorius ſimul eadem præſtent atque motus æquabilis in recta, fieri non potuit quin inveniret legem Gravitatis eandem cum prius inventa; nempe quæ Planetam ab eadem tangente recta, quam eodem modo percurreret, ad eandem Sectionem coni detrudat verſus Solem eodem modo poſitum.

SECTIO XI.

De aliis Mundi Syſtematibus, & Viribus ad illa conſervanda neceſſariis.

Hactenus vetus Syſtema Mundi *Philolaicum* explicuimus, oſtendendo quænam Phænomena in illo contingant, quodque hæc cum obſervatis congruant. Fuſe etiam actum eſt de Directione & Lege Virium, quibus Syſtema Solare in iſto ſtatu continetur, quibuſque modis iſtud fieri ſenſerint Philoſophi hujus Aſſertores. Reliquum eſt ut paucis expediamus, quem Ordinem, quemque Motum Corporibus hujus Syſtematis tribuerint alii Philoſophi, quæ dogmata hodie Aſſertorum ſuorum *Syſtemata* appellantur; & ſimul indicemus Directionem & Legem Virium, quibus Syſtemata iſta ſubſiſtere poſſint.

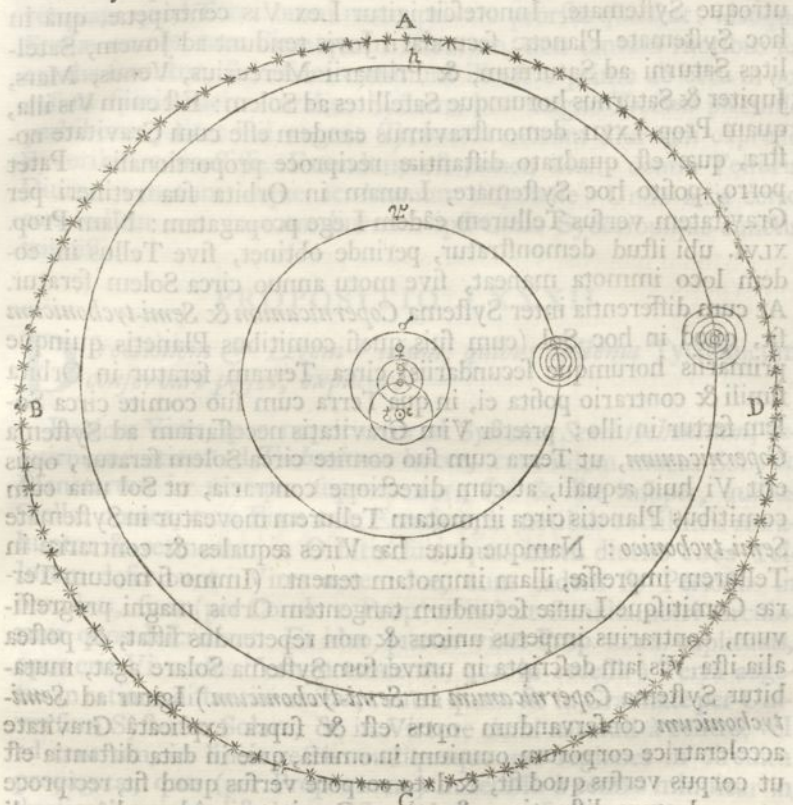
PROPOSITIO LXXIX.

M*Undi Syſtema* Semi-tychonicum *deſcribere.*

Dogmatis hujus Aſſertores ſtatuunt Tellurem loco immotam in centro Sphæræ, in cujus ſuperficie A B C D Fixas collocatas volunt: Tellurem interim ſuper axem ſuum ab oriente in occidentem motu diurno rotari concedunt. Porro, in hoc Syſtemate Sol circa Tellurem movetur ſpatio annuo ad diſtantiam æqualem illi, ad quam Tellus circa Solem in Syſtemate *Philolaico*: & circa Solem, ceu centrum, Planetæ quinque ſc. Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus revolvuntur verſus eandem plagam, & ad eaſdem diſtantias, quas in illo. Præterea, circa Terram Luna, & circa Jovem & Saturnum ſui revolvuntur Satellites, iiſdem periodis quibus ſupra eſt dictum ad Prop. XV.

Hic

Hic Ordo & hi Motus magnorum Mundi corporum Aſtronomis pleriſque placent, quibus diſplicet alterum iſtud Syſtema ſuperius fuſe explicatum, quod ab inſtauratore *Copernico* ***Copernicanum*** vulgo audit, ut *Longomontano* & aliis. Nam in hoc apparens revolutio diurna Syderum omnium ab ortu in occaſum, & motus Planetarum



proprii ſive ſecundi, prorſus eadem erunt atque in Syſtemate *Copernicano*, & Tellus interim in Sphæræ Fixarum centro conſiſtens ſolâ revolutione circa proprium axem cietur. Et licet Fixas collocent in ſuperficie ſphærica, cujus centrum eſt Tellus, iſtud magis Aſtronomicum cenſendum eſt quam Phyſicum: Poterunt namque Fixæ ad diverſas diſtantias, per omne ſpatium Mundanum quaſi ſparſæ, ſalvo hoc Syſtemate, collocari; earumque motus in conſequentia explicabitur tribuendo Telluris Axi motum lentiſſimum, qualem Prop. LXIV. explicuimus.

PROPOSITIO LXXX.

Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Semi-tychonicum *conſervari poſſet, explicare.*

Patet primo iiſdem opus eſſe Viribus, & eâdem directione, ad conſervandum

ſervandum Planetas quinque primarios Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum in Orbitis ſuis circa Solem, & Jovis Saturnique Comites in Orbitis ſuis circa Jovem & Saturnum, atque in Syſtemate *Copernicano*: Eædem namque ſunt Orbitæ iſtorum Primariorum circa Solem & Comitum circa proprios primarios in utroque Syſtemate. Innoteſcit igitur Lex Vis centripetæ, quâ in hoc Syſtemate Planetæ ſecundarii Jovis tendunt ad Jovem, Satellites Saturni ad Saturnum, & Primarii Mercurius, Venus, Mars, Jupiter & Saturnus horumque Satellites ad Solem: Eſt enim Vis illa, quam Prop. LXVII. demonſtravimus eandem eſſe cum Gravitate noſtra, quæ eſt quadrato diſtantiæ reciproce proportionalis. Patet porro, poſito hoc Syſtemate, Lunam in Orbita ſua retineri per Gravitatem verſus Tellurem eâdem Lege propagatam: Nam Prop. XLVI. ubi iſtud demonſtratur, perinde obtinet, ſive Tellus in eodem loco immota maneat, ſive motu annuo circa Solem feratur. At cum differentia inter Syſtema *Copernicanum* & *Semi-tychonicum* ſit, quod in hoc Sol (cum ſuis quaſi comitibus Planetis quinque primariis horumque ſecundariis) circa Terram feratur in Orbita ſimili & contrario poſita ei, in qua Terra cum ſuo comite circa Solem fertur in illo; præter Vim Gravitatis neceſſariam ad Syſtema *Copernicanum*, ut Terra cum ſuo comite circa Solem feratur, opus erit Vi huic æquali, at cum directione contraria, ut Sol una cum comitibus Planetis circa immotam Tellurem moveatur in Syſtemate *Semi-tychonico*: Namque duæ hæ Vires æquales & contrariæ in Tellurem impreſſæ, illam immotam tenent. (Immo ſi motum Terræ Comitiſque Lunæ ſecundum tangentem Orbis magni progreſſivum, contrarius impetus unicus & non repetendus ſiſtat, & poſtea alia iſta Vis jam deſcripta in univerſum Syſtema Solare agat, mutabitur Syſtema *Copernicanum* in *Semi-tychonicum*.) Igitur ad *Semi-tychonicum* conſervandum opus eſt & ſupra explicatâ Gravitate acceleratrice corporum omnium in omnia, quæ in data diſtantia eſt ut corpus verſus quod fit, & dato corpore verſus quod fit, reciproce ut quadratum diſtantiæ; & etiam Gravitate quâdam aliâ, æquali nempe illi quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem & Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Nam Vim illam, quâ Tellus circa axem ſuum rotatur, hiſce non annumero; quippe ſemel tantum imprimendam Terræ ſicut & reliquis corporibus Mundi magnis circa axes revolutis: neque (propter eandem rationem) Vim illam, quâ Planetæ in Orbitarum ſuarum tangentibus progrederentur: Nam de Viribus earumque Lege nunc agitur quibus Syſtema conſervari, non quibus produci poſſit.

PRO-

PROPOSITIO LXXXI.

Mundi Syſtema Tychonicum *deſcribere.*

Hoc in nullo differt à Syſtemate deſcripto in Prop. LXXIX, præterquam quod Terra omni motu privata prorſus quieſcat; ideoque Stellæ omnes, tam Fixæ quam Erraticæ, non tantum motibus ſecundis feruntur, ſed etiam communi illo ſive primo ab ortu in occaſum ſpatio diei naturalis. Syſtema hoc magno *Tychoni* placuiſſe perhibetur; licet alii negent *Tychonem* motum diurnum expreſſe Syderibus conceſſiſſe. Fatendum eſt tamen illum contra Telluris Diurnum motum æque ac Annuum diſputaſſe: Unde ſatis certo concluditur eum motum diurnum ipſi Cœlo Syderibuſque cunctis tribuiſſe.

PROPOSITIO LXXXII.

Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Tychonicum *conſervari poſſet, explicare.*

Eædem Vires, quæ requiruntur ad Syſtema *Semi-tychonicum*, requiruntur etiam ad *Tychonicum* hocce, cum iidem motus Solis & Planetarum in utroque ſupponantur; ſed & illæ inſuper, quibus Stellæ omnes, cum Fixæ tum Erraticæ, à motibus rectilineis retrahuntur & retinentur in Orbitis ſuis, quas motu diurno circa Tellurem deſcribunt. Vires autem hæ, cum eadem ſit Periodus in omnibus, ſunt (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut ſemidiametri circulorum quos deſcribunt. Et ideo, præter vires Prop. LXXX. explicatas, opus erit Vi verſus Terram tendente, quæ in receſſu à Terra augetur in ratione diſtantiæ auctæ; contra quam fit in Gravitate per Univerſum Syſtema Solare, & in Virtute omni naturali à centro, vel ad centrum, in lineis rectis undiquaque per regiones in circuitu propagata, quæ (per Prop. XLVIII.) in receſſu à centro minuitur in duplicata ratione diſtantiæ auctæ. Atque ut facilius æſtimetur Vis iſta, quâ ſtellæ retinentur in Orbitis per motum diurnum deſcriptis, conferatur hæc apud Lunam cum Vi gravitatis, quâ (per Prop. XLVI.) Luna retinetur in Orbita, quam ſpatio menſtruo circa Tellurem percurrit. Et cum circuli à Luna per motum menſtruum & diurnum deſcripti ſint æquales, Vires, quibus Luna in iis retinetur, (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ſunt reciproce ut quadrata temporum; hoc eſt, Vis, quâ retinetur Luna, (cum in Æquatore motu diurno circa Solem fertur,) ne per rectam tangentem Orbitam excutiatur, eſt ad Vim, quâ retinetur in Orbita, quam menſe periodico circa Terram percurrit, ut 27 × 27 ad 1; ſive ut 729 ad 1. Verum Vis hæc verſus Terram tendens obtinet in iis tantum ſtellis, quæ in Æquatore ſunt poſitæ: Nam Vis, quâ Stella quævis extra hunc verſus Polorum alterum declinans à motu rectilineo retrahitur & in Orbita Æquatori parallela continetur, (per Prop. XII.) tendit ad

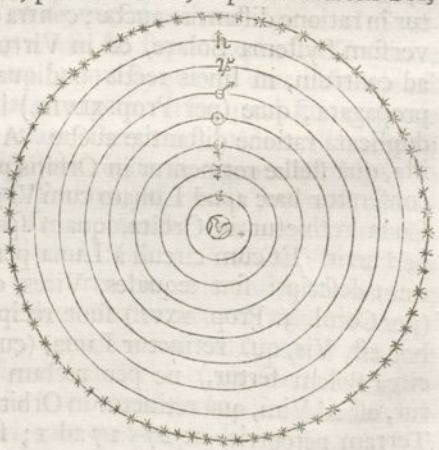
circuli iſtius centrum, non ad Terram extra ejus planum poſitam; eſtque (per Corol. 1. Prop. XXVI.) ut circuli iſtius ſemidiameter; hoc eſt, in data ab Axe diſtantia æqualis ſive eadem, & in data à Terra diſtantia ut ſinus complementi declinationis.

Ad Syſtema igitur *Tychonicum* conſervandum requiritur, 1°. Gravitas iſta acceleratrix corporum omnium in omnia, quæ datâ diſtantiâ eſt ut corpus verſus quod fit, & dato corpore verſus quod fit, eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ. 2°. Vis quædam alia acceleratrix, æqualis nempe illi, quâ per ſuperiorem Vim Tellus verſus Solem tenderet, æqualiter agens in Solem, Mercurium, Venerem, Terram, Martem, Jovem, Saturnum, horumque Comites per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. 3°. Vis acceleratrix verſus punctum proximum Axis Mundi tendens, diſtantiæ ab iſto puncto proportionalis, ad ultimas uſque Fixas porrecta. 4°. Vis alia ſimilis ad punctum proximum Axis Eclipticæ tendens, & diſtantiæ ab illo proportionalis. Vis hæc ea eſt, quâ retinentur Fixæ in Orbitis, quas motu proprio ab occaſu in ortum ſuper Eclipticæ Polos deſcribunt; & in locis inter centrum & Fixas intermediis omnino non agit, ſed apud Fixas agere incipit; eſtque (per Corol. 3. Prop. XXVI.) ad Vim confimilem in Axe Mundi in duplicata ratione Diei naturalis ad Periodum Fixarum ſuper polos Eclipticæ. Atque hæ quatuor ſufficerent.

PROPOSITIO LXXXIII.

M*Undi Syſtema* Ptolemaicum *deſcribere.*

In hoc Syſtemate Terra in centro immota prorſus conſiſtit. Huic proxima Luna, dein Mercurius, poſtea Venus, ſupra Venerem Sol, proxime Mars, tum Jupiter, & Saturnus Jovem ambiens; ut in ſchemate ab occidente in orientem ſub Zodiaco periodos ſuas abſolvunt. Supra Saturnum Fixarum ſphæra integra (in cujus centro eſt Terra) ſuper Eclipticæ polos etiam ab occaſu in ortum lentiſſime revolvitur. Sed & Fixæ & omnes dicti Planetæ ſuper polos Æquatoris ab ortu in occaſum ſpatio diei naturalis revolvuntur. Quos ſupra Fixas ponunt Orbes Aſſertores *Ptolemaici* Syſtematis, non numeramus; cum *Theoriæ* tantum inſerviant, & Mundum aſpectabilem non ſpectent. Et propter eandem rationem omittimus etiam cujuſque Planetæ Epicyclos: In Orbitis enim hic delineatis deferuntur centra Epicyclorum, in



in quorum circumferentiis ipſa Planetarum corpora moventur. In hoc ſchemate Planetarum Orbitas non delineavimus juxta proportionem quam in Cœlis ſervant; tum quod hanc non declaraverit ipſe *Ptolemæus*, præterquam in Sole & Luna; quodque licet circuli deferentes centra Epicyclorum diſtent, ipſi Planetarum Cœli in hoc ſyſtemate ſunt contigui, inferiore quandoque in Apogæo aſcendente à Tellure ad diſtantiam æqualem illi, ad quam proxime ſuperior deſcendit in Perigæo: tum quod Mercurii & Veneris (ut de Luna taceam) Orbitæ ex *Ptolemæi* Theoriis petitæ evaneſcant fere reſpectu Orbitæ Saturni, & ideo in eodem ſchemate vix ſint deſcribendæ: Nam in hoc Saturni diſtantia à Terra centies ſexagies major eſt diſtantiâ Mercurii à Terra; at in *Copernicano* Syſtemate Mercurii diſtantia à Sole vigeſies & quater tantum ſuperatur à diſtantia Saturni ab eodem.

Licet Ordo Planetarum ſupra deſcriptus Philoſophorum & Aſtronomorum vulgo placuerit, non defuere tamen qui Lunæ Solem immediate ſuperponerent, Soli Mercurium & Mercurio Venerem; quæ opinio *Platoni* vulgo tribuitur: *Porphyrius* vero Soli Venerem immediate ſuperpoſuit & Veneri Mercurium, tribus reliquis (Marte, Jove & Saturno) ut prius manentibus: hâc forte ratione ducti, quod Luminaria bina Terris proxima eſſe conveniens judicarent; cum illi ad motus magis attendentes medium inter Planetas locum tribuerint Soli, à cujus motu reliquorum Planetarum motus in ſuis Epicyclis dependere compertum habebant.

PROPOSITIO LXXXIV.

Directionem & Legem Virium, quibus Syſtema Ptolemaicum *conſervari poſſet, explicare.*

Primo, ad continenda Sydera in Orbitis, quas motu diurno circa Tellurem deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in Syſtemate *Tychonico* ad eundem effectum producendum; nempe quæ à quovis Mundi puncto tendant ad proximum punctum Axis, ſintque in ratione diſtantiarum ab illo. Secundo, ad Fixas continendas in Orbitis, quas motu proprio ab occaſu in ortum deſcribunt, ſimilibus opus eſt Viribus atque in ſupra deſcripto *Tychonico*; ſc. quæ tendant ad punctum proximum Axis Eclipticæ, ſintque in eadem ratione cum diſtantiis ab illo. Deinde ad Luminaria (Solem & Lunam) continenda in Orbitis, quas per motus ſuos ſecundos deſcribunt; cum Orbitæ iſtæ ſimiles ſint earum Orbitis in Syſtemate *Tychonico*, ſimilibus etiam opus erit in hoc Syſtemate Viribus ad illa in dictis Orbitis retinenda atque in illo; nempe (per Prop. LXXX.) gravitate acceleratrice trium Corporum Solis, Terræ & Lunæ verſus ſe invicem, (quæ alia nulla corpora Mundana afficiat, licet ſint intermedia,) quæ in data diſtantia ſit ut corpus verſus quod fit, & verſus datum corpus ſit reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illo; prætereaque gravitate quâdam aliâ æquali illi, quâ

Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram, ſed quæ alium nullum Planetam afficiat. Nam Vis illa, quâ retinetur Sol in Orbita annua, non eſt eadem cum illa, quâ retinetur Luna in Orbita menſtrua, ad Solem uſque propagata: Etenim Vis, quâ Luna retinetur, eadem eſt (per Prop. XLVI.) cum Gravitate apud nos. Quod ſi Sol retineretur per eam ipſam eouſque propagatam, Cubi diſtantiarum Solis & Lunæ (per Prop. XXVII.) eandem haberent rationem quam Quadrata Temporum periodicorum eorundem; adeoque, poſitâ Lunæ diſtantiâ à Terra 60 ſemidiametrorum Terræ, Sol non ultra 340 Terræ ſemidiametros diſtaret; & ejus Parallaxis horizontalis ultra 9 ſcrupula prima aſcenderet, reclamante obſervatione; & præterea non daretur locus pro Epicyclis Mercurii & Veneris inter Cœlos Lunæ & Solis, ubi ſecundum hoc Syſtema collocantur.

Philoſophi quidam hujus Sectæ nolunt Solis & Lunæ motus ſub Zodiaco à motibus diurnis ſuper polos Æquatoris niſi mente diſtinguere, ita ut cujuſque motus ſit reipſâ in eadem ſimplici Linea Spirali, orta ex compoſitione prædictorum motuum, in quos motus iſti Cœleſtes ab Aſtronomis (propter majorem facilitatem) dividi intelliguntur; & motus ſimpliciſſimus in recta poterit ex duobus vel pluribus motibus componi. Quoniam vero Spiralis iſta non eſt Linea in plano deſcripta, nequit (per Prop. XI.) corpus in illa retineri per Vim unicam ad immotum punctum tendentem. Vel igitur Viribus diverſis ſupra deſcriptis opus erit, vel illis æquipollente Vi unicâ tendente ad punctum interea prorſum & retrorſum motum, & quidem in Linea ſatis compoſita.

Porro, ad continendos Planetas reliquos (Mercurium, Venerem, Martem, Jovem & Saturnum) in Orbitis, quas motu proprio deſcribunt, Vires ad Tellurem tendentes non ſufficiunt, (ut Prop. XIII. eſt demonſtratum;) neque Vires ad Solem tendentes, cum Veneris & Mercurii Orbitæ Solem in hoc Syſtemate non cingant, & proinde non ſint in omnibus partibus verſus illum cavæ: unde ex Prop. XI. conſtat propoſitum. Nullumque eſt in Syſtemate punctum, (nedum Corpus notabile,) quod poſſit eſſe centrum, ad quod tendant Vires quibus Planetæ retinentur, ne ſecundum tangentes rectas exeant; reclamante nimirum ſupradictarum rationum alterâ.

Quod ſi Syſtema hoc *Ptolemaicum* ad literam intelligatur; hoc eſt, ſi motus à *Ptolemæo* deſcripti non habeantur pro motibus per mentem tantum ſeparatis, ſed talibus qui revera Planetis inſunt; tum opus erit Vi in centro Epicycli uniuſcujuſque è Planetis (Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio) tendente ad centrum deferentis; nempe in imaginario puncto (ſive ubi corpus nullum conſiſtit) ad imaginarium punctum; & præterea opus erit Vi in ipſo Planeta quæ tendat ad centrum Epicycli; nempe Vi in Corpore, quæ tendat ad imaginarium punctum. Sed & Vires hæ, quibus quiſque

Planeta

Planeta ejuſque Epicycli centrum urgentur, non propagantur ultra ſuum punctum ſuumque Planetam, nec alios afficiunt; & peculiari opus eſt Vi ad continendum unumquodque Epicycli centrum & unumquemque Planetam in propria Orbita, ita ut nulla ſit Lex quæ omnes reſpiciat: Gravitas autem ordinaria Satellitum Jovis & Saturni verſus centra Jovis & Saturni reſpectiva illibata interim manet.

Poſtquam Veneris & Mercurii Phaſes per Teleſcopium conſpectæ ſunt, Syſtema Mundi *Ptolemaicum* à Philoſophis rejectum eſt: inde enim clare evincitur Mercurium & Venerem Orbitis ſuis Solem cingere; ut in Scholio Prop. VI. eſt oſtenſum. Qui igitur pro Terræ immobilitate ſteterunt, Mercurium & Venerem in Epicyclis circa Solem ceu centrum moveri ſtatuerunt, Mundi Syſtema *Philolaicum* in tantum amplexi, & *Ægyptiorum* Vetus poſtliminio reducentes; quod etiam *Vitruvio* probatur in ſuo de *Architectura Libro*, & Venerabili *Bedæ* in ſuo de *Natura Rerum*. *Ricciolus* in *Almageſto* Solis ſatellitio Martem adjungit, ita ut Solis ſint Satellites, qui ſatellitio proprio non gaudent; circa Tellurem vero ceu centrum immediatum, præter Luminaria, ſoli rotentur Saturnus & Jupiter, qui Comites habent; atque Syſtema hoc fere *Tychonicum* ſuum dicit.

Non erit neceſſarium Vires earumque directionem explicare, quibus Syſtema *Ægyptiacum* & alterum illud paulo diverſum *Ricciolicum* conſervari poſſent: Iſtud enim ex ſupra dictis facile apparet. Prout enim illa ex ſupra deſcriptis Syſtematibus componuntur, ita Vires ad illa conſervanda neceſſariæ partes ſunt ſupra explicatarum Virium reſpectivarum.

SCHOLIUM.

Sectio hæc in eum finem ſubjungitur, ut non tantum Aſtronomi, (qui motuum Cœleſtium multiplicitatem minime reformidant, & pro poſtulato habent Stellam quamvis motu quovis movere,) diverſa Syſtemata penſitantes, quod Phænomenis optime congruat amplectantur; ſed ut Phyſici etiam Syſtema eligant, quod rationibus Phyſicis optime reſpondeat; nempe vel vetus *Philolaicum* ſive *Copernicanum*, quod Phænomenis congruit & conſervari poteſt per ſolam Gravitatem eodem tenore per Univerſum propagatam; Vim nempe acceleratricem corporum omnium in omnia, quæ eſt in data diſtantia ut corpus verſus quod fit, & dato corpore verſus quod fit, reciproce ut quadratum diſtantiæ: vel *Semi-tychonicum* Prop. LXXIX. deſcriptum, quod eadem prorſus præſtat (phænomena quod ſpectat) cum *Copernicano*, ſed quod præter eandem iſtam Gravitatem, quæ requiritur ad Syſtema Copernicanum, (per Prop. LXXX.) opus habet Vi quâdam aliâ, cujus magnitudo & directio perpetuo mutantur; eſt quippe Vis iſta æqualis illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agitque æqualiter in corpora omnia Syſtematis Solaris ſecundum rectas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione

à Sole

à Sole ad Terram: vel (ſi Telluri quietem omnimodam aſſerere certo ſit conſtitutum) ipſum *Tychonicum* Prop. LXXXI. deſcriptum, paria faciens quoad Phænomena, in quo (per Prop. LXXXII.) præter duas prædictas Vires opus eſt aliis duabus; nempe Vi æquali in ſingulis punctis axis Mundi, quæ augetur pro ratione diſtantiæ auctæ, eſtque apud Lunam ad Vim gravitatis in duplicata ratione menſis periodici ad diem naturalem; & Vi aliâ ſimili & ſimiliter propagatâ in ſingulis punctis axis Eclipticæ, quæ in ſolas Fixas agat, quæque apud Fixas ſit ad priorem Vim in axe Mundi in duplicata ratione diei naturalis ad annum magnum, ſive Periodum Fixarum ſuper polos Eclipticæ: vel ipſum *Ptolemaicum* Prop. LXXXIII. deſcriptum; atqui hoc Phænomenis non congruit, ut Prop. LXXXIV. oſtenſum. Verum ſi, ſepoſitis Phænomenis Phaſium Veneris & Mercurii, ad ea ſola Phænomena motûs attendatur, quæ *Ptolemæo* innotuere, & illius Syſtema pro vero habeatur; (per Prop. LXXXIV.) præter duo genera Virium attractricium, per axem Mundi axemque Eclipticæ æqualiter diſperſarum, opus erit Gravitate acceleratrice Solis, Terræ & Lunæ verſus ſe invicem, Planetas reliquos haud afficiente, quæ in data diſtantia eſt ut Corpus verſus quod fit, & verſus datum corpus reciproce ut quadratum diſtantiæ ab illo; & præterea Gravitate quâdam aliâ (æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet) agente æqualiter in Solem, Terram & Lunam per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram. Opus præterea eſt Vi particulari in centro Epicycli cujuſque è Planetis Saturno, Jove, Marte, Venere & Mercurio, quæ tendat ad centrum Deferentis ſui; & Vi particulari in ipſo Planeta tendente ad centrum proprii Epicycli, ſalvâ interim gravitate ordinariâ Satellitum Jovis & Saturni. Si vero vel *Ægyptiacum* (vel *Ricciolicum*) arrideat, (quod quidem Phænomenis reſpondere poterit,) opus erit (præter Vires in axibus Mundi & Eclipticæ reſidentes) Gravitate mutuâ Solis, Mercurii, Veneris, Terræ cum Luna, (& Martis,) ut in *Copernicano* & *Tychonico*, ſed quæ ad Jovem & Saturnum non pertingat; & præterea Vi æquali illi, quâ Tellus verſus Solem tenderet, agente æqualiter in Solem, Mercurium, Venerem, Terram cum Luna (& Martem) per lineas parallelas rectæ jungenti Solem & Terram, & cum directione à Sole ad Terram; prætereaque Vi particulari in centro Epicycli utriuſque Planetæ Jovis & Saturni, quæ tendat ad centrum ſui Deferentis, & Vi particulari in ipſo Jove & Saturno tendente ad centrum proprii Epicycli.

ASTRONOMIÆ

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SECUNDUS

De Primo Motu.

IN Libro præcedente jacta ſunt fundamenta Aſtronomiæ Veræ & Phyſicæ; id eſt, Stellarum motus, prout in ipſa rerum natura revera fiunt, generatim ſunt explicati: Verum & apparentiarum habenda eſt ratio; hoc eſt, Aſtronomiæ ad illas aptatæ Elementa condenda ſunt. Sicut enim cuivis Philoſopho phænomenon Cœleſtium rationes expendenti extra dubium eſt poſitum Terram inter Planetas referri, ita cuivis viſu prædito conſtat Tellurem in Mundi medio immotam apparere, Cœlumque & omnia inibi contenta circa hanc ad ſenſum moveri. Hujus phænomeni non tantum ratio eſt reddenda, (quod in Libro præcedente hactenus eſt factum,) ſed etiam modi explicandi, quos ad Stellarum loca è Tellure viſa definienda adhibuerunt Aſtronomi, qui vel rem ita ſe habere cum vulgo ſtatuunt, vel qui Syſtema hoc apparentiarum retinendum cenſent, utut rem prorſus aliter ſe habere certo ſciant; & ex hoc Syſtemate cum vulgo plerumque loquendum, & viſui aliiſque ſenſibus ſemper & ubique à ratione & veriore Phyſica vim non eſſe inferendam. Huic igitur fini deſtinatus eſt Liber hic Secundus; Vocibus nempe in Aſtronomia uſitatis explicandis; & Sphærarum, Globorum & reliquarum Machinarum, quibus Motum præcipue Diurnum imitantur artifices & ob oculos ponunt, deſcriptioni & uſui tradendis, & generatim illis omnibus è Phyſico Syſtemate eruendis, & ſecundum apparens Syſtema tractandis & Calculo ſubducendis, quæ *Doctrinæ Sphæricæ* nomine ab Aſtronomis indigitantur: Et quamvis Doctrina hæc Sphærica à ſcriptoribus omnibus prius tradatur; ordinem tamen invertere non ſumus veriti, tam quod hâc methodo melius cavetur, ne, qui Aſtronomiam juniores diſcunt, Syſtemati Terræ immotæ primo aſſuefacti illud pro vero & indubio habeant, cui etiam à Senſibus proniores ſunt; quam quod Sphærica hæc ex *Kepleri* ſententia *multis rebus ex Theorica* (quæ eſt Doctrina de motu Planetarum proprio, Lib. præc. adumbrata) *per anticipationem petitis indiget, illa vero per ſeipſam tradi & comprehendi poteſt, nullo indigens adminiculo motûs diurni ſeu primi, aut hunc tractantis Doctrinæ Sphæricæ.*

SECTIO I.

De Geneſi circulorum Sphæræ, & Vocibus in Aſtronomia uſitatis inde pendentibus.

PROPOSITIO I.

ECliticæ & Zodiaci geneſin & naturam, eorumque diviſiones, item Secundariorum Eclipticæ, horumque officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Obſervator in Tellure conſtitutus, viſu ſuo (quatenus non impeditur) undique æqualiter prolato, Mundum per ſuperficiem ſphæricam ſibi (hoc eſt, Telluri) concentricam definit, & remota omnia, quorum diſtantia eſt incognita, utut revera inæqualiter admodum diſſita, quaſi in eadem dicta concava ſuperficie collocari judicat, velut Fixas, Solem, ipſamque Lunam; ut Prop. XXXII. Lib. I. oſtenſum eſt. Sphæra hæc Telluri concentrica illique circundata, viſu definita, & Fixis micantibus interſtincta, ſpatii abſoluti vices gerens, immota prorſus ſpectatur dum abſtrahimus à motu diurno, quo univerſa hæc ſphæra vel potius totum Cœlum ab oriente in occidentem ſpatio 24 horarum revolvitur. Cum autem, per motum Telluris annuum circa Solem, Sol è Tellure ſpectatus videatur ad ſtellas magis orientales quotidie progredi, (ut Prop. II. Lib. I. oſtenſum,) Sol in ſphæra immobili ſive ſpatio Mundano moveri videbitur; cujus ſemita inter Fixas notata *Ecliptica* dicitur, quod Luminarium Eclipſes non niſi in illa contingant; ut ſupra eſt oſtenſum.

Stabilitâ ſemel Eclipticâ hâc, manifeſtum eſt quod ſicut Planetarum orbitæ circa Solem non ſunt in uno plano omnes, ſed illorum quivis è Sole ſpectatus nunc in hanc nunc in illam Viæ Telluris inter Fixas notatæ partem excurrit; ſic Planetæ iidem è Tellure ſpectati nunc in hanc nunc in illam Eclipticæ partem excurrunt, & varie etiam in iiſdem Orbitarum ſuarum punctis excurrere videntur, pro vario Telluris ſitu, (ut Prop. V. & VIII. Lib. I. oſtenſum;) ſed maximus illorum excurſus intra decem gradus continetur: Aſtronomi igitur tractum iſtum Cœli ſtellati, quem Sol, Luna & Planetæ motibus ſuis inſignire videntur, quique Zona eſt 20 gradus lata, (decem nempe ad utrumque Eclipticæ latus,) uno nomine *Zodiacum* dixere ab imaginibus animalium, quas Fixæ in iſto tractu referre viſæ ſunt. Harum duodecim conſtituerunt, vel quod hic numerus aptiſſimus ſit, quippe in partes, duas, tres, quatuor, ſex & duodecim abſque reſiduo diviſibilis; vel quod, dum Sol Zodiacum ſpatio annuo peragrare videtur, duodecim proxime contingant Lunationes, ſive Luna phaſes omnes duodecies ſubeat. Zodiaci partes hæ *Signa* dicuntur, harumque notæ ſunt, Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpio ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Piſces ♓. Horum Signorum quodvis

quodvis rursus in partes 30 æquales dividitur, ut integer circulus (reliquorum omnium instar) in 360 dispescatur. Quamvis Zodiaci aut alterius circuli nullum sit proprie initium, nullus finis; Astronomi initium numerandi faciunt à primo puncto Arietis, in quo Sol è Tellure videtur cum dies noctibus æquantur, & ver incipit borealis hemisphærii Telluris incolis, quod etiam est punctum communis intersectionis Eclipticæ & Æquatoris; ut Prop. XXXIII. Lib. I. ostensum. Numeratio autem fit ab ♈ ad ♉, ♊, & ita denuo, donec ad initium ♈ reversum fuerit, in eandem plagam, in quam Sol circa Terram moveri videtur. Atque progressus in hanc plagam dicitur fieri in *Consequentia Signorum*, sive secundum eorum Seriem; in eandem nempe, in quam Sol, Luna & plerumque cæteri Planetæ moveri videntur: Sed phænomenon, quod inverso ordine sive ab ♉ ad ♈ vel ab ♈ ad ♓ fertur, dicitur contra seriem signorum sive in *Antecedentia* moveri.

Exinde vero quod Axis Telluris post plures revolutiones circa Solem à situ parallelo illi, quem prius habuerat, aberrat describens superficiem conicam, imagines stellarum migrarunt ex Zodiaci Signis, quibus olim nomina ob viciniam dederunt. Atque hoc fit non ex Stellarum aut Zodiaci motu, sed quod una cum Telluris Axe Æquator Terrestris moveatur, ita ut Æquatoris Cœlestis intersectiones cum Ecliptica, sive puncta Æquinoctialia (& proinde etiam omnia Zodiaci puncta, quatenus numeris exprimuntur) migrent in antecedentia; & Imagines sive ipsæ Fixæ respectu horum in consequentia transferri videantur; ut Prop. LXIV. Lib. I. ostensum est.

Si per Eclipticæ polos ducti intelligantur circuli innumeri, Eclipticæ ad angulos rectos occurrentes, & hujus *Secundarii* dicti; horum ope quodvis in Cœlo punctum ad Eclipticam refertur: nempe phænomenon quodvis in eo Zodiaci vel Eclipticæ puncto esse intelligitur, in quo hujusmodi semicirculus per phænomenon transiens Eclipticæ occurrit. Et phænomena, quæ hoc modo ad idem Zodiaci punctum referuntur, conjuncta dicuntur sive in *Conjunctione*; quæ vero ad oppositа referuntur, in *Oppositione*. Si Zodiaci quadrans interjaceat puncta, ad quæ phænomena referuntur, dicuntur esse in aspectu *Quadrato*; si vero Zodiaci triens, in aspectu *Trino*; denique si interjaceat Zodiaci sextans, aspectum dicuntur habere *Sextilem*.

Porro, arcus Eclipticæ inter initium Arietis & dictum intersectionis punctum interceptus, & in consequentia numeratus, dicitur phænomeni vel puncti istius *Longitudo*, sicut & Secundarii arcus inter Eclipticam & dictum phænomenon aut Cœli punctum interceptus ejusdem *Latitudo* appellatur; unde & Secundariis hisce nomen *Circulorum Latitudinis* inditum. Latitudo est vel *Borealis* vel *Australis*: Cœlum enim ab Ecliptica (circulo Cœlesti, quoniam is in Cœlis primitus consideratur) in Hemisphærium Boreale & Australe ab Astronomis dividitur.

PROPOSITIO II.

Æquinoctialis Cœleſtis ejuſque Secundariorum & Parallelorum geneſin, naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Si Æquatoris Terreſtris ſive circuli medii inter polos, ſuper quibus Tellus motu diurno circumvolvitur, planum undiquaque productum intelligatur; interſecabit illud ſphæricam Cœli ſuperficiem Telluri concentricam in circulo correſpondenti in Cœlo, & Axis Terræ productus ſignabit Polos in eadem ſphæra. Et quamvis Tellus cum ſuo Axe & Æquatore motu annuo circa Solem deferatur, tantillus eſt tamen circulus à Terra peragratus reſpectu ſphæræ Fixarum, ut Axis & Æquator Terreſtres (ſibi ipſis ubique paralleli) producti in eaſdem ad ſenſum Fixas incidant, adeoque Fixæ reliquæ omnes, quæ eundem inter ſe ſitum retinent, eundem etiam reſpectu Æquatoris & Polorum Cœleſtium ſitum retineant, niſi quatenus Axis & Æquator in Terra ſibi ipſis paralleli non manent; de quo Prop. ſequenti. Et quoniam Tellus ſuper Axe proprio ſpatio diei naturalis revolvitur ab occidente in orientem, corpora quævis à Terra ſeparata circulum in cava ſphæra Cœleſti Æquatori parallelum eodem tempore ab ortu in occaſum deſcribere videbuntur, oculo in Tellure poſito, qui ſe ſuumque domicilium immotum judicat; ut Prop. XXXII. Lib. I. fuſe eſt explicatum.

Verum quia Tellus circa Solem motu annuo defertur, Æquator Terreſtris ſibi ſemper parallelus non niſi bis in anno Soli ita ſe applicat, ut Sol in ejus plano producto reperiatur, & proinde Solis lumen ad utrumque Telluris polum pertingat, & quodlibet Telluris punctum motu diurno revolutum tam diu in luce verſetur quam in tenebris (ut Prop. XXXIII. Lib. I. oſtenſum eſt;) hoc eſt, non niſi bis in anno Sol motu diurno Æquinoctialem circulum Cœleſtem deſcribere videatur, quo caſu omnibus Telluris incolis dies noctibus æquantur: Namque Æquinoctialis Eclipticam interſecat in puncto in quo Sol inter Fixas apparet, cum ejus lumen ad utrumque Telluris polum pertingit, & Æquinoctium per totum Terrarum orbem efficit. In omni enim alio caſu Sol motu diurno (reliquorum Cœleſtium inſtar) circulos deſcribere videtur Æquinoctiali parallelos, inter quos eminent illi, quos Sol in cœlo deſcribere videtur, cum Poli Terræ maxime annuunt ad Solem; hoc eſt, cum Sol è Tellure in initio Signorum Cancri & Capricorni inter Fixas ſpectatur; quique proinde *Tropici Cancri* & *Capricorni* vocantur, quia Sol inde verſus Æquatorem ſtatim revertitur. Sunt & alii duo circuli circulo Æquinoctiali paralleli (quos nimirum Eclipticæ Poli motu diurno percurrere videntur; tantumque proinde ab Æquinoctialis Polis diſtant quantum Tropici ab Æquinoctiali) *Polares* dicti, vel quod ab Eclipticæ Polis per motum primum ſive diurnum deſcribantur, vel quod vicini ſint Polis Æquinoctialis, qui & *Poli Mundi*

Mundi dicuntur, quia omnis præter Terram Mundus ſuper illos revolvi videtur ſpatio 24 horarum. Æquinoctialis circulus, ut vulgo, in 360 gradus dividitur, & gradus hi numerantur verſus eaſdem partes cum Eclipticæ aut Zodiaci gradibus; nempe ab occaſu in ortum, ſecundum ſeriem Signorum, & ab eodem etiam initio; nempe primo puncto Arietis. Sicut per Eclipticæ Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ad Zodiacum refertur, ita per Æquatoris Secundarios ad Æquinoctialem. Et Secundarii arcus inter punctum & Æquatorem comprehenſus dicitur iſtius puncti *Declinatio*; *Auſtralis* vel *Borealis*, prout verſus hunc vel illum Polum fit. Punctum enim tantum declinare dicitur, quantum à primario hoc circulo (quippe motûs diurni in oculos maxime incurrentis medio & præcipuo) diſtat: Diſtantia hæc ſive Declinatio penes Æquatoris Secundarios eſt, qui proinde *Declinationum Circuli* appellantur. Horum præcipui ſunt *Coluri* duo, quorum alter per Eclipticæ & Æquatoris interſectiones ſive puncta Æquinoctiorum tranſiens vocatur *Colurus Æquinoctiorum*; alter priori ad angulos rectos *Colurus Solſtitiorum* dicitur, quoniam Eclipticæ occurrit in punctis ab Æquatore remotiſſimis, ubi Solſtitia celebrantur.

PROPOSITIO III.

Æquatoris Terreſtris ejuſque Secundariorum & Parallelorum naturam & officia exponere, & Voces in Aſtronomia & Geographia uſitatas hinc pendentes explicare.

Æquator proprie eſt circulus Terreſtris, quippe in Terra primitus exiſtens, & non niſi ratione primi motûs (qui in Cœlo eſt tantum apparens) in Cœlum invectus. Hujus vero Paralleli quatuor præcipui, duo Tropici & totidem Polares, poſſunt in Terra intelligi vel quaſi ejuſdem nominis circulis Cœleſtibus (quorum geneſin Prop. præc. expoſuimus) directe ſubjecti, vel (quod magis naturaliter fit) in ipſa Tellure primitus geniti. Et Tropici hoc pacto erunt circuli in Terra Viæ Solis diurnæ apparenti directe ſubjecti, quando Telluris Polus proximus ad Solem maxime annuit: Polares autem qui Terræ tractus definiunt quibus tunc perpetua eſt Dies aut Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. explicatum eſt.

Quatuor hi circuli Æquatori paralleli Telluris globum in quinque *Zonas* dividunt; quarum *Torrida* eſt, quæ utroque Tropico continetur, viæ quippe Solis ſubjecta, & ejus radios directos & proinde fortes excipiens. Hujus incolæ dicuntur *Amphiſcii*, quoniam hominis erecti umbra movetur tam verſus dextram quam verſus ſiniſtram reſpicientis ipſam, & quod umbra meridiana verſus utrumque Polum diverſis anni temporibus projiciatur. Qui Polaribus includuntur Terrarum tractus, binas *Zonas* conſtituunt; *Frigidas* quidem, quod obliquos & proinde debiles radios Solis patiantur, qui glaciei vim hyeme & nocte longâ gelu conſtrictam, æſtate & die licet productiori, reſolvere nequeunt. Harum incolæ,

umbræ reſpectu, *Periſcii* ſunt, quod umbra (Sole non occidente) circum illos gyretur. Inter mediam Torridam & extremas Frigidas intermediæ jacent duæ *Zonæ Temperatæ*, quippe utriuſque extremæ adjacentis affectionum participes: quarum *Borealis* Tropico Cancri & Polari Arctico; *Auſtralis* vero Tropico Capricorni & Polari Antarctico clauditur. Et quamvis Veteres has ſolas Temperatas & habitabiles dixerint, experientiâ conſtat Frigidas ipſas, & præcipue Torridam, animalibus & vegetabilibus alendis aptiſſimas eſſe; aliis cauſis, partim Phyſicis partim Aſtronomicis, radiorum incidentiam nimis directam aut obliquam compenſantibus. Temperatarum Zonarum incolæ *Heteroſcii* appellantur; nempe quibus umbra meridiana verſus alterum tantum polum ſc. proximum dirigitur, & quibus umbra verſus unam tantum plagam circumducitur, uti nobis in Zona Temperata Boreali degentibus, & umbram propriam reſpicientibus verſus dextram.

Rurſus, ad Æquatorem Terreſtrem degentibus Dies Noctibus perpetuo æquantur, quoniam tam Æquator quam Circulus partem Terræ à Sole illuminatam ab obſcura diſtinguens ſunt ſphæræ maximi, & igitur (per Prop. XI. *Lib.* I. *Theod.*) ſe mutuo bifariam ſecant; unde quodvis in Æquatore punctum æquabiliter motu diurno circumvectum tamdiu in luce verſatur quam in tenebris. Verum incolæ extra Æquatorem verſus alterutrum polum degenti Dies longiores ſunt Noctibus, quando polus Terræ proximus annuit ad Solem, & longiſſimæ cum dictus Terræ polus maxime annuit ad Solem: Et quo magis diſtat incola ab Æquatore, eo longiores ſunt illi Dies longiſſimæ, donec tandem ad Polarem æſtate nulla ſit Nox; ut Prop. XXXIII. Lib. I. fuſe oſtenſum eſt. Hinc ergo factum eſt, ut *Ptolemæus* aliique Geographi Terram diviſerint per circulos *Parallelos* Æquatori, à ſe mutuo, & ab eorum initio (ipſo nempe Æquatore) ita diſtantes, ut longiſſima Dies augeatur horæ quadrante de *Parallelo* in *Parallelum*. Diviſionem in minores partes neglexerunt, quippe inſenſibiles; & ſpatium hoc (licet proprie zonulam) pro indiviſibili ſecundum latitudinem habuerunt, & ideo *Parallelum* dixerunt, ſubintelligentes circulum. Poſito ergo ipſo Æquatore primo Parallelo, ſecundus per ea Terræ loca tranſit, ubi dies longiſſima eſt horarum 12¼; tertius per ea, ubi Dies eſt 12½ horarum; atque ita denuo, & ſimiliter in altero hemiſphærio. Duo autem hujuſmodi ſpatia *Clima* conſtituunt, quæ proinde ſemi-horæ augmento diſtinguuntur. Clima quodvis ab inſigni aliquo loco prope medium ſito denominarunt: Horum ergo numerantur 24 inter Æquatorem & Polarem alterutrum, quum dies maxima augeatur 12 horis. Verum Vetuſtiores hanc numerationem non ab ipſo Æquatore inceperunt, ſed primum Clima per *Meroen* Inſulam traduxerunt, ubi hactenus dies longiſſima per integram horam aucta deprehenditur ſupra 12 horas, vel quod regionem hanc prope Æquatorem pro mundo recto relinquerent, reſpectu cujus regiones ad latera Κλίματα dicuntur; vel quod interiora forſan pro inhabitatis haberent:

berent: quamvis *Ptolemæus* dicat multos etiam tum fuisse, qui contenderent sub ipso Æquinoctiali esse habitationes, quasi in regione temperata, sed suæ ætatis homines ad illum usque diem illò non penetrâsse. Ex altera parte computum Parallelorum exactum ad Polarem usque non produxit *Ptolemæus*, cum ibi & crebriores sint, & in Borealioribus omnia exacte nimis scrutari operæ pretium non duxerit. At ultra Æquatorem versus Polum Antarcticum nomen imposuit Climati cuivis, quo indicatur Clima istud ignotum tantum distare ab Æquatore versus Austrum, quantum notum quoddam ab eodem distat versus Boream; ut Clima Αντ-δια-Μεσὸης, Αντ-δια-Συήνης, &c.

Sicut Stellarum aut punctorum in Cœlo loca secundum longitudinem & latitudinem computantur per Eclipticam (circulum proprie Cœlestem) ejusque Secundarios; ita locorum in Terra Longitudines & Latitudines computantur in Æquatore (circulo proprie Terrestri) ejusque Secundariis, per polos Terræ transeuntibus. Hujusmodi autem Secundarius per locum aliquem in Terra productus istius loci *Meridianus* dicitur, quoniam cum per revolutionem diurnam Tellus ad eum pervenerit situm, ut Sol in istius circuli plano producto fuerit, fit Meridies; ut infra fusius explicabitur. Loci cujusvis *Latitudo* est arcus Secundarii Æquatoris sive Meridiani inter Æquatorem & Locum interceptus: Estque vel *Borealis* vel *Australis*, prout locus ab Æquatore versus hunc vel illum Polum distat. Loci vero Longitudo computatur in ipso Æquatore ab occasu ortum versus, quia Terræ aridæ terminus versus occasum notior est quam quo ad ortum finitur. Verum cum in Æquatore nullum sit initium, neque etiam hîc, ut in Cœlis, aliquod punctum cardinale per ejus intersectionem cum Ecliptica signatum; Geographorum arbitrio stabiliendus erat Primus Meridianus, à cujus nempe intersectione cum Æquatore numerationis initium sumeretur. Illi vero Terram aridam & habitabilem nullam agnoscebant præter continentem, quam ipsi incolebant cum adjacentibus insulis: Meridianum igitur Primum per locorum notorum maxime occidentalem (ut Azores, vel Fortunatas) productum fingebant, atque exinde Terrarum loca omnia, quaqua in longum patent, ortum versus secundum Longitudinem disponebant; Locique *Longitudinem* dicebant arcum Æquatoris interceptum inter *Primum Meridianum* & *Meridianum* Loci. Ex quo vero Telluris globus circumcirca habitatus reipsâ deprehenditur, & locorum occidentalissimus nullus detur, paulatim prædictus Longitudinem locorum numerandi modus negligitur, in Veterum monumentis intelligendis præcipue utilis; (licet etiamnum adhiberi possit;) & quisque Meridianum Urbis propriæ pro præcipuo habet, & quomodo aliorum locorum Meridiani ad ortum vel occasum positi ad hunc referuntur notat, sive quot horæ effluant, ex quo Meridianus orientalior Solem reliquit, donec occidentalior eundem assequatur; vel ex quo Sol orientaliorem Meridianum relinquere visus ad occidentaliorem pertingit.

Rursus,

Rurſus, ratione Meridianorum & Parallelorum comparati incolæ Telluris, alii Geographis dicuntur *Periœci*, qui in eodem Parallelo Terreſtri & oppoſitis Meridianis degunt. (Oppoſiti Meridiani dicuntur ejuſdem circuli oppoſitæ ſemiſſes à Polis computatæ, quoniam quæ in hujuſmodi oppoſitis ſemicirculis ſunt loca, ad oppoſita Æquatoris Terreſtris puncta referuntur.) Unde Periœci Tempeſtates Anni eaſdem experiuntur, propter polum Terræ utriſque proximum annuentem ad Solem, vel ab eodem abnuentem; vel, ſecundum apparentiam immotæ Terræ loquendo, quoniam Sol ad utriuſque loci parallelum (quippe eundem) pariter accedit, & ab eodem recedit: At meridiei & mediæ noctis vices ſubeunt alternas, prout horum vel iſtorum Meridianus per Telluris revolutionem diurnam Soli ſubjicitur, vel (quod tantundem valet) prout Sol ad horum vel iſtorum Meridianum revolutione diurnâ apparente gyratus accedit; niſi fuerint in Zona Frigida, ubi die ſimul fruuntur. Alii rurſus dicuntur *Antœci*, in eodem Meridiano at oppoſitis Parallelis habitantes, ita ut meridies vel media nox utriſque ſimul contingat; quippe qui eandem habeant longitudinem. At horum æſtas evadit iſtorum hyems, prout Tellus motu annuo nunc ipſius polum borealem nunc auſtralem Soli magis obvertit; vel prout Sol ad hunc vel iſtum Polum ab Æquatore declinat. Alii denique vocantur *Antipodes*, quod in oppoſitis Meridianis æque ac Parallelis verſantes adverſis è diametro pedibus incedant. Hiſce omnia contraria eveniunt: His nimirum æſtas & longæ dies vel noctes nullæ eodem tempore quo illis hyems & breves dies vel noctes perpetuæ; nox vero ibi quando hic dies, & dies quando hic nox. Patet Æquatoris incolam ſibi eſſe Antœcum; eundem vero eſſe huic & Periœcum & Antipodem: Poli autem utriuſque incolam ſibi eſſe Periœcum, & ejus Antœcum eundem eſſe qui Antipodem.

PROPOSITIO IV.

Horizontis ejuſque Secundariorum & Parallelorum geneſin & naturam exponere, Voceſque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Præter jam dictos Eclipticæ & Æquatoris circulos, reſpectu quorum loca ſtellarum è Tellure viſa determinant Aſtronomi, eſt & alius *Horizon* dictus, qui eſt magnus ille circulus, quem quiſque in planitie conſtitutus viſu circumacto definit, quo Cœli pars conſpicua dividitur ab inconſpicua. Circulus hic eſt omnium in ſphæra ad apparentiam præcipuus; quippe à quolibet Obſervatore vel maxime rudi ſtatim determinatus. Ejus geneſis ex vero Syſtemate tradita eſt ſuperius Prop. XXXII. Lib. I. Verum quoniam ſuperficies ſphærica, ad quam phænomena Cœleſtia referimus, Telluri non oculo concentrica intelligitur; planum per oculum Tellurem contingens hanc in æqualia ſegmenta non dividit, quare Horizon ibi deſcriptus, per ſectionem dicti plani & Sphæræ genitus, *Senſibilis* proprie dicitur; quippe

quippe Senſu definitus: Et *Rationalis* iſtius ſpectatoris Horizon ille eſt, qui fit per ſectionem dictæ ſuperficiei ſphæricæ cum plano Horizonti ſenſibili parallelo, per ipſum Telluris centrum tranſeunte. Hæc autem plana parallela producta eundem in ſuperficie ſphæræ valde magnæ, in qua Fixæ ſpectantur, circulum ſignant, cum ipſa Tellus ad Fixarum ſphæram comparata puncti rationem habeat. Ex quibus patet Horizontem inter Fixas conſideratum eſſe circulum in ſphæra maximum, à puncto Vertici hominis (cujus eſt Horizon) incumbente, *Zenith* dicto, & huic oppoſito *Nadir* æqualiter undique diſtantem: Quæ proinde puncta Zenith & Nadir ſunt Horizontis Poli in quibus ſe invicem decuſſant Horizontis Secundarii per omnia Cœli puncta traducti, qui proinde *Verticales* nuncupantur, & quandoque *Azimuthi*: Horizontis vero paralleli, ſive ſupra illum verſus Zenith intelligantur, ſive infra verſus Nadir, *Almicantarath* dicuntur. Inter Circulos Verticales eminent præcipue duo, quorum alter per Zenith (communem Verticalium omnium nodum) & Mundi polos traducitur, vocaturque *Meridianus*; nempe *Cæleſtis*, quippe directe incumbens Meridiano Terreſtri: Circulus hic Horizontem interſecat in Cardinibus *Meridiei* & *Septentrionis*, illoſque ſignat. Verticalium principalium alter eſt huic ad angulos rectos, & Horizontem in punctis Ortûs & Occaſûs interſecat; & quoniam prior ille, licet Verticalis, alio item nomine ſc. Meridiani indigitatur, poſterior hic *Verticalis Primarii* appellationem ſibi habet relictam. Per Horizontem ejuſque Secundarios quodlibet in Cœlo punctum ſecundum Altitudinem ſupra aut Depreſſionem infra Horizontem, & Azimuthos diſponitur: Nempe cujuſvis puncti *Altitudo* aut *Depreſſio* eſt circuli Verticalis arcus inter dictum punctum & Horizontem interceptus: *Azimuthus* vero eſt Horizontis arcus interceptus inter cardinem Meridiei vel Septentrionis & punctum, in quo Verticalis per Phænomenon traductus occurrit Horizonti; qui *Orientalis* vel *Occidentalis* eſt, prout à Meridiano in orientalem vel occidentalem Cœli partem numeratur. Quandoque Azimuthus numeratur à Cardine Orientis vel Occidentis verſus Septentrionem aut Meridiem. At à Cardinibus hiſce perpetuo numeratur *Amplitudo Ortiva* vel *Occidua*, quæ eſt Horizontis arcus inde ad punctum oriens vel occidens numeratus, & utraque proinde *Borealis* vel *Auſtralis*; quanquam denominatio hæc primum fluxiſſe videatur à Conſtellationibus integris, quæſitumque quam amplum Horizontis ſpatium occupet oriendo vel occidendo conſtellatio quælibet.

Quatenus quælibet ſuperficiei convexæ Telluris portio, cui inſiſtit ſpectator, tanquam planum habetur Horizonti parallelum; in illo conſiderantur Ventorum Plagæ, quarum Cardinales ſunt Septentrio & Meridies, Oriens & Occidens; quæ nempe ſubſunt Meridiano & Primario Verticali ſupra deſcriptis, ſive ſectiones ſunt plani Horizontalis cum planis dictorum circulorum. Quatuor has Plagas monſtrat nobis Cœli motus; Plagam nempe Orientis, ubi Sol in Æqui-

noctiis oritur: Occidentis, ubi ſe Sol condit eodem die: Septentrionis, quâ Polus mundi nobis Borealis hemiſphærii Terræ incolis conſpicitur, & Stellæ ſeptem Triones dictæ perpetuo apparent: denique Plagam Meridiei, unde Sol nobis Medio die radiat. Voces enim Aſtronomicæ Terrarum tractibus in Zona temperata Boreali ſitis accommodatæ ſunt, quia Aſtronomia primum in iis ſolis colebatur. Mediæ totidem inter quatuor Cardinales nomina habent (in Anglicana & cognatis linguis) compoſita ex nominibus Cardinalium ſuorum lateralium, ita ut præponatur in compoſitione nomen præcipui Cardinis. Jam inter has octo collocatæ medio loco aliæ octo iterum ex nominibus priorum octo compoſita habent nomina, ſingula ex binorum lateralium ſibi vicinorum, præpoſito nomine Cardinalis in compoſitione; unde fit, ut nomen præcipuorum Cardinum ſtatim duplicetur, & reliquorum Cardinum nomina ſint in initio & fine dictionis ſic compoſitæ. Inter ſedecim plagas, nominatas interjectæ ſedecim aliæ compoſita habent nomina, ſingulæ ab una primarum octo, cui cum præpoſitione annectitur nomen Cardinis quorſum illa declinat; exſurguntque triginta & duæ Ventorum Plagæ, quæ ſunt communes interſectiones planorum totidem Verticalium cum plano Horizontis, & ventis ſatis præciſe diſtinguendis inſerviunt. Pro Phænomenon vero Cœleſtium Azimuthis numerandis adhibemus Horizontis gradus, incipiendo ab aliquo quatuor Cardinum; ut ſuperius dictum eſt. Porro Plagæ hæ (dum in plano Horizontali conſiderantur) rectæ lineæ habentur; ſi vero Terræ ſuperficies tanquam ſphærica conſideretur, (qualis revera eſt,) dictarum Plagarum per Terræ ſuperficiem productarum nulla recta eſt, Cardinales tantum ſunt circuli; nempe qui Septentrionem & Meridiem indicat maximus atque idem cum Meridiano loci unde initium ſumunt; qui vero Ortum & Occaſum oſtendit eſt circulus minor, parallelus nempe Æquatori, per locum tranſiens; niſi locus ſit in ipſo Æquatore, quo caſu etiam major eſt; quippe ipſe Æquator: Reliquæ Plagæ per Terræ ſuperficiem productæ, quæque nunc *Rhumbi* & *Loxodromiæ* dicuntur, Curvæ ſunt Spirales ſui generis, Meridianos omnes in datis angulis ſecantes.

PROPOSITIO V.

M*Eridiani Cœleſtis aliorumque Circulorum Horariorum geneſin & naturam explicare.*

Prop. III. explicatum eſt, qualis circulus ſit Meridianus cujuſvis loci in Terra conſideratus; nempe circulus Terram cingens, per utrumque Polum & dictum locum productus; & proinde maximus, quia per oppoſita puncta tranſiens. Et Meridianus Cœleſtis ejuſdem loci eſt huic in Cœlo directe ſuperincumbens & reſpondens; nempe per Polos in Cœlo & loci Zenith productus. Et quoniam Obſervator in eodem loco manens Tellurem & proinde ſui ipſius locum ejuſque verticem pro immotis habet, Meridianum Cœleſtem

per

per immotos Polos immotumque Verticem traductum, tanquam circulum Cœleſtem immotum concipit: verum cum Cœlum & omnia Sydera motu diurno revolvi videantur, Meridianum ſui loci motûs hujus minime participem, tanquam extra Cœlum mobile concipit, Cœlumque intra illum revolutum. Et in quovis loco fit Meridies, cum Sol, per Cœli revolutionem diurnam apparentem, ad prædictum immobilem Meridianum Cœleſtem ſupra Horizontem perveniſſe videtur; media vero nox, cum Sol ad ejuſdem partem infra Horizontem pertingit. Nam quoniam Meridianus hic Cœleſtis per Horizontis & Æquatoris polos tranſit, & (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Sphæric. Theodoſii*) Horizontem & Æquatorem hujuſque parallelos omnes ad angulos rectos interſecat; patet Meridianum omnium Æquatori parallelorum circulorum ſegmenta ab Horizonte facta in æquales partes dividere; adeoque cum Sol per motum diurnum hujuſmodi parallelum quendam deſcribat, (arcum quidem illius ſupra Horizontem exſtantem Diu, ejuſque arcum infra eundem depreſſum Noctu,) conſtat Meridiem fieri, cum Sol ad circulum Meridianum ſupra Horizontem appellit, mediamque noctem cum ad ejus partem oppoſitam infra Horizontem latentem pertingit: unde & huic nomen eſt impoſitum. Et ob eaſdem rationes medium punctum moræ cujuſvis Syderis ſupra aut infra Horizontem incidit, cum Sydus illud Meridianum attingit: Ubi ſimul ejus elevatio ſupra Horizontem eſt maxima, quæ & Altitudo Meridiana ejus Syderis dicitur.

Rurſus, cum ſpatium temporis inter duos proximos meridies in 24 partes æquales (*Horas* dictas) diviſum intelligatur, &, ob æquabilem Telluris revolutionem diurnam circa proprium axem, Sol æquabiliter Æquatorem aut huic parallelum aliquem ſuper Polos Æquatoris Cœleſtis deſcribere videatur; præter Meridianum alii undecim concipiendi ſunt circuli *Horarii* per Æquatoris polos traducti, qui una cum Meridiano Æquatorem in 24 partes æquales dividant; atque hi (ejuſdem loci reſpectu) immobiles intelliguntur Meridiani inſtar extra ſphæram poſiti, interea dum Cœlum æquabiliter ſubter illos revolvitur. Unde patet arcum Æquatoris inter duos hujuſmodi circulos proximos interceptum eſſe 15^{gr}; nempe partem 24^{tam} integræ peripheriæ. Sed mutato Meridiano Terreſtri, Obſervator omnes ſuos Horarios circulos mutat. Horarii dicuntur, quoniam Sol ad illorum quemvis per motum diurnum apparentem perveniſſe ſpectatus, talem ante vel poſt meridiem Horam efficit, qualis eſt ordine circulus iſte Meridiano orientalior vel occidentalior. Imaginari licet & alios infinitos hujuſmodi circulos Horarios, prout Horam diviſam ſupponimus in 60 ſcrupula prima, quorum quodvis rurſus in 60 ſecunda dividitur, atque ita porro. Circuli hi Horarii iidem ſunt poſitione cum Declinationum circulis, (de quibus Prop. II;) quippe Æquatoris ſecundarii: ſed in hoc diſcrepant, quod Declinationum circuli una cum ipſis Stellis punctiſque Cœli, quorum Declinationem menſurant, circumacti; Ho-

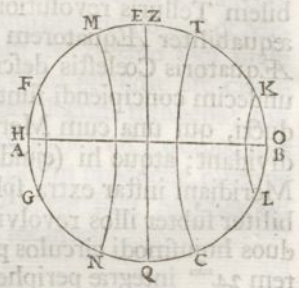
rarii vero (ut dictum est) immobiles concipiantur. In Cœlo etiam respondent Horarii Meridianis in Terra; & quidem Meridiani Terrestres sunt reipsâ circuli Horarii, & non nisi per apparentiam in Cœlum invecti. Nam sicut fit in loco dato meridies, cum Tellus motu diurno revoluta in eum situm pervenerit, ubi Meridiani planum productum in Solem incidit: ita talis est ante vel post meridiem Hora, qualis est ordine Meridianus Terrestris ille, in cujus plano producto Sol tunc reperitur, à Meridiano loci.

PROPOSITIO VI.

Varias Sphæræ Mundi appellationes, aliasque Voces in Astronomia usitatas, à varia inclinatione Horizontis ad Æquatorem pendentes explicare.

Cum pro diversitate locorum Terrestrium Horizon omnisque proinde Cœli facies; (hoc est, ipsa Mundi Sphæra) diversa sit; hanc diversitatem triplicem constituunt, pro triplici positione Horizontis ad Æquatorem. Aut enim Loci Horizon rectus est ad Æquatorem secans illum ad angulos rectos, aut obliquus, aut illum omnino non secat, sed cum eo coincidit. Quibus primum contingit, illi dicuntur incolere *Sphæram Rectam*; quibus vero secundum, *Obliquam*; quibus tertium accidit, eorum *Sphæra* dicitur *Parallela*, quod iis Stella quævis per motum diurnum videatur describere circulum Horizonti parallelum.

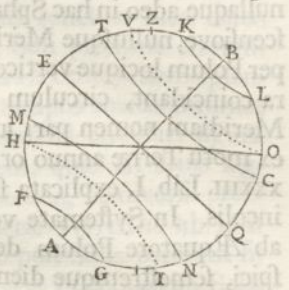
In Sphæra Recta, (nempe ubi Æquator E Q ad Horizontem H O erectus est, ut in Figura,) Æquator (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theodosii*) per Horizontis polos Zenith & Nadir transibit: ipse ergo locus in Telluris superficie in Æquatore Terrestri erit; tales namque soli Zenith & Nadir in Æquatore Cœlesti habent. Sphæram igitur Rectam incolunt omnes, illique soli, qui sunt per longitudinem Æquatoris Terrestris dispersi. Horum Horizon per polos Mundi A & B transit (per supra citatam *Theodosii* Prop.) & quodvis in Cœlo punctum rectâ super Horizontem ascendere videtur; quippe circulum motu apparenti diurno describens Æquatori (qui ad hunc Horizontem rectus est) parallelum. Et puncta, quæ simul oriuntur, simul etiam ad Meridianum pertingunt, simulque occidunt; quia poli, circa quos motus diurnus, quo Sydera Oriri, ad Meridianum pervenire & Occidere videntur, sunt tam in Horizonte quam Meridiano hujus Sphæræ. Atque ex hoc Sphæræ situ originem ducit modus reducendi puncta Cœli ad Æquatorem. Nempe *Ascensio Recta* cujuslibet in Cœlo puncti est arcus Æquatoris versus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris, quod simul cum dicto in Cœlis puncto ascendit in Sphæra Recta:



Simi-

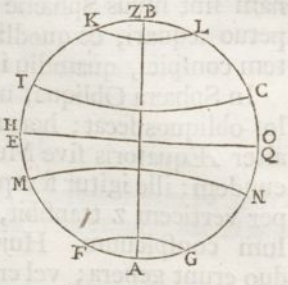
Similiterque intelligitur quid ſit *Deſcenſio Recta*: & loco Horizontis Sphæræ Rectæ, cujuſlibet loci Meridianus aſſumi poteſt. Exinde quod ſoli Æquatoris Terreſtris incolæ Sphæram habeant Rectam, ex ſupra dictis (præcipue ad Prop. XXXIII. Lib. I.) patet, quænam ſint hujus Sphæræ affectiones; nempe noctes diebus hic perpetuo æquari, & quodlibet Cœli punctum tamdiu ſupra Horizontem conſpici, quamdiu infra illum latet.

In Sphæra Obliqua, ubi Horizon H O Æquatorem E Q ad angulos obliquos ſecat; horum neuter per alterius polos tranſit, adeoque alter Æquatoris ſive Mundi Polus ſupra Horizontem eſt, alter infra eundem: ille igitur ſemper apparet, hic vero latet: neque Æquator per verticem Z tranſibit, ſed vertex erit inter Æquatorem & polum conſpicuum. Hujuſmodi Sphæræ duo erunt genera; vel enim polus Boreus B elevatur ſupra Horizontem H O, & Auſtralis latet, vel è contra Auſtralis attollitur, depreſſo Boreali. Prioris generis Sphæram habent omnes, qui inter Æquatorem Terreſtrem & Polum Arcticum degunt; poſteriorem, qui inter Æquatorem & Antarcticum. Et præcipua utriuſque phænomena quoad æſtatem & hyemem hactenus explicata videre eſt Prop. XXXIII. Lib. I. ſecundum verum Mundi Syſtema. Et in Syſtemate apparenti, cum quodvis in Cœlis punctum æquabili motu diurno deſcribat vel Æquatorem vel illi parallelum quendam; ſolus vero Æquator, parallelorum autem nullus in duas æquales partes ab Horizonte obliquo dividatur; Sol & Stellæ omnes extra Æquatorem verſus Polum conſpicuum declinantes diutius ſupra Horizontem morantur quam infra; & è contra quæ verſus Polum latentem declinant, diutius ſub Horizonte latent quam ſupra eundem verſantur. Atque hoc ad certum uſque terminum verſus utrumque Polum obtinet. Si enim Declinatio augeatur, donec Syderis diſtantia à Polo conſpicuo minor ſit quam Poli elevatio ſupra Horizontem, Sydus omnino non occidit: At ſi minor ſit ejus diſtantia à Polo inconſpicuo, ſupra Horizontem non aſcendet; hoc eſt, non orietur. Et paralleli O V, H I ſemper conſpicua & inconſpicua in dato loco Sydera concludentes, Horizontemque tangentes, Veteribus quibuſdam (ut *Euclidi* in *Phænomenis*, *Manilio* in *Aſtron.*) ejus loci *Polares* dicuntur, qui proinde majores ſunt & longius à Cœleſti Polo remoti, quo locus, cujus ſunt Polares, eſt ab Æquatore Terreſtri remotior; hoc eſt, quo obliquior eſt Sphæra. Omnes autem inter Polares hoſce intermediæ Stellæ viciſſitudines habent ortûs & occaſûs, aſcenſionis & deſcenſionis. *Aſcenſio* Stellæ aut cujuſvis Cœli puncti *Obliqua* eſt Arcus Æquatoris verſus ortum numeratus, interceptus inter initium Arietis & punctum Æquatoris quod ſimul cum Stella oritur, in data Sphæra Obliqua: atque hæc pro varia Sphæræ obliquitate varia eſt. Et



Differentia Aſcenſionalis eſt differentia inter Aſcenſionem rectam & obliquam. Eademque de *Deſcenſione Obliqua* ſunt intelligenda.

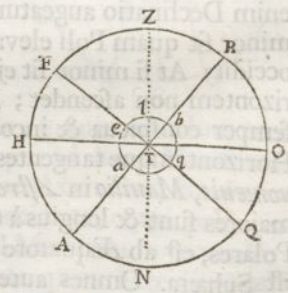
In Sphæra Parallela, ubi Horizon HO cum Æquatore EQ coincidit, unumque ex motûs diurni parallelis conſtituit, illorum Poli (nempe Zenith & Mundi Polus) etiam coincident: adeoque hæc Sphæræ poſitio ſolis ad binos Terræ Polos degentibus competit; omniaque Cœleſtia per motum diurnum circulos Æquatori parallelos deſcribentia, deſcribent etiam circulos Horizonti parallelos. Unde nullus erit per motum hunc diurnum ortus aut occaſus, nullaque adeo in hac Sphæra Aſcenſio Deſcenſiove, nulluſque Meridianus, cum hic per Polum locique verticem traducatur; cumque hi duo in hac Sphæra coincidant, circulum nequeunt determinare, quolibet verticali Meridiani nomen pari jure ſibi vendicante. Solis vero phænomena ex motu Terræ annuo oriunda, in Sphæra parallela conſpicua, Prop. XXXIII. Lib. I. explicata ſunt; competentia nempe alterutrius Poli incolis. In Syſtemate vero apparenti patet Solem, dum ad illum ab Æquatore Polum declinat qui Zenith occupat, perpetuo conſpici, ſemeſtremque diem conſtituere; ſicut ex adverſo ſemeſtrem eſſe noctem, dum Sol ad alteras Æquatoris ac proinde Horizontis partes declinat; dieique & noctis initia incidere in Solis ingreſſus in puncta Æquinoctialia.



PROPOSITIO VII.

LAtitudo loci eſt arcus ſimilis arcui elevationis Poli ſupra Horizontem.

Sit *a e b q* Tellus, cujus centrum T, Poli *a* & *b*, Æquator *e q*. Sumatur in hujus ſuperficie locus quivis *l*, cujus Latitudo eſt *l e* arcus Meridiani inter ipſum & Æquatorem interceptus. Sit concentrica Sphæra Cœleſtis, cujus Poli, Æquator, & Meridianus B, A, EQ, & BEAQ reſpondeant Polis, Æquatori, & Meridiano Terreſtribus. Sit loci *l* Zenith Z & Nadir N; nempe in rectæ T *l* productæ interſectionibus cum ſuperficie ſphærica Cœleſti. Quare HO circulus in Sphæra maximus ſuper polos Z & N deſcriptus eſt loci Horizon, & Meridiani arcus OB eſt Altitudo Poli conſpicui B ſupra Horizontem, quem aio ſimilem eſſe arcui *l e*, Latitudini nimirum loci. Nam quia A & B ſunt Poli circuli EQ, eſt (per *Prop.* X. *Lib.* I. *Sphæric. Theod.*) angulus BTE rectus; & ob eandem rationem angulus ZTO eſt rectus. Si ergo ab æqualibus ETB, ZTO auferatur communis angulus ZTB, reliqui



liqui ETZ, BTO erunt æquales. Et igitur (per Prop. XXXIII. El. 6.) arcus *e l*, BO, quibus illi inſiſtunt ad centrum, ſunt ſimiles. Q. E. D.

PROPOSITIO VIII.

Crepuſculi cauſas exponere, ejuſque Limites definire.

Crepuſculum eſt crepera illa ſive dubia Lux ante Solis ortum & poſt ejus occaſum. Si nulla eſſet circa Tellurem Atmoſphæra, neque ullus Auræ Æthereæ Soli proximæ ſplendor, quamprimum per Telluris motum diurnum quilibet in illius ſuperficie locus in Telluris umbram volveretur, vel quamprimum Sol motu apparenti diurno infra ejus loci Horizontem deſcenderet, meræ eſſent tenebræ; quippe Spectator à radiis Solaribus relictus luce deſtitueretur: Verum non tantum Sol, ſed & Soli proxime circumfuſa aura Ætherea (illiuſque quaſi Atmoſphæra accenſa) etiam ſplendet; cumque hæc oriendo aut occidendo tempus majus inſumat quam ipſe Sol, ante Solis ortum Aurora manifeſtâ circulari figurâ enitetur, ſurgens in claritatem figuræ ejuſdem, quæ eſt iſtius ſegmenti circuli hactenus orti Atmoſphæræ Solaris, & diverſa prorſus ab illa, quæ ab illuminatione Atmoſphæræ Terreſtris ab ipſo Sole facta procedit: Quod & de Crepuſculo poſt Solis occaſum ſimiliter eſt intelligendum. Verum quia materia ſplendens ob Solis viciniam nunc magis nunc minus ſplendet, Crepuſculi hinc orti termini non erunt uſque adeo certi, præſertim cum conjungatur cum alia potentiorique Lucis hujus creperæ cauſa. Nam poſtquam Telluris incola ſuperficiei inſiſtens ultra Lucis metas in Telluris umbram revolvitur, Telluri circumjecta Atmoſphæra, ſatis longe ſupra Terram expanſa, etiamnum illuminatur, locumque obſervatoris radiis reflexis illuſtrat. Hæc etiam cauſa ſubinde mutatur, prout plures aut pauciores in Atmoſphæra ſuſpenſæ reperiuntur particulæ, radiis Solaribus reflectendis aut aliter ad nos detorquendis idoneæ; & prout particulæ hæ in majorem aut minorem emergunt altitudinem, quod ab Aeris (quippe fluidi cui innatant) gravitate per Baroſcopium indicanda pendet. Nam ſi prope Terræ ſuperficiem humiles admodum hærerent, ſtatim etiam & hæ, paulo poſt cum loco cui incumbunt in umbram revolutæ, radios Solares non amplius exciperent: Si vero aut raræ admodum in expanſo ſpatio natarent, aut lumini detorquendo parum idoneæ, lumen Solis aut non omnino aut ſaltem tenuiſſimum & movendo ſenſui vix ſufficiens ad nos mitterent; ſicut revera experimur in expanſo illo omni extra Telluris umbram, quod (licet perpetuo radiis Solaribus pateat) tam debile lumen verſus nos remittit, ut vix illius nomen ſortiatur.

Cum ex utraque cauſa Crepuſculi duratio varia ſit, obſervatione tamen conſtat Diluculi matutini initium plerumque fieri, cum jam Sol non amplius quam 18^{gr} infra Horizontem deprimitur; & veſpertino Crepuſculo finem imponi, cum Sol ad ſimilem profunditatem

tatem pervenit. *Tycho* quidem depreſſionem Solis, quæ Crepuſculo terminum ponit, 16^{gr} eſſe vult: Alii ad 19^{gr} uſque hanc extendunt; donec nimirum Fixæ minimæ cerni poſſint. *Caſſinus* ex propria obſervatione ad 17^{gr} tantum hanc extendit. *Ricciolus* ex ſua hanc aliam mane, aliam veſpere, & diverſis anni tempeſtatibus diverſam invenit.

SCHOLIUM.

Crepuſculo cognatum videtur Lumen iſtud ab oculatiſſimo D. *Caſſini* primum Anno 1683. paulo ante Æquinoctium Vernum veſpere obſervatum, à Sole Orientem verſus ſecundum Eclipticam protenſum. Sequentes obſervationes ipſius D. *Caſſini* & D. *Fatio* evicerunt Lumen hoc ab utroque Solis latere diffundi ſecundum Eclipticam fere, ſed ordinario ab hac ad ſeptentrionem potius quam ad meridiem deflectere. Forma eſt utrinque acuminata; cuſpides binæ à Sole nunc magis nunc minus diſtantes, initio duobus Signis aut paulo amplius à Sole remotæ, & poſt tres annos diſtantia in tria Signa aut etiam 100^{gr} excrevit: ejus latitudo eſt ultra 30^{gr} prope Horizontem: nequit vero Phænomenon hoc conſpici ubi latiſſimum eſt; nempe ad ipſum Solem ſecundum latitudinis circulum. Ejus latera ſunt fere recta, nonnihil quandoque circa medium, Solem inter & alterutram cuſpidem, gibba; angulo nunc majore nunc minore ad invicem inclinata. Angulus hic in mediocri ſua quantitate circiter 21^{gr}. Ex hiſce patet Phænomenon hoc Luminoſum ſimul cum Sole iiſdemque paſſibus per Eclipticam moveri: quod & de utraque cuſpide etiam verum eſt; niſi quatenus hæ per totius incrementum aut decrementum à Sole magis minuſve diſtant. Claritas ejus eſt Viæ Lacteæ Caudæve Cometæ claritati haud abſimilis, hujuſque inſtar tranſlucens; in medio major, verſus extrema minor, ſenſim deficiens, & in circumfuſo cæruleo Cœleſti exſtincta: Unde diverſis Obſervatoribus pro oculorum acie, eodem tempore & loco diverſæ magnitudinis, & pro Cœlo puro aut turbido, Crepuſculi proprie ſic dicti & lucidiorum Syderum abſentia vel præſentia, magis minuſve extenſa varieque terminata, mane ſemper debilior quam veſpere apparet. Lumen hoc propter crepuſcula pernoctia nequit mediâ æſtate in regionibus prope alterutrum Polum conſpici; mane & veſpere ejuſdem diei circa mediam hyemem (ſilente Lunâ) videri poteſt: in locis prope Æquatorem idem quovis anni tempore fiet. In locis quibuſvis eo clarius videtur, quo ad Horizontem erectum magis; quippe ex Crepuſculo & Vaporibus prope Horizontem hærentibus magis exſtans: adeoque in regionibus hiſce Borealibus optime videtur mane poſt Æquinoctium Autumnale, ineunte ſcil. *Octobri*; & veſpere, exeunte *Februario*; Eclipticâ, ſecundum quam protenditur, tum (initio & fine Crepuſculi tunc breviſſimi) ad Horizontem magis erectâ; punctis Æquinoctialibus in illo conſtitutis.

Corpus (aut potius corpuſculorum congeries) cujus hæc ſunt Phæno-

Phænomena, videtur Lentis formâ Solem ambire; ut D. *Fatio* conjecit. Planum per Lentis aciem eſt in Eclipticæ plano, aut ſaltem non procul ab illo: ipſa acies inter Orbitas Veneris & Telluris, aſt huic propior. Particulæ iſtud lentiforme ſpatium replentes (ut Atmoſphæræ Solaris particulæ, de quibus modo dictum) lumen Solis reflectendo prædictam ſpeciem producere videntur: Annulus enim, cujus oppoſitæ facies planæ ſunt & parallelæ, Ellipſeos ſpeciem præ ſe ferret, verſus cuſpides obtuſiorem quam Phænomenon hoc. D. *Caſſini* particulas haſce Solis lumen remittentes, ſpatio hoc contentas, pro innumeris Planetis habet, cum ſeparatæ, Planetarum inſtar, motus ſuos circa Solem exerceant; quo modo Lumen hoc matutinum & veſpertinum ab innumeris Planetis ortum ducit, ſicut Via Lactea ab innumeris Fixis.

D. *Fatio* Lumen hoc Mundo coævum eſſe ſuſpicatur: *Caſſinus* è contra, brevi ante primam ejus obſervationem à ſe factam natum eſſe, atque illud duobus ante annis non exſtitiſſe, cum in loco, quem tum obtinere debuit, Cœlo intentus Cometam oculis frequenter intueretur. Illud vero antea exſtitiſſe, poſteaque evanuiſſe ſatis ducit veriſimile ex hiſtoriis antiquis, quæ illud deſcribere videntur; præſertim vero ex obſervatione D. *J. Childrey*, qui illud proculdubio vidit, ut patet ex ejus deſcriptione pag. 183, 184. in monito ad calcem *Libri*, quem ſub titulo *Britanniæ Baconicæ* idiomate *Anglico* Anno 1661. edidit; quippe eodem in loco, iiſdemque conſtellationibus, quibus iſtâ anni tempeſtate nunc apparet. Ejus verba latine reddita hæc ſunt: *Aliud inſuper eſt, quod Mathematicorum obſervationi commendatum volumus; nimirum Menſe Februario, pauloque ante & poſt hunc (ſicut per plures annos obſervavi) circa horam ſextam à Meridie, cum Crepuſculum Horizontem jam pene deſeruit*, Semita Luminoſa *à Crepuſculo verſus Pleiadas porrecta, illaſque quaſi contingens, ſe plane videndam præbet. Semita hæc quavis tempeſtate ſerenâ videtur; optime autem illuni Nocte.* Et paulo poſt: *Credimuſque Phænomenon hoc olim exſtitiſſe, & dehinc ſemper ad dictam anni tempeſtatem appariturum. At quænam ſit illius cauſa & natura, conjecturis aſſequi nequeo; ſed poſterorum indagini relinquo.*

PROPOSITIO IX.

QUid per Stellarum Ortum & Occaſum Poeticum intelligatur, explicare, ejuſque ſpecies, Coſmicum nempe, Achronycum & Heliacum exponere.

In præcedentibus actum eſt de vero ortu & occaſu ſyderum; aſcenſu nimirum ſupra Horizontem certi loci, & deſcenſu infra eundem, ſive potius depreſſione dati Horizontis infra ſydus, & elevatione ejuſdem ſupra illud; atque iſtud quidem abſque ulla Solis conſideratione. Comparandi vero jam ſunt ortus & occaſus Syderum cum motu Solis per Eclipticam, adeoque cum luce diurna

& cum Anni Tempeſtatibus. Hiſce enim ſignis veteres Agricolæ & ex eorum traditionibus Scriptores rei ruſticæ, nec non & Medici, Poetæ & Hiſtorici ſunt uſi ad Anni Tempeſtates deſignandas, qui proinde ſine harum vocum explicatione intelligi non poſſunt.

Tres vulgo numerantur ſpecies ortûs & occaſûs Poetici, *Coſmicus*, *Achronycus* & *Heliacus*. Oriri *Coſmice* vulgo dicitur Stella, quæ oritur oriente Sole, & occidere Coſmice, quæ occidit oriente Sole; adeo ut ortus & occaſus Coſmicus idem ſit ac matutinus, quaſi principium diei artificialis, ſive Solis ortus idem ſit qui Mundi ipſius. Oriri vero & occidere *Achronyce* vulgo dicitur Stella, quæ oritur vel occidit occidente Sole; adeoque Achronycus ortus vel occaſus idem ſonat atque veſpertinus. *Keplerus* vero haſce voces alio ſenſu accipiendas contendit; ita nempe ut oriri & occidere *Coſmice* idem ſonet quod ſupra Horizontem aſcendere, vel infra illum deſcendere; oriri vero aut occidere *Achronyce* ſit idem quod oriri aut occidere in Solis oppoſito, ſive in altero Acro aut termino Noctis: quo ſenſu & *Ptolemæus* & ad hunc uſque diem Aſtronomi plerique Planetam Achronycum appellant, cum eſt Soli oppoſitus & totâ nocte fulgidus: Adeo ut oriri Achronyce ſit, ut vulgo, idem quod oriri occidente Sole; occidere vero Achronyce idem ſit quod occidere oriente Sole; qui occaſus vulgo Coſmicus dicitur.

Oritur Stella *Heliace*, quando quæ prius latebat ſub radiis Solis, ſic ut eodem fere tempore cum Sole & oriretur & occideret, poſtridie è radiis Solis emerſit in tantum, ut Sole latente ſub Horizontem ipſa primum cerni poſſit, jamjam vel occubitura ſub Horizontem vel exſtinguenda ſuperventu lucis diurnæ. Occidit vero Stella *Heliace*, quæ cum prius, Sole non multum infra Horizontem merſo, adhuc cerneretur ſupra, jam in tantum ſe condidit Solis radiis, ut poſtridie orta ex Horizonte, vel occubitura ſub illum, cerni amplius non poſſit. Si nullum eſſet crepuſculum, Ortus hic & Occaſus ejuſdem ſtellæ Heliacus (qui rectius Apparitio & Occultatio dicerentur) non niſi per unicum diem utplurimum inter ſe diſtarent. Nam in illo caſu Stella vel ante Solis ortum conſpiceretur, ſi ejus aſcenſio obliqua in dato Horizonte vel tantillo minor eſſet quam ea Solis, vel poſt ejus occaſum cerneretur, ſi tantillo major. Immo ſi nulla prorſus eſſet Atmoſphæra, ſtellæ minimæ vel interdiu ipſo Sole lucente conſpicerentur. Ratio enim, cur nunc non apparent, hæc eſt: Atmoſphæræ particulæ à Sole fortiter illuſtratæ tam vividam ſtipatamque lucem in oculum ſpectatoris effundunt, ut retina (aliudve ſi quod ſit viſûs ſenſorium) debili admodum ſtellulæ imagine prorſus non moveatur, illamque proinde non videat. Quod ſi nulla eſſet Atmoſphæra Telluri circumfuſa, nec circumjecta ulla Terreſtria corpora quæ lumen reflectant; ſi Solis radii directi ab oculo arcerentur, oculus à radiis corporis aut valde lucidi aut fortiter illuſtrati (ſimiliter atque nunc noctu) vacuus ſtellas minimas clare videret, niſi hæ ſub Atmoſphæra Soli circumfuſa laterent: hæc enim cum Sole corpus unum lucidum conſtituunt. Cum vero

pro

pro minore Stellæ claritate majore opus fit depreſſione Solis infra Horizontem, ut ea cernatur; patet Occaſum Heliacum citius fieri & Ortum tardius. Ac primo, opus eſt totali Crepuſculi abolitione ſeu Solis depreſſione 18^{gr}, ut Stellæ minimæ cernantur: pro ſextæ magnitudinis Stellis cernendis Opus erit depreſſione Solis 17^{gr}, & ita denuo, donec ad primæ magnitudinis Stellas cernendas, in Horizontis ea Plaga quæ ad Solem eſt, opus ſit Solis demerſione 12^{gr}. Planetæ clariore plenioreque fulgentes luce tantâ non opus habent, adeo ut Marti & Saturno Gradus tantum 11 debeantur; Jovi & Mercurio circiter 10: Veneri vero cernendæ 5^{gr} demerſionis neceſſarii vulgo habeantur; quamvis hæc etiam ſplendente Sole non raro cernatur, licet non ad Ortum vel Occaſum Heliacum. Verum hæc in Planetis pendent à varia illorum à Tellure diſtantia, & pleniore orbe minuſve pleno inferiorum.

Stellæ omnes Fixæ ſub Zodiaco ſitæ, item Planetæ ſuperiores Saturnus, Jupiter & Mars, quos nempe Sol motu annuo verſus orientem facto antevertit, oriuntur Heliace mane, paulo ante Solis ortum; nempe paucis poſt diebus quam Coſmice oriuntur: occidunt vero Heliace veſpere; paulo nempe ante quam Achronyce occidunt. Luna vero, quæ Solem perpetuo antevertit, oritur Heliace veſpere; cum nempe nova ex radiis Solaribus emergit: occidit vero Heliace mane, cum jam vetus ad conjunctionem cum Sole properat. Inferiores vero Venus & Mercurius, qui aliquando Solem antevertunt, aliquando verſus occidentem poſt Solem relinquuntur, (ſicut Lib. I. fuſe eſt oſtenſum,) quandoque Heliace oriuntur mane, cum nempe retrogradi ſunt; quandoque veſpere, cum directi; quod & de Occaſu Heliaco ſimiliter eſt intelligendum. Fixæ vero, longe extra Zodiacum verſus Polum elevatum poſitæ, poſſunt uno eodemque die ſimul & oriri & occidere Heliace, aliaſque ſubire viciſſitudines hujuſmodi ortûs & occaſûs reſpectu; ut conſideranti patebit.

Græci & *Romani* olim utebantur Anno ad Solis motum non exacto; unde fiebat ut nunc prævenirent Solem, nunc ſequerentur. Cum autem Tempeſtates Anni non revertantur cum erroneo Calendario, ſed cum Sole & Solſtitiis; ut operæ ruſticæ, domeſticæ, militares, ſuâ quæque tempeſtate fierent, Veteres propoſuerunt ortus & occaſus Syderum Calendarii loco. Cum enim ſtellæ Fixæ ab Æquinoctialibus & Solſtitialibus punctis non niſi lente admodum & motu tum temporis vix percepto moverentur, non dubitabant Solem ad eundem reſpectu ejuſdem Stellæ locum reverſum, ad eundem etiam reſpectu Æquinoctiorum & Solſtitiorum ſitum denuo perveniſſe; hoc eſt, cum eadem Fixa rurſus Coſmice, Achronyce aut (quod præcipue attendebant) Heliace oritur vel occidit, eandem rurſus Anni Tempeſtatem Orbi redditam, ac proinde ad eaſdem operas revertendum eſſe; adeo ut ſtatas Anni Tempeſtates *Sydera* appellarent. Verum deprehenſum eſt Fixas poſt elapſos plurimos annos ex ſedibus ſuis exceſſiſſe; adeoque ſi dies Ortûs vel Occaſûs datæ Fixæ apud Veteres ad noſtrum Calendarium reducendus

fit, ratio eſt habenda motûs Fixarum intermedio tempore facti. Verum cum hodie exemplaria Calendarii facile comparari poſſint, & Calendarium Romanum (quo nos utimur) ad Solis motum, quo Anni Tempeſtates ordinantur, propius accedat quam Fixarum Ortus & Occaſus; fit ut paulatim obſervatio hujus Ortûs & Occaſûs neglecta jaceat, nec ab aliis uſurpetur quam à Poetis, qui Tempora per circumſtantias tam varii Ortûs & Occaſûs tot Syderum (quibus nihil pulchrius) deſcribere & veluti pingere ſolent; quamvis plerumque erroneè, quippe qui Calendarii noſtri diem per ejuſdem Stellæ ortum deſcribunt nunc, per quem rectè deſcribebatur tempore Cæſaris, cum tamen tempora diſcrepent 14 diebus fere.

SECTIO II.

De Temporis Diviſione, aliiſque hinc pendentibus.

PROPOSITIO X.

TEmporis Diviſionem in Horas Dies & Hebdomadas, Voceſque in Aſtronomia uſitatas hinc pendentes explicare.

Hactenus geneſin circulorum ſphæræ in Syſtemate Mundi apparenti, & voces in Aſtronomia uſitatiores inde pendentes explicuimus: Cum vero nullæ voces in Aſtronomicis ſæpius occurrant quam illæ, quibus Temporis ſpatium aliquod indicatur; neceſſe eſt ut de hiſce breviter hic agamus, Temporiſque diſpoſitionem Civilem obiter oſtendamus, quatenus in calculo Aſtronomico uſurpatur.

Temporis partes præcipuæ ſunt *Dies*, *Hora*, *Menſis* & *Annus*. Inter has primo occurrit *Dies*, (quippe ſpatium temporis notiſſimum;) eſtque vel Naturalis vel Artificialis. *Naturalis* dies eſt duratio integræ revolutionis apparentis Solis circa Terram. *Artificialis* eſt illa ejus pars, quâ Sol eſt ſupra Horizontem; opponiturque *Nocti*, quæ pro mora Solis infra eundem accipitur: Naturalis vero Dies utrumque comprehendit. Dies Naturalis vel eſt Aſtronomicus vel Civilis; qui quidem inter ſe non differunt niſi principio, pro Civitatis conſuetudine & Aſtronomorum placito: eſtque Aſtronomicus temporis ſpatium quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœleſtem reliquit, donec ad eundem proxime revertatur; hoc eſt, ſpatium quo revolutio integri Æquatoris Cœleſtis peragitur, & præterea iſtius ejus partis quæ reſpondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu annuo in ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc Æquatori integro ſuperaddita non eſt ubique æqualis, (licet ejus quantitas mediocris ſit unius proxime gradûs,) tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis annuus circa Terram apparens non eſt æquabilis, Dies Naturales ſive Aſtronomici non ſunt præciſe inter ſe æquales: verum de inæqualitate hac inferius proprio loco agetur; minutias enim nunc negligimus. Aſtronomi plerique Diem inchoant

inchoant à Meridie. *Copernicus* vero *Hipparchum* ſecutus à media Nocte, quod in Tabulis *Prutenicis* dictis retinetur. Civitates variæ varium Diei initium ſtatuunt. *Babylonii* Diem auſpicabantur ab ortu Solis; *Judæi* & *Athenienſes* ab occaſu, quod etiamnum faciunt *Itali*. *Ægyptii* à media Nocte, quod etiamnum apud *Britannos*, *Gallos*, *Germanos*, aliaſque *Europæ* gentes obtinet. Immo tacite olim à *Judæis* idem fiebat. Naturaliter enim Noctem, quam ſomno & ſilentio tranſigimus, partim ad præcedentem, partim ad inſequentem Diem referimus; hoc eſt, Νυχθήμερον à media Nocte incipimus. *Umbri* olim à Meridie, quod adhuc *Arabes* retinent.

Licet dies Artificialis olim vix aliâ ratione vulgo divideretur quam in Matutinum Meridianum & Veſpertinum tempus, & nox in Vigilias; poſterius tamen dies Naturalis accuratius in 24 partes dividebatur, *Horas* dictas. Hora alia eſt æqualis, alia inæqualis. *Æqualis* eſt pars diei naturalis vigeſima quarta. Hujuſmodi Horâ ſemper uſi ſunt Aſtronomi, & nunc omnes fere gentes eâ utuntur. Horam primam, ſecundam, tertiam & ita denuo uſque ad 24^tam^ ab initio Noctis (Diei quippe Civilis principio) numerant *Itali*; eorumque horologia ita comparantur. Nos autem cum *Gallis*, &c. non 24 ſed bis 12 Horas numeramus; forte ne tædioſus eſſet pulſuum ab horologio factorum numerus. Unde fit ut bipartiamur diem in Horas ante & poſt Meridiem. Licet Hora vulgo dividatur in quatuor tantum Quadrantes, (qui & à quibuſdam Puncta dicuntur,) cum ulterior diviſio in pleriſque negotiis inutilis ſit; Aſtronomi (& nunc politiores quique) illam in 60 ſcrupula prima, & quodlibet primum in 60 ſecunda ſubdividunt. *Hora inæqualis* eſt pars duodecima diei Artificialis, & pars item duodecima noctis. Dicitur etiam Temporaria, quod diverſis anni temporibus variæ ſit quantitatis. Sic hora diurna æſtiva longior eſt hybernâ, & nocturna brevior; & hora diurna æſtate longior eſt nocturnâ, & hyeme brevior: Tempore vero Æquinoctii diurnæ horæ nocturnis æquales ſunt, & horæ hæ inæquales tunc eædem ſunt cum æqualibus ſupra deſcriptis; unde & æquales illæ horæ ab Auctoribus *Æquinoctiales* appellantur. Horis hiſce temporariis uſi ſunt *Judæi*, *Græci* & *Romani*. Qui mane vel veſpere civilem diem inchoant, id faciunt, quod Sol tum ſit in Horizonte, circulorum ſphæræ maxime ſenſibili. Illi hoc habent commodi, quod ex ipſo horarum æqualium numero ſciant quota pars diei naturalis, hoc eſt, quantum temporis elapſum ſit ab ortu Solis; hoc vero incommodi, quod tempora occaſûs Solis, Meridiei & mediæ noctis, diverſis anni tempeſtatibus diverſis horarum numeris inſigniantur, qui non niſi per computationem innoteſcant: Hi hoc habent commodi, quod immediate dignoſcant quantum temporis adhuc reſtet ad Solis occaſum, ut itinera alioſque labores huic accommodare poſſint; & hoc incommodi, quod non niſi per computationem horam ortûs, Meridiei mediæque noctis numerare poſſint. Qui à meridie mediave nocte diem civilem auſpicantur, hoc faciunt, quod Sol ſit tunc in

maxima elevatione aut depreſſione; at nomen horæ, quâ Sol oritur occiditve, non niſi ſubducto quaſi calculo tenent. Qui vero horis inæqualibus modo deſcriptis uterentur, Solis ortum & occaſum perpetuo per duodecimam horam indicarent; Meridiem & mediam noctem perpetuo per ſextam; ſolamque horæ quantitatem calculo dignoſcendam haberent.

Hebdomas eſt dierum collectio omnium antiquiſſima; ut ex Sacro Codice conſtat. Hâc uſi ſunt olim *Judæi*, & à Chriſtiana Fide recepta gentes aliæ. Cuilibet Hebdomadis diei nomen impoſitum eſt à Planetarum aliquo, hâc ratione: cum Horæ diei naturalis ſint vigintiquatuor, Planetæ vero ſeptem, hoc ordine in Syſtemate vulgari, Saturnus, Jupiter, Mars, Sol, Venus, Mercurius, Luna; inceperunt à prima Hebdomadis *Judaicæ* die, tribuentes Soli (authori diei) primam illius Horam, Veneri ſecundam, tertiam Mercurio, quartam Lunæ, tum incipientes à Saturno quintam eidem tribuebant Horam, & ita deinceps; unde fit ut diei ſequentis Hora prima Lunæ contingat, ac proinde iſti Hebdomadis diei nomen de ſuo imponat: Quod in ſequentibus ad Hebdomadis finem uſque continuatur.

PROPOSITIO XI.

TEmporis Diviſionem in Menſes, Annos, horumque varia genera & collectiones explicare.

Licet *Menſis* ſit proprie ſpatium temporis, quo Luna Zodiacum percurrit; cum tamen duodecim præterpropter labantur Menſes interea dum Sol Eclipticam ſemel peragrat, factum eſt ut *Menſis Solaris* nomine veniat etiam tempus illud, quo Sol Zodiaci Signum percurrit; quod fit diebus fere 30½. Rurſus, *Lunaris* Menſis alius eſt *Periodicus*, quo Luna digreſſa ab aliquo Zodiaci puncto ad idem revertitur, eſtque paulo minor diebus 27½; alius *Synodicus*, paulo major quam dierum 29½, quo Luna omnes Phaſes ſubit, & ob hoc in Temporis notatione uſûs præcipui. Uterque Menſis, tam Solaris quam Lunaris Synodicus, vel eſt *Aſtronomicus* (de quo hactenus) vel *Civilis* pro civitatis cujuſque inſtituto. Gentibus enim quibuſdam, ut *Ægyptiis*, Solares placuere Menſes, quorum quemvis poſuerunt 30 dierum; atque ut annum complerent, poſt duodecim hujuſmodi Menſes poſuerunt quinque dies confectos ex duodecies denis illis horis, quibus Menſis quiſque Solaris 30 dies ſuperat. Pleriſque autem Veteribus Lunaris Synodicus Menſis placuit, ut olim *Judæis*, *Græcis*, & ad *Julii Cæſaris* tempora *Romanis*; & hodie *Muhammedanis*. Verum ut hujuſmodi Menſes Lunares, qui ex integris diebus non conſtant, ad uſus civiles (in quibus dierum fragmenta conſiderari nequeunt) aptentur; Menſes Civiles alternatim dierum 30 & 31 conſtituebant, (illos *Plenos*, hos *Cavos* dixere;) ſic ut duo hujuſmodi Menſes duobus Lunaribus, quorum quiſque eſt dierum 29½ æquarentur; & ut Novilunium à Menſis

Civilis

Civilis die primo ſenſibiliter non digrederetur in Annorum aliquot curriculo.

Annus aliquando accipitur pro tempore revolutionis Planetæ per Zodiacum; quo ſenſu Menſis quandoque Annus dicitur: immo & interdum pro Tempore integræ revolutionis apparentis Fixarum per Zodiacum, quod *Annum Magnum* vocant: *Annus* autem proprie eſt Tempus, quo Sol Zodiacum perluſtrat. Eſtque duplex, Aſtronomicus vel Civilis: & Aſtronomicus rurſus duplex etiam pro duplicibus Solaris revolutionis metis; Sydereus nempe & Tropicus. *Sydereus* Annus eſt ſpatium temporis, quo digreſſus Sol ab aliqua Fixa ad eandem revertitur; eſtque dierum naturalium 365, horarum 6, ſcrupulorum primorum fere 10. *Tropicus* ſive *Vertens* eſt quo digreſſus Sol ab uno punctorum cardinalium, Æquinoctiali nimirum aut Solſtitiali, ad idem revertitur; qui Sydereo aliquanto eſt minor, quia ipſa Eclipticæ puncta cardinalia regrediuntur, & Soli obviam quaſi facta efficiunt ut Sol ad idem Eclipticæ punctum revertatur aliquanto citius quam ad eandem Fixam, ubi punctum iſtud Eclipticæ fuerat, cum Sol prius in dicto puncto verſaretur: eſtque Annus Tropicus dierum 365, horarum 5, ſcrupulorum proxime 49$\frac{1}{2}$; deficiens utique à Sydereo ſcrupulis fere 21.

Annus *Civilis* eſt ſpatium temporis, ad quod motus Solis vel Lunæ vel utriuſque digitum intendit, populari cujuſque gentis inſtituto receptum. Ex quo patet tres eſſe Anni Civilis formas; aut nempe erit pure *Lunaris*, aut pure *Solaris*, aut ex utroque compoſitus *Luni-Solaris*. Annus *Lunaris* conſtat ex duodecim Lunationibus ſive Menſibus Synodicis, qui diebus 354 abſolvuntur, poſt quos finitos Annum Civilem denuo incipiunt. Cumque hic à Solari Anno vertente, qui tempeſtates reducit, deficiat diebus 11; fit ut Anni hujus initium nunc in ver incidens poſt 8 annos incidat in hyemem, inde poſt alios totidem in autumnum, poſt in æſtatem, & denique exactis annis circiter triginta & tribus, rurſum in ver tranſeat. Atque hic vocatur *Annus Lunaris Vagus*, quod ejus initium vagetur per omnes Anni tempeſtates, idque unius hominis memoriâ: dicitur & *Solutus*, nempe à motu Solis, qui in illius ordinatione prorſus non conſideratur. Tali anno utuntur *Turcæ*; & primo excogitatus videtur in regionibus, ubi diſcrimina æſtatis & hyemis non ſunt admodum evidentia; & ubi, ob Aſtronomiæ defectum, reditus Solis in puncta Zodiaci cardinalia, qui Annum Solarem definit, non facile cognoſcitur: unde factum eſt, ut ſigna temporum à Luna petentes exordia ſuorum Annorum ab exordio Phaſium petierint; nulluſque ſit Lunationum numerus, qui tam prope ad Solarem Annum (cujus aliquam ſaltem cognitionem habebant) ac duodenarius accedebat. A Luna etiam petendam eſſe rationem crediderim, cur Diem civilem ab occaſu Solis inchoarent: neceſſe enim habebant Diem civilem ſimul cum Anno & Menſe inchoare; hoc eſt, cum Novilunio, quod initio non aliter quam per oculorum indicium dignoſcebant; cum nempe veſpere immediate poſt Solis occaſum

occasum novam Lunam spectarentur. Et hinc etiam factum est, quod hujusmodi Mensis dies prima, secunda, tertia &c. vocetur Luna prima, secunda, tertia &c. & Dies Plenilunii consequenter quarta decima Luna.

Veteres, qui Lunarem Annum retinere volebant, illum tamen ita ad Solarem ligare, ut ejus initium quodammodo fixum censendum sit, retineatque Anni Cardines per tempestates indicatas, ne à Mensibus suis multum dilabantur, Mensibus utebantur Intercalariis sive Embolimæis. Ac primo ex undecim diebus reliquis ex quovis Anno Solari, post finitos duodecim Menses Synodicos, spatio trium Annorum Mensem conficiebant integrum, tertio quoque Anno intercalandum. Verum cum ne hoc artificium exactum esset, tres Menses, quorum quivis est 30 dierum, intercalabant in octo Annis: (nempe post tertium, quintum & octavum, alii vero aliter;) tandemque 8 Menses in Annis 19. Unde patet horum Annorum quosdam esse simplices, dierum nempe 354 vel 355, quot sunt in Lunari Vago; quosdam embolimæos sive intercalarios, dierum 384 vel 385, cum nempe Anno insunt tredecim Lunationes. Horum Annorum Lunarium fixorum, sive Luni-solarium, est usus apud *Judæos* & Ecclesiasticos Pontificios.

Annorum Solarium, sive ad unicum Solis motum atque hinc pendentes Tempestatum vicissitudines comparatorum, tria sunt genera; *Ægyptiacum* nempe, *Julianum* & *Gregorianum*. *Annus Ægyptiorum* est dierum 365, quem in duodecim Menses Solares diviserunt, quorum quisque dierum 30, & quinque dies ad finem superadjectos, (qui ἐπαγόμενοι dicebantur;) sicut superius dictum. In hujus Anni constitutione nulla est motûs Lunæ habita ratio: Verum cum deficiat hic Annus à Solari Tropico horis 5, scrupulis 49, sive fere 6 horis; quatuor Annis antevertit Solarem Tropicum uno fere die integro, adeoque annis 1460 initium ejus vagatur per omnes Anni tempestates; unde quodammodo Vagus dici poterit, licet unius hominis ætate, sive annis 60, illum non amplius quam 15 diebus antevertat.

Julius Cæsar deprehendens Annum *Ægyptiacum* ideo antevertere Tropicum, quod sex horæ, quibus à Tropico defecit, prorsus negligantur in ejus constitutione; ideo sex hasce horas Anno *Juliano* cuivis addidit, adeo ut *Julianus* quisque sit dierum 365, horarum sex. Verum quia fragmentum hoc, sive diei quadrans, in usu civili considerari nequit; ex illis conflatum in quatuor Annis diem quarto cuique Anno addidit inter 23^{tium} & 24^{tum} diem *Februarii*, (quia ante *Cæsarem*, cum adhuc Anno Lunari uterentur *Romani*, mensem embolimæum ibidem intercalabant,) quo fit ut tum scribatur *bis sexto* Kalendas Martii; unde & Anno illi nomen *Bissextilis* inditum. Atque Annus hic *Julianus* constans diebus 365, & adjiciens in quatuor Annis diem unum, ut post tres simplices quartus sit dierum 366, est Astronomico computo maxime accommodus; quippe qui inter Annum utrumque naturalem, nempe vertentem dierum 365,

hora-

horarum 5 & ſcrup. 49, & Sydereum dierum 365, horarum 6 & ſcrup. 10, eſt medius, & naturalem repedationem Æquinoctiorum ad oculum quaſi oſtendit. Hæc Anni forma penes omnes gentes politiores inde à *Cæſare Auguſto* (qui fere collapſum reſtituit) obſervatione continuâ trita eſt uſque ad Annum 1582, quo à *Gregorio* XIII. *Pontifice Romano* reformatum eſt *Calendarium Julianum*. Illo tamen adhuc utuntur *Britanni*, *Hyberni*, aliique. Fatendum tamen eſt quantitatem Anni *Juliani* eſſe nimiam, quare Anni hujus initium paulatim prorepit reſpectu Tempeſtatum, vel (quod eodem redit) tempora Æquinoctiorum & Solſtitiorum repedant reſpectu dierum hujus Anni. Cumque ſingulis Annis repedatio hæc ſit 10½ ſcrupulorum, Annis 133 circiter erit unius diei, & proinde ab Anno Chriſti 325, quo *Concilium Nicænum* celebratum eſt, ad Annum 1582, quo Pontifex Calendarium reformavit, nempe 1260 annis repedatio hæc fuit 10 dierum. Atque exinde evenit ut cum tempore *Nicæni Concilii* Æquinoctium vernum contingeret circiter ad Diem XXI *Martii*, Anno 1582 deprehenſum ſit ſenſim adrepſiſſe XI *Martii*. Quare cum reſtituere cuperet Æquinoctium priſtinæ ſedi, ſuppreſſi ſunt menſe *Octobri* Anni 1582 decem dies, & Dies 5ta mox habita pro 15ta; quomodo factum ut qui alias fuiſſet XI Dies *Martii* inſequentis, & Æquinoctii tempus, evaderet XXI *Martii*; hoc eſt, ut Æquinoctium fieret Die XXI *Martii*, ſicut fiebat tempore *Concilii Nicæni* Paſchatis celebrandi terminos inſtituentis. Verum exemptis ſic è Calendario 10 diebus, ſi alia nulla reformatio fuiſſet adhibita, poſt aliquot annos ſimili modo ſublaberentur Anni Cardines. Cavit igitur Pontifex ut ſemel in 133 annis (in quibus exceſſus Anni *Juliani* ſupra Tropicum excreſcit in diem ſolidum) unus dies eximeretur è Calendario; hoc eſt, ut tres dies eximerentur in Annis quadringentis: quod fieri juſſit, faciendo Centeſimum quemque Æræ Chriſtianæ Annum communem, qui ſecundum *Julium* eſt Biſſextilis; at Quartum quemque Centeſimum, ut in *Juliano*, Biſſextilem. Nova hæc Anni forma, à Pontifice *Gregorio* XIII. cujus Auctoritate ſtabilita eſt *Gregoriana* dicta, obtinet per *Italiam*, *Galliam*, *Hiſpaniam*, *Germaniam* ubicunque Pontificis *Romani* auctoritas valet; & exeunte ſæculo proxime elapſo à multis *Germaniæ* Reformatis admiſſa eſt quoad menſes civiles: Ad *Lunam* vero *Paſchalem* inveniendam ſe aſtrinxerunt *Kepleri Tabulis Rudolphinis*, donec aliquid certius conſtituatur.

Sicut Anni forma apud varias nationes varia, ita & ejus Principium varium. *Judæi* Annum Eccleſiaſticum incipiunt à Novilunio menſis, cujus Plenilunium proxime inſequitur Æquinoctium vernum: *Eccleſia Romana* Annum ſuum à Dominica quæ in dictum Plenilunium incidit, vel illud proxime inſequitur; ſive *Feſto Reſurrectionis Domini*, quod ante Annum 1564 in *Galliæ* regno etiam obtinuit. *Judæi* Annum Civilem incipiunt à Novilunio cujus Plenilunium proxime inſequitur Æquinoctium Autumnale. *Græci* Annum ſuum auſpicabantur à Novilunio proximo Solſtitio

Æstivo: & *Romani* olim suum à Novilunio insequente Solstitium Hybernum. Atque hæc videtur causa, cur *Julius Cæsar* principium sui Anni (licet Solaris) non posuerit in ipso Brumali Solstitio, sed exspectârit Novilunium insequens, ubi secundum modum tum receptum initium sui Anni sive Calendas Januarias poneret. Sed & forsan nondum penitus abolita erat vetus opinio, Solstitia confici in octavis partibus Signorum Cancri & Capricorni, non in ipsis horum Signorum initiis: (quâ nihil aliud apud peritiores intellectum est, quam quod Sol revera in octavis partibus Signorum versaretur, cum vulgo in eorum initio haberetur; quod idem sonat atque Æquinoctia & Solstitia per 6 aut 7 dies anticipâsse.) Et si Sol fuisset in primo Capricorni puncto IX. Cal. Jan. fuisset satis exacte in ejus octavo gradu ipsis Calendis Januariis. Quin & hoc artificio illud consecutus est, ut Calendis Mensis Quintilis, quem suo nomine *Julium* dixit, celebrarentur Ludi Olympici; forsan ex antiquissimo ritu propter Solstitium Æstivum instituti.

Quamvis Calendæ Januarii fere per totam *Europam* pro Anni, sive *Juliani* sive *Gregoriani*, capite nunc habeantur; alii tamen alia vel olim vel etiam nunc illi capita assignant. De mobili Festo Paschatis hactenus dictum. Æquinoctium vernum pro capite Anni habent *Veneti*, *Florentini*, *Pisani* in *Italia*, & *Treviri* in *Germania*. VIII Cal. *Apriles* sive Festum Annunciationis, hoc est, Incarnationis Christi, pro capite Anni statuerunt Veteres Ecclesiastici: statuit & adhuc Ecclesia *Anglicana*. Sed & Annum Civilem hinc etiam incipit *Anglia*, licet vulgus illum à Cal. *Januarii* cum vicinis gentibus inchoet.

Collectiones Annorum celebriores, sive tempora per repetitos Annos mensurata, sunt *Olympias*, Annorum 4; *Lustrum*, Annorum nunc 4 nunc 5; *Jubilæum*, Annorum 49 aut 50; *Seculum*, Annorum 100; *Annus Magnus*, qui, si significet revolutionem integram apparentem Fixarum donec ad idem unde digressæ sunt punctum revertantur, est 25000 vel 26000 Annorum circiter.

PROPOSITIO XII.

EPochas præcipuas & notabiliores recensere, & earum ad se mutuo relationem declarare.

Sicut Astronomi in corporum Cœlestium motibus supputandis certa assumunt Cœli puncta, à quibus initium sumant; ita & certa temporis momenta, à quibus, ceu radicibus, supputatio incipiat indeque procedat. Radices hæ, quas etiam *Epochas* & *Æras* dicunt, ordinario denominantur à celebri quodam & memorabili casu aut facinore, quod circa cujusvis initium accidit.

Illustrissima omnium & nobis maxime familiaris est *Epocha Nativitatis Christi*, sive Calendæ ejus *Januarii*, quem supponimus proxime insequutum Nativitatem Domini: Atque 45 ante annis est *Epocha Julii Cæsaris*, sive *Anni Juliani caput*; quando nempe rejecto

jecto veteri Anno *Romano* ab usque, uti credunt, *Numa* continuato, Annum *Julianum* per Imperium *Romanum* observandum proposuit *Cæsar*. Verum quidem est Annum hunc non fuisse ab initio usque observatum, sed post varias & confusas intercalationes præter ordinem; Anno demum quinquagesimo post ejus caput, hoc est, quinto Æræ vulgaris Nativitatis Christi, ab *Augusto* fuisse restitutum, eodem ordine ac si absque interruptione fuisset ab initio continuatum, mutato *Sextili* in *Augustum*.

Quamvis Epocha Nativitatis Christi superius descripta sit ex usu vulgari stabilita jam & fere universaliter recepta, *Anglia* tamen & *Hibernia* in negotiis Ecclesiæ & Reipublicæ Epocha utuntur integro Anno posteriore: & Christum natum ponunt, non VIII Calendas *Januarias* finiente Anno quadragesimo quinto *Juliano*, sed Anno sequente; nempe finiente Anno *Juliano* quadragesimo sexto: & Christum conceptum ponunt VIII Calendas *Apriles* Anni quadragesimi sexti *Juliani*: & Annum numerant non denominatum à Nativitate sed ab *Incarnatione* Christi, hoc est, Conceptione; ac proinde numero eundem, per maximam Anni partem, cum reliquo Orbe qui Annos à Nativitate numerat. Verum in tribus fere mensibus, inter Calendas *Januarias* & VIII Calendas *Apriles*, diversum (ut ex sua Æra oportet) numerant Annum à reliquis. Ut differentia hæc inter Æras à Christo denominatas melius intelligatur, advertendum est *Dionysium Abbatem*, cognomento *Exiguum*, Annis post Christum plusquam quingentis Æræ hujus Auctorem fuisse, à quo primum tempore Anni à Christo Nato vel Incarnato numerari cœperunt, cum prius numerarentur per Consules, & ab Urbe Condita, in Imperio *Romano*; & extra illud per Annos quibus Rex quisque regnaverat. Atque Æra hæc, quæ ab Auctore *Dionysiana* aliquando dicitur, pro exacta & historica habenda non est. Nam nondum extra dubium est positum, num natus sit anno uno vel altero, vel etiam tertio, quarto aut quinto ante Æram vulgarem; ut ex *Kepleri* Libro *de Anno Natali Christi* constat. Sed Æra hæc hypothetica est à vera non nimis remota, quod ad Æram sufficit. Atque secundum *Dionysium* Æræ auctorem, Christus conceptus est VIII Calendas *Apriles* primi Anni currentis hujus Æræ, & natus Brumâ sequente, exeunte Anno 46^to^ *Julii Cæsaris*. Computus hic Anni fuit primo universaliter receptus, at in *Anglia* sola nunc relictus, una cum Anni tam Civilis quam Ecclesiastici capite (nempe Festo Annunciationis) tunc temporis obtinente: Nam in reliquo Orbe Christiano ab ista Epocha tacite secessum est; opinio quippe vulgaris nunc est Christum Natum Brumâ antecedente Annunciationem *Dionysianam*, nempe exeunte Anno *Juliano* 45^to^, ideoque Annos à Nativitate numerant: atque sic Christum Anno uno majorem natu faciunt quam *Dionysius* Æræ auctor, & cum illo *Angli*.

Cum Æræ Christianæ communiori Tabulæ Astronomicæ nunc pleræque adaptentur, ad hanc reliquæ celebriores exigendæ sunt.

Ac primo celebratur *Epocha Orbis conditi*, de qua tamen insignes sunt controversiæ. Alii contendunt Mundum conditum ante Æram Christi vulgarem Annis 3950, quos ad veritatem propius accedere ait *Gassendus*, quodque Astronomis *Gallis* etiamnum probatur. Alii Annis 3983, cum quibus facit *Petavius*. *Keplerus* Annis 3993, mediâ æstate, ex Astrologia. *Hevelius* Anno currente 3963^tio ante Christum, 24 *Octobris Anni Juliani* retro producti, Horâ VI vespertinâ in Meridiano Edensi, cum ex suis Tabulis Solaribus invenerit tum temporis Solem in principio ♎, ejusque Apogæum in principio ♈. Alii illum multo antiquiorem ponunt, etiam usque ad 5199 Annos ante Christum.

Olympiadum Epocha est inter profanas Antiquissima & Nobilissima, quæ refertur ad æstatem Anni ante Christum 777 ipsis Calendis *Julii*, in Anno *Juliano* retro producto.

Non multo posterior est *Epocha Urbis conditæ*, quæ ad Annum ante Christum 752 communiter refertur.

Æra Nabonassari, Astronomis semper celebris, incepit ad diem 26 *Februarii* Anni *Juliani* retro producti, Annoque ante Christum 747. Cumque hic dies fuerit primus Anni *Ægyptiaci*, *Ptolemæus* & post illum reliqui Astronomi, ipseque *Copernicus*, motus syderum per Annos *Ægyptiacos* inde computant. *Ægyptiorum* enim Annus dierum 365, licet in usu communi incommodus, quia ejus cardines per omnes tempestates vagantur, in Calculo Astronomico imprimis commodus est, quia nullâ intercalatione perturbatus.

Sequitur *Epocha Obitûs Alexandri Magni*, die 12^ma *Novembris* tunc suppositi, Anno ante Christum 324. Cumque hic fuerit etiam vagi *Ægyptiaci* Anni primus (sic enim Ærarum conditores voluerunt, licet eventus ante vel post initium Anni inciderit) Annos *Ægyptiacos* dehinc computarunt *Theon*, *Albategnius* & alii qui illâ usi sunt. Inter Æras *Nabonassari* & *Obitûs Alexandri Magni* intersunt Anni *Ægyptiaci* præcise 424.

Transeo nunc *Æram Abyssinorum*, quæ & *Diocletiani* & *Martyrum* est: Item *Æram Arabum*, quæ & *Hegiræ* sive *Fugæ Muhammedis*: *Epocham* etiam *Persarum* sive *Jesdegird* dictam aliasque, quas (inter nos paucioris usûs) apud Auctores videre licet; & etiam Epocham Periodi *Julianæ* Annorum 7980, à *Scaligero* excogitatæ, Annis *Julianis* 4714 ante Æram Christi, adeoque ante Mundum conditum.

SECTIO

SECTIO III.

De Sphæris, aliisque Machinis ad Motum Primum adumbrandum excogitatis, & earum usu.

PROPOSITIO XIII.

Machinas vulgatiores, per quas Motum Primum sive diurnum imitantur Artifices & ad oculum demonstrant, nempe Globum Cœlestem & Sphæram describere.

Ut prædicti in Cœlis circuli melius concipiantur, Cœli stellati imaginem nobis sistunt Artifices in Globo Cœlesti, quæ est Sphæra ex Metallo, Charta vel simili aliqua materia constans, super duobus Polis facile mobilis. In superficie convexa notantur loca præcipuarum Stellarum Fixarum ita inter se & Polos Sphæræ disposita, sicut Stellæ, quas referunt, disponuntur ad se invicem & ad Polos, circa quos Cœlum motu diurno revolvi videtur. Depinguntur item imagines & deformationes Asterismorum, quos Stellæ istæ Veteribus, vel similitudine vel religione ductis, referre visæ sunt.

Delineantur præterea in superficie Globi Æquinoctialis circulus inter Polos medius, atque huic paralleli duo Tropici hinc inde ab Æquinoctiali gradibus 23½ remoti, totidemque Polares tantundem ab utroque Polo distantes. Delineatur etiam Ecliptica ad utrumque Tropicum pertingens, & Æquinoctialem in Globi superficie intersecans in punctis ita versus Stellarum loca relatis, sicut puncta Æquinoctialis Cœlestis (ubi Sol apparet Æquinoctiorum tempore) referuntur ad ipsas Stellas, sæculo quo Globi conficiuntur. Tam Æquinoctialis quam Ecliptica in gradus dividitur, initio facto à puncto Æquinoctii verni punctum referente; & Æquinoctialis quidem continuato numero usque ad 360, Ecliptica vero in 12 Signa propriis characteribus distincta, quorum quodvis rursus in 30 gradus dispescitur: & per cujusvis Signi initium ducti Eclipticæ secundarii in ejus polis coeuntes Globum universum in Signa etiam dividunt. Æquatoris vero duo tantum secundarii, Coluri nempe, in Globo Cœlesti depinguntur, quorum alter, nempe Solstitiorum Colurus, Eclipticæ etiam secundarius est. Globus hujusmodi, Firmamentum stellatum referens, volubilis est circa prædictos polos, ita in Meridianum, circulum æneum immobilem extra Globum positum, insertos, ut alteri Meridiani hujus faciei, quæ gradibus distinguitur, congruant; quæ facies proinde pro Meridiano vero habenda est, circuli crassitie ad firmitatem tantum conducente. Porro, Globus Meridiano (ut dictum est) cinctus in compagem (ligneam communiter) Horizontem referentem ita demittitur, ut ejus dimidium exstet supra compagis superficiem superam, quæ proinde pro Horizonte habenda est. Et ut Globus ad Horizontem satis prope undique accedat, in Horizonte sunt crenæ, ut Meridianus

extra Globum prominens in illas inſeratur hinc inde. In Horizonte hoc artificiali ſatis lato, præter circulum intimum in gradus ſuos à convenientibus initiis numeratos diviſum, eſt Calendarium *Julianum* pariter & *Gregorianum*, cum gradibus Signorum Eclipticæ juxta poſitis, quos Sol iſto ſeculo præterpropter diebus iſtis occupat: eſt etiam & alius Ventorum ſive plagarum circulus. Horizon hic ſuffultus eſt quatuor aut pluribus columellis pedamento infixis, cui etiam Pyxis Nautica imponitur, ut Globus præterpropter ad Mundi plagas dirigatur. Eſt præterea & Quadrans Altitudinis, qui ad Meridiani punctum ſupremum ope cochleæ affigi poteſt. Hujus margo in gradus diviſa pro vero Quadrante habenda eſt: & numerantur gradus 90 ab ejus extremo Horizontem attingente ſurſum verſus Zenith. In Globis, ſicut hodie communiter fabricantur, adeſt etiam & Circulus *Horarius* dictus, Meridiano affixus, cui Polus eſt centrum. Dividitur circellus hic in bis 12 horas, ut ad noſtrum horas numerandi morem accommodetur, à Meridiano incipientes. Et cum Polus Indicem geſtet, horas pro Globi revolutione oſtendet index, ſi duodecimam diurnam attingeret, dum Solis locus Meridiano ſubjiceretur.

Sphæra vulgo ſic dicta in hoc differt à Globo, quod ejus ſuperficies non ſit unita & perfecta ut in Globo, ſed circuli principaliores ex Armillis conflati (unde & Sphæræ hujuſmodi *Armillaris* nomen) ſphæricam ſuperficiem adumbrent. In hujuſmodi Sphæra, præter Horizontem & Meridianum (intra quos immotos, Globi inſtar, rotatur) ſunt quatuor circuli maximi; nempe Æquator & Ecliptica ſive potius Zodiacus (nam faſciæ inſtar 20^{gr} latus eſt hic circulus) duoque Coluri; & quatuor minores, ſc. duo Tropici & totidem Polares: unde fit quod decem vulgo numerentur Sphæræ Circuli. Ita excavata eſt Sphæra hæc, ut tranſparentiâ quaſi ſuâ Mundi effigies ſit, oſtendatque in ſui medio Terræ globulum immotum ab axe ſuſpenſum, quod in Globo, cujus ſuperficies integra eſt & unita, non tam bene procedit. Ex dictis patet in Sphæra Armillari ſupra deſcripta Fixarum loca non poſſe notari, ſi paucas excipias, quæ in Zodiaco videntur, quæ tamen plerumque etiam negliguntur; & ideo quæ Fixas attinent problemata, non poſſe per iſtiuſmodi Sphæram ſolvi. Cum vero in ſuperficie Globi Circuli Sphæræ dicti delineati ſint, omnia, quæ per Sphæram Armillarem fiunt, per Globum etiam facillime confici poſſunt. Adeoque Sphæræ, licet ſub initio renaſcentis Aſtronomiæ magni fuerint nominis, raro nunc, præterquam ad Juniorum imaginationem adjuvandam adhibentur.

Sphæris hiſce Armillaribus quandoque adduntur Planetæ ſimulati in diverſis circulis mobiles, ordine quo ab Aſtronomis Sectæ *Ptolemaicæ*, *Tychonicæ* aut *Copernicanæ* numerantur; unde & Machinis iſtis nomen. Adeoque in Sphæra *Ptolemaica* & *Tychonica* Planetæ intra Armillas, quibus Fixarum Cœlum repræſentatur, in plano Zodiaci in diverſis circulis feruntur circa Terrellam

in

in medio immobilem. At cum ad Motum Primum ſive diurnum repræſentandum requiratur ut ſuperficies Sphærica (ab Armillis adumbrata) ſit Terræ concentrica, & hæc ſit in *Sphæra Copernicana* mobilis; ideo in illa Planetas ſimulatos extra Armillas Terræ circa mentitum Solem mobili circundatas ponunt Artifices. Quandoque Sphæræ iſtiuſmodi & Globi Elatere aut Pondere ita animantur, ut Fixarum ortum & occaſum, omnemque motum diurnum mentiantur: quandoque etiam Planetæ circuitus ſuos debito tempore perficiunt: Verum hæc non ſunt hujus loci.

PROPOSITIO XIV.

Globum Terreſtrem, qualem vulgo conſtruunt Artifices, deſcribere.

Globus hic Terreſtris à ſupra deſcripto Cœleſti non differt, præterquam quod loco Stellarum & ex hiſce conflatorum Aſteriſmorum delineantur Terrarum & Marium deformationes. Horum Tractus, Sinus, Promontoria, reliquaque Terreſtria, in ſuperficie ſphærica convexa ita depinguntur, ut illorum imagines eum inter ſe & Polos, circa quos Globus in Meridiano convertitur, ſitum obtineant, quem habent loca Terreſtria, quæ referunt, Polique circa quos Tellus revera motu diurno revolvitur. Telluris autem hujus ſimulatæ loca tum demum ſitum iſtum obtinebunt, ſi quiſque ſecundum longitudinem latitudinemque obſervatam in hanc quaſi Terrellam transferatur. Depinguntur etiam in Globo Terreſtri Æquator, ejuſque ſecundarii ſive Meridiani per denos gradus tranſeuntes: inter quos unus præcipue eminet, qui per *Inſulas Azores* aut *Fortunatas* traductus primus Meridianus appellatur; à quo nimirum cujuſque loci Longitudo computatur, ut dictum eſt; & ab hoc proinde Meridiano numeratio graduum Æquatoris verſus ortum continuatur. Depinguntur item Æquatori paralleli, Tropici nimirum & Polares, aliique denis ſemper gradibus inter ſe diſtantes, & etiam (in ſpatiis præſertim ampla vaſtaque maria referentibus) Rhumbi Navium curſus per Pyxidem Nauticam ordinatos referentes. Porro, ut Globus Terreſtris præter uſus proprios etiam Sphæræ Cœleſtis (deficiente hâc) vices ſubire poſſit, Eclipticam illi aptârunt artifices. Cum vero circulus hic ſit pure Cœleſtis, & in Tellure locum nullum habeat, ideo ejus interſectionem cum Æquatore Terreſtri (quam ubivis ponere potuiſſent) poſuerunt ubi primus Meridianus Æquatorem interſecat.

PROPOSITIO XV.

Varia Problemata circa Situm locorum Terræ ad ſe invicem, & Motum Aſtrorum diurnum, per Globos reſolvere; hoc eſt, uſum præcipuum utriuſque Globi oſtendere.

Quamvis ſequentium Problematum ſolutio per Globos non ſit accurata,

accurata, ad Juniorum tamen animos formandos plurimum conducit: Ea autem omnia unicâ Propositione absolvemus. In illorum praxi per Globos exercenda concipiendus est Globus Cœlestis tanquam ipsa Mundi Machina; Sol vero & Stellæ, omniaque quæ in concavo Firmamento aspicimus, concipienda sunt tanquam super convexam superficiem spectata ab oculo extra superficiem illam posito: in Terrestri non opus est hâc fictione. Et quoniam Globi sunt instrumenta quibus in hac Propositione utimur, ii pro perfectis habendi sunt, neque quomodo fabricandi sint nunc inquirendum, sed hactenus fabricati adhibendi ad Problemata sequentia & similia.

1. *Dati in Globo Terrestri Loci Longitudinem & Latitudinem invenire.*

Datum Locum admove Meridiano (intellige semper faciei ejus numeris distinctæ, quæ (ut supra dictum) verus est Meridianus) & gradus Æquatoris, qui tum sub Meridiano reperietur, numero suo ostendet Longitudinem quæsitam. Nam initium numerandi gradus hosce sumitur à Meridiano primo; ut superius dictum. Porro, ab Æquatore computa in Meridiano ad Locum usque datum gradus Latitudinis: Nam Meridianus dividitur in quater 90 gradus, quorum bis 90 incipiunt numerari ab Æquatore versus utrumque Polum; at reliquorum bis 90 graduum numeratio incipit ab utroque polo, definitque in Æquinoctiali, sub Horizonte. Latitudo autem Septentrionalis erit aut Meridionalis, prout Locus datus ab Æquatore recedit ad hunc vel illum Polum.

2. *Datis Longitudine & Latitudine, Locum in Globo Terrestri, cui illæ congruunt, assignare.*

Quære in Æquatore gradum Longitudinis datæ; patet Locum quæsitum esse in Meridiano per punctum hoc in Æquatore sumptum traducto. Punctum igitur hoc admove Meridiano diviso, & ab Æquatore numera gradus Latitudinis datæ versus Polum Arcticum, si borea sit, vel Antarcticum, si australis, & punctum in numerationis fine erit ipse Locus quæsitus.

3. *Globum utrumque ad datam Latitudinem, nec non Quadrantem Altitudinis Globo aptare; & Globos uti decet ad Mundi Cardines disponere.*

Si Latitudo loci data sit borea, elevetur Polus Arcticus supra Horizontem, si australis Antarcticus, donec arcus Meridiani inter Polum & Horizontem interceptus totidem sit graduum, quot ipsa loci Latitudo: per Prop. enim VII. Elevatio Poli est arcus similis Latitudini loci; hoc est, totidem gradus continens. Unde ad oculum patet quænam Stellæ sint perpetuæ apparitionis; nempe quæ, voluto Globo sic aptato, Horizontem non subeunt: quænam è contra perpetuæ occultationis. Deinde ab Æquatore computa in Meridiano sursum gradus Latitudinis datæ, & punctum, in quod definit numeratio, erit vertex dati loci: (Nam Altitudo Poli æqualis est distantiæ Æquatoris à vertice, cum idem arcus, nempe distantia Poli

&

& Verticis ſit utriuſque complementum ad quadrantem:) Vertici ſic invento affigatur Quadrans altitudinis ope cochleæ, ita ut ejus margo in gradus diviſus (quæ Quadrantis vicem gerit) inde quaſi procedat. Denique ope Pyxidis Nauticæ pedamento Globi affixæ, recta, quæ eſt communis ſectio planorum Horizontis & Meridiani, in linea Meridiana collocetur, ita ut Polus Globi elevatus Mundi Polum ibi conſpicuum reſpiciat. Supponimus enim acum Magneticam ſecundum lineam Meridianam dirigi; ſaltem ejus declinationem (quo minus iſtud contingat) notam eſſe. Unde & Meridianus Globi cum Meridiano loci congruet, & reliqui cardines cum reliquis cardinibus. Planum autem, cui inſiſtit Globus, Horizontale eſt eligendum, ut Globi Horizon Loci Horizonti parallelus fiat, uti decet.

4. *Gradum quem Sol in Ecliptica ad datum tempus tenet, ope Calendarii & adjuncti Circuli Signorum ſuper Horizontis ſuperficie delineatorum indagare, indeque Locum ejus in ipſa Ecliptica aſſignare.*

Quære in dicto Calendario Menſem & Diem propoſitum, & è regione invenies Signum ejuſque gradum quem Sol tum occupat. Deinde in Ecliptica, ſuperficiei Globi inſcripta, quære dictum Signum ejuſque gradum, qui erit Locus Solis quæſitus. Si exactius procedere libeat, Locus Solis ex Ephemeridibus inventus in Ecliptica in ſuperficie Globi deſcripta, ut prius, determinandus eſt. Eodemque modo Planetarum loca ex iiſdem quæſita in Globi ſuperficie deſignare licebit; quærendo nimirum primo longitudinem Planetæ in Ecliptica, & ejus latitudinem ab hac vel illa Eclipticæ parte ope circini ex Ecliptica protrahendo. Pro gradu, quem Sol præterpropter dato tempore in Ecliptica tenet, neceſſe tantum eſt ſcire, quo Die cujuſque Menſis Sol Eclipticæ Signum ingreditur, & gradum unum pro quovis deinde Die computare. Ad illud conſequendum recitantur verſiculi, quos apud Doctrinæ Sphæricæ ſcriptores videre eſt.

5. *Aſcenſionem rectam & Declinationem Solis, vel Stellæ, vel puncti cujuſvis dati invenire, adeoque Tempus Culminationis datæ Stellæ vel puncti invenire.*

Aſcenſio recta Solis, aut cujuſvis puncti in Globo Cœleſti, ſimiliter inveſtigatur atque longitudo & latitudo loci in Globo Terreſtri; (per Probl. 1:) idem enim in Cœleſti ſunt Aſcenſio recta & Declinatio, quod in Terreſtri longitudo & latitudo. Porro, loco Solis ad Meridianum admoto, adjunge indicem horarium horæ duodecimæ, (nam duodecimam numeramus cum Sol eſt in Meridiano;) & circumvoluto Globo, donec Stella aut punctum datum culminet, oſtendet index ſimul delatus horam, quâ illud continget. Quoniam vero circellus hic horarius parvus nimis eſt, horæ partes in illo vix diſtingui poſſunt: ſic ergo accuratius procedere licet. Quia integer Æquator (cum ejus portione quadam, competente nimirum motui Solis proprio interea facto) Meridianum ſpatio diei natu-

ralis pertranſit, idque æquabiliter; patet Æquatoris partem 24^am, ſive gradus 15, in una hora Meridianum pertranſire, & illius gradum unum in quatuor ſcrupulis primis horariis; atque ſic porro. Si ergo ab Aſcenſione recta Stellæ auferatur Aſcenſio recta Solis, relinquetur portio Æquatoris, quæ Meridianum pertranſit, labente tempore intermedio inter Culminationem Solis & inſequentem Stellæ Culminationem: quod ſi tempus aſſumatur neceſſarium ut pertranſeat dictus Æquatoris arcus, (concedendo pro quindecim gradibus horam unam, & pro quovis gradu minuta horaria 4, ut dictum eſt; quæ Operatio communiter dicitur *Converſio arcûs Æquatoris in Tempus*;) invenietur tempus Culminationis Stellæ à meridie. Quod ſi Stellæ Aſcenſio recta minor ſit Aſcenſione rectâ Solis, ita ut hæc ab illa ſubduci nequeat, illi addendus eſt integer circulus, ſive gradus 360.

6. *Dato Loco Solis vel Stellæ cujuſvis, Aſcenſionem ejus & Deſcenſionem Obliquam, nec non Amplitudinem Ortivam & Occiduam invenire.*

Datum Locum Solis vel Stellæ adjunge Horizonti ortivo, (Globo prius ad loci latitudinem per Probl. 3^tium compoſito,) & nota gradum Æquatoris qui una aſcendit: Arcus enim Æquatoris inter initium Arietis & punctum notatum interceptus (qui per numerum exprimitur puncto adpoſitum) eſt ipſa Solis vel Stellæ Aſcenſio Obliqua: Tum à cardine Orientis (hoc eſt, ab interſectione Æquatoris & Horizontis) ad Locum uſque Solis vel Stellæ, arcus in Horizonte interceptus eſt Amplitudo Syderis Ortiva. Sin eundem Locum Solis vel Stellæ adjungas Horizonti occiduo, erit gradus Æquatoris ſimul deſcendens Deſcenſio Obliqua, & Horizontis arcus interceptus inter Occidentis cardinem & Sydus occidens eſt ejus Amplitudo Occidua.

7. *Datâ Aſcenſione Solis vel Stellæ rectâ pariter atque obliquâ, dimidiatam ejus moram ſupra & infra Horizontem; & ſi Sol ſit, cujus Aſcenſiones dantur, Longitudinem Diei & Noctis, Horamque Ortûs & Occaſûs Solis; ſi vero ſit Stella, ex dato tempore Culminationis Horam Ortûs & Occaſûs ejuſdem invenire: Et è contra, datis Loco Solis & Longitudine Diei, Loca in Tellure, quibus illa competit, determinare.*

Si indicem horarium aptaveris horæ duodecimæ Meridianæ circuli horarii, cum locus Solis ſub Meridiano eſt, voluto retrorſum Globo, donec idem locus Solis ſit in Horizonte ortivo, oſtendet index Horam Ortûs Solis; ſi vero Locus hic Solis ad occiduum Horizontem volvatur, indicabitur tum Hora occaſûs; oſtendetque index Horam, quâ Stella data culminat, occidit vel oritur, quando Stella in Globo notata pervenit ad Meridianum vel Horizontem ortivum vel occiduum. In hiſce enim omnibus ipſam rerum naturam imitamur. Ex Hora vero Ortûs & Occaſûs, mora Syderis ſupra vel infra Horizontem per ſe conſtat.

Ex datis Aſcenſionibus abſque Globo idem accuratius per computum

tum ſic elicitur. Differentia Aſcenſionalis in tempus converſa, & addita ſex horis ſi Sydus ab Æquatore declinet ad Polum Mundi elevatum, vel ſubducta à ſex horis ſi declinet ad Polum depreſſum, dabit dimidiatam Syderis moram ſupra Horizontem: Hæc vero addita momento Culminationis dabit Horam Occaſûs, ab eodem vero ſubducta exhibet Horam Ortûs Syderis. Unde dabitur mora ejus integra ſupra Horizontem, (quæ cum de Sole agitur, eſt Longitudo Diei,) & reliquum ad 24 horas eſt ejus mora infra Horizontem.

Si vero quæratur Locus in quo Dies eſt datæ Longitudinis, cum Sol datum in Ecliptica punctum occupat; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ, & volvatur Globus donec index oſtendat Horam Ortûs vel Occaſûs Solis datæ Diei longitudini congruam; tum, elevando vel deprimendo alterutrum Polum, in eum ſitum adducatur Globus, ut Solis locus Horizontem occupet dum index dictam Horam oſtendit; in quo caſu Globus eſt in eo ſitu, in quo Sol in dato Eclipticæ puncto exiſtens Diem efficit Longitudinis datæ. Omnia ergo Terræ Loca, quorum Latitudo æquatur Altitudini Poli Globi ſic compoſiti, quæſito ſatisfacient. Et ſi datus Solis Locus ſit in Tropico verſus Polum conſpicuum; (hoc eſt, ſi Locus deſideretur cujus dies longiſſima eſt datæ longitudinis,) Problema hoc Climatibus & Parallelis diſtinguendis inſerviet.

8. *Datis Latitudine Loci & Loco Solis, ſi præterea ex his tribus, nimirum Horâ diei, Altitudine Syderis & ejuſdem Azimutho, unicum detur, reliqua duo invenire.*

Compone globum ad Latitudinem Loci datam, per Probl. 3; Locum Solis adjunge Meridiano, indicemque horæ duodecimæ; tum ſi Hora detur, volve Globum donec index oſtendat Horam iſtam, vel accuratius, donec tot quindeni Æquatoris gradus Meridianum prorſum vel retrorſum tranſeant, quot Horæ à meridie elapſæ ſunt, aut ad meridiem adhuc deficiunt; & ſi Horæ datæ adhæreant ſcrupula, pro ſingulis quaternis ſcrupulis horariis pertranſeat Æquatoris gradus unus. Firmato in hoc ſitu Globo, Solis vel Stellæ Altitudo & Azimuth menſurentur per Quadrantem Altitudinis ad Zenith prius affixum: Altitudo nempe in Quadrante ab Horizonte ſurſum numeranda eſt; Azimuth vero computandus eſt in Horizonte à cardine Meridiei vel Septentrionis ad ipſam interſectionem Quadrantis cum Horizonte. Si vero Solis vel Stellæ Altitudo detur, volve Globum donec Stella data attingat Altitudinem, (quod Quadrante Altitudinis experiri ſtatim licet) oſtendetque pes Quadrantis ejuſdem Azimuthum, & index horarius Horam. Dato vero Azimutho, adjunge pedem Quadrantis ipſi Azimutho dato, & volve Globum donec Sydus datum Quadrantis marginem attingat, ſtatimque innoteſcet Altitudo Syderis in Quadrante computata, & Hora ex indice: niſi ſatius ſit hanc determinare ex numero graduum Æquatoris, qui Meridianum pertranſierunt, ex quo Locus

Solis illi fuerat adjunctus. Per Horas hic intelligimus Æquinoctiales à meridie vel media nocte numeratas, quas tamen ad *Italicas* vel *Babylonicas* pronum eſt reducere, quærendo (per Probl. præc.) horam Ortûs vel Occaſûs Solis, unde illæ (itidem Æquinoctiales) numerantur: Facile etiam eſt horam Æquinoctialem numero datam, à quovis principio numeratam, ad inæqualem ſive *Planetariam* reducere, adhibitâ longitudine diei. Quod ſi Planetarum loca (ex Ephemeridibus ad idem iſtud tempus inventa) in ſuperficie Globi ſignentur, ex Globo facillime Conſtellationes Fixarum & ipſi Planetæ diſcernentur, ſi nocte ſerenâ Globus ſic ad noctis horam compoſitus cum ipſa Cœli facie comparetur, & labente nocte paulatim rotetur Globus, ut eundem cum Cœlis ſitum conſervet.

9. *Invenire Tempus, quo data Fixa Coſmice vel Achronyce oritur vel occidit.*

Datam Stellam adjunge Horizonti ortivo, & nota punctum Eclipticæ cooriens; & quando Sol illud occupat, (quod in Globi Horizonte facile deprehendes ex circulo Signorum cum adjuncto Calendario,) Stella oritur Coſmice: Si vero Tempus Occaſûs Coſmici quæratur, nota in Globo punctum Eclipticæ oriens cum data Stella Horizontem occiduum attingit, & Tempus quo Sol notatum punctum Eclipticæ tenet eſt Tempus quæſitum. Pro ortu vero Achronyco, notetur punctum Eclipticæ occidens cum Stella oritur, & Tempus quo Sol punctum iſtud occupat eſt illud quod quæritur. Si vero Eclipticæ punctum notetur quod ſimul cum Stella Horizontem occiduum attigerit, die quo Sol illud occupat dicta Stella occidit Achronyce. Atque hæc ſufficiunt, ſi per Ortum & Occaſum Coſmicum & Achronycum intelligatur Ortus & Occaſus matutinus & veſpertinus, ut vulgo fit. Si vero Ortus & Occaſus Coſmicus (ut vult *Keplerus*) idem ſignificent atque ſupra dati loci Horizontem aſcenſus, & deſcenſus infra eundem, tum hic quotidie (ſiquidem omnino) cuivis Fixæ accidit; cujus momentum ex Probl. 7 determinatur. Atque Ortus Stellæ Achronycus (qui ſecundum eundem ſignificat ortum Stellæ dum Sol occidit) idem erit eodemque modo reperietur quo prius: Occaſus vero Achronycus eodem recidit cum Occaſu Coſmico in ſenſu vulgari.

10. *Tempus invenire, quo data Fixa Heliace oritur vel occidit.*

Cum Fixæ omnes Heliace oriantur mane & occidant veſpere, ad inveniendum Tempus quo data Fixa (*ex. gr.* magnitudinis primæ) oritur Heliace, determinandum eſt Eclipticæ punctum, quod 12^{gr} infra Horizontem ortivum deprimitur cum illa oritur: Cum enim Sol dictum Eclipticæ punctum occupat, tantum deprimitur infra Horizontem, quantum requiritur ut Stella iſta nunc ſupra Horizontem emerſa conſpici poſſit. Ut hoc per Globum inveniatur, admove Stellam Horizonti ortivo, & per Quadrantem Altitudinis explora punctum Eclipticæ 12 gradus ſupra Horizontem occiduum elevatum: Huic oppoſitum illud ipſum eſt quod quæritur, ſc. 12 gradus depreſſum infra Horizontem ortivum: Die igitur quo Sol punctum

punctum istud Eclipticæ tenet, (quod ex Calendario circulo Signorum in Horizonte Globi adjuncto facile exploratur,) dicta Stella magnitudinis primæ oritur Heliace. Si stella sit magnitudinis secundæ, inveniendum est Eclipticæ punctum, quod tredecim gradibus deprimitur infra Horizontem, dum stella illi adjungitur: si tertiæ, 14 opus erit gradibus, & ita deinceps; uti ex Prop. IX. patet. Quod si tempus Occasûs Heliaci datæ Stellæ primi honoris desideretur, adjunctâ Stellâ Horizonti occiduo, reperiatur ut prius punctum Eclipticæ, quod eo momento 12 gradus elevatur supra Horizontem ortivum; & huic oppositum (quod nempe totidem gradibus deprimitur infra Horizontem occiduum) est ipse Solis locus in Ecliptica, dum dicta Stella occidit Heliace. Pari modo invenietur locus, quem Sol in Ecliptica tenebat, cum data Fixa dato præterito tempore Heliace oriebatur vel occidebat; ac proinde tempora à scriptoribus rei Rusticæ & Medicæ olim consignata cum nostris comparari poterunt: vice enim datæ Stellæ, prout hodie in Globis nostris depingitur, adhibendus est ejus locus, quem dato illo sæculo occupabat; nempe pro quolibet sæculo elapso Longitudinem Stellæ gradu uno & triente minorem quam hodie sumendo, & eandem Latitudinem conservando.

11. *Ad datum Tempus initium Crepusculi matutini & finem vespertini determinare.*

Composito Globo ad latitudinem Loci, (quæ in hoc & ubique in præcedentibus data supponitur,) Locum Solis dato tempori congruum adjunge Meridiano, indicemque horarium (uti decet) horæ duodecimæ; tum volvatur Globus ortum versus, donec punctum Eclipticæ Solis loco oppositum elevetur supra Horizontem occiduum 18 gradibus, quo casu locus ipse Solis totidem gradibus deprimitur infra Horizontem ortivum; adeoque (per Prop. VIII.) incipit Crepusculum matutinum: hujus proinde momentum ostendit index. Præstat vero arcum Æquatoris, qui Meridianum pertransiit, (interea dum Globus volvitur in situm hunc ab eo quem obtinebat cum Locus Solis Meridianum attingeret,) in tempus convertere à duodecim horis subducendum, ut habeatur Tempus initii Crepusculi matutini. Similiter finis Crepusculi vespertini obtinetur, volvendo Globum donec punctum Solis loco oppositum elevetur 18 gradibus supra Horizontem ortivum, &c.

12. *Datorum in Terra duorum Locorum Distantiam invenire, & Angulum Positionis; nempe quem circulus maximus per data Loca ductus comprehendit cum Meridiano utriusvis.*

Distantia proxima duorum Locorum, quæ in circulo maximo computatur, invenitur capiendo distantiam eorundem in Globo depictorum; (circino nempe cruribus incurvis ad istud comparato,) & intercapedinem hanc ad Æquinoctialem vel Meridianum primum applicando, ut numerus graduum inter bina Loca innotescat; & pro quovis gradu 60 milliaria *Anglica* vel 15 *Germanica* computando. Ea enim est Telluris magnitudo, ut gradus circuli maximi in ejus

ſuperficie deſcripti ſit præterpropter 60 milliarium *Anglicorum* vel 15 *Germanicorum*. Ad inveniendum Poſitionis Angulum, volvatur Globus donec Locus primus attingat Verticem, (quod fiet cum ad Meridianum pervenerit, ſi Globus ad loci iſtius latitudinem fuerit compoſitus;) tum Quadrantem altitudinis Vertici & proinde Loco primo affixum circumduc donec ſecundum attingat; arcus Horizontis inter Meridianum & Quadrantem altitudinis interceptus erit menſura Anguli Poſitionis inter Meridianum Loci primi & circulum maximum (nempe dictum Quadrantem) per Loca traductum comprehenſi, quoniam Zenith eſt Horizontis polus. Ejuſdem Quadrantis arcus inter Loca data interceptus in milliaria converſus (abſque ope circini ſuperius adhibiti) exhibebit diſtantiam locorum. Quod ſi, eâdem praxi repetitâ, quæratur angulus, quem idem circulus per bina Loca traductus facit cum aliquot intermediis Meridianis; (per ſingulos *v. g.* gradus Æquatoris incedentibus;) determinabuntur *Rhumbi*, ſecundum quos, ad loca intermedia in dictis Meridianis poſita, eundum eſt, ut præterpropter in circuli maximi arcu (hoc eſt, breviſſimâ viâ) iter fiat inter Loca data.

13. *Datâ Horâ in dato Loco numeratâ, Horam eodem momento in alio dato Loco numeratam determinare; & Locum invenire, in quo data Hora numeratur.*

Adjunge Locum Meridiano, & indicem Horæ datæ ibi numeratæ; deinde volve Globum donec alter Locus datus Meridiano ſubjiciatur; oſtendet index Horam quæſitam. Pro ſecundo caſu adjunge Locum datum Meridiano & indicem Horæ datæ ut prius; dein volvatur Globus donec index Horam alteram datam oſtendat; Loca omnia Meridiano tum adjuncta datam illam Horam numerabunt.

Si vero per calculum procedere libeat, ita accuratius fiet. Si Loca duo data ſub eodem ſint Meridiano, ſive eandem habeant longitudinem, eandem quoque à meridie vel media nocte numerant Horam; ſi vero eorum longitudines ſint diverſæ, Differentia longitudinum per Globum explorata in Tempus (ut in Probl. 5) converſa dat intervallum Horarum in Locis iſtis eodem momento numeratarum, ita ut Locus orientalior numeret Horam majori numero inſignitam. In poſteriori caſu, ubi Temporis differentia datur, convertatur hæc in arcum Æquatoris: hic arcus erit Differentia longitudinis, quæ addita longitudini Loci dati, ſi hic priorem numerat Horam, vel ab illa ſubducta, ſi poſteriorem, exhibebit longitudinem quæſitam; omniaque Loca Telluris in Meridiano, cujus iſta eſt longitudo, ſatisfacient propoſito. Quodque de Horis noſtris à meridie vel media nocte numeratis hic dictum eſt, facillime ad *Italicas* vel *Babylonicas* vel etiam *Planetarias* reducendo transfertur; ſicut Probl. 8. oſtenſum eſt.

14. *Locum Telluris aſſignare, cui Sol dato Tempore perpendiculariter imminet; item Loca omnia, quibus dicto tempore Sol in Horizonte apparet oriens vel occidens.*

Compoſito

Compoſito Globo Terreſtri ad latitudinem loci tui & ad Mundi Cardines, volvatur Globus donec ille Verticem occupet; & Globus ſic compoſitus Solis radiis exponatur, (amoto Horizonte qui Solis radios impediret,) atque uno oculi ictu apparebit quibus Terræ locis Dies ſit, quibus Nox; quibus Sol oriatur, quibus occidat. Nam quoniam Globus hic ipſaque Tellus ſunt Figuræ ſimiles, ſimiliterque poſitæ; ſimiliter etiam illuſtrantur à Sole, cujus diſtantia immenſa pro infinita habetur. Locus vero ille, qui polus eſt circuli per confinia lucis & umbræ ſignati, ipſe eſt cui Sol perpendiculariter imminet, & qui mechanice facile determinatur, quærendo locum, ubi ſtyli ſuperficiei globi normaliter inſiſtentis umbra nulla eſt, ſive in ipſum ſtyli pedem incidit. Si vero eadem deſiderentur cum Sol non ſplendet, quæratur (per Probl. præc.) Meridianus locorum ubi tum eſt meridies, & in hoc Meridiano ſume Terræ Locum, cujus eadem eſt & verſus eundem Polum latitudo, atque Solis declinatio tum temporis; erit hic ipſe Locus cui Sol normaliter imminet, qui ſi in vertice ponatur, Horizon oſtendet confinia lucis & umbræ, ſive Loca omnia, quibus Sol in Horizonte videtur; ex quibus facile diſtinguuntur ii quibus Sol oritur, ab illis quibus occidit.

15. *Sciotericum Horizontale dato loco congruum ope Globi conſtruere.*

Componatur Globus (ut ſæpe ſupra) ad Loci latitudinem & Mundi cardines: Si præter Meridianum alii undecim Horarii circuli (hoc eſt, 24 Horarii Semicirculi) extra Globum immobiles circumſtarent, & Globus omnis diaphanus eſſet præter Axem circa quem revolvitur; patet Solem in Meridiano poſitum Axis umbram in alteram Meridiani ſemiſſem projicere, & Solem in circulo Horæ primæ poſt meridiem conſtitutum opaci Axis umbram in circulum Horæ primæ poſt mediam noctem ſimiliter projicere, alteram nempe ejuſdem Horarii circuli medietatem ultra Polos; & ſic in cæteris Horariis accidere. Si præterea concipiatur planum Horizontale Axis umbram in ſe projectam reflectendo oſtendere; cum Sol in Meridiano conſiſtit, Axis umbra in Horizontale planum projecta erit in parte ea communis ſectionis Meridiani & Horizontis, quæ ultra centrum eſt; hoc eſt, in recta jungente centrum cum puncto interſectionis Meridiani & Horizontis: cum Sol ad circulum Horæ primæ pervenit, umbra opaci Axis in Horizontale planum projecta erit pars ea communis ſectionis circuli Horæ primæ cum Horizontali plano, quæ ultra centrum jacet, ſive quæ conjungit centrum cum communi interſectione circuli Horæ primæ poſt mediam noctem; quæque adeo cum linea Horæ duodecimæ ſive Meridiana angulum comprehendit, quem metitur arcus Horizontis interceptus inter Meridianum & circulum Horæ primæ poſt meridiem aut mediam noctem. Eodemque modo Sol, in circulo Horæ ſecundæ poſt meridiem poſitus, umbram Axis ſuper Horizontale planum projicit in rectam jungentem centrum & interſectionem

ctionem circuli Horæ ſecundæ poſt mediam noctem & Horizontis; quæque proinde cum linea Meridiana angulum comprehendit, cujus menſura eſt Horizontis arcus inter Meridianum & circulum Horæ ſecundæ comprehenſus: atque ſimiliter in reliquis lineis Horariis ſuper Horizontale planum, earum quælibet cum linea Meridiana comprehendit angulum, cujus menſura eſt Horizontis arcus inter Meridianum & ejuſdem Horæ circulum interceptus.

Ut ergo Horologium Sciotericum in Horizontis plano delineetur, puncto quolibet ceu centro deſcribatur circulus Horizontem in Globo repræſentans, (namque hujus centrum refert centrum Terræ ſive, in caſu præſenti, Mundi centrum;) per centrum ducatur Meridiana recta, nempe quæ producta ad cardines meridiei & ſeptentrionis pertingeret; & ex centro erigatur recta opaca Axem mundi repræſentans, quæ ad Polum dirigitur; hoc eſt, quæ in plano Meridiani cum linea Meridiana comprehendit angulum æqualem angulo elevationis Poli ſupra Horizontem loci. Hiſce conſtitutis, linea Horæ primæ poſt meridiem ducatur ex centro circuli ad latus orientale Meridianæ lineæ, cum illa angulum continens, quem metitur arcus Horizontis inter Meridianum & circulum Horæ primæ comprehenſus. Quoniam vero circuli Horarii in Globis non reperiuntur, eligatur certus Æquatoris ſecundarius, (*v. g.* Colurorum alter,) atque ita collocetur Globus, ut aſſumptus hic circuli Horæ primæ locum teneat; hoc eſt, ut 15 gradus Æquatoris inter Meridianum fixum & aſſumptum hunc intercipiantur, & numerentur in Horizonte ejus gradus inter fixum Meridianum & aſſumptum intercepti. Volvatur dein Globus, donec aſſumptus ille Æquatoris ſecundarius locum teneat circuli Horæ 2^da^ pomeridianæ, hoc eſt, donec 30^gr^ Æquatoris ipſum & Meridianum fixum interjaceant; numeratiſque Horizontis gradibus inter Meridianum & circulum aſſumptum ſic poſitum interceptis, ducantur ad latus ejus orientale lineæ ex centro Scioterici cum Meridiana linea angulos continentes iiſdem numeris graduum menſuratos, eruntque hæ ex ſupra dictis lineæ Horæ 1^ma^ & 2^da^. Et procedendo ſubſequentium Horarum lineæ ſimiliter ducantur, donec ad Horam perveniatur quâ Sol die longiſſimâ occidit: Ubi patet lineam Horæ ſextæ ad Meridianam lineam eſſe normalem, cum in omni latitudine 90 gradus Horizontis intercipiantur inter Meridianum & circulum Horæ ſextæ. Similiter determinabuntur anguli, quos lineæ dimidiarum Horarum aut aliarum quarumvis partium comprehendunt in Horizontali plano cum linea Meridiana. Abſolutâ vero linearum Horariarum delineatione ab una parte lineæ Meridianæ, *v. g.* pro Horis poſt meridiem, lineæ Horariæ antemeridianæ ita ducuntur, ut lineæ referentes Horas à meridie æqualiter diſtantes æqualibus quidem angulis cum linea Meridiana inclinentur, ſed ad alteras partes jaceant. Pari modo (adhibendo etiam Probl. 13,) Horologium Sciotericum in quovis plano deſcribetur: quodvis enim planum eſt cujuſdam Loci Horizontale planum.

SECTIO

SECTIO IV.

De Determinando per obſervationes ſitu & reſpectu, quem Circuli Sphæræ ad ſe mutuo obtinent.

PROPOSITIO XVI.

PLanum Meridiani Circuli, in data Habitatione, per obſervationes determinare.

Datâ Habitatione, datur ejus Horizon: hic enim circulus viſu definitur. Cumque ſolus ſit in ſenſum incurrens, reliqui hujus reſpectu determinandi veniunt; ac primo quidem Meridianus. Obſerventur duo plana circulorum Verticalium, quos Sydus declinationem non mutans occupat, cum æquialtum eſt ante & poſt maximam ſupra Horizontem elevationem; planum verticale biſecans angulum ſub obſervatis duobus planis comprehenſum erit Meridiani planum, quod viſu in Cœlos productum ſignabit Meridianum quæſitum. Quoniam (ex hypotheſi) Sydus declinationem non mutat, motu diurno deſcribet circulum Æquatori parallelum: hujus ergo circuli (ſicut ipſius Æquatoris) punctum altiſſimum eſt in Meridiano circulo, & puncta æqualiter alta hinc inde à Meridiano æqualiter diſtant. Quare è converſo, circulus à quo verticales, in quibus Sydus ejuſdem erat altitudinis, æqualiter diſtant hinc inde, Meridianus eſt; hoc eſt, circulus, cujus planum biſecat angulum à prædictis verticalibus comprehenſum, eſt ipſe Meridianus. Q. E. I.

Praxin quod attinet, ſic commode conficitur Problema: Super planum Horizonti parallelum, hoc eſt, cui Perpendiculum ſive filum pondere onuſtum normale eſt, (cum Zenith & Nadir, in quæ perpendiculum productum incidit, ſint Horizontis poli,) erigatur Gnomon, cujus radice (ſive puncto apici directe ſubjecto) ceu centro deſcribatur in plano Horizontali circulus, noteturque punctum in hujus circumferentia, in quod apicis umbra à Sole facta ante meridiem incidit; rurſuſque ejus punctum, in quod ejuſdem umbra poſt meridiem incidit: Recta conjungens centrum circuli cum puncto biſecante arcum inter notata duo puncta interjectum eſt communis ſectio plani Meridiani cum plano Horizontali, quæ & *Linea Meridiana* nuncupatur; quippe cardines meridiei & ſeptentrionis directione ſuâ monſtrans. Super hanc ergo erectum planum ad Horizontem rectum eſt Meridiani planum quæſitum. Cum Sydus in hac praxi adhibitum ſit Sol, patet illam tunc exercendam cum Sol declinationem ſuam ſenſibiliter non mutat; (illud enim in Sydere ad hoc electo neceſſarium eſt;) hoc eſt, tempore Solſtitiali. Quoniam vero obſervationes inſtituendæ ſunt ante & poſt meridiem, Solſtitium æſtivum eligendum eſt, quoniam in brumali, ob Solem tum temporis Horizonti vicinum, Refractiones incertæ praxin redderent dubiam: & præterea Sol oblique nimis tunc aſcendit deſcenditque,

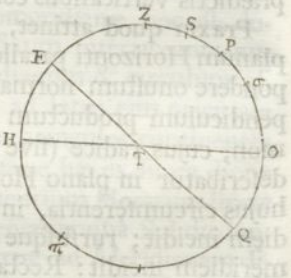
verticalem multo magis quam elevationem mutans; quod incommodum est in praxi hac, ubi verticalis ex elevatione determinandus est. Unde, Sole in æstivo Solstitio existente, ita ducendus est in plano Horizontali circulus, ut Gnomonis umbræ extremitas in illum incidat, cum Sol elevationem multum, Azimuthum parum mutat; adeoque plures concentrici circuli ducendi sunt, ut commodior eligatur.

Ad Lineam Meridianam determinandam, ad quam instrumenta perfectiora sunt collocanda, sæpius repetenda esset hæc praxis, & aliæ adhibendæ, quas apud Auctores passim videre licet, & quilibet per se facile excogitabit: quod & de aliis quibusvis observationibus intelligendum est, quæ fundamentales sunt, quibusque aliæ longâ serie superstruuntur. Gnomonum, præcipue altiorum, alii sunt commodissimi in observando usus: loco tamen extremitatis opacæ commode adhibetur, in ædificio magno, foramen radios Solis intra tectum transmittens; ut in Templo S^ti *Petronii Bononiæ* à Cl. D. *Cassini* factum est.

PROPOSITIO XVII.

ALtitudinem Poli & Situm Æquinoctialis circuli respectu Horizontis per observationes determinare.

Ubi Polus alter elevatur, observetur per instrumentum in plano Meridiani (per præced. determinato) collocatum Fixæ cujusvis nunquam occidentis Altitudo maxima OS, & minima Oσ supra Horizontem HO, quarum utraque in Meridiano contingit. Harum differentiæ Sσ dimidium PS vel Pσ est distantia Syderis à Polo: Hæc ergo Pσ vel PS minori Altitudini Oσ addita, vel à majore OS subducta, facit OP Altitudinem Poli quæsitam. Si Sydus in Altitudine maxima sit ad alteram verticis Z partem, inter Z & H; tum loco maximæ Altitudinis Syderis, in calculo prædicto, adhibendum est ejus complementum ad semicirculum.



In observatione hac instituenda, summâ curâ & diligentiâ procedendum est: hinc enim reliquæ omnes Solis & Fixarum observationes, ac proinde Astronomica quævis superstruuntur. Quare Fixa talis seligenda est, quæ in minima Altitudine Refractioni minime sit obnoxia; hoc est, Polo vicinior quævis, quæ Horizonti non admodum appropinquat: nam Refractio Syderum loca prope Horizontem observata incerta reddit; ut inferius ostendetur.

Si Polorum neuter satis fuerit supra Horizontem elevatus, tum ex Altitudine Meridiana Syderis, cujus nota est declinatio, res perficitur; ut in Corollario Prop. sequentis ostendetur. Immo in locis plerisque, ubi paucas tantum observationes instituere decretum est, rem

rem ſic conficiunt. Verum, cum declinationis Syderum obſervatio à Poli Altitudinis notitia pendeat, æquum eſt modum tradere hanc obſervandi, qui ab illa non pendet; quique à cautis omnibus obſervatoribus, qui Stellarum loca determinare volunt, aliorumque obſervatis (quæ repetere licet) minime fidere, neceſſario uſurpanda eſt.

Inventâ Altitudine Poli, Altitudo Æquatoris ſive HE arcus Meridiani inter Horizontem HO & Æquatorem EQ interceptus determinatur; eſt enim prioris complementum ad circuli quadrantem: Nam quia HZO eſt ſemicirculus, & PE quadrans, erunt PO & HE ſimul quadranti æquales. Determinatur igitur Æquatoris ſitus reſpectu Horizontis dati HO: Illum enim interſecat in punctis veri Ortûs & Occaſûs, quæ per rectam ſignantur Meridianæ lineæ (Prop. præced. inventæ) normalem; ejuſque planum inclinatur ad planum Horizontis angulo, cujus menſura eſt arcus HE modo inventus.

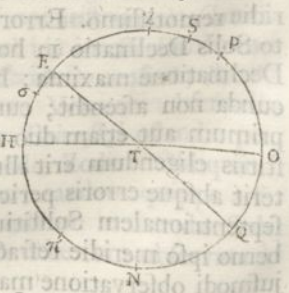
Scholium.

Ope harum duarum Propoſitionum Telluris magnitudo innoteſcet. Si ſecundum Lineam Meridianam (per Prop. XVI. ductam) iter factum exactiſſime menſuretur, & ex obſervata (per Prop. XVII) Altitudine Poli ad initium & finem itineris, arcûs Meridiani Terreſtris intercepti ratio ad integrum Meridianum determinetur; non latebit ambitus integri Meridiani Terreſtris: ac proinde, ex cognita circuli dimenſione, Telluris Diameter, & exinde (per Geometriam) illius ſuperficies & ſoliditas innoteſcunt. Porro, quoniam in hac praxi iter ſub quolibet Meridiano confectum, ſive longitudo viæ ubique quamproxime proportionalis deprehenditur obſervatæ mutationi elevationis Poli; conſtat communem ſectionem ſuperficiei Telluris & plani Meridiani cujuſvis eſſe circulum, & proinde Telluris figuram eſſe ſphæricam. Abſtrahimus nunc à parva elevatione ad Æquatorem, (de qua Prop. XXXI. Lib. I,) quæ in prædicta praxi erit inſenſibilis.

PROPOSITIO XVIII.

Cujuſvis Syderis Declinationem obſervare.

Propoſiti Syderis Altitudo Meridiana obſervetur. Si Sydus fuerit in Meridiani quadrante ZH, in quo Æquator EQ Meridianum interſecat, ut ad σ; erit differentia altitudinis Æquatoris HE & altitudinis Syderis Hσ (nempe Eσ) Declinatio Syderis quæſita. Si vero Sydus fuerit in Meridiani quadrante ZO, in quo Polus P, ut in S; tum differentia altitudinis Poli P & altitudinis Syderis OS, (nempe PS,) ſive diſtantia Syderis à Polo, eſt complementum Declinationis quæſitæ. Q.E.I.



Nihil hic de obſervationum praxi & inſtrumentorum conſtru-

ctione addimus, in quibus horum præcipua difficultas consistit. Artificem enim in *Geometria Practica*, *Mechanicis* & *Opticis* versatissimum supponimus. Patet vero cuivis Fixarum loca determinaturo commodissimum fore, si Quadrantem aut potius Semicirculum in Meridiani plano prorsus immotum, & in gradus horumque partes secundum artem divisum habeat, super cujus centrum index Pinnacidiis Telescopicis instructus movetur, ut Syderis cujusvis Altitudo Meridiana prompte mensuretur, cum ad Meridiani planum appellit: hæc enim Declinationis Syderum observatio in Fixarum locis restituendis præcipua est.

COROLLARIUM.

Sicut ex datis Elevatione Poli vel Æquatoris & Altitudine Syderis Meridiana ejus Syderis Declinatio invenitur, ita è converso, ex datis Syderis Altitudine Meridiana & Declinatione, Æquatoris vel Poli Elevatio habetur. In quadrante enim ZEH, summa vel differentia ipsarum Hσ, Eσ dat Æquatoris elevationem HE. In quadrante vero ZPO, summa vel differentia ipsarum OS & PS exhibet altitudinem Poli.

PROPOSITIO XIX.

INclinationem Eclipticæ ad Æquatorem, sive Eclipticæ Obliquitatem observare, ejusque ac proinde Colurorum, Tropicorum & Polarium situm respectu Æquatoris determinare.

Quotidie circa Solstitium utrumvis observetur (per præced.) Solis Declinatio: Hæc, ubi maxima, ipsa est Eclipticæ Obliquitas quæsita. Quoniam enim Ecliptica est ipsa via Solis, quanta est Solis declinatio maxima, tanta etiam est ipsius Eclipticæ; unde observatâ illâ, simul observatur & hæc. Q. E. F.

Verum cum, ex praxi præcedente, Syderis Declinatio observari nequeat, nisi cum Sydus istud est in Meridiano; si contingat Solstitium celebrari, Sole in Observatoris Meridiano non existente, (quod certe plerumque fiet,) paululum aberrabitur: hoc autem tantillum est, ut sit merito negligendum. Præcipimus enim quovis meridie Declinationem inquirere; adeoque aberratio maxima est cum Solstitium mediâ nocte celebratur; nempe temporis puncto à meridie remotissimo. Error igitur cum maximus est, tantus erit, quanto Solis Declinatio 12 horis ante aut post Solstitium deficit ab ejus Declinatione maxima: hic autem defectus ad quatuor minuta secunda non ascendit; cum tamen ipsa Obliquitas intra minutum primum aut etiam duo ab Artificibus nondum sit definita. E Solstitiis eligendum erit illud, in quo Sol commodissime observari poterit absque erroris periculo, *v. g.* in regionibus hisce prope Polum septentrionalem Solstitium æstivum, quoniam Sol in Solstitio hyberno ipso meridie refractionum periculis non caret; quæ res in hujusmodi observatione maximi est momenti. Dantur & habitationes, ubi ad Obliquitatem Eclipticæ inquirendam consultum sit altitudinem

dinem Meridianam Solis, in uno Solſtitiorum poſiti, ſubducere ex ejuſdem altitudine Meridiana in altero Solſtitio, ſi Sol in utroque caſu ſit ab eadem verticis parte; ſed ſi ad diverſas, ex poſterioris Meridianæ altitudinis complemento ad ſemicirculum, ut relinquatur diſtantia Tropicorum, cujus ſemiſſis eſt ipſa Obliquitas quæſita.

Ad exquiſitam autem indagationem Obliquitatis Zodiaci, ait Obſervatorum ſolertiſſimus *Hevelius* plurimorum annorum continuatas, omnibuſque numeris abſolutiſſimas, majoribus & fide digniſſimis Organis adminiſtratas obſervationes requiri. Atque hinc fit quod etiamnum hodie, quando inſtrumenta ſunt & magna & accurate diviſa, & Teleſcopiis inſtructa, diſcrimen ſatis ſenſibile interſit inter Zodiaci Obliquitates ab Artificibus poſitas. Siquidem *Hevelius* illam ponit $23^{gr}\ 30'\ 20''$, eandem quam *Ricciolus* in *Aſtronomia Reformata: Moutonus*, qui integrum fere librum hac de re ſcripſit, illam poſt multas & repetitas obſervationes, mediamque inter extremas eligens hanc, conſtituit $23^{gr}\ 30'$, quam etiam Obliquitatis menſuram ex ſelectis obſervationibus *Ricciolus* in *Almageſto* ponit: hanc etiam ponit *Streetius* in *Aſtronomia Carolina*, & generaliter Artifices uſurpant. Quo non obſtante Cl. D. *De La Hire* in *Tabb. Aſtron. Part. Prior. de Motibus Solis & Lunæ* illam minuto primo integro minorem conſtituit; nempe tantum $23^{gr}\ 29'$, idque ex obſervationibus prope Zenith & extra refractionis periculum factis. Si vero Veterum hac de re placita notare libet, tanta reperitur inter Obliquitatem ab illis obſervatam, & illam quæ nunc ex Cœlis deducitur, differentia, ut plurimi Auctores eam mutabilem poſuerint præter mutationem bis quolibet anno reſtitutam; de qua utpote fere inſenſibili hic non diſputamus: quandoquidem tempore *Ariſtarchi Samii*, qui 300 prope annis ante Chriſtum natum floruit, ea ipſa habita eſt 24^{gr}: vivente vero *Ptolemæo* annis poſt Chriſtum 140, non amplius quam $23^{gr}\ 51'$: & rurſus *Albategnii* tempore 900 fere poſt Chriſtum annis, tantum $23^{gr}\ 35'$: & *Tycho* $23^{gr}\ 31'\ 30''$ eam per obſervationes prodit. Verum diligentiſſimi hujus ſæculi Obſervatores illam nihilominus conſtantem volunt; *Gaſſendus* nempe, *Ricciolus*, *Horoxius* & ipſe *Hevelius*, qui Veterum obſervationibus haud adeo multum tribuendum eſſe in *Prodromo* cenſet, cum nec inſtrumenta omnibus numeris perfecta adhibuerint, nec tutiori viâ inceſſerint. Immo Antiquiores ipſeque *Ptolemæus* in *Almageſto* idem cenſent; & *Albategnius* ob eandem cum *Hevelio* rationem Veterum obſervationes ſuis poſtponit. Et *Gaſſendus* in *Vita Peireſkii* oſtendit per obſervationes à ſe inſtitutas, eandem eſſe hodie Zodiaci Obliquitatem, quæ fuerat tempore *Alexandri Magni*; eandem quippe à ſe obſervatam rationem Gnomonis ad ſuam umbram in meridie Solſtitii æſtivi *Maſſiliæ*, quæ fuerat in eadem urbe tum obſervata à *Pythea Maſſilienſi*.

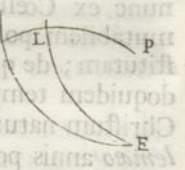
Porro, puncta in Cœlo, ubi Ecliptica Æquatorem interſecat, illa

sunt, in quibus Sol apparet dum dies noctibus æquales sunt Observatori, cui Polorum alteruter elevatur supra Horizontem. Ecliptícæ ergo situs is est, ut Æquatorem intersecet in dictis punctis, & ad Æquatorem inclinetur in angulo supra determinato, ejus dimidio ad Polum Boreum vergente, in quo Sol versatur dum dies noctibus sunt longiores Borealis hemisphærii Terræ incolis. Ecliptícæ situ dato, protinus datur situs Tropicorum; quippe qui Æquatori paralleli Eclipticam contingunt, suntque tantum ab Æquatore remoti, quanta est Ecliptícæ Obliquitas: & Polares tantundem à Polis proximis distant. Colurorum etiam situs hinc deducitur: nam in Polis hactenus per observationes determinatis, ad angulos rectos se mutuo intersecantes, per puncta Æquinoctialia & Solstitialia supra inventa transeunt.

PROPOSITIO XX.

Datâ Ecliptícæ Obliquitate, Ascensionem rectam & Declinationem dati in ea puncti, item Angulum, quem ad dictum punctum comprehendit Ecliptica cum Meridiano, per calculum eruere; & è converso, Ecliptícæ punctum, cui horum aliquod competit, definire, & proinde locum Solis in Ecliptica, ex observatione per Prop. XVIII. *facta, determinare.*

Referat EQ Æquatorem, cujus Polus P; EL Eclipticam; E Æquinoctii alterutrius punctum; L punctum in Ecliptica datum, per quod traductus concipiatur circulus declinationis PLQ. In triangulo sphærico ELQ datur latus EL, nempe distantia puncti dati ab L, & angulus QEL Ecliptícæ Obliquitas; datur item angulus Q, nempe rectus, quia P est Polus circuli EQ: Invenietur igitur (per Trigonometriam sphæricorum) latus QL puncti L Declinatio quæsita, quæ borealis est vel australis pro Poli adjacentis natura; item latus EQ, quod (pro situ puncti L in hoc vel illo Ecliptícæ quadrante, & natura puncti E) erit vel ipsa Ascensio recta quæsita, vel illius complementum ad quadrantem, vel semicirculum, vel tres quadrantes, vel integrum circulum. Datur etiam angulus QLE, quem Ecliptica in dicto puncto facit cum Declinationis circulo sive Meridiano. Hujus conversum similiter construitur: advertendum tamen duo esse Ecliptícæ puncta, quorum eadem est versus datum Polum Declinatio; adeoque opus esse determinatione aliquâ.



SECTIO

SECTIO V.

De Stellis Fixis, earum Locis per obſervationem definiendis, aliiſque huc attinentibus.

PROPOSITIO XXI.

Stellarum Fixarum claſſes varias explicare, in quas ob diverſam magnitudinem apparentem dividuntur; hujuſque differentiæ rationes reddere.

Propoſitionibus quibuſdam præcedentibus modum tradidimus, quo præcipuorum Sphæræ circulorum Poſitio reſpectu Horizontis ſenſu definiti determinatur; Meridiani nempe, Æquatoris, Zodiaci, Coluri utriuſque, Tropicorum & Circulorum Polarium: conſequens eſt ut Fixarum loca circulorum iſtorum reſpectu inveniendi modum tradamus. Oportet autem prius aliquid de ipſis Fixis, harumque differentiis & ordine præfari.

Et primo cuivis Cœlum nocte ſerenâ & illuni aſpicienti ingens Stellarum diverſitas apparet quoad magnitudinem apparentem & radiorum vim. Hujus reſpectu Aſtronomi illarum ſex fecerunt claſſes, quarum maximas appellarunt *Primæ Magnitudinis*, minimas *Sextæ* & intermedias eodem ordine. Diverſitatem hanc aliqui in ipſam Stellarum veram magnitudinem rejiciunt, alias aliis eſſe revera majores afferentes, dum omnes æqualiter diſtant; quippe ſecundum hos in ſuperficie ſphærica locatæ: Alii Veteres ſecuti cauſam diverſæ Magnitudinis rejiciunt in diverſam earum diſtantiam.

Huic ſententiæ numerus Fixarum primæ & ſecundæ magnitudinis multum favet. Nam ſi Fixa quælibet Solis officio fungatur in ſpatii Mundani portione fere æquali huic, cui Sol noſter imperitat, tot erunt Fixæ magnitudinis primæ, quot hujuſmodi Syſtemata noſtrum tangentes circumſtare poſſunt; hoc eſt, quot æquales Sphæræ mediam æqualem contingere poſſunt. Ex Geometria autem conſtat tredecim Sphæras mediam illis æqualem circumcirca contingere; (perperam enim *Keplerus* duodecim hujuſmodi pro numero angulorum *Icoſaedri* reperiri aſſerit, in *Lib.* I. *Epit.*) & totidem obſervantur incontraverſæ Stellæ magnitudinis primæ. Advertendum enim inter ipſos Fixarum obſervatores, de illarum numero non prorſus conſtare: Nam *Hevelius Lucidam in ſcapulis Aquilæ* ad ſecundam magnitudinem refert, quam *Tycho* primæ magnitudinis dixit; & è contra *Hevelius Canem minorem* & *dextrum Humerum Orionis* primæ cenſet, quas tamen *Tycho* ſecundæ ponit. Aliæ interim reperiuntur, de quarum claſſe dubitat ipſe *Hevelius*.

Rurſus, ſi quæratur quot Sphæræ prioribus æquales prædictum primum ordinem Sphærarum, Sphæram ab initio poſitam circumſtantium (ſive potius priores illas 13 cum decimaquarta centrali comprehendentem Sphæram,) contingere poſſunt; invenietur harum

numerus

numerus 52, ſive 4×13. Nam Sphærarum harum ſecundi ordinis centra verſantur in ſuperficie ſphærica, quæ quadrupla eſt ejus in qua verſantur centra Sphærarum primi ordinis intimam tangentium, cum illius diameter diametri hujus dupla ſit; Et totidem præterpropter deprehenduntur Fixæ magnitudinis ſecundæ; *Hevelio* illas circiter 50 ſtatuente, dum *Keplerus Tychonem* ſecutus ipſas 58 ponit; *Ptolemæus* non ultra 45; inter quos nos medium aſſumimus: in Stellis enim magnitudinis ſecundæ, magis quam in iis magnitudinis primæ, diverſi obſervatores diverſa ſentiunt. Nec in numero Fixarum reliquarum magnitudinum hâc methodo determinando magis aberratur. Ad hanc rem ulterius confirmandam, reſtat ut oſtendamus eundem inter Fixas primi honoris obſervari ordinem, qui inter corpora centralia Sphærarum intimam Sphæram (prope cujus centrum oculus ponitur) circumcirca contingentium; eundem inter Fixas ſecundæ magnitudinis, qui inter corpora centralia Sphærarum ordine ſecundarum ab his; atque ita denuo. Atque hic quidem res non æque procedit, (quæ cauſa fuit, cur *Keplerus* in aliam abiit ſententiam;) ut vel exinde conſtat quod primo obtutu quidam Firmamenti tractus Stellis innumeris quaſi ſcatentes cernantur, alii vero ab iis tantum non vacui deprehendantur. Aſt in primæ & ſecundæ magnitudinis Stellarum ordine adeo non eſt aberratum, ut comparanti patebit: Nam ſex ſunt Stellæ primæ magnitudinis in Zodiaco, tres ad Boream, & quatuor ad Auſtrum, præterpropter uti ex hac theoria decet.

PROPOSITIO XXII.

Conſtellationes, in quas Fixæ ab Aſtronomis diſtribuuntur, enumerare.

Veteres vel lineamenta ſecuti diſpoſitionis variæ Fixarum, vel religione ducti diſtribuerunt Fixas omnes, in Zona noſtra Temperata conſpicuas, in Imagines 48: Quarum 12 in Zodiaci longitudinem incidunt, ejuſque Dodecatemoriis nomina imponunt ſua: Suntque in Boreali Zodiaci dimidio, *Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo* & *Virgo*; in Auſtrali, *Libra, Scorpius, Sagittarius, Capricornus, Aquarius* & *Piſces*. Reliquæ imagines in Hemiſphæriis per Zodiacum diſtinctis locantur: in Septentrionali 21, nempe *Urſa minor, Urſa major, Draco, Cepheus, Bootes, Corona Septentrionalis, Hercules, Lyra, Cygnus, Caſſiopeia, Perſeus, Andromeda, Triangulum, Auriga, Pegaſus, Equuleus Delphin, Sagitta, Aquila, Serpentarius, Serpens*. Hiſce poſtea adjectæ ſunt Conſtellationes *Antinoi* ex informibus prope Aquilam, inter hanc & Capricornum & Sagittarium, & *Comæ Berenices* ex informibus prope Caudam Leonis. Antinoum ad Aquilam & Equuleum ad Pegaſum reducit *Ptolemæus*. Ad Auſtralem Zodiaci partem ſunt Aſteriſini 15 Veteribus cogniti, nempe *Cetus, Eridanus, Lepus, Orion, Canis major, Canis minor, Argo-navis, Hydra, Crater, Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corona Auſtralis, Piſcis Auſtrinus*.

Hiſce

Hiſce nuper adduntur, quæ circa Polum Auſtrinum ſunt nobis inconſpicuæ, Conſtellationes 12. *Phœnix*, *Grus*, *Indus*, *Pavo*, *Apus*, *Triangulum Auſtrale*, *Muſca*, *Chamæleon*, *Piſcis volans*, *Toucan* ſive *Anſer Americanus*, *Hydrus*, *Xiphias* ſive *Dorado*.

Extra depictarum imaginum limites ſunt Stellæ quædam ad illas irreducibiles, quas ideo *Informes* vocant, atque ex hiſce inſigniores Fixarum Obſervatores novos Aſteriſmos ſubinde confingunt, nominaque imponunt. Cl. nempe *Edmundus Halleius*, dum in *Inſula S^te. Helenæ* Stellas Polo Auſtrino vicinas primus exacte obſervaret, jure ſuo uſus eſt in nova Conſtellatione ſub ſpecie Quercûs ex informibus inter Argum Navem & Centaurum condenda, & ſub nomine *Roboris Carolini* conſecranda, in perpetuam ſub illius latebris ſervati *Caroli* II. memoriam in Cœlum tranſlati. Sic *Bartſchius* in Globo ſuo Quadrupedali novas duas fundavit Conſtellationes, *Camelopardum* & *Monocerotem*, quas retinet *Hevelius*. Ipſe autem *Hevelius* omnium longiſſime in hac materia progreſſus eſt, pluraque ex informibus prius Stellis conſtruxit Sydera nova quam Recentiorum quivis, ut ex ejus *Firmamento* patet; nempe inter Leonem & Urſam majorem *Leonem minorem* invexit, & *Lyncem* inter Urſam majorem & Aurigam ſupra Geminos; *Canes Venaticos* poſt Urſam majorem & ſub ejus Cauda repoſuit, ita ut quæ *Tychoni* fuit informis inter Caudas Helices & Leonis, (quæ poſtea *Cordis Caroli* nomine fuit ab *Anglis* inſignita,) *Hevelio* ſit *in Annulo Armillæ Charæ*; *Lacertam* ſive *Stellionem* inter Andromedam & Cygnum; *Uraniæ Sextantem* inter Leonem & Hydram; *Scutum Sobieſcianum* inter Aquilam & Serpentarium; *Vulpeculam cum Anſere* inter Aquilam & Lyram ſub Cygno; *Triangulum minus* inter Triangulum Boreale & Arietis Caput. Veteres etiam Conſtellationes quaſdam immutavit paululum, aliaſque illis adjunxit; ut Antinoum prius inermem *Arcu* & *Sagitta* armavit, in Herculis genu inflexi ſiniſtram *Cerberum* induxit, & ſub Bootis pedibus *Montem Mænalum* poſuit. Prædicta Sydera in Locis deſcriptis collocavit ad fabulæ veteris adjacentium Syderum continuationem, ne Aſtrologorum placita & regulas nimium turbaret, vel ad facinoris nobilioris memoriam perpetuandam.

Alii rurſus integra Sydera novis nominibus iiſque *Chriſtianis* deſignanda cenſent; cujus ſpecimen dedit V. *Beda* in Aſtris Zodiaci, & continuavit in ſuo *Cœlo Stellato* anno 1627 edito *Julius Schillerus*. Conſilium tamen hoc merito improbarunt *Copernicus*, *Tycho*, & *Hevelius* in *Firmamento*, aliique Aſtronomi, qui priſcas formas & antiqua nomina retinenda cenſent, ne Veterum Aſtronomia paulatim deperdatur, & confuſio oriatur. Modo enim hucuſque ab ipſis Aſtronomiæ primordiis recepto, quod in hac re præcipuum eſt conſequimur; nempe (ut ait *Copernicus*) *ut tanta Stellarum multitudo per partes diſcerneretur, & ut hæ denominationibus quibuſdam deſignari poſſint.*

Ad Aſteriſmos etiam pertinet *Via Lactea*, quam noſtrum ſæculum

innumerarum minutarum Fixarum congeriem esse deprehendit, prout Veterum quidam, teste *Manilio*, censuere: Estque Circulus latus candore Lactis perfusus, totum Cœlum ambiens; nonnunquam duplici tramite, plerumque simplici incedens per Cassiopeiam, Perseum, Aurigam, Pedes Geminorum, Clavam Orionis, Monocerotis anteriora, Caudam Canis majoris, Argum Navem, Robur Carolinum, Crucem & Centauri pedes, quos ultra, è regione Aræ, in duplicem dividitur tramitem; cujus pars Orientalior transit per Aram, extremam Scorpii Caudam, Pedemque Serpentarii orientaliorem, Arcum Sagittarii, Scutum Sobiescianum, Antinoi Pedes & Cygnum, ubi maxima ejus pars alteri jungitur: Occidentalior autem per priorem partem Caudæ Scorpii, Serpentarii Dextram & Cygni Sydus; absolvitque periodum suam in Cassiopeia, unde ejus descriptionem incipit *Manilius*. Sunt etiam & aliæ *Galaxiæ* divisiones minores, quas videre licet in *Hevelii Firmamento*. Viæ Lacteæ etiam affines sunt duæ *Nubeculæ* prope Polum australem sitæ, in *Europa* inconspicuæ, quæque à nautis *Nebulæ Magellanicæ* appellantur; illius enim albedinem (teste Cl. *Halleio*) exacte referunt, & Telescopio inspectæ hinc inde Nebulas parvas & exiguas Stellas ostendunt. Harum major inter Hydrum & Doradonem; minor inter Anserem Americanum sive Toucan & Hydrum collocatur.

PROPOSITIO XXIII.

Datis Solis Theoriâ & Horologio Automato, Fixarum Ascensionem Rectam per observationes determinare.

Explicatâ Fixarum diversitate tam secundum apparentem magnitudinem, quam secundum figuras Asterismorum, in quos communiter dividuntur, restat ut cujusvis ex illis locum determinandi methodum ostendamus respectu circulorum Sphæræ, quorum situs superius est determinatus, ac primo quidem respectu Æquatoris; in quem finem cujusvis Declinationem observare Prop. XVIII. docuimus: Reliquum est ut illius Ascensio Recta etiam inveniatur. Verum, quoniam Æquatoris initium, à quo Syderum Ascensio Recta numeratur, est illius intersectio cum Ecliptica; in qua licet Sol reperiatur semel in anno, ineunte sc. nostro Vere, inde tamen statim discedit, & punctum istud relinquit obscurum, nullo phænomeno, quod in sensus incurrat, insignitum, & tale denique unde Stellarum Ascensiones nequeunt immediate per observationes deduci; aliquod igitur eligendum est Phænomenon, cujus Ascensio Recta quolibet momento datur, ut aliorum Ascensiones Rectæ hinc observentur. Inter omnia vero ad hoc opus Sol est maxime commodus, quippe cujus motus est maxime simplex, cujusque Ascensio Recta ex dato ejus loco in Ecliptica expedite invenitur per Prop. XX. Hujus ergo Theoriâ datâ; hoc est, ad datum tempus dato ejus loco in Ecliptica, & dato etiam Horologio Automato indicem æquabiliter circumagente, sic observantur Fixarum Ascensiones Rectæ.

Primo, ita ordinetur Horologium, ut index 24 horas numeret labente

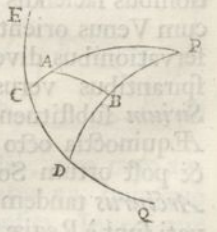
labente tempore, quo Fixa quævis à Meridiano digreſſa ad eundem revertitur, quod die naturali paulo eſt brevius. Horologii ſic ordinati index ad initium numerationis conſtituatur, dum Sol Meridianum attingit, & notetur hora ab Horologio numerata, quando Fixa, cujus Aſcenſio Recta quæritur, eundem attingit. Horæ earumque partes ab indice numeratæ in Æquatoris gradus & illorum partes convertantur, ut ſupra eſt dictum: Prodibit intervallum Aſcenſionum Rectarum Fixæ & Solis; hoc vero additum Aſcenſioni Rectæ Solis exhibet Fixæ Aſcenſionem Rectam quæſitam.

Si vero, in Automato ad motum Fixæ diurnum ordinato, loco 24 horarum oſtendantur 360 gradus horumque partes ſexageſimæ, &, dum Sol eſt in Meridiano, indices ſtatuantur ad numerum graduum & ſcrupulorum, ex quibus Solis Aſcenſio Recta tum conſtat; oſtendent hi (abſque ulteriore reductione) Aſcenſionem Rectam Fixæ, cum hæc Meridianum attingit.

PROPOSITIO XXIV.

Datis Declinatione & Aſcenſione Rectâ unius Syderis, & Declinatione alterius una cum Syderum Diſtantia, poſterioris hujus Aſcenſionem Rectam invenire; & è converſo, Syderum, quorum Aſcenſiones Rectæ & Declinationes dantur, Diſtantiam invenire.

Referat EQ Æquatorem, cujus Polus P; ſintque Sydera A & B, ex quorum Declinationibus CA, DB datis dantur horum complementa ſive diſtantiæ à Polo, nempe PA, PB, daturque etiam (ex hypotheſi) Syderum diſtantia AB. Quare in triangulo APB, datis lateribus invenietur angulus APB, & proinde ejus menſura CD arcus; differentia nempe Aſcenſionum Rectarum Syderum A & B, quæ proinde addita vel ſubducta Aſcenſioni Rectæ datæ unius, (prout circulus Declinationis per hoc tranſiens eſt ad ortum vel occaſum circuli Declinationis per illud tranſeuntis,) dat alterius Aſcenſionem Rectam quæſitam.



E converſo, datis Syderum A & B Aſcenſionibus Rectis, datur harum differentia CD; hoc eſt, angulus CPB, cujus iſte arcus eſt menſura: & in triangulo APB, dantur latera PA, PB datarum Declinationum complementa, una cum angulo comprehenſo APB: invenientur igitur reliqui anguli, & latus AB Syderum Diſtantia quæſita.

Pariterque duorum in Telluris ſuperficie Locorum, quorum Longitudines & Latitudines dantur, invenientur Diſtantia in circulo maximo computata, & anguli quos hic (qui communi Azimutho Cœleſti reſpondet) cum utroque Meridiano continet.

PROPOSITIO XXV.

Data Stellæ Aſcenſionem Rectam per obſervationes determinare, mediante Phænomeno interdiu & noctu conſpicuo.

Obſervetur Phænomeni diu noctuque conſpicui Declinatio (per

Prop. XVIII.) & distantia tam à Sole quam à Stella; hæc noctu, illa interdiu. Ex Phænomeni Declinatione, Distantia à Sole, & Solis loco, elicitur (per præced.) Phænomeni Ascensio Recta; ex qua & ejusdem Declinatione observata, una cum observatis Stellæ Declinatione & Distantia à Phænomeno, similiter invenietur Stellæ Ascensio Recta quæsita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Veteres, qui temporis mensurâ accuratâ (qualem Prop. XXIII. requirit) carebant, (Clepsydræ enim ab Antiquissimis adhibitæ erant nimium fallaces,) Fixarum loca mediante Lunâ exquirebant, capiendo distantiam Lunæ à Sole secundum Æquatorem aut Ecliptica computatam de die, & distantiam Stellæ à Luna noctu, unde Distantiam inter Stellam & Solem, ac proinde (ex Solis Theoria) Distantiam Stellæ ab Eclipticæ initio concludebant.

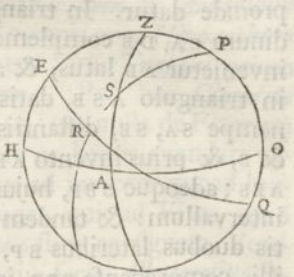
Recentiores Venerem adhibuerunt loco Lunæ, quod hujus diameter parva minorem in distantia observanda errori ansam præbeat; & quod Lunæ locus observandus sæpenumero veniat per Fixarum loca prius correcta, ut ejus Theoria, in hunc diem (præsertim circa quadraturas, quando Veterum observationes hæ instituebantur) minus accurata, corrigatur; & etiam quod Veneris motus neque sit tam velox, neque tam incertus. Ideoque Venerem observare conveniet in maxima elongatione à Sole, cum illius motus motui Solis propemodum est æqualis; & etiam cum ob elevationem Sol & Venus Refractioni minime sunt obnoxii. In hujusmodi observationibus faciendis præcipue curandum, ut sæpius repetantur tam cum Venus orientalior est Sole, quam cum occidentalior; ut ex observationibus diversis ad eundem Fixæ locum determinandum conspirantibus verus locus certo constet. *Ricciolus* loco Veneris *Sirium* substituendum censet, quem ait splendere adeo ut circa Æquinoctia octo & amplius minutis ante occasum Solis *Martio*, & post ortum Solis *Septembri*, videri possit. Sed & *Regulus* & *Arcturus* tandem in Meridiano, lucente Sole, nudis oculis observati sunt à Regiæ Scientiarum Academiæ *Gallicæ* Astronomis; etiam cum Sol extra incertas Refractionis limites elevaretur: quod ope Telescopii in quavis Fixa illustriori quotidie fieri poterit.

PROPOSITIO XXVI.

Datis Altitudine Poli, Horâ à Meridie & Loco Solis, si præterea Syderis Altitudo & Azimuth observatione innotescant, invenire Syderis istius Ascensionem Rectam & Declinationem.

Referat PZHO Meridianum; HAO Horizontem, cujus Polus est Zenith Z; ERQ Æquatorem, cujus Polus P; S Stellam, per quam traducti intelligantur circulus verticalis ZSA & declinationis circulus PSR. In triangulo SZP, dantur ZP latus, complementum elevationis Poli OP; ZS latus, complementum altitudinis Stellæ SA; & angulus SZP, quem mensurat arcus AO ex Azimutho datus: Invenitur igitur latus PS, complementum arcûs RS Stellæ Declinationis

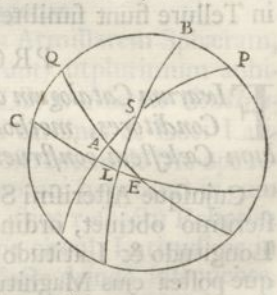
clinationis quæſitæ; & etiam angulus ZPS, & proinde ejus menſura, nempe arcus ER. Sed ex data Hora datur arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum & circulum Declinationis per Solem tradu&tum; horum ergo arcuum datorum dantur ſumma & differentia. Hæc autem ſumma, ſi Sol & Stella fuerint ad diverſa Meridiani latera; vel differentia, ſi ad idem, eſt differentia Aſcenſionum Rectarum Solis & Stellæ. Et ex dato Solis loco datur ejus Aſcenſio Recta, (per Prop. XX;) quare innoteſcit etiam Stellæ Aſcenſio Recta quæſita.



PROPOSITIO XXVII.

D*Atæ Stellæ Longitudinem & Latitudinem inve&tigare.*

In ſchemate EQ repræſentet Æquatorem, cujus polus P; EC Eclipticam, cujus polus B; punctum E communem horum circulorum interſectionem, initium ♈ vel ♎; S Sydus datum, per quod du&ti intelligantur Ecliptícæ & Æquatoris ſecundarii BSL, PSA. Et circulus maximus PBQC ipſos polos conjungens eſt Colurus Solſtitiorum. Inveniatur per Prop. XVIII. Syderis Declinatio AS, unde habebitur ejus complementum PS; & per Prop. XXIII vel XXV. Stellæ Aſcenſio recta EA, (ſaltem ex data Aſcenſione recta dabitur EA,) unde habebitur ejus complementum QA, & angulus QPA, cujus eſt menſura. In triangulo igitur BPS, dantur latus PS & latus PB, diſtantia nempe Polorum Æquatoris & Eclipticæ hujus obliquitati æqualis, una cum angulo ab iis comprehenſo BPS: Innoteſcit igitur latus BS, hujuſque proinde complementum SL, Stellæ Latitudo quæſita. Invenietur etiam angulus PBS, vel huic deinceps CBL, ejuſque menſura arcus CL, adeoque hujus complementum LE. Atqui arcus hic vel eſt ipſa Longitudo quæſita, vel ejus complementum ad unum, duos, tres vel quatuor quadrantes.



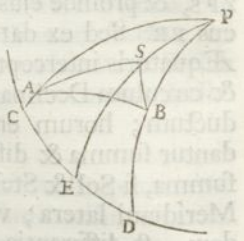
Similiter ex dato ſitu Stellæ reſpectu Eclipticæ determinabitur ejuſdem ſitus reſpectu Æquatoris.

PROPOSITIO XXVIII.

D*atis Longitudine & Latitudine duorum Syderum, & Diſtantiâ tertii ab utroque, tertii iſtius Locum invenire.*

Referat CED Eclipticam, cujus Polus P; A & B Stellas, quarum Longitudo & Latitudo dantur, per quas tradu&ti intelligantur Latitudinis circuli PAC, PBD: anguli CPD ſub illis comprehenſi menſura eſt Ecliptícæ arcus CD, Longitudinum datarum differentia, ac

proinde datur. In triangulo APB, datis lateribus PA, PB, Latitudinum CA, DB complementis, & angulo APB, invenietur AB latus, & angulus PBA. Rursus, in triangulo ASB, datis omnibus lateribus; nempe SA, SB, distantiis Stellæ S à duabus A & B, & prius invento AB, reperietur angulus ABS; adeoque SBP, hujus & prius inventi PBA intervallum: & tandem in triangulo SBP, datis duobus lateribus BP, BS, cum angulo ab illis comprehenso SBP, invenietur PS, & consequenter ejus complementum ES, nempe Syderis S Latitudo; & angulus BPS, hujusque mensura DE, differentia nempe Longitudinum Stellarum B & S, addenda Longitudini Stellæ B ut fiat Longitudo Stellæ S, si PSE sit orientalior quam PBD; subtrahenda vero, si occidentalior. Alii sunt hujus Problematis casus pro vario situ punctorum A & S, sed qui omnes similiter solvuntur.



Eodemque prorsus modo, si detur situs Stellarum A & B respectu alterius cujusvis circuli, Æquatoris *ex. gr.* hoc est, si dentur earum Ascensiones Rectæ & Declinationes, & Distantia tertiæ S ab utraque; dabitur etiam hujus situs respectu ejusdem circuli. Atque hæc in Tellure fiunt similiter.

PROPOSITIO XXIX.

Fixarum Catalogum condendi modum describere; præcipuos ejus Conditores, methodosque, quibus sunt usi, indicare, & Globum Cœlestem construere.

Cujusque Asterismi Stellæ singulæ pro loco, quem quævis in Asterismo obtinet, ordine describantur; & è regione cujusvis, ejus Longitudo & Latitudo per Prop. XXVII. inventæ adscribantur, atque postea ejus Magnitudo notetur. Si plures fuerint in eadem Asterismi parte (capite *ex. gr.* vel manu) Stellæ, in descriptione distinguantur in borealiores & australiores, & in præcedentes, medias & sequentes; ubi illæ præcedentes ab Auctoribus *Ptolemæum* secutis vocantur, quæ ad occidentem sitæ sunt; sive quæ Zodiaci partes præcedentes *i. e.* initio Arietis viciniores obtinent; hoc est, quæ in motu diurno præcedunt: A quibusdam etiam distinguuntur per literas alphabeti adscriptas. Si Stella notabilis in Asterismo occurrit, quæ singulari nomine indigitatur, nomen hocce etiam apponitur; ut *Arcturus* in Boote, *Regulus* in Leone, *Sirius* in Cane, &c. Post Stellas cuique Asterismo proprias adjiciuntur & informes circa eundem, similiter per viciniam hujus vel illius partis (cui sc. adstant) descriptæ, cum cujusque Longitudine, Latitudine & Magnitudine.

Primus, qui Fixas omnes in Catalogum reducere, earumque loca determinare est aggressus, fuit *Hipparchus Rhodius* annis ante Christum circiter 120, ex *Plinii* sententia *ausus rem etiam Deo improbam, adnumerare posteris Stellas & Sydera ad normam expangere.*

gere. Ex *Ptolemæo* tamen constat *Tymocharidem* & *Aristyllum* plurimas circa hanc rem observationes, 180 annis ante *Hipparchum* factas, reliquisse. *Menelaus* item Geometra anno *Trajani* primo quædam de Fixarum locis observavit *Romæ*. Post hos *Claudius Ptolemæus*, circa annum à nato Christo 140, nonnulla de Fixarum progressione in consequentia animadvertere ac literis mandare aggressus est; *Hipparchico* tamen circa earum ad invicem quoad longum & latum collocationem retento abaco, qui ad Fixas 1026 ascendit. Neque præter ea, quæ à *Ptolemæo* sunt consignata, Veterum observata amplius exstant. Idem quoque fecit *Albategnius Syrus* circa annum Christi 880: nam in Libro quem inscripsit de *Scientia Stellarum*, *Cap.* LII. *pag.* 202. ait se 11 gradus & dimidium & tertiam partem addidisse locis, in quibus, in *Ptolemæi* Libro, eas scriptas invenit. Neque etiam *Persæ Astronomi* aut *Alphonsini*, neque illis recentior *Copernicus* omnes Fixas observarunt, sed *Hipparchico* Catalogo acquieverunt, additâ solummodo in respectivis Catalogis portione motionis in omnibus interea factæ; de qua inferius. *Copernicus* interim Stellarum omnium Longitudines numerat à duarum in Arietis Cornu Præcedente, quam *Omnium Primam* vocat; quæque proinde omni ævo sunt eædem, dum Primæ hujus Longitudo ab Æquinoctii puncto indies augetur.

Hi omnes ad Stellarum loca determinanda Armillarem Sphæram, vel ejus partem (quam *Astrolabium* dixerunt) utplurimum adhibuerunt. Ejus descriptionem vide *Cap.* 1. *Lib.* v. *Magnæ Constructionis*. Hoc enim instrumento ad Mundi cardines & Loci Latitudinem composito, Armillam Eclipticam referentem de Die ope radiorum Solis (cujus locum ex ejus Theoria notum habebant) in eum componebant situm, quem tum Horizontis istius respectu Ecliptica obtinebat, & Lunæ locum in Ecliptica, ope circuli Latitudinis in Astrolabio mobilis, exinde observabant. Nocte deinde insequente, mediante Lunâ, (pro cujus motu interea facto locum prius inventum corrigebant,) Armillam illam Zodiacalem in situm isti temporis puncto congruum (quemadmodum prius mediante Sole) componebant, unde cujusvis Stellæ longitudinem secundum Eclipticam numeratam observabant, sicut prius Lunæ Longitudinem interdiu observassent (per mobilem Latitudinis circulum collimando) ejusque Latitudinem ope pinnacidii in dicto circulo itidem mobilis. Hunc observandi modum plene descriptum videre licet *Cap.* 4. *Lib.* VII. *Magnæ Constructionis Ptolemæi*, & *Cap.* 14. *Lib.* II. *Copernici de Revolut.*

Quamvis Veteres Lunam credidere prorsus necessariam ad Stellarum loca respectu Æquinoctialium & Solstitialium punctorum definienda, & cum iis sagacissimus *Copernicus Cap.* 14. *Lib.* II. sic loquatur; *Etenim sine ipsa non erat modus locis Stellarum comprehendendis, utpote quæ ex omnibus sola Diei & Noctis sit particeps*; nihilominus *Hieronymus Cardanus*, in Libro quem inscribit *Supplementum Almanach*, (postquam monuit Fixas ad Lunam comparandas

randas esse tempore Eclipseos Lunaris, quia locus Lunæ Solis respectu est tum temporis optime perspectus, quippe oppositus,) Veneris Stellam in hoc negotio Lunæ feliciter substituit, quippe diei & noctis etiam participem, cujusque alia etiam sunt commoda, Schol. Prop. xxv. exposita.

Proximus post *Hipparchum*, qui Fixas de novo observavit, fuit *Ulugh Beigh Tamerlanis Magni* Nepos. Hic quidem in Præfatione ait se observasse omnes, quæ observari poterant, præter 27 australiores. Mortuus est Princeps hic circa annum Christi 1449. Stellarum loca notavit in *Catalogo* suo (à D. *Tho. Hyde* latine reddito) ad annum Christi 1437.

Sæculo demum post Christum natum decimosexto illuxit sæculi istius Atlas, immortalis *Tycho Brahe*, qui indefesso labore Fixas omnes supra Horizontem *Uraniburgicum* facile conspicuas denuo observavit. Eodemque tempore *Guhelmus* Illustrissimus *Hassiæ Landgravius* hoc ipsum opus *Cassellis* aggressus est, & cum Mathematicis suis *Rothmanno* & *Byrgio* ultra 30 annos continuavit. Stellarum longitudinem & latitudinem calculo quæsivit, ex Ascensione Recta & Declinatione prius observatis per Methodum Prop. xxvii; ut *Tycho* testatur *Cap.* 2. *Part.* 1. *Progymnasmatum pag.* 147: quam tamen non usquequaque probat *Tycho*, ob difficultatem tempus à Meridie exacte numerandi, quod utut à se sæpius tentatum fuerit per Horologiorum constructionem, modisque aliis in *Progymnasm. Cap.* citato descriptis, nunquam tamen satis pro voto successit. At licet Principis observationes non extendantur ad plures quam 400 Fixas, & instrumentis paulo minoribus fuerint factæ, illas tamen ipsius *Tychonis* laboribus præfert *Hevelius* in *Prod. Astr.* quod ex sua sententia majorem diligentiam adhibuerit Princeps cum suis coobservatoribus, quam *Tycho* cum suis. Princeps postea per Veneris Stellam rem perfecit. *Tycho* autem, licet *pag.* 146. *Lib.* 1. *Progymnasm.* exprobret *Cardano* errorem in loco Meridionalioris & Lucidioris Lancium Libræ per Venerem constituendo majorem, quam est is *Alphonsinarum Tabularum*; fatetur tamen hoc exinde profluxisse, quod Veneris situs nullis tum numeris adstrictus esset: Veneremque ille etiam ad idem opus adhibet modo Prop. xxv. descripto. Loco Armillæ Zodiacalis à Veteribus adhibitæ ad Syderum longitudinum differentias & latitudines observandas, *Tycho* optimis rationibus permotus Armillas Æquatorias substituit; quibus nempe Ascensionum rectarum differentias & declinationes etiam extra Meridianum observaret, altitudine Meridianâ ad alias comprobandas semper adhibitâ. Reliquas, quas diligentissimus Observator adhibuit, cautiones videre licet *Cap.* 11. *Lib.* 11. *Progymnasm.* Ex positis semel quarundam Stellarum locis, per methodos hactenus traditas inventis, aliarum Stellarum prope Æquatorem aut Ecliptican collocatarum loca modo Prop. xxiv. adducto determinavit: Cujusvis vero ignotæ Stellæ Ascensionem rectam per binas, quarum loca hactenus verificata erant, inquisivit, & si paululum

inter

inter se discrepantes essent ejusdem Stellæ Ascensiones Rectæ sic inventæ, mediam pro vera absque omni hæsitatione assumpsit: postea ex Ascensione Recta & Declinatione ejus Longitudinem & Latitudinem, modo Prop. XXVII. demonstrato, supputavit. Stellarum vero prope Polos positarum loca ex prioribus deduxit per praxin Prop. XXVIII; verificato tamen loco sic invento per distantiam à Stella tertia prius determinata observatam. Et universaliter, Fixæ loco unicâ tantum observatione determinato, nunquam acquievit; sed singula tum per methodos supra indicatas, tum per Armillas suas Æquatorias, tum per praxin Prop. XXIII, Horologiis optimis ad mensurandum tempus adhibitis, & hydrargyro plumboque arte Chymicâ in pulverem redactis, & decursu per foraminulum tempus simul indicantibus; quæ omnia in *Progymnasm.* graphice descripta videre licet.

Hâc curâ & diligentiâ ad Annum MDC conditus *Catalogus* 777 *Fixarum Tychonicus*, ex ipso Cœlo desumptus, tandem prodiit, Anno MDCX in *Astron. Instaur. Progymnasm.* editus; & deinde Anno MDCXXVII. in *Tabulas Rudolphinas* translatus, & Stellis 223 auctus ex aliis *Tychonis* observationibus, ita ut *Catalogus* hic in *Tabulis Rudolphinis* ad mille Fixas ascendat. Addidit *Keplerus* classem secundam Fixarum, quas de vetusto *Hipparchi* Catalogo à *Ptolemæo* repetito & emendato *Tycho* omisit, quasque *Semi-tychonicas* appellat: Tertiam subjungit XII Imagines Cœlestes complectentem, in Zona nostra temperata Septentrionali inconspicuas. Hasce à *Lusitanis* denominatas, & à *Petro Theodori* ad normam Astronomicam correctas, in Catalogum refert. Fama est Australiores hasce postea observasse quendam *Fredericum Houtmannum Batavum*, & ex illis observationibus *Globum Cœlestem Blavianum* correctum fuisse. Verum hunc laborem, prout Astronomum decuit, primus exantlavit Cl. *Edmundus Halleius* in *Insula S^te Helenæ*, & Fixarum 350 Australiorum ad Annum Incarnationis 1677 completum restitutarum *Catalogum* edidit, *Catalogi Tychonici* vere *Supplementum*. Distantias Australium ignotarum à *Tychonicis* quibusdam observavit; & illarum loca ex assumptis locis quarundam *Tychonicarum* (per Prop. XXVIII.) calculo supputavit, adjectis etiam ipsis distantiis observatis.

Proximus post *Tychonem*, qui integrum Fixarum Catalogum proprium Orbi ostendit, est R. P. *Ricciolus*, in *Astr. Reform. Lib.* IV. ad Annum Christi MDCC completum. Verum Catalogus hic, qui continet plane tot Stellas, quot *Tycho* habet, ex *Tychonico* desumptus est, præterquam in Stellis 101, quas solas ex Cœlo per Observationes deduxit. In reliquis, paululum citra ultrave à *Tychone* recedit, ejus errores manifestissimos in suum etiam transtulit, Stellasque quasdam à *Tychone* vere observatas, sed *Riccioli* tempore haud amplius conspicuas, in *Catalogo* suo conservavit, sicut *Hevelius Prod. Astron.* p. 133. & seqq. notat.

Prodiit denique Illustris Viri *Jo. Hevelii Dantiscani Fixarum*

Catalogus,

Catalogus, Stellas in universum 1888 continens; nempe 950 Veteribus cognitas, 603 quas suas dicit, utpote quas ante illum nemo recte & rite determinavit debitis instrumentis, & 335 *Halleii* in Horizonte *Gedanensi* inconspicuas. In hoc condendo sancte profitetur se ad nullius Auctoris observationes attendisse, sed negotium hoc ita suscepisse, ac si nullus Catalogus fuisset in rerum natura. Immo aliena fundamenta rejecit prorsus omnia, Solisque Theoriam Tabulasque Solares suas de novo construxit, propriis observationibus unice nixas. Sincere denique affirmat se nemini quicquam surripuisse, aut Stellæ minimæ Locum in Catalogum retulisse, quem non per diversas distantias & altitudines Meridianas ipse eruerit.

Catalogos duos instruxit *Hevelius*, primum sive Majorem exhibentem tam Longitudines & Latitudines, quam Ascensiones Rectas & Declinationes ad Annum Christi completum MDCLX, cui annexa sunt Loca secundum Longitudinem & Latitudinem, ad eundem annum reducta, Fixarum olim à *Tychone Brahe*, *Principe Hassiæ*, *Ricciolo*, *Ulugh Beigh* & *Ptolemæo* observata; alterum sive Minorem earundem Fixarum loca secundum Longitudinem & Latitudinem exhibentem, ad Annum Christi MDCC completum, cui subnectitur Cl. *Halleii Catalogus Stellarum Australium*, ex observationibus *Gedanensibus*, quoad Longitudinem partim correctus, ad idem tempus reductus: Adeo ut Catalogus Major exhibeat simul omnium Antecessorum Catalogos, quo protinus ad oculum pateat quousque observationes omnium inter se conveniant vel discrepent. Hisce subnectit Tabulam Ascensionis Rectæ & Declinationis plurimarum Fixarum ad Annos Christi 1660 & 1760, cum earundem differentiis pro 100 istis annis.

Ex hujusmodi Fixarum Catalogo facile construitur Globus Cœlestis: Signatis enim in superficie Globi Ecliptică ejusque Polis, Fixarum loca è Catalogo deprompta secundum Longitudinem & Latitudinem ad Eclipticam istam exacta itidem signentur, additis Asterismorum imaginibus. Delineetur etiam Viæ Lacteæ tractus per loca Fixarum, quas pertransit; addanturque Æquinoctialis Circulus, Eclipticam in assumpto numerationis initio & puncto huic oppositio secans & ad illam debite inclinatus, Tropici etiam & Polares, reliquaque necessaria; de quibus supra Prop. XIII. dictum est. Atque ad hunc præcipue finem Catalogum Minorem destinavit *Hevelius*, & hinc etiam Uranographiam suam sive Tabulas omnium Syderum in plano delineatas deduxit, quas sub *Firmamenti Sobiesciani* Titulo Anno MDCXC in lucem edidit. Hæ enim à Globo Cœlesti differunt sicut Regionum Tabulæ à Globo Terrestri. Schemata hæc Asterismorum Uranographica in plano ita sunt delineata, ac si Cœlum convexum ab extra, ut in Globis artificialibus contingit, aspiceremus; quod à Prædecessoribus, qui Cœlum contemplati sunt, Fixarum Catalogos condiderunt, aut de Astris scripserunt, factum est. *Bayerum*, quia in *Uranometria* contrarium molitus est, *incogitato animo Sydera omnia invertere* dicit *Hevelius*;

lius; & quod *per ejus Figuras nihil amplius præstant, quam quod totum Cœleste negotium perturbent, & quod omnes Stellæ, quæ in Globis ad sinistram sunt constitutæ, ad dextram appareant. Firmamenti* ab *Hevelio* editi ope Globi Cœlestis Constructio longe erit facilior, quia Asterismorum Figuræ in illo apte sunt delineatæ, cum Via Lactea ejusque quasi rivis diversis. Fixarum vero Catalogum longe omnium ampliſſimum expectare jubent Clariſſ. D. *Flamſtedii* Obſervationes, per plures annos inſtrumentis magnis ſimul & commodis in hunc finem inſtitutæ.

PROPOSITIO XXX.

Mutationes aliquas notabiliores inter Fixas recenſere.

Jam olim *Hipparchi* ævo Stella Nova inter Fixas apparuit. Atque hæc, teſte *Plinio*, in *cauſa fuit* cur *Hipparchus aggreſſus ſit annumerare poſteris Stellas, Syderaque ad normam expangere, organis excogitatis, per quæ ſingulorum loca & magnitudines ſignaret; ut facile ex eo diſcerni poſſet, non modo an obirent naſcerenturve, ſed an omnino aliquæ tranſirent moverenturve; item an creſcerent minuerenturve, Cœlo in hæreditate cunctis relicto.* Et quamvis non pauciores quam ſex Stellas Novas tempore medias inter hanc & celebrem illam, quæ in *Caſſiopeia* Anno 1572 apparuit, numeret *Ricciolus*; cum tamen vel vix omnino vel ab imperitis ſunt obſervatæ, de iis nihil fere dicendum reſtat. Nova hæc in Caſſiopeia, maximarum in Cœlo æmula, primo apparuit circa initium *Novembris* Anni 1572, duravitque uſque ad *Martium* Anni 1574. Hæc non ſecus atque *Hipparchæa* illa occaſionem præbuit *Tychoni* obſervandi, novis ac maximis inſtrumentis, Fixas, eaſque de novo ad normam expangendi; ut ipſe in *Progymnaſm.* teſtatur, ubi de Nova hac expreſſe agit.

Anni 1596 menſe *Auguſto*, Novam magnitudinis 3^tiz in Ceto obſervavit *David Fabricius*, quæ poſt duos menſes evanuit.

Anno 1600 Nova apparuit in pectore Cygni, prius ab aliis, poſtea ab ipſo *Keplero* viſa, qui de ea narrationem conſcripſit Aſtronomicam. Hæc ad Annum uſque 1659 teſte *Hevelio* (qui illam ab Anno 1638 majoribus organis obſervaverat) ejuſdem manſit magnitudinis, ſc. tertiæ; verum ab Anno 1659 notabiliter decrevit, & exeunte Anno 1661 plane evanuit. Elapſo vero quinquennio, nempe *Septembri* 1666, illa rurſus *Hevelio* 7^mæ aut 6^tæ magnitudinis nudo oculo apparuit, eundem præciſe Cœli locum retinens.

Anno 1604 circa initium *Octobris*, Nova in dextro pede Serpentarii viſa eſt, quæ Jove major & Veneri propemodum æqualis apparuit: duravit per integrum annum; quippe poſt *Octobrem* 1605 inviſa. De hac Librum edidit *Keplerus*, Phyſicis & Aſtrologicis diſputationibus plenum. Novas iſtas tres, nempe in Caſſiopeia, Cygno & Serpentario, ſubminiſtravit Galaxia, quæ propterea Stellarum Novarum Promptuarium à quibuſdam dicitur. Obſervatæ ſunt

& aliæ Novæ, nempe illa An. 1612 in cingulo Andromedæ à *Simone Mario Mundi Jovialis* Auctore, & alia in Antinoo à *Justo Byrgio Principis Hassiæ Automatopœo* & aliis.

Anno 1638 *Joannes Phocyllides Holuuarda Franequeræ* observavit Novam in collo Ceti tertiæ magnitudinis, aut etiam amplius. Quomodo hæc singulis annis dispareat, ac rursus prodeat, sed non semper eodem prorsus tempore, (licet *Bullialdus* aliter sentiret,) postea per quatuor integros annos plane delituerit, ex ejus Historia ab *Hevelio* conscripta & *Mercurio* suo annexa, & ex *Anno Climacterico* abunde patet. D. *Cassini* easdem hujus Stellæ Phases exactis prope 330 diebus recurrere ex observationibus comperit; sic tamen ut 15 diebus aliquando restitutio hæc retardetur aut prævertat. Hæc Stella eadem videtur esse cum illa, quam Anno 1612 observaverat *Fabricius*; loca enim congruunt.

Anni 1670 mense *Julio*, Novam tertiæ magnitudinis sub capite Cygni detexit *Hevelius*, quam ad Vulpeculam suam in *Catalogo* refert; brevi autem adeo diminuta est, ut circa finem *Augusti* 1671 penitus sit exstincta: sed proximo *Martio* rursus affulsit, initio instar minutissimæ Stellulæ, deinde vero ad tertiam magnitudinem crevit, ac postea denuo sensim imminuta sic ut alterâ vice, *Septembri* Anni 1672, penitus evanuit, amplius non visa.

Non tantum Fixæ Novæ nunc primum apparent, sed & aliæ magnitudinis sextæ, quintæ & quartæ, Veteribus cognitæ & ab ipso *Tychone* observatæ, penitus evanuerunt, cujus exempla in *Hevelii Catalogo* passim videre est. Ipse quatuor memorat in *Prodr. Astr.* nempe Stellam in sinistro femore Aquarii, contiguam in cauda Capricorni præcedentem, secundam ventris Ceti, & post lances Libræ informium primam. Aliæ etiam circa hasce factæ sunt ab Astronomis *Gallis* observationes. Sed & notabiles Fixæ primæ, secundæ & tertiæ magnitudinis claritatem & magnitudinem suam sensibiliter mutare deprehenduntur; ut ex Auctorum circa Fixas primæ & secundæ, vel secundæ & tertiæ, magnitudinis diversis sententiis dilucide constat. Ut autem Posteri de mutatione Fixarum notabiliorum facilius & absque errore dijudicare valeant; plura huc spectantia à se observata adscripsit *Hevelius* in *Prodromo*.

Transeo nunc alias in Fixis mutationes ope Telescopii observatas, quales sunt quæ à D. *Cassini* noviter detectæ perhibentur; quod nempe quædam, ut Arietis prima & præcedens caput Geminorum, aliquando in binas æquales intervallo diametri utriusvis distantes divisæ appareant; quædam aliæ, ut Pleiadum aliquæ & media in gladio Orionis, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ videantur. Phænomena enim hæc, præterquam quod nudis oculis (de quibus solis nos hic agimus) non cernantur, aliunde originem ducere videntur, & alio proinde loco tractanda veniunt.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Punctorum Æquinoctialium Præceßionem veram, ſive Fixarum Motum in conſequentia apparentem definire; & ad datum tempus Locum cujuſvis Fixæ ex dato Fixarum Catalogo determinare.

Hipparchus olim, referente *Ptolemæo Cap.* 1. *Lib.* VII. *Magnæ Conſtructionis*, ex comparatione ſuarum obſervationum cum illis *Ariſtylli* & *Tymocharidis*, ſuſpicionem habuit motûs Fixarum in Zodiaco ſitarum in conſequentia: *Ptolemæus* vero ex *Hipparchi* & aliorum obſervatis, comparatis cum ſuis, hunc diſerte affirmavit de omnibus, & quidem in circulis Eclipticæ parallelis factum; quod in plurimis notabilioribus Fixis *Cap.* II. & III. comprobat, comparatis earum locis reſpectu Æquatoris ab Anteceſſoribus & à ſeipſo obſervatis. Motumque hunc progreſſûs comperit eſſe unius gradus in Annis centum. *Albategnius* ex Reguli locis à *Menelao* & à ſeipſo obſervatis, intercedentibus annis 785, motum Fixarum eſſe unius gradûs in 66 annis *Cap.* LII. *Libri* de *Scientia Stellarum* colligit. *Ulugh Beigh*, pluribus adhuc annis interpoſitis edoctus, ſingulis ſeptuagenis Annis Solaribus Fixas per unum gradum moveri in *Præf.* ad *Tabulas* ſuas pronunciat. Poſteriores Aſtronomi, comparatis veteribus, *Albategnii* intermediis, & recentioribus circa hanc rem obſervationibus, invenerunt & motum hunc eſſe æquabilem, & celeriorem quam credidit *Ptolemæus*, tardiorem vero quam *Albategnius* eundem fere quem *Ulugh Beigh* poſuit. *Tycho* enim in *Progymnaſm. Lib.* 1. hunc colligit gradûs unius & 25′ in centum annis, ſive 51″ in uno anno. *Copernicus* licet motum hunc inæqualem habuerit, medium ex obſervationibus antiquis & ſuis invicem collatis poſuit 1^{gr}: 23′: 40″: 12‴ in annis 100: At paulo minorem poſuit *Riccioli*, nempe 1^{gr}: 23′: 20″ pari tempore, quem retinet D. *Flamſtedius*. *Streetius* in *Aſtronomia Carolina* eum adhuc minorem ponit, quippe non ultra 1^{gr}: 20′. *Bullialdus* in *Aſtronomia Philolaica* hunc ponit 1^{gr}: 24′: 54″ in annis 100, dum noviſſime *Hevelius* in *Tabb. Solar.* in *Prodr.* eum vult tantum 1^{gr}: 24′: 46″: 50‴.

Pro ſingulis igitur annis, prorſum ab Anno cui Catalogus aptatur, addantur Longitudini Fixæ per Tabulas inventæ 50″, (numero rotundo inter variorum numeros intermedio,) fietque Longitudo quæſita: Latitudo interim invariata manet, cum & Fixæ & Ecliptica ſint in Cœlo immobiles, ſoluſque Æquator (circulus origine Terreſtris) luxatus quaſi priſtinas ſuas ſedes deſerat. Pro ſingulis vero annis, retrorſum ab Anno Catalogi dato, ſubducantur 50″ à Longitudine Tabulari, ut proveniat Longitudo dato tempori congrua. Si vero Catalogi dati is ſit ordo, ut ſingularum Fixarum Longitudines à Prima Arietis numerentur, (ut fit in *Copernici* Fixarum Catalogo, item *Clavii*, & quarundam *Tabulis Carolinis* adjuncto,) numero Longitudinis Tabularis (quippe perpetuæ) addatur Longitudo Primæ Arietis (quæ ineunte Anno 1701 ex *Hevelio* eſt 29^{gr}: 00′: 58″, & ſingulis poſt annis augetur per 50″, ſingulis vero ante minui-

tur per totidem, ut ſuperius dictum) tempori dato congrua, & conflabitur Longitudo quæſita ab Æquinoctio verno, rejecto integro circulo, ſi ſumma hunc exceſſerit. Quod ſi ad tempus datum quærantur Fixæ Aſcenſio Recta & Declinatio, ex inventis ejus Longitudine & Latitudine ad tempus datum ut prius, fiet propoſitum per converſam Prop. XXVII.

SECTIO VI.

De Primi Motus Problematibus inſignioribus per Calculum reſolvendis.

PROPOSITIO XXXII.

Datorum duorum in Telluris ſuperficie Locorum Differentiam Meridianorum ſive Longitudinum per obſervationes determinare, & Loca illuſtriora Telluris cum Latitudinibus & Meridianorum Differentiis in Catalogum referre, & Globum Terreſtrem conſtruere.

Ab obſervatoribus in datis Locis obſervetur Phænomenon aliquod inſtantaneum, (initium *ex. gr.* aut finis Eclipſeos Lunæ noſtræ, aut Eclipſis cujuſvis è Satellitibus Jovis,) notatâ in utroque Loco horâ; Differentia horarum indicatarum in Æquatoris arcum converſa dat Longitudinum ſive Meridianorum Differentiam quæſitam. Locorum autem propoſitorum ille eſt orientalior, qui plures poſt meridiem numerat horas; ſi vero eandem numerent, ſub eodem ſunt Meridiano. Nam quoniam idem Temporis punctum diverſis nominibus horarum in duobus illis Locis gaudet, tantum inter ſe diſtabunt Locorum Meridies, aut aliæ quævis horæ eodem nomine inſignitæ, quantum diverſæ illæ horæ in eodem Loco; adeoque Æquatoris arcus inter Locorum Meridianos interceptus rite reperitur tribuendo cuilibet horæ $15^{gr.}$ Dictum autem Temporis intervallum *Meridianorum Differentia* vocatur, appoſite ſatis, quia eſt revera Meridierum.

Pariter, ſi Horologium Automaton horas in Locorum altero exacte indicans ad alterum deportetur, ut cum alio horas illic indicante comparetur; Differentia horarum ab Horologiis numeratarum in Æquatoris arcum converſa dat Longitudinum Differentiam quæſitam: ſic enim, ut in caſu priori, cognoſcitur intervallum inter horas eodem momento in binis Locis numeratas. Horologium enim deportatum ſupponitur horas ſimiliter indicare, ac ſi ſuo in loco conſtitiſſet.

Locorum illuſtriorum in Catalogum repoſitorum cuivis adponatur Latitudo propria, eodem numero graduum deſignata (per Prop. VII.) quo Altitudo Poli ibi obſervata per Prop. XVII. Adjiciatur etiam in altera columna Differentia Meridianorum per horas earumque partes expreſſa (ex ſupra deſcriptis inventa) Loci propoſiti

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [192] - 174

fiti & Loci præcipui assumpti, cum titulo Additionis vel Subtractionis, prout illius Meridianus ad occasum jacet vel ad ortum respectu Meridiani hujus.

Facillime ex datis Locorum Latitudinibus & Differentiis Meridianorum construitur Globus Terrestris: Polis enim & circulo super illis maximo in Sphæra ad id comparata signatis, qui Telluris Polos & Æquatorem referant, ducatur per Polos Circulus Meridianum Loci (ad quem reliquorum in Catalogo Locorum Meridiani referuntur) repræsentans, in quo notetur punctum totidem gradus ab Æquatore ficto distans, quot numerantur in Loci Latitudine tabulari; & propterea illud ipsum erit, quod dictum Locum refert. Alius quivis Locus ponitur in circulo per Polos transeunte, inter quem & Meridianum hactenus positum tot interjiciuntur Æquatoris ficti gradus, (& quidem pro Loci secundi situ, versus ortum vel occasum numerati,) quot reperiuntur in Longitudinum Differentia tabulari supra inventa; & tot gradus ab Æquatore ficto versus alterutrum Polum, quot sunt in ejus Loci Latitudine tabulari. Similiter reliqua Loca illustriora in superficie Globi signantur. Intermedia vel minus illustria per Chorographiam vulgarem & itinera supplentur, adhibitâ quorundam Latitudine ad correctionem; hæc enim facilius observatur quam Differentia Longitudinis. Globo sic perfecto, vel Meridianus Loci proprii, vel alius quivis per Azores vel Fortunatarum aliquam traductus, pro primo haberi poterit; hoc est, Æquatoris gradus ab ejus intersectione cum Meridiano dicto (ceu initio) versus orientem numerandi sunt. Reliqui circuli aliaque necessaria Prop. XIV. descripta addantur secundum artem.

PROPOSITIO XXXIII.

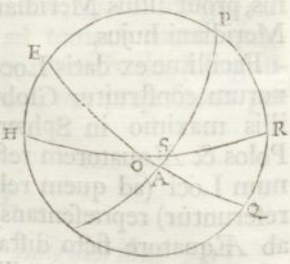
Datâ Elevatione Poli, & Stellæ vel alterius in Cœlo puncti Ascensione Rectâ & Declinatione, ejusdem Differentiam Ascensionalem, adeoque Ascensionem Obliquam, Moram supra Horizontem, & Amplitudinem Ortivam invenire.

Traditâ in præcedentibus methodo situm circulorum Sphæræ pro qualibet habitatione determinandi, Stellarum loca respectu dictorum in Sphæra Cœlesti circulorum, Locorumque in Tellure situm respectu eorundem in Telluris superficie consideratorum per observationes inveniendi; ordo postulat, ut præcipuorum (quæ reliqua sunt) circa hæc prius determinata & inventa Problematum per calculum resolutionem breviter indicemus, ad quorum exemplum alia quævis circa Motum Primum similiter resolvere proclive erit.

In casu præsenti, repræsentet EQ Æquatorem, cujus Polus P; HOR Horizontem, quorum communes intersectiones, O & punctum huic oppositum, sunt puncta veri Ortûs & Occasûs, poli nempe Meridiani PEQ. Sit S Sydus oriens vel occidens per quod traductus intelligatur circulus Declinationis PSA. In triangulo

OAS

OAS dantur, præter rectum ad A, angulus SOA, cujus menſura eſt HE altitudo Æquatoris; latus AS, Stellæ Declinatio data; invenitur ergo OA, Differentia Aſcenſionalis quæſita: nam O eſt punctum Æquatoris ſimul cum Stella ad Horizontem pertingens; A ejuſdem punctum quod ſimul ad Meridianum appellit. Hæc igitur Differentia Aſcenſionalis detracta ex Aſcenſione Recta Stellæ declinantis ad Polum elevatum, addita vero Aſcenſioni Rectæ Stellæ declinantis ad Polum depreſſum, dat ejuſdem Aſcenſionem Obliquam; & è contra in Deſcenſione Obliqua. Aſt hæc eadem Differentia Aſcenſionalis, quadranti addita vel ab eodem ſubducta, dat arcum ſemidiurnum Stellæ, prout hæc declinat ad Polum elevatum vel depreſſum: Hic autem in Tempus converſus dat dimidiatam Syderis Moram ſupra Horizontem. Invenitur etiam in triangulo OAS latus OS, Syderis Amplitudo Ortiva vel Occidua.

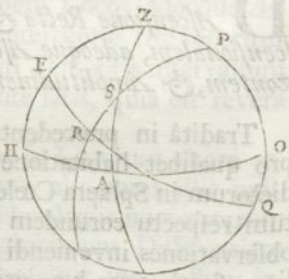


Similiter prorſus reſolvendo idem triangulum OAS ſolvitur Problematis hujus converſum; ex datis nempe Syderis punctive Aſcenſione Recta, Declinatione & Mora ſupra Horizontem, Poli Elevationem invenire.

PROPOSITIO XXXIV.

Datâ Poli elevatione, ſi Stellæ, cujus Aſcenſio Recta & Declinatio ſunt notæ, Altitudo obſervatione innoteſcat, Temporis momentum & Syderis Azimuthum invenire.

Iiſdem Sphæræ circulis per eaſdem literas denotatis, intelligatur porro per Sydus S verticalis ZSA traductus. In triangulo PZS dantur omnia latera; nempe PZ, complementum Elevationis Poli; ZS, complementum Altitudinis Stellæ ſupra Horizontem; & PS, ejuſdem Stellæ diſtantia à Polo ſive Declinationis complementum: Invenitur ergo angulus PZS, quem metitur Azimuthus quæſitus OA; item angulus ZPS, cujus menſura eſt Æquatoris arcus ER. Sed ex dato loco Solis datur ejus Aſcenſio Recta: ergo datur differentia inter hanc & Stellæ Aſcenſionem Rectam ex hypotheſi etiam notam: Dabitur ergo horum arcuum ſumma vel differentia; nempe arcus Æquatoris interceptus inter Meridianum PEH & circulum Declinationis per Solem tractum, qui in tempus converſus exhibet tempus ante vel poſt meridiem, prout Sol ad hujus latus orientale vel occidentale ſitus eſt.



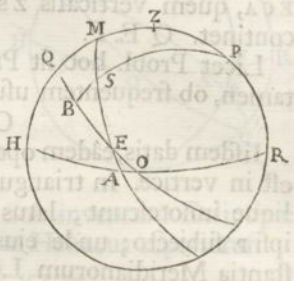
Idem fiet, ſi loco Altitudinis Stellæ ejus Azimuthus obſervatione notus ſit.

PRO-

PROPOSITIO XXXV.

Datis Longitudine Loci, Diei Horâ & Solis Loco, ſitum Eclipticæ reſpectu Horizontis determinare; hoc eſt, Eclipticæ & Horizontis angulum, (ſive gradûs Eclipticæ ab oriente puncto Nonageſimi Altitudinem ſupra Horizontem,) punctum Eclipticæ oriens (indeque gradum Nonageſimum) punctumque Horizontis, in quo Ecliptica illum interſecat, invenire.

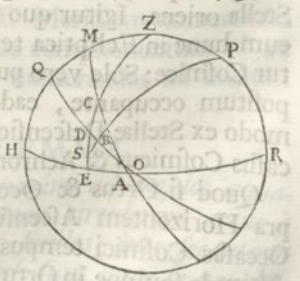
Reliquis manentibus ut prius, ſit in Ecliptica MSEA Sol S. Ad Horam datam inveniatur (per Prop. XX.) ejus Aſcenſio recta, ſive (poſito PSB declinationis circulo) punctum B in Æquatore, ejuſve adeo diſtantia ab E proximo Æquinoctiali puncto, nempe EB. Cumque Hora detur, innoteſcit Æquatoris arcus BQ inter B & Meridianum interceptus, adeoque & BO ejus complementum ad Æquatoris quadrantem QO: ſed datur BE, unde notus eſt EO arcus. In triangulo igitur AEO inter Eclipticam, Æquatorem & Horizontem comprehenſo, dantur anguli AEO Eclipticæ obliquitas & AOE inclinatio Æquatoris ad Horizontem, & modo inventum latus EO: unde innoteſcent reliqua; quorum EAO hujuſve complementum ad duos rectos MAH eſt angulus, quem Ecliptica facit cum Horizonte, ab Altitudine gradûs Nonageſimi menſuratus; EA diſtantia puncti Eclipticæ orientis ab Æquinoctiali puncto E, indeque punctum altiſſimum; ſive gradus ab oriente puncto A Nonageſimus innoteſcit; & OA diſtantia orientis puncti A à vero Ortu O, in Horizonte computata. Q. E. F.



PROPOSITIO XXXVI.

Iſdem datis, Syderis, cujus Longitudo & Latitudo dantur, ſitum reſpectu Horizontis, ſive Altitudinem & Azimuthum invenire; item punctum angulumque, in quo Verticalis per dictum Sydus Eclipticam interſecat, determinare.

Syderis s locus ſecundum Longitudinem & Latitudinem datus (per converſ. Prop. XXVII) reducatur ad Æquatorem; hoc eſt, quærantur ejus Aſcenſio Recta & Declinatio. Cumque Solis Aſcenſio Recta detur, dabitur & Aſcenſionum harum differentia. Sed ex Hora data notus eſt Æquatoris arcus inter Meridianum & circulum declinationis per Solem traductum interceptus: innoteſcit igitur & QR arcus Æquatoris inter Meridianum & PS declinationis circulum per s tranſeuntem; adeoque, quem hic menſurat, angulus QPR. In triangulo ZPS dantur latera PZ, PS (illud complementum Elevatio-



nis Poli, hoc dati Syderis distantia à Polo, ex illius Declinatione cognita) cum modo reperto angulo ZPS; unde innotescent latus ZS & angulus PZS: ZS est Altitudinis ES complementum, & angulum PZS mensurat RE arcus Horizontis, qui Azimuth dicitur; cumque RO sit quadrans, inventus est arcus OE distantia inter o punctum veri Ortûs & verticalem ZE per S traductum. Porro, in triangulo ECA inter verticalem ZSE, Horizontem HOR & Ecliptican ACM comprehenso, dantur anguli ad E & A (hic supra inventus, ille rectus) cum latere interjecto EA, cognitorum arcuum OE, OA summa vel differentia: ergo dantur reliqua; nempe AC distantia puncti c ab oriente puncto cognito A, EC latus, & angulus ECA, quem verticalis ZSE per Sydus S traductus cum Ecliptica continet. Q. E. F.

Licet Probl. hoc sit Prop. XXVI. quasi conversum, illud ipsum tamen, ob frequentem usum, placuit inserere.

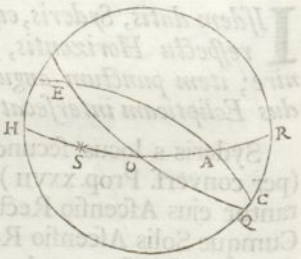
COROLLARIUM.

Iisdem datis, eâdem operâ determinatur Terræ locus, cui Stella S est in vertice. In triangulo enim ZPS, in quo omnia latera angulique innotescunt, latus PS indicat distantiam loci Terræ à Polo ipsi P subjecto; unde ejus latitudo nota est, & angulus ZPS est distantia Meridianorum Loci dati & quæsiti. Quod si S sit in ipsâ Ecliptica, Problema simplicius evadit; & adhuc magis tale, si sit Sol, sive oppositum punctum.

PROPOSITIO XXXVII.

Datâ Elevatione Poli & Ascensione Obliquâ Stellæ, ejus Ortum Cosmicum & Achronycum invenire.

Sphæræ circulis per literas ut sæpe supra designatis, in triangulo EOA datur angulus ad E, nempe Eclipticæ Obliquitas; latus EO Syderis S Ascensio Obliqua (saltem d stantia puncti Æquatoris coorientis ab Æquinoctio proximo, ex Ascensione Obliqua data) & angulus EOA inclinatio Æquatoris ad Horizontem, vel hujus complementum ad duos rectos: Dabitur ergo EA latus, adeoque punctum in Ecliptica cum Stella oriens. Igitur quo tempore Sol locum hunc in Ecliptica tenet, Stella S oritur Cosmice; Sole vero punctum huic oppositum occupante, eadem Stella Achronyce oritur. Similique modo ex Stellæ Descensione Obliqua (per Prop. XXXIII. inventa) Occasus Cosmicus & Achronycus Stellæ elicientur.



Quod si Ortus & Occasus Cosmicus idem significent, quod supra Horizontem Ascensus infraque eundem Descensus; Ortûs & Occasûs Cosmici tempus per præced. determinatur: Stellæ enim Altitudo (quippe in Ortu & Occasu nulla) datur, unde temporis momentum innotescet. Et tunc Ortus Achronycus idem quod vulgo

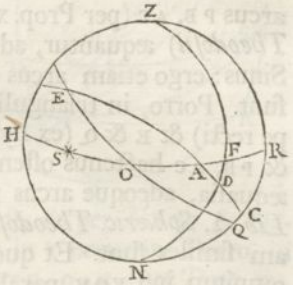
sonat;

sonat; nempe vespertinus: Occasus vero Achronycus eodem redit cum Occasu Cosmico vulgo dicto, sive matutino.

PROPOSITIO XXXVIII.

Datæ Stellæ Ortum & Occasum Heliacum definire.

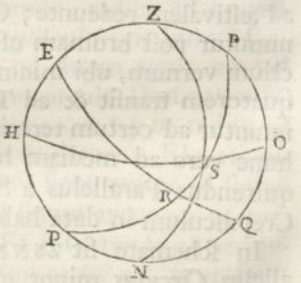
Reliquis manentibus sit D locus quem tenet Sol, cum Stella s oritur Heliace. Datur igitur in triangulo AFD, præter rectum ad F, FD latus, sc. arcus depressionis Solis requisitæ ut Stella datæ magnitudinis appareat; item angulus DAF, quem Ecliptica comprehendit cum Horizonte, cum Stella s oritur, per Prop. XXXV. repertus: invenietur igitur latus AD. Hic autem arcus adjunctus arcui EA (per præced. invento) dat ED distantiam Solis ab Æquinoctiali puncto E, quando s oritur Heliace. Innotescet igitur tempus Ortûs Heliaci dati Syderis s; idem nempe quo Sol inventum Eclipticæ punctum D tenet. Similiterque Occasus ejus Heliacus reperietur.



PROPOSITIO XXXIX.

Datis Latitudine Loci & Loco Solis, initium Crepusculi Matutini & finem Vespertini invenire.

Designet ZEPN Meridianum; EQ Æquatorem; HO Horizontem, cujus Poli Zenith Z & Nadir N; s Solem infra Horizontem depressum: per quem traductus intelligatur Declinationis circulus PSR, & verticalis ZSN. In triangulo ZPS dantur omnia latera; nempe PZ complementum Elevationis Poli; PS distantia Solis à Polo, ex ejus Loco nota; & latus ZS, compositum ex quadrante & depressione Solis ad initium vel finem Crepusculi necessaria: Innotescet igitur angulus ZPS, cujus mensura est arcus RE, qui in Tempus conversus exhibet horas quæsitas, post Meridiem numerandas ad finem Crepusculi vespertini; harumque complementum ad 12 horas, sive arcus RQ, horas à media nocte numerandas ad initium Crepusculi matutini.

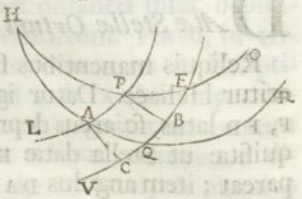


PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si circulum in Sphæra maximum duo maximi ad angulos æquales secuerint, omnium huic parallelorum circulorum arcus à duobus secantibus intercepti sunt inter se similes; intersecantium vero arcus inter binos parallelos comprehensi sunt inter se æquales.

Circulum maximum EQV secent duo maximi HEO, HQR in E

& Q, ita ut anguli HEQ, HQV ſint æquales. Dico cujuſlibet circuli PAL ipſi EQV paralleli arcum AP, ab ipſis HEO, HQR interceptum, ſimilem eſſe ipſi EQ; ipſorum vero HEO, HQR arcus PE, AQ inter binos parallelos interceptos eſſe inter ſe æquales. Per Polos ipſius EQV ducantur circuli maximi PB, HAC. Eſtque Sinus arcus AC. Sinum AQ:: (Sinus AQC. Radium :: Sinus PEB. Radium::) Sinus PEB. Sinum PE. Sed arcus PB, AC (per Prop. X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodoſii*) æquantur, adeoque & horum Sinus: ergo etiam arcus AQ, PE æquales



ſunt. Porro, in triangulis PEB, AQC, in quibus anguli B & C (quippe recti) & E & Q (ex hypotheſi) ſunt æquales, item latera PE, AQ & PB, AC hactenus oſtenſa æqualia, erunt etiam & latera EB, QC æqualia, adeoque arcus EQ, BC æquales. Sed AP, BC (per *Prop.* X. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodoſii*) ſunt arcus ſimiles, ergo & QE, AP etiam ſimiles ſunt. Et quoniam circulus PAL ſumptus eſt utcunque, omnium ipſi EQV parallelorum circulorum arcus à circulis HEO, HQR comprehenſi ſunt ipſi EQ & proinde inter ſe ſimiles. Q.E.D.

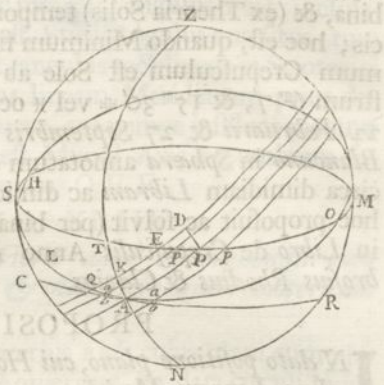
PROPOSITIO XLI.

P*Arallelum invenire, in quo Sol verſatur tempore Minimi Crepuſculi.*

Longe diverſam eſſe rationem incrementi & decrementi Crepuſculorum ab incremento & decremento Dierum Artificialium jam olim eſt obſervatum: Dies enim augentur Sole à Tropico hyemali ad æſtivalem redeunte; Crepuſcula vero non item. Hæc enim minuuntur poſt brumam uſque ad certum terminum ante Æquinoctium vernum, ubi minima ſunt; & poſtea augentur, dum Sol Æquatorem tranſit & ad Tropicum æſtivum tendit: inde vero minuuntur ad certum terminum poſt Æquinoctium autumnale; poſt hunc vero ad mediam hyemem augentur rurſus. Proponatur inquirendus Parallelus à Sole per motum diurnum deſcriptus, cum Crepuſculum in data habitatione eſt minimum.

In ſchemate ſit ZSNM Meridianus, SEM Horizon, cui ſit parallelus *Circulus* minor CAR *Crepuſculorum* dictus; is nempe in quo Sol hæret ad initium Crepuſculi matutini & finem veſpertini. Ponatur AP parallelus quæſitus. Per punctum A, ubi hic interſecat CR, ductus concipiatur AQHO circulus maximus Horizonti HO in O & H occurrens, qui Æquatorem EQ ſecat in Q, ita ut angulus AQE ſit æqualis angulo PED vel TEK. Et (ideo per præc. Lemma) EQ arcus ſimilis eſt arcui PA; & alterius cujuſvis circuli Æquatori paralleli arcus *ap*, inter OES & OAL interceptus, eidem AP vel QE ſimilis etiam erit; eorumque quilibet erit menſura durationis Crepuſculi, dum Sol parallelum PA percurrit. Quoniam vero (ex hypotheſi) iſtud minimum eſt, horum arcuum nullus, præter PA, ad CR pertinget. (Nam dum Sol motu diurno alium quemvis parallelum

lum deſcribit, durationis Crepuſculi menſura eſt ejus arcus *pb*, inter Horizontem SEM & Crepuſculorum circulum CAR interceptus; quæ cum (ex hypotheſi) major ſit quam Crepuſculi Minimi menſura PA, patet *pa* ad CR non pertingere, quia major *pb* eouſque tantum pertingit.) Et igitur Crepuſculorum circulus CAR circulum maximum OAH contingit: & quia ejus pars infra Horizontem (nempe OAH) eſt ſemicirculus, & CAR Horizonti parallelus, patet HLA vel OA eſſe circuli quadrantem. Ideoque polis O & H per A deſcriptus circulus NATZ



Æquatorem ad K interſecans maximus eſt, & per Zenith & Nadir tranſit, & Horizonti ad angulos rectos in T occurrit. Porro, in triangulis ſphæricis ETK, QAK anguli ETK, QAK (per *Prop.* XV. *Lib.* I. *Theod.*) recti ſunt & proinde æquales, item anguli TEK, AQK (per conſtructionem) æquales, & reliqui TKE, AKQ æquales; (quippe ad verticem poſiti:) unde (ex ſphæricis) invicem æquilatera ſunt iſta triangula; hoc eſt, arcus TK æqualis KA, & TE æqualis QA: Sed (per præced. Lemma) QA æqualis EP, quare TE æqualis EP. Præterea, in triangulo ſphærico ETK rectangulo ad T (per Prop. Trigonom. Sphæric. notiſſimam) eſt radius ad tangentem complementi anguli TEK inclinationis Æquatoris ad Horizontem, ſicut tangens arcus TK ad ſinum arcus ET: & permutando, radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſicut tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus ET vel EP. Rurſus, in triangulo EDP (poſito DP circulo Declinationis) rectangulo ad D ſinus arcus EP eſt ad ſinum arcus DP ut radius ad ſinum anguli DEP; hoc eſt, ad ſinum complementi Elevationis Poli: Sed in omni arcu tangens eſt ad ſinum ſicut radius ad ſinum complementi; quare ſinus arcus EP eſt ad ſinum arcus DP ut tangens Elevationis Poli ad ejuſdem ſinum. Et invertendo ac permutando, tangens Elevationis Poli eſt ad ſinum arcus EP, ſicut ſinus dictæ Elevationis ad ſinum arcus DP: Sed eſt (ex ſuperius oſtenſis) in caſu Minimi Crepuſculi, ut radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis circuli crepuſculorum ita tangens Elevationis Poli ad ſinum arcus EP; & igitur eſt radius ad tangentem ſemiſſis arcus depreſſionis crepuſculorum, ſicut ſinus Elevationis Poli ad ſinum arcus PD; nempe declinationis Paralleli, quem Sol decurrit dum Crepuſculum eſt Minimum. Q.E.I.

SCHOLIUM.

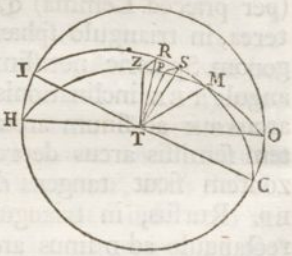
Si depreſſio circuli Crepuſculorum infra Horizontem ſit 18^{gr}, (ut communiter ſtatuitur,) erit radius ad tangentem 9^{gr} ut ſinus Latitudinis ad ſinum declinationis Solis verſus Polum depreſſum tem-

pore Minimi Crepuſculi. Datis vero paralleli Declinatione & Obliquitate Eclipticæ, invenientur (per Prop. XX.) Eclipticæ puncta bina, & (ex Theoria Solis) tempora Anni, quibus Sol eſt in datis locis; hoc eſt, quando Minimum fit Crepuſculum. Sic *Londini* Minimum Crepuſculum eſt Sole ab Æquatore declinante verſus auſtrum $6^{gr}\ 7'$, & $15^{gr}\ 30' \simeq$ vel $\asymp$ occupante, quod hoc ævo circa diem 22 *Februarii* & 27 *Septembris* Anni *Juliani* contingit. Hoc à *Blancano* in *Sphæra* annotatum eſt, qui ait Crepuſcula breviſſima circa dimidiam *Libram* ac dimidios *Piſces* contingere. Problema hoc propoſuit ac ſolvit (per binas tamen analogias) *Petrus Nonius* in *Libro* de *Crepuſculis* Anno 1541 edito, quem ſequuntur *Ambroſius Rhodius* & *Clavius*.

PROPOSITIO XLII.

IN dato poſitione plano, cui Horologium Sciotericum eſt inſcribendum, Lineam Meridianam, Angulum Styli, & Lineam Subſtylarem determinare.

Planum omne, cui Sciotericum Horologium inſcribitur, per centrum Sphæræ tranſire ſupponitur, (quia reſpectu diſtantiæ Solis ejus diſtantia à centro inſenſibilis eſt,) adeoque hujus interſectio cum Sphæræ ſuperficie eſt circulus maximus. Sit tale planum IRSMCT per Mundi centrum T tranſiens, quod ad ſuperficiem productum circulum efficit IRSMC. Sit HIO habitationis Horizon, HZO Meridianus (in quo Polus P, & Zenith Z) priorem circulum ad M interſecans. Ex data plani IRSC poſitione datur ejus *Declinatio*, per angulum ITH ſive arcum IH menſurata, quâ nempe plani IRSC recta Horizontalis IC declinat ab HO linea Meridiana in plano Horizontali per Prop. XVI. ducta. Datur etiam ZR; nempe arcus circuli verticalis ad IRSC normalis inter Zenith & dictum circulum interceptus, *Inclinationis* vel *Reclinationis* plani dati menſura. In triangulo Sphærico MZR rectangulo ad R datur ZR, & angulus RZM æqualis complemento anguli ITH ad rectum: (Nam verticalis ZR in circulum IRSC normalis tantum declinat à verticali primario (per ortum & occaſum Æquinoctialem tranſeuntem) quantum IT ab HT; adeoque illius complementum, nempe RZM, æquale eſt hujus ITH complemento.) Invenietur ergo latus RM, ſive (quem hoc menſurat) angulus in Scioterici plano RTM. Sed datur TR poſitione; (eſt enim in plano dato perpendiculi ſuccedaneum, ſive recta Horizontali rectæ ITC normalis;) quare dabitur quæſita Meridiana recta TM in plano Scioterici, ſive communis ſectio plani Meridiani cum plano Scioterici. In eodem triangulo MZR inveniuntur etiam latus ZM & angulus RMZ, uſui modo futura. Rurſus, per Polum Mundi P ducatur arcus circuli maximi PS ad IRSC normalis: Et in triangulo PSM rectangulo ad S datur angulus

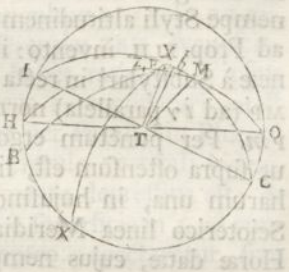


gulus PMS modo inventus, & latus PM prius inventi arcûs ZM, & distantiæ Poli à Zenith, nempe ZP summa vel differentia: innotescet igitur tum arcus PS, sive, quem hic metitur, angulus PTS inclinatio Axis PT ad planum IRSC; hoc est, Styli Angulus quæsitus; tum latus MS, sive, quem hoc mensurat, angulus rectilineus in Scioterici plano STM comprehensus inter TM lineam Meridianam prius determinatam & Substylarem rectam TS, cui nempe insistens planum Gnomonis PTS, cujus acies altera est Mundi Axis PT umbram faciens, est ad Scioterici planum normale. Q.E.F.

PROPOSITIO XLIII.

Invenire angulum, quem linea Horæ datæ comprehendit cum Meridiana in plano Scioterici; & inde Horologium Sciotericum in dato plano describere.

Iisdem manentibus, sit circulus Horarius BP*b*, cujus plani cum plano positione dato IMC intersectio T*b* quæritur. Ex data circuli hujus Hora datur angulus HPB vel MP*b*, quem hic cum Meridiano comprehendit. In triangulo igitur sphærico PM*b*, dantur (ex Prop. præc.) latus PM & angulus PM*b*, & etiam angulus MP*b*: Invenitur ergo arcus M*b*; &, quem hic metitur, angulus rectilineus in plano Scioterici MT*b*, quem linea Horaria T*b* cum Meridiana TM continet. Datâ ergo (per Prop. præc.) positione TM rectâ, determinabitur T*b* linea Horaria quæsita in Scioterici plano dato. Q.E.F.



Atque hoc modo Horologium Solare perficitur, Meridianam & Substylarem (per Prop. præc.) ex puncto pro centro assumpto ducendo, & super Substylarem rectam Stylum in angulo, per præced. etiam invento, erigendo, reliquasque Horarias in angulis cum Meridiana TM per Prop. hanc determinatis ducendo, propriisque numeris notando. Sic T*b* est linea Horæ undecimæ post mediam noctem, si PB circulus sit ad orientem Meridiani PZH, cum illo continens angulum 15^{gr}; hoc est, si T*b* sit ad occidentalem lineæ Meridianæ TM plagam, & angulus MP*b* in superficie Sphæræ 15^{gr}. Similiterque TX ad easdem partes sita erit linea Horæ decimæ, si MPX sit 30^{gr}; & ita porro.

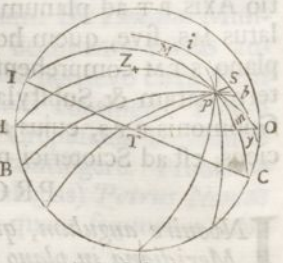
PROPOSITIO XLIV.

Horæ datæ lineam ducere in Horologio Scioterico, cujus planum per Polos transit; & inde Sciotericum Polare describere.

Quoniam circuli horarii omnes in Axe Mundi se mutuo intersecant, hic autem Axis semper est in plano Polari; patet lineas Horarias, in tali plano, omnes in ista recta reperiri: Verum ut discretæ sint, non cum Substylari confusæ, concipiendum est Horologium non in ipso plano IMC per centrum transeunte describi, (ut in omni alio casu,) sed in alio plano *im*, priori parallelo & proximo;

adeo

adeo ut recta opaca umbram projiciens & cum Axe Mundi coincidens distet à plano $im\gamma$, rectâ PS. Cumque distantia Solis pro infinita habeatur, quævis data PS ejus respectu evanescit, planaque parallela per IMC, $im\gamma$ ducta proxima æstimantur; & circulorum Horariorum HPm, BPb &c. se mutuo in Polo P decussantium portiones Pm, Pb &c. inter Polum & circulum $im\gamma$ interceptæ pro rectis habendæ sunt; & sphæricæ superficiei pars quam portiones hæ occupant (cum sit respectu totius infinite exigua) pro plano est habenda.



In plano igitur Polari, inventâ (per Prop. XLII.) Substylari rectâ, erigatur Stylus cujusvis assumptæ latitudinis, ut PS, cujus acies altera in Mundi Axe posita est Substylari parallela; namque nullus est hic Styli angulus. Ad inveniendam lineam Meridianam advertatur, in triangulo rectilineo PSm præter rectum ad S dari latus PS, nempe Styli altitudinem; & angulum SmP æqualem angulo MPZ, ad Prop. XLII. invento: invenietur ergo Sm distantia Meridianæ lineæ à Substylari in recta Sm, quæ est ad Substylarem normalis, quia MP (ad $i\gamma$ parallela) normalis est ad PT; invenieturque etiam latus Pm. Per punctum ergo m ducta recta Substylari parallela (quia, ut supra ostensum est, lineæ Horariæ & Substylaris, quæ etiam est harum una, in hujusmodi plano parallelæ sunt) erit in proposito Scioterico linea Meridiana. Si ducenda est linea alterius cujusvis Horæ datæ, cujus nempe circulus est BP, *v. g*; in triangulo P$b$$m$ dantur anguli P$m$$b$ & mPb, (ille superius inventus, hic æqualis angulo ad verticem ZPB dato ex Hora circuli PB data;) item latus Pm prius determinatum: invenietur ergo mb, cujus terminus m datur, quare dabitur & b. Per hoc igitur ducta recta Substylari parallela erit linea Horæ, cujus circulus est PB. Similiterque reliquæ omnes Horariæ ducentur, & Horologium in plano Polari perficietur. Q. E. F.

Sunt & alii faciles modi Scioterica Horologia describendi: nos maxime obvium & ad doctrinam Primi Motûs elucidandam accommodum arripuimus; ad horum autem exemplum alia quævis per Gnomonis umbram indicanda in Scioterico describere proclive erit.

SECTIO VII.

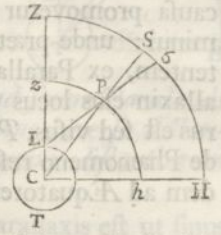
De Parallaxi Syderum.

PROPOSITIO XLV.

Parallaxis naturam describere, ejusque varias species enumerare.

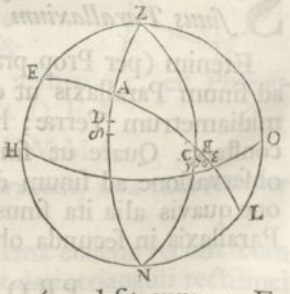
Per totum hunc Librum supposuimus Phænomena, de quorum locis

locis agimus, esse inter Fixas sita; vel (si locum sortiantur inter centrum sive Tellurem & superficiem sive Fixas intermedium) illa ad Fixas referri ope rectarum à centro per Phænomena protensarum; hoc est, ex centro spectari. Et licet Tellus respectu Sphæræ Fixarum centri vicem gerat, & puncti naturam induat, respectu tamen distantiarum aliorum Syderum idem non contingit; sed fiet ut Phænomenon aliquod intermedium, spectatum è Telluris superficie, diversum sortiatur locum inter Fixas (sive in superficie Sphæræ concavæ Terræ concentricæ infinite dissita) ab illo quem è centro spectatum sortiri videretur; & Diversitas hæc voce aptissimâ *Parallaxis* vocatur: Ut si LT designet



Terram, cujus centrum c; L locum in ejus superficie, cujus Zenith z; ZSH Fixarum Sphæram; Phænomenon P ex L spectatum inter Fixas ad σ referetur, sed è centro c ad s ejus locum verum. Differentia inter locum verum s & visum σ, sive arcus sσ, est Phænomeni P Parallaxis: Sed & hæc eadem per angulum SPσ vel LPC exponitur; nam quia LT respectu circumferentiæ ZSH evanescit, etiam & zPh (ad quam LT sensibilem habet rationem) ipsius ZSH respectu centri instar est; hoc est, arcus sσ considerari potest tanquam centro P descriptus. Unde liquet per Parallaxin Phænomenon quodvis Horizonti propinquius in circulo verticali videri, & quidem tanto magis (cæteris paribus) quanto depressius est; & Phænomenon in vertice, ut in z, spectatum è superficie in L ad eundem inter Fixas locum referri atque si è centro c spectaretur, sive Parallaxin esse in Zenith nullam.

Per Parallaxin supra descriptam (quæ vel *Parallaxis Altitudinis* vel etiam simpliciter Parallaxis dicitur) mutatur etiam Phænomeni Locus secundum Longitudinem & Latitudinem: Sit enim Locus Phænomeni verus c, visus γ, ita ut Parallaxis fit cγ; si ducti concipiantur per c & γ circuli Latitudinis cE, γε Ecliptice EL occurrentes in E & ε, erit Locus visus in Ecliptica ε, verus E; adeoque mutatio Longitudinis propter Parallaxin facta est Eε, quæ & *Parallaxis Longitudinis* vocatur. Latitudo autem vera cE mutatur in visam γε, quarum differentia γO (posito cO parallelo Ecliptice) est *Parallaxis Latitudinis*. Quod si contingat verticalem, ut ZDN, per Phænomenon D



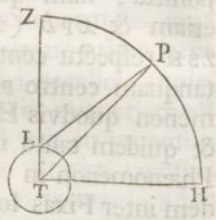
transeuntem esse etiam Ecliptice normalem, (quod fit cum per Ecliptice punctum altissimum A sive nonagesimum ab oriente gradum incedit,) tum omnis Parallaxis Latitudinem solam afficit. Per Parallaxin enim locus in verticali tantum mutatur, & quoniam (in casu præsenti) hic cum Latitudinis circulo congruit, locus in hoc solo mutatur, immutato manente Ecliptice puncto, ad quod per dictum

Latitudinis circulum refertur: similiterque Longitudo sola quandoque afficitur, immutatâ Latitudine; nempe quando Phænomenon est in Ecliptica per Zenith transeunte. Ex quibus constat Phænomeni ad orientem ab Eclipticæ gradu nonagesimo positi Longitudinem per Parallaxin augeri, quia adhuc magis in orientem ab hac causa promovetur; inde ad occidentem vero positi Longitudinem minui: unde præter alium omnem motum Phænomeno competentem, ex Parallaxi moveri videbitur, quoniam ob mutatam Parallaxin ejus locus visus mutatur. Atque motus hic, qui non verus est sed visus, *Parallaxis Motûs* à quibusdam dicitur. Quæque de Phænomeno respectu Eclipticæ ejusque Secundariorum, de eodem ad Æquatorem relato similiter sunt intelligenda.

PROPOSITIO XLVI.

Distantia Phænomeni à centro Terræ est ad semidiametrum Terræ, ut sinus distantiæ apparentis à vertice ad sinum Parallaxis.

Sit T centrum Terræ; locus in ejus superficie L, cujus Zenith Z, Horizon TH; sitque Phænomenon in P. Estque (ex notissima trianguli rectilinei proprietate) TP ad TL sicut sinus anguli TLP (sive hujus complementi ad duos rectos ZLP) ad sinum anguli TPL; hoc est, distantia Phænomeni à centro Terræ ad semidiametrum Terræ sicut sinus distantiæ apparentis à vertice ad sinum Parallaxis. Q. E. D.



Hinc datâ Parallaxi datæ altitudini competenti, dabitur distantia Phænomeni à centro Terræ, & viciſſim.

PROPOSITIO XLVII.

Sinus distantiarum apparentium Phænomeni à vertice sunt sicut sinus Parallaxium.

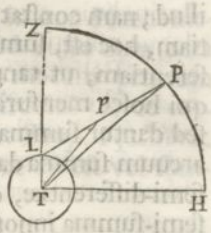
Etenim (per Prop. præc.) sinus distantiæ apparentis à vertice est ad sinum Parallaxis ut distantia Phænomeni à centro Terræ ad semidiametrum Terræ; hoc est (in eodem Phænomeno) in ratione constanti. Quare ut sinus distantiæ apparentis à vertice in prima observatione ad sinum distantiæ apparentis à vertice in observatione quavis alia ita sinus Parallaxis in observatione prima ad sinum Parallaxis in secunda observatione. Q. E. D.

PROPOSITIO XLVIII.

Duorum Phænomenon inæqualiter à Terræ centro remotorum, quorum æqualis est distantia apparens à vertice, Parallaxes sunt reciproce ut distantiæ à centro Terræ.

Reliquis ut prius designatis, sint duo Phænomena P & *p* in æquali

quali distantia apparenti à vertice Z, per angulum ZLP mensurata. Patet sinum anguli LPT esse ad sinum anguli P*p*T vel L*p*T, hoc est, sinum Parallaxis Phænomeni P ad sinum Parallaxis Phænomeni *p* sicut T*p* ad TP, hoc est, reciproce ut Phænomenon distantiæ à centro T.



PROPOSITIO XLIX.

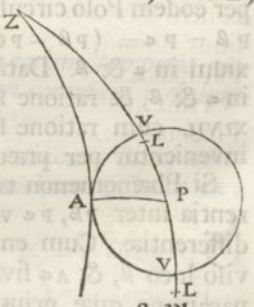
RAtio sinûs Parallaxis unius Phænomeni ad sinum Parallaxis alterius Phænomeni componitur ex ratione inversa distantiarum à centro Terræ, & ratione directa sinuum distantiarum apparentium à vertice.

Nam datâ distantiâ à centro Terræ, sinus Parallaxis est ut sinus distantiæ apparentis à vertice, (per Prop. XLVII;) & datâ apparenti distantiâ à vertice, sinus Parallaxis (per præced.) est inverse ut distantia à centro Terræ: & igitur neutrâ datâ, sinus Parallaxis est ut distantia apparens à vertice directe, & distantia à Terræ centro inverse conjunctim. Q. E. D.

PROPOSITIO L.

PHænomeni declinationem non mutantis, inter Polum & verticem transeuntis, Parallaxin investigare.

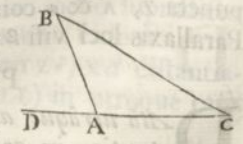
Sit ZP Meridianus, in quo Z Zenith, P Polus; Phænomeni cujus parallelus à primo motu descriptus V A, locus verus sit V, visus L; Verticalis à Meridiano remotissimus Z A, parallelum V A tangens, in quem à Polo P demittatur normalis arcus P A. In triangulo sphærico ZAP rectangulo ad A, è datis latere ZP complemento Elevationis Poli & angulo PZA, sive Azimutho per observationem cognito, invenietur latus, PA vel huic æqualis PV distantia vera paralleli à Polo P; hujus & ZP summa vel differentia est ZV distantia vera (sive ex centro Terræ visa) à vertice Z: & differentia inter hanc & apparentem ZL, nempe VL, est Phænomeni Parallaxis altitudini in V competens. Q. E. I.



PROPOSITIO LI. LEMMA.

DAtâ summâ vel differentiâ duorum arcuum, una cum ratione sinuum, ipsos arcus invenire.

Primo, si arcuum summa detur, Problema eodem recidit cum Problemate Trigonometrico vulgari, quo ex datis trianguli rectilinei BAC duobus lateribus AB, AC, cum angulo BAC ab illis comprehenso, reliqui duo anguli B & C quæruntur: Nam qui dato angulo BAC est deinceps BAD est ipsorum B & C summa, & laterum AC, AB eadem est ratio quæ sinuum angulorum B & C. Solvetur igitur hoc Problema eodem modo, quo illud;

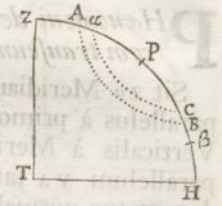


illud; nam conſtat eſſe ſummam laterum AB, AC ad illorum differentiam, hoc eſt, ſummam terminorum rationis datæ ad eorundem differentiam, ut tangens ſemi-ſummæ angulorum B & C, vel arcuum qui hoſce menſurant, ad tangentem ſemiſſis differentiæ eorundem: ſed dantur ſumma & differentia terminorum rationis datæ, & ex data arcuum ſumma datur tangens ſemi-ſummæ; innoteſcet ergo tangens ſemi-differentiæ, & proinde ipſa ſemi-differentia; atque hinc & ex ſemi-ſumma innoteſcent ipſi arcus. Quod ſi arcuum differentia detur, dabitur ejus ſemiſſis hujuſque tangens, ac proinde (ex priore analogia) ipſorum ſemi-ſummæ tangens ipſaque ſemi-ſumma invenientur; unde ipſi arcus ſimiliter atque prius noti fient. Q. E. F.

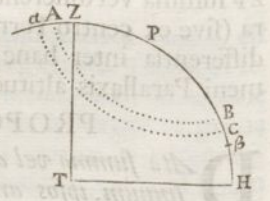
PROPOSITIO LII.

Datâ utrâque altitudine meridianâ Phænomeni, neque declinationem mutantis neque occidentis, ejus Parallaxin invenire.

Sit ZH Meridiani quadrans à Zenith ad Horizontem protenſus, in quo Polus P; locus Phænomeni verus ſupra Polum A, viſus α; infra Polum ejus locus verus B, viſus β. Si Phænomenon tranſeat inter Polum & verticem, differentia inter viſas à Polo diſtantias, nempe Pβ − Pα, eſt Parallaxium in α & β ſumma: nam Polo P deſcriptus per A circulus tranſit etiam per B, quia Phænomeni eadem eſt vera declinatio. Si porro per α deſcribatur ſuper eodem Polo circulus αc, erit Pc = Pα; adeoque Pβ − Pα = (Pβ − Pc = cβ =) ſummæ Parallaxium in α & β. Datâ vero ſummâ Parallaxium in α & β, & ratione ſinuum earundem, (eâdem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione ſinuum diſtantiarum apparentium à vertice,) invenientur per præc. Lemma ipſæ Parallaxes quæſitæ.



Si Phænomenon tranſeat ultra verticem reſpectu Poli, tum differentia inter Pβ, Pα viſas à Polo diſtantias eſt æqualis Parallaxium differentiæ. Cum enim Bβ ſit Parallaxis in viſo loco β, & Aα ſive (eâdem adhibitâ præparatione quæ prius) Bc in loco α, eſt cβ (hoc eſt Pβ − Pα) differentia Parallaxium in locis viſis β & α. Datâ vero duorum arcuum differentiâ, cum ratione ſinuum, (eâdem nempe cum ratione ſinuum diſtantiarum apparentium Zα, Zβ à vertice,) invenientur ipſi arcus ſive Parallaxes quæſitæ.



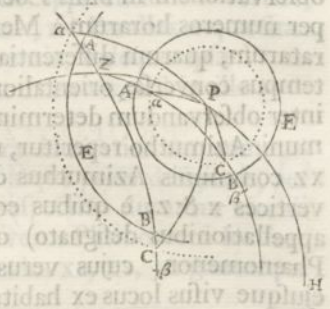
Si vero Phænomenon tranſeat per ipſum verticem; hoc eſt, ſi puncta Z, A & α coincidant, item B & C; tum Bβ vel cβ eſt ipſa Parallaxis loci viſi β.

PROPOSITIO LIII.

Datâ utrâque altitudine Phænomeni, declinationem non mutantis, in eodem verticali circulo obſervatâ, illius parallaxin inveſtigare.

Reliquis

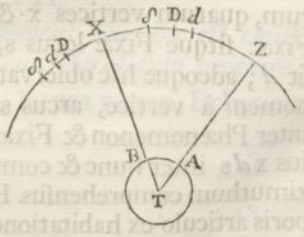
Reliquis ut prius designatis, sit ZAB verticalis, in quo Phænomenon bis observetur, visum nempe in α & in β, sed cujus loca vera sint A & B, & ABE Phænomeni parallelus per motum primum descriptus. Eodem Polo P per α describatur alter circulus αC, & verticalis portiones Aα, BC inter illos interceptæ (per. *Prop.* 13. *Lib.* 2. *Sphæric. Theodosii*) sunt inter se æquales; adeoque Cβ est vel summa vel differentia Parallaxium Aα, Bβ. Ad hanc inveniendam ducti intelligantur circuli in Sphæra maximi Pα, PC. Et in triangulo ZαP, ex datis ZP complemento altitudinis Poli, Zα distantia visa Phænomeni in α à vertice Z & angulo comprehenso αZP ex Azimutho, observatione cognito, invenietur αP, cui æqualis est arcus CP. Rursus, in triangulo PZC, ex datis duobus lateribus PZ, PC, cum angulo PZC, innotescet ZC, cujus defectus ab observato arcu Zβ est Cβ summa Parallaxium in locis α & β, cum PZ excedit Pα; vel earum differentia, cum PZ deficit à Pα. In utroque autem casu, cum præterea detur ratio sinuum dictarum Parallaxium, (eadem nempe, per Prop. XLVII. cum ratione sinuum distantiarum apparentium à vertice,) invenietur utraque Parallaxis locis visis α & β competens.



PROPOSITIO LIV.

Datis duabus Altitudinibus Phænomeni eodem temporis momento in datorum Locorum Terrestrium communi Azimutho observatis, Phænomeni Parallaxin investigare.

Sint duo in Tellure Loca A & B, quorum vertices Z & X, communis Azimuthus ZDX: sitque Phænomeni verus locus D, locus ex A visus ♪, ex B vero visus *d*: sintque primo puncta hæc inter vertices Z & X. Summa distantiarum apparentium à vertice, (nempe arcuum Z♪ & X*d*,) observatione cognitorum, excedit verticum distantiam ZX (per Prop. XXIV. inventam) excessu æquali *d*♪ Parallaxium summæ. Quod si puncta D*d*♪ sint extra arcum XZ, differentia distantiarum apparentium à vertice, (nempe Z♪ dempto X*d*,) excedit verticum distantiam XZ excessu æquali *d*♪ Parallaxium quæsitarum differentiæ.

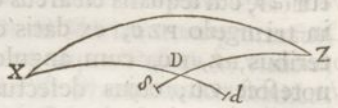


Præter Parallaxium summam vel differentiam modo supradicto inventam, datur ratio sinuum dictarum Parallaxium; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum arcuum Z♪, X*d* distantiarum apparentium à vertice. Unde (per Prop. LI.) in utroque casu invenientur ipsæ Parallaxes. Q. E. F.

PROPOSITIO LV.

Datis duabus altitudinibus Phænomeni è datis in Tellure Locis, eodem temporis articulo etiam extra communem Azimuthum observatis, Phænomeni Parallaxin invenire.

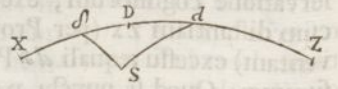
Ex datis Locorum longitudinibus idem temporis momentum, ad observationem in binis Locis instituendam necessarium, designatur per numeros horarum à Meridie vel media nocte respective numeratarum, quarum differentia æqualis est differentiæ longitudinum in tempus conversæ, orientaliore Loco plures horas numerante; quod inter observandum determinatur in præc. cum Phænomenon in communi Azimutho reperitur, nisi uterque locus sit in Æquatore. Sit XZ communis Azimuthus duorum Locorum Terrestrium, quorum vertices X & Z; è quibus eodem temporis momento (diversis licet appellationibus designato) observetur Phænomenon, cujus verus locus D; ejusque visus locus ex habitatione cujus vertex X sit *d*, ex habitatione cujus vertex Z sit ☉. In triangulo XDZ, ex datis angulis X & Z (quos nempe observati Azimuthi cum Azimutho habitationum communi comprehendunt) & latere XZ verticum distantia (per Prop. XXIV. inventa) inveniuntur XD, ZD arcus, qui subducti ab arcubus observatis X*d*, Z☉ relinquunt D*d*, D☉ Parallaxes quæsitas. Q. E. F.



PROPOSITIO LVI.

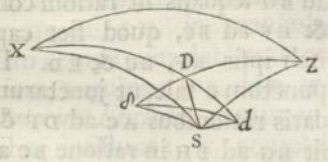
Phænomeni Parallaxin per methodum præcedentibus duabus haud absimilem exactissime investigare, adhibendo vicinam aliquam Stellam Fixam.

Cum Phænomenon, cujus quæritur Parallaxis, est in communi Azimutho XDZ duarum habitationum in Terra ad hoc designatarum, quarum vertices X & Z; observetur illud cum vicina aliqua Fixa: sitque Fixæ locus s, Phænomeni locus ex habitatione infra X sit *d*; adeoque hâc observatione dantur arcus X*d* distantia visa Phænomeni à vertice, arcus s*d* distantia inter Phænomenon & Fixam, & angulus X*d*s inter hunc & communem Azimuthum comprehensus. Eodem temporis articulo ex habitatione infra Z, è qua Phænomeni locus visus est ☉, observentur Z☉, s☉ & angulus s☉Z: & quamvis arcus X*d*, Z☉ nequeant quam exactissime observari, (utpote ad quorum dimensionem quadrantem adhibere opus est;) possunt tamen satis accurate ad nostrum institutum: & si possent quam accuratissime, Phænomeni Parallaxis (per Prop. LIV.) inde immediate patesceret. Tamen arcus *d*s, ☉s & anguli ad *d* & ☉ possunt accuratissime observari, Phænomeni & vicinæ Fixæ s imaginem ope speculorum aut lentium in planum projiciendo, in quo recta est ducta communem Azimuthum



muthum xz referens, ejuſque imaginis (ſi quam projiceret) locum tenens, (ut in Opticis & Aſtronomicis obſervationibus verſato ſatis conſtat:) & igitur in triangulo $ds\mathfrak{d}$, ex datis lateribus $s\mathfrak{d}$, sd cum angulis ab illis ſubtenſis d & $\mathfrak{d}$, invenietur $d\mathfrak{d}$ baſis, quæ eſt Parallaxium ſumma; ex qua & ratione ſinuum ſegmentorum $\mathfrak{d}$D, dD, (poſito D Phænomeni loco vero,) eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione ſinuum $z\mathfrak{d}$, xd diſtantiarum apparentium à vertice, innoteſcent (per Prop. LI.) ipſa ſegmenta Dd, D$\mathfrak{d}$ Parallaxes quæſitæ. Nec ſecus invenietur Parallaxium differentia, indeque ipſæ Parallaxes (per dictum Lemma) ſi D, d, $\mathfrak{d}$ ſint extra xz, ſed in illo producto.

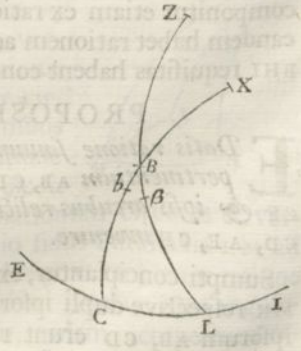
Si Phænomeni locus verus D ſit extra habitationum communem Azimuthum xz, iiſdem per eadem atque prius deſignatis, per vertices x & z & Phænomeni loca viſa reſpectiva ducantur circuli verticales xd, $z\mathfrak{d}$, quorum interſectio eſt verus Phænomeni locus D. Ducantur etiam per Fixæ locum s verticales xs, zs, junganturque puncta s, d, $\mathfrak{d}$ circulis maximis sd, $s\mathfrak{d}$, $d\mathfrak{d}$. Obſervator infra x exactiſſime obſervet (præter arcum xd) angulos xds, xsd & latus sD, vel modo ſuperius inſinuato vel accuratiori quovis; item obſervator infra z (præter $z\mathfrak{d}$) angulos $z\mathfrak{d}s$, $zs\mathfrak{d}$ & arcum $s\mathfrak{d}$. Porro, ex datis habitationibus (per Prop. XXIV.) datur zx, & ex hujus ſitu, per Fixæ s obſervationem, habentur anguli zxs, xzs; unde innoteſcet angulus xsz, qui ex ſumma ipſorum xsd, $zs\mathfrak{d}$ ablatus relinquet $ds\mathfrak{d}$, ex quo & lateribus sd, $s\mathfrak{d}$ cognitis inveniuntur anguli $sd\mathfrak{d}$, $s\mathfrak{d}d$ & $d\mathfrak{d}$ latus. Sed prius noti erant, per obſervationem, sdx, $s\mathfrak{d}z$; quare & reliqui D$d\mathfrak{d}$, D$\mathfrak{d}d$ innoteſcunt, per quos & cognitum latus $d\mathfrak{d}$ in triangulo D$d\mathfrak{d}$ inveniuntur latera Dd, D$\mathfrak{d}$ Parallaxes quæſitæ.



PROPOSITIO LVII.

Datis duabus obſervationibus Phænomeni fixi, hoc eſt, cujus nullus eſt motus præter diurnum, ejus Parallaxin invenire.

Referat ECLI Eclipticam; B Phænomeni locum verum, Eclipticæ reſpectu prorſus fixum. Et in obſervatione altera ſit ZBL circulus verticalis, in quo Zenith z, & Phænomeni locus viſus β; in altera ſit XBL verticalis, x Zenith, (etenim punctum verticale conſiderari poteſt moveri reſpectu Eclipticæ immotæ, æque ac Ecliptica reſpectu immoti verticis, & quidem magis proprie;) & b Phænomeni locus viſus. Ex prima obſervatione (per Primi Motûs Problemata ſupra conſtructa) determinabuntur Eclipticæ punctum L, ubi verticalis per B tranſiens



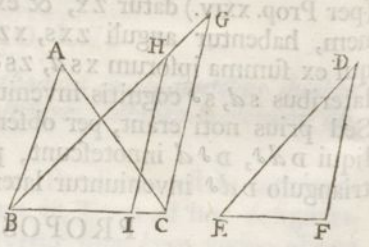
Eclipticæ

Eclipticæ occurrit; & arcus ZL, portio nimirum verticalis circuli inter Zenith & Eclipticam interceptus; & angulus ZLE inter dictum verticalem & Eclipticam comprehensus. Similiterque in observatione secunda Phænomeni in B innotescent punctum Eclipticæ c, arcus Xc, & angulus XcL. In triangulo igitur BcL, ex datis angulis BcL, BLc & latere interjecto cL (distantiâ nempe notorum in Ecliptica punctorum) innotescent latera BL, Bc, quæ ab arcubus prius inventis ZL, Xc ablata relinquunt ZB, XB. Atque hi rursus ablati à Zβ, Xb, cognitis distantiis apparentibus à vertice, relinquunt Bβ, Bb Phænomeni Parallaxes momentis observationum congruentes.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Sint duo triangula rectilinea ABC, DEF *habentia angulos* ABC, DEF *datos; sintque datæ rationes* AB *ad* DE, AC *ad* DF, *&* BC *ad* EF: *oportet ex dato latere* AB *utrumque triangulum invenire.*

Fiat angulus GBC æqualis DEF, sumaturque BG talis, ut ratio BA ad BG æqualis sit rationi compositæ ex rationibus datis BA ad ED & EF ad BC, quod fiet capiendo BG æqualem quartæ proportionali ipsis EF, BC & ED. Deinde, in BC positione data eligatur punctum c tale, ut junctarum AC, GC ratio æqualis sit compositæ ex datis rationibus AC ad DF & EF ad BC, quod fiet ut prius. Deinde, sit BG ad BH in ratione BC ad EF, sitque HI parallela GC: Dico triangula ABC, BHI esse quæsita.



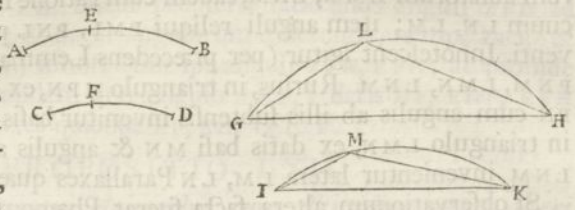
Manifestum est ex constructione, rationem BC ad BI esse æqualem rationi BC ad EF; item angulos ABC, HBI esse æquales datis. Porro, ratio AB ad BG (per constructionem) componitur ex rationibus AB ad ED & EF ad BC: Sed ratio AB ad BG componitur ex ratione AB ad BH & ratione BH ad BG, seu EF ad BC; & ideo AB eandem habet rationem ad BH quam ad ED. Rursus, ratio AC ad CG (per constructionem) componitur ex ratione AC ad DF & ratione EF ad BC, seu HI ad GC: Sed ratio AC ad CG componitur etiam ex ratione AC ad HI & HI ad GC; & proinde AC eandem habet rationem ad HI quam ad DF. Triangula igitur ABC, BHI requisitas habent conditiones.

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Datis ratione sinuum arcuum integrorum ad datum circulum pertinentium AB, CD, *ratione sinuum arcuum ablatorum* AE, CF *& ipsis arcubus relictis* EB, FD; *arcus integros & ablatos* AB, CD, AE, CF *invenire.*

Sumpti concipiantur, ex circulis dato æqualibus, arcus GL, LH, IM, MK respective dupli ipsorum AE, EB, CF, FD: unde & GLH, IMK ipsorum AB, CD erunt respective dupli. Compleantur triangula recti-

rectilinea LGH, MIK, in quibus dantur ratio GL ad IM, eadem nempe cum ratione data sinus arcus AE ad sinum arcus CF; ratio LH ad MK, eadem nempe cum ratione sinuum arcuum datorum EB, FD; ratio GH ad IK, quæ eadem est cum ratione data sinuum arcuum AB, CD. Dantur etiam & anguli LGH, MIK arcubus cognitis insistentes, & ideo (per Prop. præc.) innotescent anguli LGH, MKI, & inde arcus GL, IM, & horum semisses AE, CF: Sed dantur ipsi EB, FD arcus; igitur & toti AB, CD noti erunt.



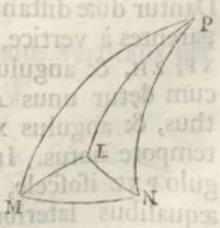
Similiterque, ex datis ratione sinus arcus integri ad sinum arcus ablati ipsoque arcu reliquo, invenientur totus & ablatus. Ponatur enim GLH duplus arcus totius, & GL arcus ablati; unde LH arcus reliqui erit duplus. Junctis porro GH, GL, LH, in triangulo LGH datur ratio laterum GL, GH; eadem nempe cum data ratione sinuum totius arcus & ablati: datur etiam angulus LGH, dato arcui LH insistens. Et igitur (per XLI. *Datorum Euclidis*) dantur anguli GLH, GHL; adeoque arcus quibus insistunt; sc. complementum ipsius GLH arcus ad integram peripheriam, & GL arcus; ideoque ipsi GLH & GL, horumque dimidia, nempe arcus quæsiti.

PROPOSITIO LX.

EX datis duabus Altitudinibus Phænomeni declinationem non mutantis & Azimuthis correspondentibus ejus Parallaxin invenire.

In duabus Phænomeni fixi observationibus quinque dari possunt; duæ nimirum Altitudines, duo Azimuthi, & Tempus inter observationes intermedium; è quorum quatuor quibuslibet Parallaxis innotescit, unde emergunt tria Problemata sequentia.

Ad primi solutionem referat P Polum; L Phænomeni locum verum; & in observatione altera sit LM circulus verticalis, & Phænomeni locus in illo visus M, adeoque Parallaxis LM; in altera circulus verticalis per L transiens sit LN, & observationis hujus Parallaxis LN. Ducti intelligantur circuli maximi PM, PN, MN. Ex Altitudinibus & Azimuthis observatis, & Poli elevatione innotescunt arcus PM, PN distantiæ visæ à Polo P, & anguli PML, PNL inter declinationum circulos & verticales comprehensi: datur præterea ratio sinus Parallaxis LM ad sinum Parallaxis LN; eadem nempe (per Prop. XLVII.) cum ratione sinuum distantiarum observatarum à vertice. Dantur ideo angulorum integrorum PMN, PNM ratio sinuum, eadem nempe cum ratione



tione ſinuum notorum arcuum PN, PM; item ratio ſinuum angulorum ablatorum LMN, LNM, eadem cum ratione ſuperius inventa arcuum LN, LM; item anguli reliqui PML, PNL prius ex calculo inventi. Innoteſcent igitur (per præcedens Lemma) ipſi anguli PMN, PNM, LMN, LNM. Rurſus, in triangulo MPN, ex datis lateribus PM, PN cum angulis ab illis ſubtenſis invenitur baſis MN. Et denique in triangulo LMN, ex datis baſi MN & angulis adjacentibus LMN, LNM invenientur latera LM, LN Parallaxes quæſitæ. Q. E. F.

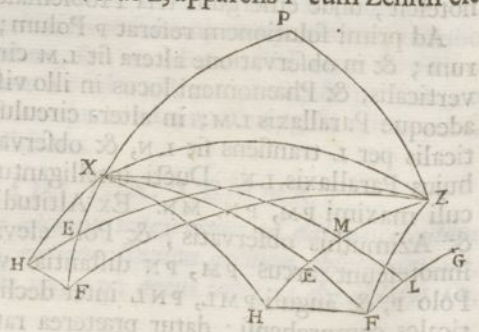
Si obſervationum altera facta fuerat Phænomeno in Meridiano exiſtente, tum triangulorum PML vel PNL alterum mutatur in arcum, & calculus multo ſimplicior evadit.

Si vero Phænomenon L Declinationem mutet, & quidem æquabiliter, (quod in una Terræ revolutione præterpropter fiet,) ejus Parallaxin venabimur nihilo minus, loca Phænomeni per Declinationis partem proportionalem ſic corrigendo: Quando Phænomenon primo, deinceps poſt obſervationem primam, Azimuthum LM attingit, obſervetur ejus Altitudo apparens, quæ diverſa erit ab altitudine pridie obſervata, alias eandem retineret Declinationem. Sit differentia A. Vocetur intervallum temporis inter primas duas obſervationes in M & N factas, B; & tempus inter binas Phænomeni obſervationes in LM Azimutho, C. Et ſi prædicta Altitudinum differentia A ſit exceſſus, Altitudini apparenti in M addatur $\frac{BA}{C}$; ſi vero differentia hæc defectus ſit, auferatur ab eadem. Hæc ſumma vel differentia erit correcta Altitudo apparens, quæ (loco prioris Altitudinis in LM) in calculo præcedente poſita exhibebit Phænomeni Declinationem mutantis Parallaxes quæſitas.

PROPOSITIO LXI.

EX duabus Phænomeni Altitudinibus, cum Azimutho earum alteri reſpondente & Tempore inter binas obſervationes, Phænomeni Parallaxin inveſtigare.

Sit Polus P, Phænomeni locus verus E, apparens F cum Zenith eſt X, & H cum Zenith eſt Z. Dantur duæ diſtantiæ apparentes à vertice, nempe XF, ZH, & angulus PXF, cum detur unus Azimuthus, & angulus XPZ ex tempore notus. In triangulo PXZ iſoſcele, è datis æqualibus lateribus PX, PZ & angulo XPZ inveniuntur PXZ, XZ: Cumque detur PXF, invenitur etiam ZXF. Dantur igitur in XZF triangulo XZ, XF, ZXF; & propterea innoteſcunt ZF, ZFX. Datur igitur ratio ſinus anguli ZFH ad ſinum anguli ZHF; eadem nempe quæ ſinus



arcus

arcus ZH ad sinum arcus ZF; & ratio sinus anguli ZHF ad sinum anguli EFH, seu sinus arcus EF ad sinum arcus HE, vel sinus arcus XF ad sinum arcus ZH. Datur propterea ratio sinus anguli ZFH ad sinum anguli EFH; & datur angulorum differentia, nempe ZFE: & ideo (per Prop. LIX.) innotescunt ipsi anguli ZFH, EFH; ac proinde etiam EHF. Et tandem in triangulo EHF, è datis HF, EHF, EFH innotescunt Parallaxes quæsitæ EF, EH. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

E Duobus Phænomeni Azimuthis, cum Altitudine eorum alteri respondente & Tempore inter binas Azimuthi observationes, Phænomeni Parallaxin investigare.

Iisdem in eodem schemate positis, inveniuntur eodem modo PXZ æqualis PZX & XZ. Ex binis Azimuthis dantur anguli PXE, PZE, & ideo innotescunt anguli XZE, ZXE; è quibus, unà cum XZ, invenitur XE. At propter Altitudinem datam datur ejus complementum XF, & proinde innotescet EF Parallaxis quæsita. Q. E. F.

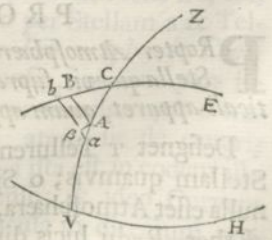
Si vero, in casu utriusvis hujus Problematis, Phænomenon motum aliquem habeat, post integram Terræ revolutionem, cum Zenith X ad idem Cœli punctum redit, observabitur Phænomenon, non in F (sicut ante) sed in alio loco, puta G; & observatione innotescunt FG, XFG. Fiat igitur ut integer circulus ad FG ita angulus XPZ ad FL, ductus intelligatur circulus maximus XL secans ZH in M. In triangulo XFL, è datis XF, FL, XFL dantur XL, FXL; & ideo datur ZXL. Demum, sumendo puncta L, M loco ipsorum F, E, inveniatur (ut ante) HM Phænomeni Parallaxis. Q. E. F.

Sunt & alia observationum genera, ex quibus Phænomeni Parallaxis Geometrice determinari potest; ut ejus Ingressus in umbram Planetæ; & Conjunctio corporalis visa inter Phænomena. Verum cum hæc ad Parallaxin generaliter consideratam non pertineant, in libris sequentibus locum sibi vendicant.

PROPOSITIO LXIII.

Datis Phænomeni loco respectu Eclipticæ & Parallaxi Altitudini datæ congruâ, item Solis loco & Diei horâ, Phænomeni Parallaxin Longitudinis & Latitudinis invenire.

Sit VH Horizon, ECB Ecliptica, & ZCV circulus verticalis per Phænomenon traductus. Sit A locus Phænomeni in illo verus, *a* visus; adeoque A*a* Parallaxis altitudinis. Per A & *a* ducantur Latitudinis circuli AB, *a b* Eclipticæ occurrentes in B & *b*. Dantur autem (per Prop. XXXVI.) angulus VCB & arcus VA, VC, horumque proinde differentia AC. Sed quoniam datur Parallaxis altitudini cuidam datæ congrua, dabitur (per Prop. XLVII.) & illa, quæ altitudini datæ VA congruit; arcus sc. A*a*. Datur ergo horum arcuum



c A & A*a* ſumma vel differentia c*a*. In triangulo igitur *a c b*, præter rectum ad *b*, dantur angulus *a c b* latuſque *a c*; unde innoteſcent latera c*b*, *a b*. Sed quoniam Phænomeni A locus reſpectu Eclipticæ notus eſt, & punctum Eclipticæ c (per Prop. XXXVI.) etiam notum, noti ſunt arcus AB & CB. Innoteſcit igitur differentia inter *a b* & AB, nempe Parallaxis Latitudinis; & differentia inter c*b* & CB, nempe Parallaxis Longitudinis. Q. E. F.

Hujus Problematis converſum eodem modo ſolvitur; ſi nempe detur Parallaxis Longitudinis B*b*, aut Parallaxis Latitudinis differentia inter *b a* & BA, dabitur (ex hactenus dato Phænomeni loco reſpectu Eclipticæ, indeque arcubus CB & BA) c*b* vel *a b*. Cumque præterea detur angulus ad c in triangulo rectangulo c*b a*, dabitur c*a*, & proinde v*a*, cum hactenus detur (per Prop. XXXVI.) ipſe v c: Sed notus eſt VA; non latebit igitur Parallaxis altitudinis A*a*. Si Phænomenon ipſam Eclipticam teneat, ut Sol, caſus eſt multo ſimplicior.

Quoniam vero corporum Cœleſtium, etiam viciniſſimorum, Parallaxis arcus eſt ſatis parvus; ideo Problema hoc, de invenienda Parallaxi Longitudinis aut Latitudinis ex data Altitudinis Parallaxi, ſic expeditius conſtruunt Practici: Per A ducta intelligatur linea Aβ ipſi B*b* parallela. In triangulo igitur parvo Aβ*b*, quod pro rectilineo habent, datis præter rectum ad β, angulo βA*a* ipſi ACB æquali & laterum uno A*a* Parallaxi Altitudinis, inveniuntur reliqua latera Aβ Parallaxis Longitudinis & *a*β Parallaxis Latitudinis, ſolo trianguli plani reſolutione.

Quod ſi non ipſa Parallaxis Phænomeni abſoluta detur, ſed relativa reſpectu alterius Phænomeni remotioris; hoc eſt, exceſſus Parallaxeos Phænomeni vicinioris ſupra Parallaxin remotioris; ex dato tali exceſſu in verticali dabitur exceſſus ſecundum alium quemvis circulum. Namque Parallaxis Phænomeni abſoluta eſt exceſſus Parallaxeos ipſius Phænomeni ſupra Parallaxin circuli Sphæræ, quæ nulla eſt, quia hic infinite diſſitus ſupponitur.

SECTIO VIII.

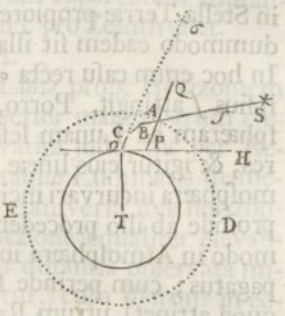
De Refractione Syderum.

PROPOSITIO LXIV.

PRopter Atmoſphæram Æthere denſiorem Telluri circumfuſam, Stella quævis ſupra Horizontem elevatior in eodem circulo verticali apparet, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra.

Deſignet T Tellurem, cui circumfunditur Atmoſphæra AED; S Stellam quamvis; o Spectatorem in Terræ ſuperficie poſitum. Si nulla eſſet Atmoſphæra, aut ſi illa æquidenſa eſſet atque circumfuſus Æther, Radii lucis directe ab s ad o pertingerent, neque uſpiam incurvarentur; quippe in medio homogeneo. Si vero Radii poſt trajectum

trajectum Ætherem s Q Atmoſphæram denſiorem ad A ſubeant, refringentur verſus rectam Q A P, Atmoſphæræ ſuperficiei ad A normalem; ut ex *Dioptrica* patet. At vero veriſimile non eſt Atmoſphæram notabiliter denſiorem Ætheri immediate ſubjici, deinde illam æqualiter denſam ad Terram uſque protendi; ſive Radiorum à Stella provenientium Refractionem omnem in unica ſuperficie Ætherem ab Atmoſphæra diſterminante peragi, (uti vulgo ſupponitur,) dum interim Radii portiones ab s ad Atmoſphæræ ſuperficiem extimam, & deinde ab hac ad Terram protenſæ rectæ manent; ſicut apud nos Radius ex Aere in Aquam illapſus ad hujus ſuperficiem tantum incurvatur, citra ultraque directus. Quin potius videtur Atmoſphæram ſeſe in maximam altitudinem extendere, & in altioribus ſui partibus & à Terra remotioribus (aeris inſtar) rariorem, in humilioribus denſiorem eſſe: Unde Radius à Stella s proveniens Refractionem aliqualem verſus perpendiculum patitur in (ultra quam vulgo creditur) magna à Telluris ſuperficie diſtantia; in progreſſu autem (ut ad B, c &c.) verſus eandem plagam refringitur, quia medium Atmoſphæræ, quod ſubit, magis magiſque denſum eſt, prout ad Terram deſcenditur: adeoque Radius poſt ingreſſum in Atmoſphæram (à perpetua Refractione ad ſuperficies ſphæricas Terræ concentricas medii perpetuò denſioris) curvus eſt in omnibus ſui partibus, & verſus T cavus. Oculus autem ad o poſitus Stellam videt in Radii A B C O parte ultima ad o in directum protenſa, puta in σ; hæc enim ſola Oculum afficit. Radii autem pars o c protenſa, ſive recta curvam A B C O tangens in o, nempe o σ, ad ſpectatoris Horizontem H O minus inclinata eſt quam recta s & o conjungens; quoniam linea A B C O eſt verſus T cava: Et igitur, Oculo ad o, Stella propter circumfuſam Atmoſphæram ſupra Horizontem elevatior apparet in σ, quam appareret ſi nulla eſſet Atmoſphæra.



Porro Curva, quam Radius per Atmoſphæram oblique propagatus induit, eſt in eodem plano per Stellam & Telluris centrum protenſo: Nam in *Dioptricis* oſtenſum eſt ejus Curvæ (ex rectis quaſi conflatæ) partem priorem A B eſſe in plano, in quo ſunt rectæ A S, A Q, (quippe plano Inflectionis;) hoc eſt, in plano per Stellam s & Telluris centrum T protenſo; etenim (per Prop. v. *Lib.* I. *Sphæric. Theodoſii*) recta Q A P producta per centrum T tranſit, ejuſque pars ſecunda B C ſimiliter eſt in plano per B A & perpendiculum per B tracto; hoc eſt, in eodem plano cum priore: atque ſic de cæteris curvi radii A B C O partibus. Tota igitur Curva iſta eſt in eodem illo plano per Stellam & Telluris centrum protenſo; & ideo Curvam hanc contingens recta o σ (quippe ejus particula in directum producta) in eodem eſt plano: Sed hoc planum eſt Obſervatori o verticale, (tranſit enim per punctum o & Terræ centrum;) Stella igitur,

propter Refractionem in Atmoſphæra factam, in eodem verticali, ſed ſupra Horizontem elevatior apparet. Q. E. D.

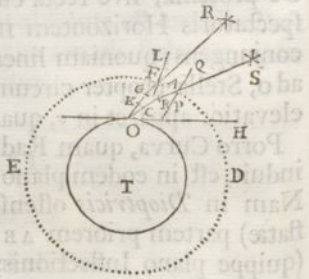
SCHOLIUM.

Ex Prop. præc. demonſtratione apparet eandem eſſe Refractionem in Stella Terræ propiore atque in remotiore (*ex. gr.* in *f* atque in s,) dummodo eadem ſit illarum Altitudo apparens ſupra Horizontem: In hoc enim caſu recta σo ſuper axem To rotata locum apparentem ipſius *f* attingit. Porro, veriſimile eſt Terræ circumfuſam Atmoſphæram ad Lunam ſeſe non extendere, nedum ad Stellas remotiores; & igitur ejus lineæ s*f*ABCo pars directa sA (antequam ab Atmoſphæra incurvari incipit) Stellam proximam *f* ſtringet. Et Radius proinde ab illo procedens (nempe *f*A) ſimili, immo eodem prorſus modo in Atmoſphæra incurvatur in ABCo, quo sA à remotiore propagatus; cum perinde ſit (ad Refractionem in Atmoſphæra factam quod attinet) utrum Radius ab s vel ab *f* incipiat. Luminis igitur naturæ repugnat, ut Stellæ propioris Radii aliter refringantur (cæteris paribus) quam remotioris. Verum quidem eſt angulum σos majorem eſſe angulo σo*f*, ſed horum differentia *f*os exceſſui Parallaxeos Stellæ propioris ſupra remotioris Parallaxin ortum debet, non Refractioni.

PROPOSITIO LXV.

Stellæ humiliores ex Refractione ad Atmoſphæram magis elevantur, cæteris paribus, quam altiores.

In *Dioptricis* demonſtratum eſt, iiſdem poſitis mediis, quo obliquior eſt Radii incidentia, eo angulum inter Radium refractum & incidentem rectà productum eſſe majorem; id eſt, in caſu præſenti, Radii ABCo ab humiliore Stella s provenientis partem AB majorem angulum cum sA producta continere, quam Radii FGKO ab altiore R provenientis partem FG cum RF producta; quia SAQ angulus major eſt quam RFL, poſito quod LF producta in T incidat. Similiter BC continebit majorem angulum cum AB producta, quam GK cum FG producta, & ita deinceps; hoc eſt, linea ABCo in ſingulis ſui partibus curvior eſt quam FGKO in partibus correſpondentibus, ſive æqualiter à Terra remotis. Et igitur recta contingens curvam ABCo in o majorem angulum continebit cum os recta, quam recta ibidem tangens FGKO cum recta OR. Stella igitur humilior magis ex Refractione elevatur quam altior. Q. E. D.



COROLLARIUM I.

Phænomeni in Zenith poſiti locus ex Refractione non mutatur: Nam Radii in ſuperficies omnes mediorum, ex quibus Atmoſphæra conflatur, normaliter in iſto caſu incidentes non refringuntur; ſed rectà

rectà ad Oculum in o progreſſi Phænomenon in eadem recta oſtendunt, in qua, abſente Atmoſphærâ, appareret. Et ob eandem rationem Oculo in centro T conſtituto, Refractionis ad Atmoſphæram factæ nullæ eſſent vires ad Stellæ locum apparentem mutandum: nam quodlibet in Cœlo punctum huic pro Zenith eſſet.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam ratio redditur, cur Sol aut Luna prope Horizontem figuræ ovalis appareat. Quoniam enim ſuperior margo parum elevatior juſto apparet, inferior multum elevatior juſto, hic per Refractionem illi appropinquare videbitur. Itaque Luminaris diameter erecta ſive verticalis videtur contracta, tranſverſa ſive horizontalis non itidem, quia ejus extrema ex Refractione æqualiter elevantur. Ob eandem rationem duarum Fixarum diſtantia obſervata minor eſt ſenſibiliter, (ſi inſtrumento menſuretur,) cum illarum in eodem verticali poſitarum altera eſt prope Horizontem, quam dum utraque propter magnam altitudinem eſt à Refractione immunis.

COROLLARIUM 3.

Hinc etiam fit, quod Sol, Luna, reliquaque Sydera citius aliquanto ſupra Horizontem attollantur, ſeriuſque infra illum deſcendant, quam oporteret pro eorum locis per prædicta definitis. Radii enim à punctis Cœli paululum infra Horizontem poſitis manantes in Atmoſphæra ita incurvantur, ut rectæ illas tangentes ad extrema in Oculum impingentia productæ ſint ſupra Horizontem. Unde Luna defectum pati eſt viſa, Sole adhuc ſupra Horizontem hærente; cum tamen Luminarium tunc temporis (per Prop. XVIII. Lib. I.) oppoſitorum altero ſupra Horizontem elevato alterum neceſſario infra eundem revera deprimatur. Eidem ergo Atmoſphæræ Telluri circumfuſæ debent ejus incolæ, quod unicuique illorum Sol diutius luceat quam abſque illa luceret; quodque Sole tandem per Terræ ſuperficiem gibbam, ne amplius datum incolam illuſtret, impedito, denſiſſimæ tenebræ non ſtatim ingruant, ſed Crepuſculo gaudeat per tempus ſatis notabile, quod lumen ſenſim exſtinguit.

PROPOSITIO LXVI.

QUanto Stella in data Altitudine apparente per Refractionem elevetur, definire; & Tabulam Refractionis Stellarum conſtruere.

Eligatur Stella, cujus nulla eſt ſenſibilis parallaxis; Fixarum nempe aliqua, quæ ſupra Obſervatoris Horizontem multum elevatur. Hujus locus (per Prop. XXVI.) determinetur ex obſervationibus factis dum multum elevatur, adeoque dum extra Refractionis ſenſibilis effectus verſatur. Tempus notetur cum ad Altitudinem datam vel aſcendendo vel deſcendendo poſtea pervenerit, quæraturque per calculum Stellæ (cujus locus eſt cognitus) Altitudo tempori notato congrua, quæ ab Altitudine obſervata deficit, quanto Stella in data iſta Altitudine apparente per Refractionem attollitur.

Hoc modo Tabula Refractionis Syderum omnium tutiſſime conſtruetur,

ſtruetur, ſi Fixæ Altitudines veræ, temporibus per Horologium Oſcillatorium exacte numeratis competentes, conferantur cum ejuſdem Altitudinibus, iiſdem punctis temporis apparentibus: Intervallum enim inter Altitudinem apparentem & veram eſt Refractio dictæ Altitudini competens. Cumque longiſſime diſtantis Fixæ & alterius cujuſvis Stellæ propioris eadem ſit (per Schol. Prop. LXIV.) Refractio in eadem Altitudine apparente, patet conſtructam eſſe Tabulam Refractionis Stellarum. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Si nota eſſet Atmoſphæræ denſitas *Dioptrica* in data quavis à Tellure diſtantia, ſive ratio Sinus anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti in tranſitu Radii per ejus ſuperficiem Terræ concentricam, cujus diſtantia à Terra innoteſcit; tum ex Geometria inveniri poſſet natura Lineæ, in quam Radius propter Atmoſphæræ continuam Refractionem incurvatur. Unde ex dato per Obſervationem angulo, quo Stella in data Altitudine propter Refractionem plus juſto elevatur, definiri poſſet angulus, quo in alia quavis Altitudine propoſita plus juſto elevaretur, eâdem manente Atmoſphærâ; hoc eſt, Refractionis Tabula conſtrui poſſet ad ſingulos gradus elevationis Stellæ. Quoniam vero huic obſtat prædicta Refractionis in Atmoſphæra celebratæ Lex nondum perſpecta, ſatius erit illam ex obſervatione conſtruere; ut in præcedente. Porro, utrique methodo condendæ Tabulæ Refractionis obſtat Atmoſphæræ in diverſis locis diverſitas, & in eodem mutatio, propter quam fit ut eadem Tabula omnibus locis non ſit accommodata. In locis enim prope alterutrum Telluris Polum Refractio major eſt in eadem ab Horizonte diſtantia, (ut ex *Batavorum* in *Nova Zembla* hybernantium obſervatione notiſſima ſatis patet;) & in eodem loco diverſis Anni tempeſtatibus, ſicut non tantum ex obſervatione *Batavorum*, ſed etiam ex celebrioribus Obſervatoribus conſtat, qui Refractionem Hyemalem Æquinoctiali, & hanc rurſus Æſtivali majorem ponunt, Tabulaſque Refractionis integras huic mutationi ſuperſtructas condunt. Sed & hanc etiam in horas mutatam demonſtrant ſummitates Montium quandoque ex dato loco conſpicuæ, quandoque inconſpicuæ, nullâ impediente caligine: Quorſum etiam faciunt experimenta ab *Hugenio*, in *Tractatu de Lumine* conſignata; quod nempe Turris alteriuſve cujuſvis rei immobilis pars humilior mane & veſpere, pars altior meridie videatur per Teleſcopium immotum manens; quodque ex eodem loco Turris remotioris faſtigium ſupra propioris ſummitatem quandoque eminere videatur, quandoque infra illam latere. Hæc enim omnia, præter mutatam in horas Radiorum Refractionem in Atmoſphæra, oſtendunt eorum curvedinem, (ex natura rerum ſupra oſtenſam,) cum è loco altiore in humiliorem oblique propagantur, aut viciſſim.

Fatendum tamen eſt Refractionis mutationem hanc omnem intra ſatis arctos limites contineri: prædictæ enim Obſervationes, de Solis, Montium, Turriumque Altitudine apparente mutata, in exigua

exigua ſupra Horizontem elevatione factæ ſunt, neque ultra tertium ab illo gradum extenduntur. Vaporum à Terra aſſurgentium, item caloris & frigoris, quibus vapores rarefiunt & condenſantur, tanta eſt prope Terram viciſſitudo, ut nihil certi de medii denſitate ſtatui poſſit. Radiorum porro Lucis inclinatio tam valde eſt obliqua ad incidentiam in Atmoſphæram, dum Phænomenon non ultra 3 aut 4 gradus elevatur, ut illius locus ex Refractione admodum mutetur. Immo ſuperficiei Terræ quandoque inſidet tam denſa, licet diaphana ſatis, vaporum quaſi Nubes, ut oculo extra hanc eminenti, quæ infra ipſam ſunt viſibilia, nempe valde humilia, prorſus inviſa maneant propter radios ſuperficiem ſuperioris rarioriſque medii non penetrantes, ſed ab illa deorſum reflexos; ut fieri oportere ex *Dioptricis* conſtat: Quæ vero ſupra extraque ipſam immediate conſiſtunt, nempe paulo altiora, præterquam quod radio directo videntur, apparent etiam inverſa per reflexionem ad prædictæ Nubis ſuperficiem factam tanquam ad ſpeculum horizontale. Verum hæc non ſunt hujus loci, neque ad Aſtronomiam directe pertinent. Satis interim oſtendunt Tabulæ cuivis Refractionis Syderum infra tertium Altitudinis gradum non eſſe fidendum; neque proinde obſervationibus ad Phænomeni locum determinandum in iſta Altitudine factis.

Si vero non ex obſervatione Fixæ Refractionis Tabulam condere, ſed à fundamentis *Dioptricis* illam exſtruere libeat, ſic tutiſſime procedere licebit. Atmoſphæra ad 40 aut 50 milliaria in altum protenſa ſupponatur, diviſa per 8 aut 10 ſuperficies parallelas in totidem media diverſæ denſitatis; ita tamen ut quod binas proximas ſuperficies interjacet medium ejuſdem ſit denſitatis, quæ ad dictam ſuperficiem mutetur inſtanter in rarius ſurſum, denſiuſque deorſum: non quod res revera ita ſe habeat, (procul dubio enim Atmoſphæræ denſitas deſcendendo per minima augetur;) ſed ad calculum ineundum. Octo decemve hæc media ita attentando attemperentur ad ſe invicem, ut in una, duabus aut pluribus Altitudinibus (nam quo plures, eo accuratior erit Tabula) totales Refractiones ad omnia iſta media factæ eædem ſint cum Refractionibus, quæ per obſervationes exactiſſimas Altitudinibus iſtis reſpectivis congruere deprehenduntur. In quo caſu Refractio, in aſſumpta qualibet Altitudine, ad dicta media facta, & per *Dioptrices* leges calculo cognita, quamproxime eſt æqualis Refractioni ex Cœlo depromptæ, quæ eidem Altitudini reſpondet. Hoc modo etiam Linea quamproxime determinabitur, in quam Radius Atmoſphæram oblique trajiciens incurvatur. At in exquirenda per hanc methodum Refractione correſpondente elevationi tribus quatuorve gradibus minori, Mediorum prædictorum (ex quibus conflatur Atmoſphæra) inferius, vel inferiora bina ternave, paululum rariora ſupponere oportebit; nam, in Terræ vicinia calefacta, talia revera ſunt.

SECTIO IX.

De Tabulis Primi Motus & Fixarum Libro Secundo innixis.

Licet ſingula ad Motum Primum pertinentia per Methodos Libro hoc demonſtratas poſſint inveniri, prout fert occaſio; cum tamen aliqua ſint frequentioris uſûs, illorum *Tabulas* conſtruunt Artifices, ut inde depromantur expedite, quæ calculo de novo eſſent invenienda perpetuo. Et præter Tabulas ex aliis diſciplinis petitas, ut Rectarum circulo inſcriptarum & adſcriptarum, Logarithmorum &c. conſtruunt Aſtronomicas, quarum quæ huic Libro innituntur Tabulæ ſunt duorum generum: nimirum vel quæ ſunt eædem omnibus totius Terræ incolis; atque hæ rurſus vel Primum Motum attinent vel Stellas Fixas, quarum motus motu primo non eſt multo magis compoſitus; vel quæ tantum in certa Terræ habitatione locum habent.

PROPOSITIO LXVII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Motum Primum attinent.

Æquator Cœleſtis & Ecliptica omnibus Telluris incolis iidem ſunt, horumque inſignes ſunt perpetuoque occurrentes in Aſtronomicis uſus: Illius nempe, quia Motus primi ſive diurni Cœlorum apparentis medius eſt & quaſi norma; hujus, quia Solis (Diei Tempeſtatumque arbitri) via eſt & ſemita. Horum igitur circulorum mutua habitudo & ad invicem in ſingulis punctis reſpectus in Tabulas diſponitur: Cuique nempe gradui Eclipticæ proprio nomine (hoc eſt numero, quem in ſuo Signo tenet) inſignito Declinatio ab Æquatore, Aſcenſio Recta & Angulus, quem Ecliptica cum Meridiano ad illud comprehendit, correſpondentes adſcribuntur; ut Prop. xx. oſtenſum eſt. Et ideo commode tres hæ Tabulæ in unam coaleſcunt, ferentem univerſalem Titulum *Declinationis & Aſcenſionis Rectæ ſingulorum Eclipticæ graduum, & Angulorumque Eclipticæ cum Meridiano.* Et quia in hujuſmodi Tabulis vel iidem numeri denuo recurrunt, vel iidem aucti quadrante, ſemiſſe aut tribus quadrantibus circuli; in illis condendis non opus erit calculum ultra unicum quadrantem adhibere, cum reliqua Tabulæ pars hinc, vel per primæ columnæ mutationem vel per ſolam additionem, facile fluat.

Porro, cum apparens revolutio integra Æquatoris Cœleſtis Diem naturalem efficiat, & proportionaliter in revolutionis hujus partibus, ob motûs Terræ diurni æquabilitatem; Tabulam etiam conſtruunt, ex qua Tempus cuique parti revolutionis Æquatoris, & viciſſim revolutionis pars cuivis Tempori reſpondens, prompte excerpitur. Et quia apud gentes politiores, ubi Aſtronomia viget,

Dies

Dies naturalis in 24 horas dividitur, Hora autem in 60 ſcrupula prima, quorum rurſus quodvis in 60 ſecunda dividitur, & ita porro; Tabulæ prædictæ ad hancce Temporis diviſionem accommodantur.

PROPOSITIO LXVIII.

Tabulas deſcribere omnibus Terræ incolis communes, quæ Stellas Fixas attinent.

Fixarum loca quoad Longitudinem & Latitudinem diſponuntur per methodos Prop. XXIX. explicatas. Hujuſmodi Tabula (ſive Catalogus) eſt omnis Syderalis ſcientiæ fundamentum: & quoniam Planetarum loca ex cognitis Fixarum locis exquiruntur, Fixarum in Zodiaco poſitarum loca ſummâ curâ notant Aſtronomi; immo non tantum quæ nudo Oculo, ſed etiam quæ minori Teleſcopio armato conſpiciuntur.

Quoniam vero Fixarum Longitudo continuo creſcit propter punctorum Æquinoctialium regreſſum, *Regreßus hujus Tabula* Fixarum Catalogo ſubnectitur; hoc eſt, quantus hic ſit in Anno, hujus partibus Anniſque collectis indicatur, ut Longitudo Fixæ Tabularis hinc corrigatur modo ſatis obvio. *Copernicus* & hunc ſequuti alii Fixarum diſtantiam in Ecliptica Ortum verſus numerant ab Arietis Stellarum in Cornu duarum præcedente, ut ſuperius dictum eſt: Addendo arcui huic (in quavis Fixa conſtanti) diſtantiam puncti Æquinoctialis verni à dicta Arietis prima perpetuo auctam, ex altera iſta Tabella depromendam, conflatur Stellæ Longitudo ab Æquinoctio verno.

Quoniam notabiliorum quarundam Fixarum Aſcenſio Recta & Declinatio frequentis ſunt uſus; at illas ex Longitudine & Latitudine datis (per converſ. Prop. XXVII.) pro occaſione exquirere opus foret tædii plenum; ad datum tempus *Notabiliorum Fixarum Aſcenſionis Rectæ & Declinationis Tabulam* conſtruunt qui aliorum labori parcere volunt, additâ differentiâ utriuſque pro certo Annorum numero, in quo illarum mutationem ad ſenſum æquabilem eſſe ſupponunt.

Prædictis de Fixarum motu Tabulis ſubjungitur & *Tabula Refractionis Syderum*, pro diverſa earum ſupra Horizontem elevatione per Prop. LXVI. conſtruenda. Cujuſvis Stellæ Altitudo obſervata minuenda eſt correſpondente Refractione, ut evadat vera; vel Altitudo vera (ex vero Stellæ loco ad tempus datum per calculum inventa) Refractione dictâ augenda, ut fiat apparens. Stellæ diverſa hæc ex Refractione Altitudo diverſitatem loci Stellæ ſecundum longum & latum, vel in alio quovis circulo, inducit, ſimili prorſus modo, quo ſupra de Parallaxi oſtenſum eſt. Tabulam hanc Refractionis hoc loco inter Fixarum Tabulas numeravimus, licet aptius forſan ad præcedentes referenda fuerit tanquam omnibus Phænomenis Cœleſtibus communis: Alii interim illam Tabulis Prop. inſequenti deſcribendis cenſebunt annumerandam, cum aliâ atque aliâ opus ſit Refractionis Tabulâ pro diverſa Atmoſphæræ denſitate in diverſis locis.

PROPOSITIO LXIX.

TAbulas enumerare vulgatiores, quibus Locorum Terreſtrium inſigniorum ſitus mutuus & reſpectu Æquatoris deſcribitur, quibuſque Tempus in eorum aliquo numeratum ad Tempus ſecundum alterius uſum reducitur.

In Catalogo Locorum inſignium cuique loco adſcribitur Elevatio Poli in iſto loco, (per Prop. XVII. definita;) cui æqualis eſt Latitudo Loci. Adſcribitur etiam (per Prop. XXXII. inventa) Differentia Meridiani Primi (ſive is per Aſtronomi habitationem, ſive per Azores aut Fortunatas inſulas traductus ſupponatur) & Meridiani dicti loci, & in Æquatoris partibus, vel in horis horæque partibus expreſſa. Sic enim Locorum iſtorum ſitus ad ſe invicem & ad Æquatorem conſtat, quo pro re nata in Geographicis & Hydrographicis uti licebit. Hora in locorum altero numerata, ſi augeatur Differentiâ Meridianorum in horis horæque partibus expreſſâ, exhibet horam in Orientaliori loco numeratam; ſi minuatur Meridianorum differentiâ, horam in Occidentaliori numeratam oſtendit, modo uterque locus eodem genere horarum utatur: ſi diverſo utuntur, adhibitâ pro diverſitate reductione ad idem reducantur.

Præſto etiam ſunt Tabulæ, quibus Tempus in Locorum altero per Calendarium quodvis expreſſum, & ab Epocha quavis cognita numeratum, ad Tempus datæ formæ in altero uſitatæ expedite reducitur. Nam cum (per Propp. XI. & XII.) & Epochæ inter ſe conferri poſſint, & Annorum apud varias gentes formæ variæ, pateſcit harum Tabularum (hominibus negotia hiſtoriamve tractantibus æque ac Aſtronomis neceſſariarum) fundamentum & conſtruendi ratio.

Porro, circuli Climata ac Parallelos diſterminantes in Tabulas à quibuſdam rediguntur. Si enim initium fiat ab ipſo Æquatore, habetur Longiſſimæ Diei quantitas ad finem cujuſvis Climatis & Paralleli, initiumve proximi; hoc eſt, mora puncti ſolſtitialis ad Polum conſpicuum declinantis ſupra Horizontem. Dantur præterea dicti ſolſtitialis puncti Declinatio (nempe Eclipticæ Obliquitas) & Aſcenſio Recta: datur ergo (per converſ. Prop. XXXIII.) Elevatio Poli in illo loco; hoc eſt, circuli propoſitum Clima vel Parallelum terminantis diſtantia ab Æquatore.

PROPOSITIO LXX.

TAbulas deſcribere vulgatiores, quibus Primi Motûs Problemata in diverſis Terræ locis promptius ſolvuntur.

Ad loca temporaque definienda ortûs & occaſûs Fixarum aliorumque Syderum, quorum nota ſunt loca, aliaque circa haſce ſolvenda Problemata Artifices calculum adhibent, prout fert occaſio. Verum, cum Motûs Solis longe inſignior & frequentior ſit uſus, ipſeque Sol Anni curriculo diverſos Eclipticæ gradus teneat; Tabulæ, quæ reſpectum horum punctorum ad Horizontem oſtendant, ad omnes Latitudines conduntur: nempe ad quemvis Latitudinis

ab

ab Æquatore gradum, Differentia inter Aſcenſionem Rectam & Obliquam cujuſque Eclipticæ gradus (per Prop. XXXIII. inventa) iſti Eclipticæ gradui ſuo nomine inſignito adjungitur, ex quibus Tabula fit, ſive potius Tabularum congeries; ſiquidem pro quovis Latitudinis gradu opus ſit Tabulâ ad ſingulos Eclipticæ gradus ſeſe extendente. Vocantur hæ *Tabulæ Differentiarum Aſcenſionalium.*

Differentiis Aſcenſionalibus ſic in Tabulas redactis, facile per ſolam additionem aut ſubtractionem Aſcenſiones Obliquæ Arcuſque Diurni ſingulorum Eclipticæ graduum ſimiliter in Tabulas rediguntur; indeque Horæ Ortus Occaſuſque Solis puncta iſta tenentis. Verum Operationes hæ tam leves ſunt, ut illas ad proprium Calculatoris laborem rejiciant: Niſi quod plerumque Aſtronomus, ſupputationibus multum detentus, ipſas haſce ad Domus propriæ locum ſupputatas habeat. Aliquando etiam *Amplitudinum Ortivarum* ſingulorum Eclipticæ graduum vel ad plures Latitudines, vel ſaltem ad Latitudinem ſibi propriam, *Tabulas* (ope Prop. XXXIII. conſtructas) in procinctu habet.

Alia inſuper eſt *Tabula* (per Prop. XXXV. conſtruenda) *Anguli Orientis*, nimirum quem Ecliptica cum Horizonte comprehendit pro diverſis Eclipticæ punctis Orientibus in Latitudine data, vel (quod eodem recidit) Altitudinis ſupra Horizontem gradûs ab Oriente puncto Nonageſimi. Et quoniam in Solis Defectibus ſupputandis & aliis, hujuſce Anguli maximus eſt uſus, Tabulas ejus condunt pro ſingulis Latitudinis gradibus ab Æquatore ad Polum.

Quandoque etiam Initii & Finis Crepuſculi Matutini & Veſpertini, pro gradu Eclipticæ quem Sol tenet, ad diverſas Latitudines, (vel ſaltem ad Habitationis propriæ Latitudinem,) Tabulæ conduntur per Prop. XXXIX.

In omnibus hiſce Tabulis condendis laboris calculique compendia occurrunt, qualia Prop. LXVII. oſtenſa ſunt; breviorque & ornatior Tabulas ordinandi ratio inde oritur.

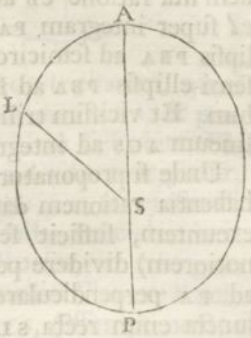
ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER TERTIUS

De Theoria Planetarum Primariorum.

LIbro Primo oſtenſum eſt, quibus legibus oportet Planetam moveri, ut Ellipſin deſcribat circa Solem in ejus umbilicorum altero conſtitutum, quam ſolam inter figuras patiuntur Phænomena, quod fuſe ex obſervatis oſtendit *Keplerus* in ſuis *Commentariis de Motibus Stellæ Martis*, & nunc omnes Aſtronomi agnoſcunt. Ipſi Veteres Aſtronomi cum *Ptolemæo* (quibus nihil placuit in Cœlo præter perfectos Circulos, corporibus ingenerabilibus & incorruptibilibus, qualia Cœleſtia habuerunt, aptiſſimos,) per Phænomena compulſi in hanc ſententiam pene tranſierunt, dum motum in Excentrico commenti ſunt vere inæqualem, ſed æqualem in circulo Æquante, cujus centrum tantum ultra Excentrici centrum inde diſtabat, quantum veri motûs centrum citra illud; hoc eſt, dum Excentricitatem biſecabant, & Orbitam Planetæ ex puncto biſectionis tanquam centro deſcribebant. Excentrica enim hujuſmodi Planetæ Orbita Circularis non differt ab Orbita Elliptica, cujus Foci ſunt dicta centra, præterquam quod illa circa medium craſſior ſit, hæc gracilior; quæ craſſitiei Orbitæ differentia in pleriſque Planetis propter parvam Excentricitatem inſenſibilis fere eſt, & per Veterum obſervationes non diſtinguenda. Illam tamen ex *Tychonis* obſervationibus clariſſime & citra dubium evincit *Keplerus Cap.* XLIV. dictorum *Commentariorum.* Verum quidem eſt *Ptolemæum* ad Theoriam Solis ſimplicem Excentricum adhibere, neque Excentricitatem Orbitæ biſecandam cenſere; at in reliquorum Planetarum quolibet, præter Epicyclum (quo Phænomena revera à motu Telluris ipſi non agnito orta explicat) uſus eſt (*Cap.* V. *Lib.* IX. *Magn. Conſtruct.*) Excentrico deſcripto ex centro biſecante Excentricitatem. Immo ipſe *Copernicus* perfectionem motûs & viæ Planetarum tam ratam habuit, ut Excentricitatis biſectionem (*Cap.* II. *Lib.* V.) propterea cenſeat rejiciendam, quod abſurdum ſit concedere *motûs circularis æqualitatem fieri poſſe circa centrum alienum & non proprium,* (quam & *Ptolemæi* quondam fuiſſe ſententiam liquet ex *Cap.* III. *Lib.* III. ubi pronunciat *Stellarum motus æquales omnes eſſe circulareſque naturâ*; id eſt (ut ipſe explicat) *omnes lineas, quæ Stellas aut circulos earum circum-*

circumducere intelliguntur in omnibus ſimpliciter æqualibus temporibus æquales Angulos ad centra cujuſlibet circulationis intercipere, licet hanc poſtea mutaverit citato *Lib.* IX.) & *Cap.* IV. ejuſdem *Lib.* Epicyclum cum ſimplici Excentrico potius inducendum vult, paria cum Excentrico & Æquante facientem; vel etiam Concentricum cum duobus Epicyclis. Sed nondum factæ erant exactiſſimæ illæ & multiplices *Tychonis* obſervationes, quibus ſolis nixus *Keplerus* Planetarum Orbitas Ellipticas eſſe oſtendit; licet *Riccioli* oblique inſinuet cœpiſſe *Keplerum* ſuſpicari Viam Planetæ per Auram Ætheream eſſe Ovi-formem; id ſcilicet pro ſua ſagacitate ſubodoratum ex inſpecta figura Ovali, quam *Reinholdus* in fine *Theoricarum Purbachii* adjeciſſet ad Lunam pertinentem. In hujuſmodi igitur vera Planetæ Orbita Elliptica ALP, ubi S Focus alter eſt Solis locus, ASP linea Apſidum, A Aphelium, P Perihelium, L Locus Planetæ ad libitum aſſumptus, ALS Area ſub rectis SA, SL & curva Elliptica AL comprehenſa (computata ab SA in conſequentia Signorum,) vocatur *Anomalia Media*, id eſt, Æquabilis; hæc enim Area creſcit æquabiliter, nempe in eadem ratione cum tempore: Et ASL Angulus, à linea Apſidum SA & radio vectore SL comprehenſus, dicitur *Anomalia Coæquata*, ſive *Vera*. Decuit enim Aſtronomiæ Phyſicæ Cultores quam minimum fieri poſſet ab antiquis vocibus diſcedere; quippe non ſolum uſu ſtabilitis, ſed revera etiam aptiſſimis.



SECTIO I.

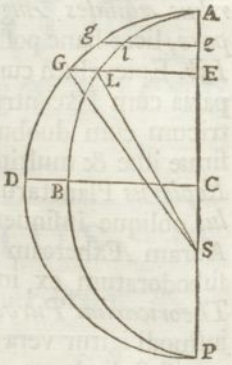
Generalia ad Planetarum omnium Theoriam ſpectantia.

PROPOSITIO I. LEMMA.

SI ſuper Ellipſeos PBA, *cujus centrum* C, *majorem axem* PA *tanquam diametrum deſcribatur circulus* PDA, *& à puncto* G *in circuli circumferentia ad libitum aſſumpto ad* PA *demittatur perpendicularis* GE, *Ellipſin ad* L *interſecans*; *& ab aliquo in axe* AP *puncto* (*ex. gr. focorum alterutro* S) *ad* G *&* L *ducantur rectæ* SG, SL; *erit trilineum* AGS *ſub rectis* SA, SG *& curva circulari* AG *comprehenſum ad integrum circulum, ſicut trilineum* ALS *ſub rectis* SA, SL *& curva Elliptica* AL *comprehenſum ad integram Ellipſin.*

Ducatur enim ad EG utcunque parallela *e g*, diametro in *e*, Ellipſi in *l*, & circulo in *g* occurrens. Eritque (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *Conicorum Apollonii*) *e l* ad CB in ſubduplicata ratione rectanguli ſub P*e*, *e*A ad rectangulum ſub PC, CA, ſive CD*q*: & *eg* ad CD eſt etiam

etiam in ſubduplicata ratione PE × EA ad CDq: Igitur (per XI. *El.* V.) *el* eſt ad CB, ſicut *eg* ad CD; adeoque *el*: *eg* :: CB : CD; in ratione ſc. data. Cumque hoc ſemper fiat, erunt omnes *el* ſuper EA inſiſtentes ad totidem *eg*; hoc eſt, ſemi-ſegmentum ellipticum ALE ad ſemi-ſegmentum circulare AGE, in eadem illa ratione data CB ad CD. Rurſus (per *Prop.* I. *El.* VI.) triangulum LSE eſt ad triangulum GSE ut LE ad GE; hoc eſt (ut hactenus oſtenſum) ut CB ad CD; unde (per *Prop.* XII. *El.* V.) ALE & LSE ſimul; hoc eſt, ALS eſt ad AGE & GSE ſimul, ſive AGS, in ratione CB ad CD: Et ſimiliter, in eadem iſta ratione CB ad CD ſunt etiam omnes *el* ſuper integram PA inſiſtentes ad totidem *eg*; hoc eſt, ſemi-ellipſis PBA ad ſemicirculum PDA. Et igitur ALS eſt ad AGS, ſicut ſemi-ellipſis PBA ad ſemicirculum PDA, ſive ut Ellipſis ad circulum. Et viciſſim trilineum ALS eſt ad integram Ellipſin, ſicut trilineum AGS ad integrum Circulum. Q. E. D.



Unde ſi proponatur ſemi-ellipſis PBA dividenda in duo ſegmenta habentia rationem datam, per rectam SL è dato in Axe puncto S exeuntem, ſufficit ſemicirculum PDA (ſemi-ellipſi quodammodo notiorem) dividere per rectam SG in dicta ratione, & ex G puncto ad PA perpendicularem GE demittere Ellipſi in L occurrentem: juncta enim recta SL ſemi-ellipſin PBA in eadem ratione dividit, in qua ſemicirculus PDA per rectam SG diviſus eſt: Vel ſi ABP ſit Orbita Elliptica Planetæ, in cujus altero foco S eſt Sol; ſicut Planetæ in L Anomalia Media repræſentatur per trilineum ALS, repræſentari etiam poterit per trilineum AGS.

PROPOSITIO II.

Datâ Planetæ Orbitâ, quot libuerit Anomalias Medias & correſpondentes Veras calculo determinare.

Sit data Planetæ Orbita Elliptica ALBP, in cujus Focorum altero S Sol conſtituitur. Sit A Aphelium, P Perihelium, C Centrum, CA vel CP media Planetæ à Sole diſtantia, CBD ad AP normalis. In circulo ADP, circa majorem Orbitæ axem tanquam diametrum deſcripto, ſumatur ad libitum ab A arcus AG vel angulus ACG numero graduum & ſcrupulorum (ut vulgo fit) expreſſus. Et quoniam (per XXXIII. *El.* VI.) arcus AG eſt ad integram circumferentiam ut AGC ſector ad integrum circulum, ſi circulus æque ac circumferentia diviſus intelligatur in partes æquales 360, nempe ſectores circulares circumferentiæ gradibus correſpondentes; idem numerus, qui exprimit arcum AG, exprimit etiam & ſectorem circularem AGC; hunc quidem in parvis ſectoribus, illum vero in parvis arcubus: horum utrumvis vocat *Keplerus Anomaliam Excentri.* Sed ex circuli dimenſione (accurata ſatis ad calculum) datur ratio

ratio quadrati ſemidiametri ad integrum circulum; & ex Orbitæ ſpecie data, dabitur ratio mediæ diſtantiæ BS ſeu CA, & etiam ſemiaxis minoris BC ad excentricitatem SC; & inde ratio trianguli BCS ad radii quadratum; & ex ratione arcûs aſſumpti AG ad circumferentiæ quadrantem AD, dabitur ratio ſinuum eorundem, ſc. DC ad GE, & conſequenter etiam ipſius BC ad GE; hoc eſt, per I. *El.* VI. ratio trianguli BCS ad GCS. In partibus ergo quarum circulus continet 360, dantur ſector AGC & triangulum GCS, (cui analogum LCS *Æquationis Pars Phyſica* dicitur, ſicut Angulus SLC *Pars Optica*;) adeoque horum aggregatum AGS trilineum, quod Prop. præced. oſtenſum eſt proportionale eſſe trilineo ALS, & proinde Anomaliam mediam jure repræſentare. Nam ſi Orbitæ Ellipticæ ABP area tota in 360 partes æquales diviſa concipiatur, illius pars ALS, nempe Anomalia media Planetæ in L, tot ejuſmodi partes continebit, quot AGS continet partes ſimiles areæ circularis ADP; adeoque eodem exprimetur numero. Rurſus, in triangulo GCS, datâ ratione laterum GC, CS (Diſtantiæ mediæ Planetæ à Sole ad Excentricitatem) & angulo comprehenſo GCS, (aſſumpti nempe ACG complemento ad duos rectos,) dabitur (per XLI. *Datorum*) angulus GSC; adeoque & ASL Anomalia coæquata, nempe angulus cujus tangens EL eſt ad EG tangentem anguli ASG prius inventi in ratione datæ Orbitæ ſemiaxis minoris CB ad ſemiaxem majorem CD. Et cum Anomalia media & vera, per calculum inventæ, eidem aſſumpto arcui AG congruant, erunt & inter ſe congruæ; ſive altera alteri correſpondebit. Et pari modo licet alium quemvis arcum aſſumere, & congruas Anomalias (mediam ſc. & veram) inde calculo determinare, quæ proinde erunt inter ſe correſpondentes.



PROPOSITIO III.

Datâ Anomaliâ mediâ Planetæ, cujus Orbita datur, Anomaliam veram & Planetæ Diſtantiam à Sole per calculum invenire, & viciſſim.

Nullam dari calculi methodum directam Problema hoc ſolvendi pronunciat *Keplerus* ad finem *Part.* IV. *Phyſicæ Cœleſtis.* Quomodo vero methodo indirectâ & ad uſus Aſtronomicos ſatis accommodatâ hujuſce Problematis calculus abſolvi poterit, nunc oſtendendum eſt. In circulo ADP, Orbitam in Aphelio & Perihelio tangente, ſumantur Anomaliæ Excentri arcus AG, vel anguli ACG, per ſingulos gradus ſe excedentes. Ad horum unumquemque (per præcedentem) inveniantur correſpondentes Anomaliæ; media ſc. & vera. Poſt conditum ergo, pro Planetæ Orbita data, Canonem Anomaliæ me-

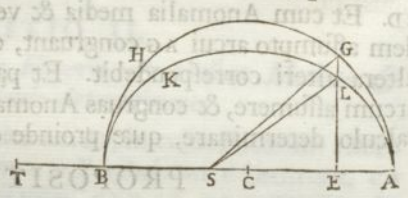
diæ & correſpondentis coæquatæ ad ſingulos arcus Anomaliæ Excentri, quæratur inter eas Anomalia media data; correſpondens Anomalia vera eſt ea quæ quæritur. Quod ſi Anomalia media propoſita inter Canonicas iſtas non reperiatur, per partem proportionalem (modo vulgo noto) invenietur Anomalia vera quæſita. Si ſine Tabulis operandum ſit, *Keplerus* Regulam Poſitionum (Falſi etiam dictam) adhibere ſuadet; ponendo ſcilicet Anomaliam Excentri AG arcum, vel ACG angulum, vel AGC ſectorem (tria enim hæc eodem numero deſignantur) partium quotlibet, eique ſic ſumptæ addendo vel ſubducendo, prout opus fuerit, congruum Æquationis parti Phyſicæ analogum triangulum, nempe GSC, ut fiat Anomalia media AGS. Nam ſi ea tanta prodit quanta eſt quæ propoſita fuit, bene poſita erat Anomalia Excentri, & huic congrua Anomalia vera eſt ea quæ quæritur; quippe Anomaliæ mediæ datæ competens: At ſi non tanta prodit, ex illa quæ prodit emendanda erit poſitio, laborque repetendus. Ad Planetæ Diſtantiam à Sole inveniendam, in triangulo LCS datur angulus LSC, ſuperius nempe inventa Anomalia coæquata; item angulus LCS, reliquus ad duos rectos ipſi LCA, cujus tangens eſt ad tangentem anguli ACG Anomaliæ Excentri ut Orbitæ axis minor ad majorem: datur etiam Excentricitas SC, unde innoteſcit SL diſtantia Planetæ à Sole.

Parique modo, vel ex Tabulis jam conditis vel per Regulam Poſitionum, ex data Anomalia vera determinabitur media.

PROPOSITIO IV.

Semicirculum, per rectam ex dato diametri puncto eductam, in data ratione dividere.

Sit ſemicirculus AGB, cujus centrum C, diameter AB, punctum in diametro datum S; è quo nempe educenda eſt recta SG peripheriam in G interſecans, ita ut area AGS ſit ad aream BHGS in ratione data, nempe P ad Q. Ponatur factum, & ex G in AC demittatur perpendicularis GE. Vocentur ſemidiameter AC vel CB, R; AE, X; quarta proportionalis rectis SC, CA & ſemiperipheriæ AHB, M. Unde fiet ſemiperipheria AHB ducta in radium CA; hoc eſt, duplus ſemicirculus AHB, æqualis SC × M, ſive $M = \frac{2AHB}{SC}$. Rurſus, quoniam ex hypotheſi Area AGS eſt ad BHGS ut P ad Q, erit AGS + BHGS; hoc eſt, ſemicirculus AHB ad AGS ut P+Q ad P: unde $P \times AHB = AGS \times P+Q$, & hinc $\frac{P \times 2AHB}{P+Q} = 2AGS$. Vocetur porro $\frac{P \times M}{P+Q}$, a: adeoque, loco M ponendo illius valorem $\frac{2AHB}{SC}$, erit $a = \frac{P \times 2AHB}{P+Q \times SC}$; hoc eſt, ipſi $\frac{2AGS}{SC}$; ſive $SC \times a = 2AGS$. Sumatur præterea ad partes B, CT quæ ſit ad CB ut CB ad CS, voceturque AT, b; unde $CT = b - R$, adeoque



adeoque $sc = \frac{R^2}{b-R}$: & $sc \times a$; hoc eſt, $2AGS = \frac{R^2 \times a}{b-R}$. Cumque $CE = R - X$ erit $SE = R - X + \frac{R^2}{b-R}$. Atqui $2AGS = 2AGE + 2GSE = 2AGE + GE \times ES$. Sed ex Serierum doctrina nunc vulgo nota, in circulo cujus ſemidiameter vocatur R, ſegmentum cujus ſagitta AE eſt X; hoc eſt,

$$2AGE = \tfrac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}} - \&c.$$

Et ipſa $GE = (\sqrt{2RX - X^2} =$, ex ipſa operatione,)

$\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}} - \&c.$ Unde $SE \times EG$, ſive

$$2\,SEG\ \text{Triang.} = \begin{cases} \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{16\sqrt{2}} \\ + \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. \end{cases}$$

$$\text{Adeoque}\ 2AGS = \frac{R^2 a}{b-R} = \begin{cases} \frac{4}{3}\sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{5\sqrt{2}} - \frac{a^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{28\sqrt{2}} & \&c. \\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}} - \frac{5R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{2\sqrt{2}} + \frac{7R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{7}{2}}}{16\sqrt{2}} & \&c. \\ \frac{R^2}{b-R}\ \text{duct. in}\ \sqrt{2}\,R^{\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{2\sqrt{2}} - \frac{R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{16\sqrt{2}}\ \&c. & \end{cases}$$

Et poſt ordinatam reductamque æquationem ſecundum artem invenietur,

$$a = \sqrt{2}\,b\,R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{1}{2}} - \frac{2R^{-\frac{1}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}\,bR^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{3}{2}}}{12} - \frac{\sqrt{2}\,R^{-\frac{3}{2}}X^{\frac{5}{2}}}{20} + \&c.$$

Et quadrando utramque æquationis partem ad tollendam aſymmetriam, eamque ordinando deletis terminis ſe mutuo deſtruentibus, fiet

$$a^2 = \frac{2b^2}{R} \times X + \frac{b^2}{3R^2} \times X^2 + \frac{2}{9R} \times X^3 \quad \&c.$$
$$- \frac{4b}{3R} + \frac{4b^2}{45R^3}$$
$$- \frac{14b}{45}$$

$$\text{Unde}\ X\ \text{ſeu}\ AE = \frac{Ra^2}{2b^2} + \frac{R^2a^4}{6b^5} - \frac{Ra^4}{24b^4} + \frac{Ra^6}{720b^6} \quad \&c.$$

Sumptâ igitur AE æquali tot hujus ſeriei terminis quot libuerit, & ex E erectâ ad AB perpendiculari AG, occurret hæc circulo in quæſito punctо G. Q. E. F.

Et per Prop. I. eadem EG Ellipſi cuivis AKB ſuper majorem axem AB deſcriptæ occurret in L, ita ut juncta SL dividat ſemi-ellipſin AKB in duas partes ALS, BKLS datam habentes rationem.

Quo minores fuerint diſtantia punctorum C & S (hoc eſt, quo minor Ellipſeos excentricitas) & ratio P ad Q, eo pauciores hujus Seriei termini in uſum aliquem ſufficient: Nam oportet rationem P ad Q parvam eſſe ut ſeries, quæ eſt valor ſegmenti AGE, cito convergat; hoc eſt, ut pauci illius termini ſint ſegmento proxime æquales.

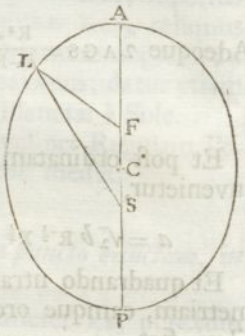
Problematis iſtius ſolutionem hanc jam olim dedi in *Exercitatione Geometrica de Dimenſione Figurarum* Anno 1684. *Edinburgi* edita: placuit tamen illam hoc loco (quippe ſuo) denuo inſerere.

PROPOSITIO V.

ELlipſin haud admodum excentricam rectâ per focorum alterum ita dividere, ut Areæ Ellipticæ portio inter majorem Axem & ducendam rectam comprehenſa ſit quamproxime ad integram Ellipſin in data ratione minoris inæqualitatis.

Methodus Prop. III. tradita Anomaliam veram ex media inveniendi tentativa & indirecta habetur: Geometrica vero quævis ut ut elegans (qualem per Cycloidem protractam olim exhibuit Celeb. D. *Walliſius*) calculo Aſtronomico minus apta; quæ vero per Series rem conficit (ut Prop. IV) laborioſa nimis; unde ad approximationes confugiunt Aſtronomi, imprimis ſequentem.

Proponatur Ellipſis ALP, cujus centrum C, focus alter S, alter F. Ex foco S ducenda eſt recta SL, ita ut trilineum ALS datam quamproxime habeat rationem ad integram Ellipſin ALPA.



Ad Focum alterum F fiat angulus AFL, eandem habens rationem ad quatuor rectos, quam oportet trilineum ALS habere ad integram Ellipſin, cujus crus FL Ellipſi occurrit in L, juncta SL propoſitum quamproxime conficiet. Nam, coeuntibus focis S & F cum centro C, propoſitum exacte conficitur, ut ex Prop. XXXIII. *El.* VI. conſtat; error ergo tantus eſt quantus ab Excentricitate provenit: Eâ igitur parvâ exiſtente, hoc eſt, in Ellipſi haud admodum excentrica, area ALS eſt ad integram Ellipſin ſicut angulus AFL ad quatuor rectos; id eſt in ratione data.

SCHOLIUM.

Ipſe *Keplerus*, qui primus oſtendit Ellipſin ita à Planeta percurri, ut æqualibus temporibus æquales areæ per rectas ad Solem in Foco poſitum ductas abſciſſæ deſcribantur, advertit etiam ad hanc approximationem, eamque *Cap.* III. *Part. Alter. Lib.* V. *Epit.* deſcribit dicens; *ut ſi* L *eſſet Planeta,* AFL *angulus eſſe poſſet loco Anomaliæ mediæ fere.* Ab illa tamen prorſus abſtinuit, tum quod in Planeta Marte aperte diſſentiat à Cœlo, tum præcipue quod elegantes demonſtrationes motuum à Cauſis ſuis Phyſicis hoc pacto prorſus neglectæ & incultæ, quippe penitus ignotæ, jacerent; maluitque in vera Phyſica Planetarum Theoria perſiſtere, licet methodum indirectam adhibere compulſus fuerit, ut ex Anomalia media coæquatam inveniret, quam aliam à naturali alienam ſequi, in qua iſtud facillime & directe fieri poſſit.

Poſtea tamen Celeb. Aſtron. *Sethus Wardus* hanc tanquam ab ipſa Rerum Natura adhibitam Planetarum Theoriam uſurpavit; cujuſvis

vis nempe Planetæ Orbitam esse Ellipticam assumit, in cujus Foco altero est Sol, quem Motuum Planetariorum verum atque Physicum instrumentum agnoscit; super alterum interim Focum ita temperari Planetæ cujusque motum, ut temporibus æqualibus æquales illic angulos absolvat; & super hanc hypothesin *Astronomiam* suam *Geometricam Ellipticam* (opus egregium & cui plurimum debet omnis sanior Astronomia) exstruxit. Geometriam enim (quâ pollebat) adeo feliciter ad Astronomiam applicuit, ut non tantum ex data Anomalia media veram directe & Geometrice invenerit, sed omnium Planetarum Orbitas tum quoad figuram & situm, tum quoad magnitudinem (assumptâ Orbitâ Telluris pro mensura) determinaverit. Attamen *Astronomiæ adhærentem* Ἀγεωμετρησίαν *labem* minime *delevit*: Ista enim solvit Problemata Astronomica non in genuino & vero Systemate, in quo ad eorum solutionem Geometras provocaverat *Keplerus*; sed in vicario & ficto, licet vero proximo. Maximi tamen est usûs Astronomiæ suæ Methodus: cum enim Planetarum ellipticæ Orbitæ non sint admodum excentricæ, sed ad circulos fere accedant, neque *Wardi* hypothesis, in qua motum circa Focum à Sole diversum statuit æquabilem, ab accurata multum abludet; & ad determinandas quamproxime Planetarum Orbitas conducet plurimum, quæ (repetendo calculum, ut inferius ostendetur) poterunt denuo accuratiores ad libitum reddi.

Verum quidem est Clariss. *Ismaelem Bullialdum* in *Astronomia Philolaica*, dum Planetam quemque in Ellipsi moveri statuit, & Ellipsin hanc ita ex Cono secat, ut Coni axis per Ellipseos umbilicorum alterum transeat, & denique dum *Cap.* XV. *Lib.* I. *motum Planetæ æqualem* ponit *circa Conum & in circulis basi Coni æquidistantibus*; æquabile incrementum angulorum ad Focum à Sole diversum, (illum nempe per quem Coni axis transit,) hoc est, *Wardi* Hypothesin nescientem supposuisse: neque hoc prius agnovit quam Cl. *Wardus* in Astronomiæ illius fundamenta inquireret, in cujus *Inquisitionis Cap.* I. istud demonstrat. *Bullialdus* igitur ipse, qui *Kepleri* propter errores suos & defectus in Geometria miseretur, vicissim ab Acutiss. *Wardo* pœnas luit, dum hic ostendit *Bullialdo* (præter errores aliquammultos quos admissos ingenue fatetur in *Astron. Philolaic. Fundament. Assert. contra S. Wardum*) suam Hypothesin sibi minime fuisse perspectam, dum motum æquabilem circa Ellipseos Focum à Sole diversum inscius supponit; quam tamen si expresse agnovisset, maximam Astronomiæ suæ partem felicius multo & facilius absolvisset.

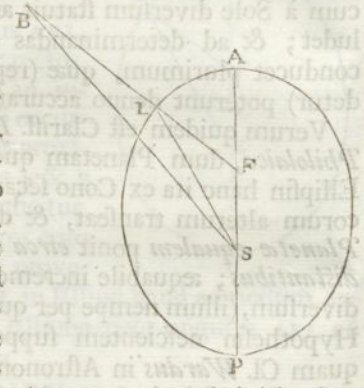
Sed & *Comes Paganus* hanc ipsam hypothesin, motûs nempe angularis æquabilis Planetæ circa Ellipseos Focum à Solis loco diversum, pro vera & genuina serio arripuit, & *Planetarum Theoriam* huic superstructam *Parisiis* Anno MDCLVII. Gallico idiomate edidit; dissensumque ejus à Cœlo, qui in Octantibus ab Apsidibus est maximus, in Observatorum errores audacter rejicit ad finem suæ Theoriæ. Et licet *Pagani Theoria* hæc *Wardi Astronomiâ Geo-*

metricâ posterior sit anno integro, & tribus minimum annis *Inquisitione in Bullialdi Astr. Philol. Fundamenta*, (ubi Astronomiæ suæ omnis fundamenta jecerat, & Problemata præcipua construxerat;) tamen ulterius non pergit *Paganus*, quam ad Planetæ locum in sua Orbita data ad tempus assignatum ejusque à Sole distantiam determinandum, hoc est, ipsa Astronomiæ principia stabilienda; omissâ omni Astronomiâ comparativâ, in qua, per Geometriam excolenda, operam tam pulchre collocaverat Celeb. *Wardus*.

PROPOSITIO VI.

Positâ approximatione modo descriptâ pro satis accurata, (id est, in Hypothesi Wardi,) *ex data Anomalia media Anomaliam coæquatam & Planetæ à Sole Distantiam invenire in Orbita data.*

Proponatur ALP Planetæ Orbita elliptica circa Solem in S tanquam Focum constituta; hujus Aphelium sit A, Perihelium P, Axis major AP: ex data Anomalia media AFL angulo invenienda est Anomalia coæquata, nempe angulus ASL, & Planetæ in L Distantia à Sole, sc. SL; hoc est, hujus rectæ ratio ad FS vel AP.



Producatur FL ad B, ut sit LB æqualis LS; & jungatur BS. Et quoniam (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conic. Apollonii*) FL & LS simul æquantur axi AP, erit FB eidem AP æqualis. Adeoque in triangulo BFS datis lateribus BF, FS cum angulo intercepto BFS, Anomaliæ mediæ datæ AFL complemento ad duos rectos aut ad quatuor, (prout L est in primo vel secundo Anomaliæ semicirculo;) innotescent anguli FSB & FBS, sive LSB, quorum differentia ASL est Anomalia coæquata quæsita. In triangulo porro LFS ab initio dantur angulus LFS & latus FS, & nunc inventus est angulus FSL, adeoque & reliquus FLS; invenietur ergo latus LS in partibus datæ distantiæ Focorum SF; hoc est, Planetæ à Sole Distantia. Q. E. F.

In quærendis angulis FSB, FBS in triangulo BFS, ex datis BF, FS cum angulo BFS; fit (per vulgatum Trigonometriæ canonem) BF & FS simul ad BF dempto FS, sicut tangens semissis angulorum B & FSB ad tangentem semissis differentiæ eorundem. Sed BF & FS simul æquantur ipsis AP & FS simul; & BF dempto FS æqualis AP dempto FS, sive bis SP; & summa angulorum B & FSB æqualis externo AFL, nempe Anomaliæ mediæ; illorum vero differentia æqualis FSL Anomaliæ coæquatæ. Et igitur summa ipsarum AP & FS est ad 2 PS, sive illius semissis SA ad hujus semissem PS; hoc est, distantia Planetæ aphelios ad ejusdem distantiam perihelion, ut tangens dimidiæ Anomaliæ mediæ ad tangentem dimidiæ Anomaliæ coæquatæ: in qua analogia primi duo termini sunt constantes in dato Planeta.

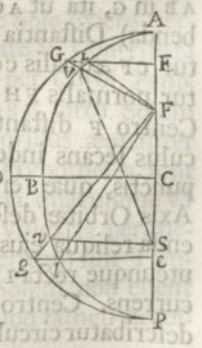
Simili

Simili modo ex data Anomalia coæquata invenietur media. Quod si non Anomalia coæquata ASL datæ mediæ AFL congrua quæratur, sed angulus FLS, (*Æquatio Elliptica* dicta;) erit hic duplus anguli FBS prius inventi. Hic vero angulus subtractus ab Anomalia media AFL, Planetâ ab Aphelio ad Perihelium descendente, sive in primis sex Anomaliæ Signis, relinquit coæquatam ASL: additus vero Anomaliæ mediæ in ultimis sex ejusdem Signis coæquatam conficit; unde & *Prosthaphæresis* dicitur.

PROPOSITIO VII.

APproximationis præcedentis correctionem à Cl. Ismaele Bullialdo *adductam applicare; &, quomodo (eâ positâ) Anomalia coæquata & Planetæ Distantia à Sole inveniantur, ostendere.*

Cl. *Ismael Bullialdus*, dum *Astronomiam Philolaicam* tuetur adversus *Wardum* in Libro cui titulus *Astronomiæ Philolaicæ Fundamenta explicata*, *Cap.* I. & II. ex quatuor observationibus à *Tychone* factis ostendit Hypothesin modo descriptam *Wardi* Marti non convenire, sed in primo & tertio Anomaliæ mediæ quadrante Martem esse promotiorem quam pro hac Hypothesi esse debet, at in quadrante Anomaliæ mediæ secundo & ultimo Martem minus esse promotum quam postulat hæc Hypothesis. At ne nunc quidem ad sagaciſſimum *Keplerum* respexit, secundum cujus Systema physicum rem ita se habere in omni Ellipsi oportet, & quidem in Marte sensibiliter, (quippe cujus Orbita sensibiliter est excentrica;) & prout ipsi numeri à *Keplero* adducti ostendunt. Sed Hypothesin *Wardi* corrigere certus, quo illi paria rependere possit, hujusmodi correctionem Anomaliæ mediæ, ut supra inventæ, *Cap.* IV. dicti Libri adduxit. Sit ALBP Planetæ Orbita elliptica, cujus Foci, Apsides, Centrum &c. designantur iisdem literis quibus sæpius supra: Sitque angulus AFL Anomalia media in Hypothesi *Wardi*; nempe angulus AFL ad quatuor rectos, sicut tempus quo Planeta percurrit arcum ellipticum AL ad integrum tempus periodicum. Et quoniam punctum L in primo & tertio quadrante Anomaliæ mediæ (hoc est, dum angulus AFL est minor recto, vel major duobus, minor vero tribus) non est tam promotum quam requirunt observationes, in secundo vero & quarto quadrante justo promotius; hoc est, quoniam AFL angulus est in primo casu parvus nimis, in secundo nimius; ideo angulum hunc ita corrigit *Bullialdus*. Per L ad AP ducatur perpendicularis Axi; huic in E, circulo vero diametro AP descripto occurrens in G, jungatur FG; angulus AFG pro Anomalia media assumatur loco ipsius AFL; & angulum AFG vocat *Bullialdus*, pro jure suo, *Anomaliam Mediam-veram*, relicto nomine *Mediæ* angulo AFL, qui Tempori est proportionalis. Adeoque locus Planetæ correctus in



sua

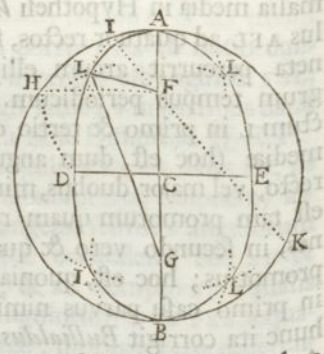
ſua Orbita erit V punctum, ubi FG Orbitæ occurrit. Angulo autem Anomaliæ mediæ AFL correſpondens angulus Anomaliæ mediæveræ AFV expedite invenitur, ſumendo angulum cujus tangens eſt ad tangentem Anomaliæ mediæ, ſicut major axis Ellipſis ad minorem; eritque hic is qui quæritur. Nam GE tangens anguli GFE eſt ad LE tangentem anguli LFE ad eundem radium FE, ut DC (ſive CA) ad BC. In triangulo porro VFS (prorſus ut Prop. præced. in triangulo LFS) datis latere FS, angulo externo AFV & ſummâ laterum FV & VS, invenitur FSV Anomalia coæquata, & latus VS Diſtantia Planetæ correcta à Sole. Q. E. F.

Atque hæc eſt *Wardi Hypotheſeos* correctio à *Bullialdo* adducta, ſatis quidem felix ſi pro correctione approximationis ad verum Syſtema tantum habeatur, prout decet; quippe *quâ effecit ut vel tandem ex Anomalia media colligeretur coæquata à priori, ſimulque calculus ſatisfaceret obſervatis, quod ante eum* (ex *N. Mercatoris* ſententia) *in Hypotheſi Elliptica præſtiterat nemo.* At cum illam pro vero & genuino Syſtemate venditat *Bullialdus*, & illius cauſas Phyſicas (*Cap* III. & IV.) ſuo more ex *Cono* petit, non tantum Aſtronomiæ ſuæ *Philolaicæ* Fundamenta inexplicata relinquit, ſed & quaſi nulla prorſus forent Phyſica Aſtronomiæ fundamenta diſputat.

PROPOSITIO VIII.

DEſcribere Orbitam, in qua Planetam circa Solem deferri cenſet Celeb. Aſtronomus Dominicus Caſſini, *ejuſque cum Cauſis Phyſicis & Phænomenis convenientiam & diſcrepantiam explicare.*

Circuli AKBH diameter AB dividatur bifariam in C puncto, per quod ducatur recta indefinita DE ad AB normalis. Dividatur rurſus AB in G, ita ut AG ſit ad GB ſicut Planetæ (cujus Orbita eſt deſcribenda) Diſtantia à Sole aphelios ad Diſtantiam perihelion; & capiatur CF æqualis CG. Ex F ad AB erigatur normalis FH circulo occurrens in H. Centro F diſtantiâ FH deſcribatur circulus ſecans indefinitam DE in D & E punctis, quæ erunt extrema minoris Axis Orbitæ deſcribendæ. Ad inveniendas reliqua ejus puncta ducatur per F utcunque recta IFK circulo in I & K occurrens. Centro F diſtantiâ IF vel KF deſcribatur circulus; centroque G diſtantiâ æquali alteri rectæ IFK ſegmento, nempe KF vel IF, alter circulus: horum circulorum interſectiones L, L, L, L erunt ad Orbitam. Atque hoc modo, propter binos ſuper utroque centro circulos, quatuor Orbitæ puncta eâdem operâ determinantur. Similiter alia atque alia illius puncta determinabuntur, aliam atque aliam ducendo rectam per F tranſeuntem & à circulo utrinque terminatam. Quoniam rectangulum



gulum ſub ſegmentis rectæ per punctum F ductæ & à circulo terminatæ datum eſt, nempe rectangulo ſub AF, FB (per *Prop.* XXXV. *Elem.* III.) æquale; patet rectangulum ſub rectis FL, GL à punctis F & G ad quodvis curvæ ALB punctum L ductis etiam dari, & rectangulo ſub AF, FB vel ſub AG; GB æquari; & ideo eſſe AG ad GL ſicut FL ad GB vel FA. Sicut in Ellipſi vulgari ſumma rectarum à duobus Focis ad punctum quodvis in circumferentia inclinatarum data eſt, ita rectangulum ſub rectis à punctis F & G ad quodvis in curva ADBE punctum ductis datur, unde & punctis hiſce F & G *Focorum* nomen indidit D. *Caſſinus*.

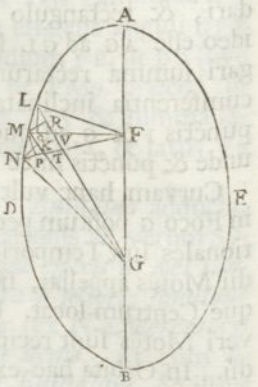
Curvam hanc vult eſſe Planetæ Orbitam, quam ita circa Solem in Foco G poſitum percurrit, ut anguli ad alterum Focum F proportionales ſint Temporibus; quem proinde Focum ſeu Centrum medii Motûs appellat, ſicut alterum G Motûs veri, ubi Solis Mundique Centrum locat. Unde Planetæ diſtantiæ quælibet binæ à Foco veri Motûs ſunt reciproce ut ejuſdem diſtantiæ à Foco Motûs medii. In Orbita hac ex data Anomalia media, nempe angulo AFL, Anomalia vera AGL determinatur, ſi in triangulo LFG ex datis baſi FG alteroque angulorum adjacentium LFG, (ipſius AFL Anomaliæ mediæ complemento.) & rectangulo ſub reliquis duobus lateribus FL, LG comprehenſo inveniantur reliqua.

Hypotheſis hæc *Caſſiniana*, in *Tractatu de Origine & Progreßu Aſtronomiæ* breviter tradita, hoc habet commodi, quod dum angulus AFL eſt Anomalia media, Area ALG eſt etiam Anomalia media; ſive quod AFL angulus eſt ad quatuor rectos, ſicut Area ALG ad integram Ovalis ALDBE aream; uti inferius demonſtrabitur. Et igitur Planeta curvam ALD, ut hic ſupponitur, deſcribens (nempe ut ducta FL ubique ad Planetam, angulus AFL ſit Tempori proportionalis) iſti etiam legi Prop. XI. Lib. I. demonſtratæ obtemperat, ut area ALG, quam radius vector GL è Sole exiens verrit, ſit etiam Tempori proportionalis. Unde, urgente Vi Centripetâ verſus Solem, cujuſdam certi generis (cujus lex per Corol. Prop. XXXVII. Lib. I. innoteſcet) Planeta Orbitam ALDBE circa Solem deſcriberet, ita ut angulus AFL æqualibus Temporibus æqualiter augeatur. At ſupra deſcriptæ *Wardi* & *Pagani* Hypotheſes ſunt phyſice impoſſibiles: Impoſſibile utique eſt ut Planeta, quâcunque Vi Centripetâ ad Solem tendente agitetur, Ellipſeos vulgaris perimetrum deſcribat, ita ut anguli ad Focum (à Sole diverſum) ſint Temporibus proportionales. Nam hoc poſito, areæ ad Solem non eſſent Temporibus proportionales, ut ſupra oſtenſum; quod tamen neceſſario fit; ut Prop. XI. Lib. I. demonſtratum eſt.

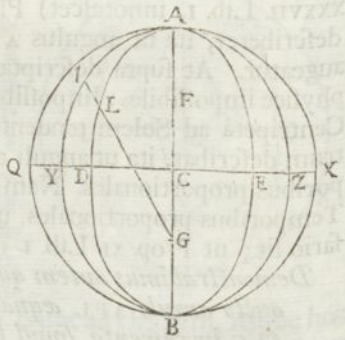
Demonſtrabimus autem quod in Figura ſupra deſcripta ALDBE, *aucto angulo* AFL *æqualibus incrementis* LFM, MFN, *Areæ* ALG *incrementa ſimul facta, nempe* LMG, MNG, *etiam æqualia ſunt.*

Rectæ FM, GL ſe interſecent in V, rectæque FN, GM in T. A puncto L ad FM demittatur normalis LO, ab M ad FN recta MP,

& in LG recta MR; ab N denique in MG normalis NK. Concipiantur porro anguli LFM, MFN minimi, unde anguli LGM, MGN minimi erunt: ideoque rectæ FL, FM, FN erunt fere inter se parallelæ, sicut & GL, GM, GN; curvæque pars LMN à recta non abludet. Unde triangula LVM, MTN rectilinea sunt & æquiangula, & proinde similia. Et ob æquales angulos LFO, MFP, triangula rectangula LFO, MFP etiam sunt similia; & igitur FL est ad FM ut LO ad MP. Et ob similia triangula LVM, MTN, LO est ad MP ut MR ad NK: Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) FL est ad FM ut MR ad NK. Sed, ut prius ostensum, ex natura hujus figuræ est FL ad FM ut GM ad GL; & igitur GM est ad GL ut MR ad NK: Et proinde trilinea LMG, MNG (quippe quorum bases sunt altitudinibus reciproce proportionales) æqualia sunt. Quoniam autem simul incipiunt angulus AFL & area ALG, nempe cum Planeta Aphelium A tenet; &, labente tempore, aucto illo per minimos æquales angulos augetur & hæc per minimas æquales areas, donec, Planetâ ad A reverso, ille adæquet quatuor angulos rectos, hæc integram aream Ovalem; patet quod ubicunque reperiatur Planeta, (ex mente D. *Cassini* in hujusmodi Orbita motus,) *v. g.* in L, esse angulum AFL ad quatuor rectos sicut area ALG ad integram figuram ALDBE. Q. E. D.



Prædicta vero Hypothesis in eo laborat, quod Anomalia vera, & congrua Anomalia media Planetæque Distantia à Sole Phænomenis Cœlestibus minime quadrent. Cum enim Ellipsis vulgaris & Phænomenis & causis physicis congruat, altera illa *Cassiniana*, cujus diversa est natura, illis congruere nequit. Ut enim de rationibus physicis taceamus, alius erit, ad tempus datum, Planetæ locus in Ellipsi vulgari AYBZ, alius in Orbita *Cassiniana* ADBE, iisdem verticibus A, B iisdemque Focis F, G descripta, tum quoad Anomaliam veram sive angulum cum AB ad G contentum, tum quoad Distantiam à Sole respectu Apheliæ distantiæ GA. Et licet in Orbitis, quarum Excentricitas est admodum parva, differentia non sit valde sensibilis; ubi Excentricitas est magna, res aliter se habet. In priori casu ipse circulus AQBX diametro AB descriptus Phænomenis fere satisfacit. Omnes tamen Astronomi hodie agnoscunt Orbitam circularem esse circa medias longitudines, ut Q & X, latam nimis; Orbitaque hæc *Cassiniana* ADBE è contrario peccat gracilitate nimiâ in iisdem locis. Ponatur *ex. gr.* Ellipsis vulgaris



vulgaris AYBZ, cujus major Axis est minoris sesqui-quartus: Iisdem verticibus & focis descripta intelligatur Orbita *Cassiniana* ADBE; deficiet hujus minor Axis DE à veræ Orbitæ ellipticæ minore Axe YZ plusquam hujus triente, cum interim Orbitæ circularis latitudo QE minus excedat YZ; ejus nempe tantum quadrante. Orbita igitur hæc licet ingeniose admodum excogitata, & *Wardi* hypothesin (calculo aptissimam) de angulis ad Focum à Sole diversum tempori proportionalibus conjungens cum vero illo Planetarii motûs symptomate, (nempe quod area per radium vectorem descripta sit tempori proportionalis;) cum tamen neque Rationes Physicæ respondeant, (ad illam enim describendam opus esset Vi Centripetâ ad Solem abhorrente ab illa per rerum naturam usurpata, quæ, alterius omnis virtutis naturalis, à centro vel ad centrum, in lineis rectis per regiones in circuitu propagatæ instar, est ut quadratum distantiæ à centro inverse;) neque Orbita Phænomenis observatisque Cœlestibus congruat, propter minoris Axis brevitatem, Orbisque medii gracilitatem inde ortam; Orbita, inquam, hæc ex Astronomia est rejicienda.

SECTIO II.

De Telluris Orbita determinanda, & Theoria Telluris è Sole visæ, sive Solis è Tellure.

PROPOSITIO IX.

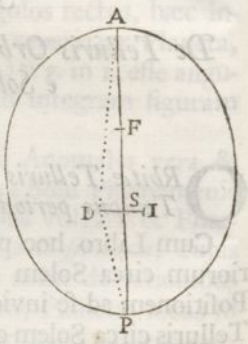
ORbitæ Telluris Speciem, & Positionem Axis; Telluris item Tempus periodicum per observationes definire.

Cum Libro hoc propositum sit Orbitarum Planetarum primariorum circa Solem ordinatarum Species determinare, & illarum Positionem ad se invicem ex observatis colligere; oportet ab Orbita Telluris circa Solem ordiri, tum quod hæc eadem sit cum illa quam Sol tempore annuo circa Tellurem peragrare videtur, tum præcipue quod hujus Species & Positio requirantur ad similia in reliquis determinanda. Nam cum observantis oculus simul cum Tellure deferatur, hujus Viam oportet omnium primum cognitam habere, si aliorum Planetarum Vias perspectas volumus.

Observetur Solis motus apparens in Ecliptica cum hic velocissimus est; hoc est, cum dato temporis spatio maximum arcum versus ortum conficit; in isto enim casu (per Corol. 2. Prop. XLI. Lib. 1.) Tellus est in Perihelio P: cum vero motus iste deprehenditur tardissimus Tellus est in Aphelio A. At loco Solis è Tellure observato plane oppositus est Terræ locus è Sole visus, & igitur habetur locus Ecliptice è Sole visus Aphelii & Perihelii Telluris; hoc est, Positio lineæ Apsidum Terræ. Sed Lib. II. ostensum est quomodo Fixarum loca Ecliptice respectu, hoc est, Ecliptice cardines reliquaque puncta Fixarum respectu determinari possint, unde lineæ Apsidum

Telluris Positio inter Fixas invenietur. Idem fiet bisecando angulum comprehensum inter rectas ductas ad bina loca, ubi Solis motus è Tellure apparentes, dato tempore facti, sunt inter se æquales; hujusmodi enim puncta æqualiter distant à punctis Aphelii & Perihelii. Ad Orbitæ Speciem inveniendam, advertatur esse (per Corol. 3. Prop. XLI. Lib. I.) motum apparentem è Sole focum S occupante visum Telluris in Aphelio A ad ejusdem motum apparentem in Perihelio P ut SP*q* ad SA*q*. Cumque Telluris motus è Sole apparens idem sit cum Solis motu è Tellure viso; ex hoc observato, dum Tellus Aphelium & Perihelium tenet, innotescet ratio SA*q* ad SP*q*, hujusque proinde subduplicata SA ad SP: compositè igitur & divisim dabitur ratio SA+SP ad SP, & SA−SP ad SP; sive AP ad SP & (posito F foco altero) SF ad SP, ac proinde etiam ratio AP ad FS datur.

Eadem ex observato Solis semidiametro apparente determinare licet: Tum enim Terra est in Aphelio cum Solis diameter apparens est minima; adeoque locus Solis loco tum observato oppositus est Aphelii locus è Sole visus: & similiter de Perihelio. Punctum item medium inter duo puncta, ubi Sol ejusdem est diametri apparentis, locum ostendit Aphelii vel Perihelii Terræ; quæ omnia nimis sunt manifesta. Ad Ellipseos Speciem determinandam, sit DI diameter Solis in Foco S siti. Estque angulus DAI ad DPI angulum, ut SP ad SA; sed hujus analogiæ dantur priores duo termini per observationem; ergo innotescit ratio SP ad SA: unde, ut prius, elicitur ratio quæsita AP ad FS Ellipseos Speciem determinans. Loco diametrorum aut semi-diametrorum Solis apparentium, per angulos aut arcus mensuratarum, accuratius sumentur tangentes angulorum DAS, DPS semi-diametrorum apparentium, ut patet.



Porro, temporis spatium inter momenta proxime se insequentia quibus Tellus eandem Apsidem tenebat, ex dictis in hac Propositione determinanda, est Telluris Tempus periodicum. Istud vero tutius definietur, si momenta adhibeantur quam fieri potest inter se dissita, & tempus intermedium dividatur per numerum revolutionum Terræ circa Solem interea factarum; prodibit quippe Tempus unius revolutionis Terræ circa Solem.

PROPOSITIO X.

TEmpus Æquinoctii utriusvis per observationes determinare.

Prope Æquinoctium observetur (per Prop. XVIII. Lib. II.) Solis Declinatio, quæ si nulla sit, erit tunc ipsum Æquinoctii Tempus: si vero aliqua, exinde invenietur (per Prop. XX. Lib. II.) Solis locus in Ecliptica. Idemque, interjecto aliquo tempore, denuo vel etiam tertio

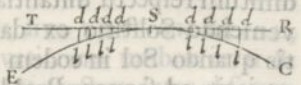
tertio repetatur. Et ex locis sic inventis & tempore interjecto æstimabitur Tempus ipsius Æquinoctii.

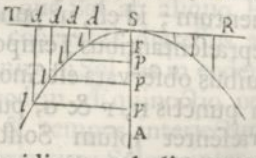
In hoc Problemate & hujusmodi observationes Solis corrigendæ sunt (ut semper) per Parallaxin & Refractionem congruam, reliquaque cavenda quæ calculum incertum redderent; *v. g.* observationes binæ ad easdem partes Temporis definiendi; sed potius duæ observationes seligendæ erunt, quarum altera Æquinoctium præcedit, altera sequitur.

PROPOSITIO XI.

T*Empus Solstitii utriusvis determinare.*

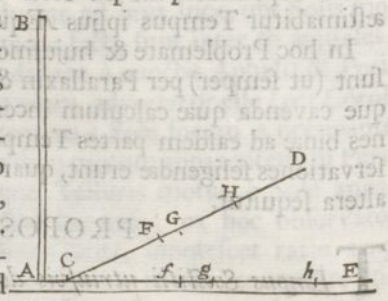
Quoniam Tropicus tangit Eclipticam in puncto Solstitii, Tropici & Eclipticæ portionem exiguam prope Solstitium referet schema annexum; ubi TR est Tropicus; EC Ecliptica illum in Solstitii puncto S contingens; & rectulæ *dl, dl* ad TR normales repræsentabunt deviationes punctorum Eclipticæ *l, l* à Tropico, sive Declinationis eorundem mutationes: In quo casu rectulæ *dl, dl* sunt (per Prop. XXIV. Lib. I.) ut quadrata arcuum s*l*, s*l*, vel hisce proxime æqualium rectarum s*d*, s*d* respective. Unde Ecliptica portio exigua prope Solstitium s sensibiliter non abludet à Parabola ESC; figura nempe, cujus ea est proprietas, ut sit *dl* ubique ut quadratum rectæ s*d* respective. Rursus, arcus s*l*, s*l* sunt ut tempora quibus illi à Sole describuntur: nam quoniam Orbitæ Ellipticæ, quam Sol ad sensum describit, Apsides prope Solstitialia puncta hoc tempore hærent, Solis motus apparens erit ibi æquabilis; hoc est, arcus s*l*, s*l* ut tempora quibus describuntur. Ex quibus tandem conficitur Eclipticæ portionem prope Solstitium (puta quam Sol decem plus minus diebus percurrit, quinque nempe ante Solstitium totidemque post) minime discrepare à Parabola s*ll*, in qua abscissæ SP, SP sunt defectus Declinationis Solis quovis momento à Declinatione maxima: & consequenter harum differentiæ PP, PP sunt ut ipsarum Declinationum differentiæ; hoc est, ut intervalla Altitudinum Solis supra Horizontem (vel distantiarum ejusdem à Vertice) in Meridiano vel alio quovis verticali: & ordinatim applicatæ P*l*, P*l* sunt respective ut tempora quibus Sol prædictas Declinationes acquirit, harumque intervalla ut intervalla illarum.





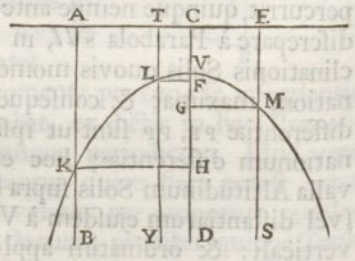
Hisce demonstratis, erigatur Gnomon AB, cujus umbra facta à Sole prope Solstitiorum alterutrum constituto & in planum CD (cui fere perpendicularis est recta BH Solem & Gnomonis verticem B connectens) excepta signat punctum H: Et interjectis aliquot diebus (*v. g.* 3 aut 4.) observetur rursus punctum ubi apicis B umbra cadit, Sole eundem tenente verticalem; sitque illud F: Ac postea similis repetatur observatio, & punctum notatum sit G. E datis tri-

bus punctis H, F, G inveniendum est Tempus ipsius Solstitii. Patet rectas HF, GF esse intervalla distantiarum Solis in eodem verticali ab Horizonte, vel à Vertice; (hoc est, per supra ostensa, mutationes Declinationis.) Nam FGH minime differt ab arcu circuli centro B distantiâ BG descripti, quia FBG, HBG anguli sunt admodum parvi. Et si loco plani CD, cui BG est normalis, umbra excipiatur in aliud quodvis planum CE ad CD inclinatum angulum DCE non admodum magno, *ex. gr.* in punctis *h*, *f*, *g*; rectæ *hf*, *gf* eandem fere habebunt inter se rationem quam HF, GF, quia rectæ *f*F, *g*G, *h*H sunt fere parallelæ; quippe quæ concurrunt non nisi ad B punctum satis diffitum respectu distantiarum *f*F, *g*G, *h*H. Problema igitur de inveniendo Solstitio ex datis punctis F, G, H, & Temporis momentis quando Sol in eodem verticali positus puncti B umbram ad ista projecit, ad sequens Problema pure Geometricum reducitur.



Trium rectarum parallelarum AB, TY, ES *in eodem plano jacentium datis mutuis distantiis* AT, TE; *describere Parabolam* KLM, *cujus axis* CVD *est ipsis* AB, TY, ES *parallelus, illas secantem in punctis* K, L & M, *ita ut ductis ad axem ordinatis* KH, LF, MG, *interceptæ axis portiones* FG & FH *sint rectis datis æquales.*

Ita enim fiet, ut (si FG & FH æquales fuerint ipsis FG, FH per supra descriptam observationem signatis, & ratio AT ad TE eadem cum ratione Temporis inter observata puncta H & F, ad Tempus inter observata puncta F & G) KH, LF, MG respective repræsentent Tempora inter observationes punctorum H, F & G, & ipsum Solstitii momentum; id est, ut punctis A, T & E repræsentantibus Temporis momenta quibus observata est Gnomonis umbra in punctis H, F & G, punctum C repræsentet ipsum Solstitii momentum. Vocetur linea AT, a; TE, b; FH, c; FG, d; TC, x. Unde AC sive KH $= a + x$, & EC sive GM $= b - x$. Parabolæ latus rectum principale vocetur r. Erit per Parabolæ naturam $x^2 = \text{VF} \times r$, adeoque $\text{VF} = \frac{x^2}{r}$. Similiter est $\text{VH} = \frac{a^2 + 2ax + x^2}{r}$, & $\text{VG} = \frac{b^2 - 2bx + x^2}{r}$. Quare $c = (\text{FH} = \text{VH} - \text{VF} =) \frac{a^2 + 2ax}{r}$; & $d = (\text{FG} = \text{VG} - \text{VF} =) \frac{b^2 - 2bx}{r}$. Rejectâque, ope duarum harum æquationum, ipsâ r; invenietur $\frac{a^2 + 2ax}{c} = \frac{b^2 - 2bx}{d}$. Ordinatâque æquatione ut vulgo, fiet quæsita $x = \frac{b^2 c - a^2 d}{2ad + 2bc}$; hoc est, spatium temporis interjectum inter notum



momentum

momentum per T repræsentatum, (quando nempe Gnomonis umbra in F observata est,) & momentum Solstitii quæsitum: Unde dabitur ipsum Solstitii Tempus. Q. E. F.

Quod si quæratur Tempus interjectum inter observationem umbræ in H & ipsum Solstitium, ipsi TC modo inventæ addatur AT, fietque quæsita AC $= (a+x=) \frac{b^2c+2abc+a^2d}{2ad+2bc}$. Pari modo erit EC $= (b-x=) \frac{b^2c+2abd+a^2d}{2ad+2bc}$. Si vero is sit observationum ordo, ut observatio umbræ Gnomonis in F sit exacte media inter ejusdem observationes in H & G; hoc est, si AT = TE, sive $a=b$, æquatio paulo simplicior fiet; erit nempe distantia Temporum Solstitii & observatæ umbræ in F æqualis $\frac{ac-ad}{2d+2c}$, Solstitii distantia à Tempore observationis umbræ in H æqualis $\frac{3ac+ad}{2c+2d}$, & à momento observationis umbræ in G æqualis $\frac{ac+3ad}{2c+2d}$; hoc est, in schemate, sicut 2FH+2FG ad GH, sive 4HF−2GH ad GH, sive 2HF−GH ad ½GH, ita semissis Temporis inter primam observationem umbræ in H & ultimam ejusdem in G versantis ad tempus interjectum inter observationem mediam umbræ in F & ipsum Solstitii momentum quæsitum.

Primus modum hunc Solstitiorum Tempora determinandi excogitavit & publico impertivit Acutiss. *Ed. Halleius* in *Transact. Philos.* ineunte *Anno* 1695, & exemplis Solstitiorum binorum, per observationes *Waltheri* & *Gassendi*, ex hoc definitorum illustravit; ubi etiam in praxi advertenda quædam notat de Gnomonis situ & figura commoda, de Umbræ accurata observatione aliisque.

PROPOSITIO XII.

Anni Vertentis quantitatem definire.

Cum Annus vertens sive Tropicus sit Temporis spatium quo Anni tempestates eædem denuo redeunt; hoc est, quo Sol ab aliquo Eclipticæ puncto (puta illo in quo Tropicum contingit) digressus ad idem revertitur; patet ejus quantitatem definiri, si Sol bis in eodem Eclipticæ puncto observetur, (*v. g* bis in eodem Æquinoctio per Prop. X, aut in eodem Solstitio per XI,) & tempus interjectum dividatur per numerum revolutionum Telluris circa Solem interea factarum. Si quis sit error in Æquinoctii vel Solstitii momento definiendo, ne hic Anni Tropici mensuram turbet, convenit Solstitia vel Æquinoctia adhibere quam fieri potest maxime inter se distantia, ut error in plures partes discerptus (divisione factâ per magnum revolutionum interjectarum numerum) insensibilior evadat.

Sed quoniam Solstitiorum Tempora difficulter discerni Veteribus videbantur, ut ipse *Ptolemæus* ait, qui propterea *Metonis* & *Euctemonis* ipsiusque *Aristarchi* Solstitia prætermisit; quod & Recentioribus usque adeo verum est visum, ut *Ricciolus* asseruerit *Ptolemæum*

mæum nimis confidenter ſperaſſe in Solſtitialibus nec ſe nec *Archimedem* in obſervatione atque computatione ad quartam uſque partem diei erraſſe; & *Hevelius Cap.* IV. *Prodr. Aſtron.* dicat *Solſtitia, licet optimis & maximis inſtrumentis etiam ab omnium exercitatiſſimo obſervatore ſint deprehenſa, nequaquam profecto poſſe in ipſis minutiſſimis particulis determinari*: Aſtronomi adhibuerunt Æquinoctiorum obſervationes, quorum momenta accuratius definienda crediderunt, propter magnam & ſenſibilem circa Æquinoctiorum tempora Declinationis Solis mutationem. Verum Solſtitiorum tempora, methodi præcedentis ope, ſaltem æque accurate ac ipſorum Æquinoctiorum deinceps determinari poſſunt.

Loco quod Sol nunc tardius nunc celerius moveri videtur, (pro varia nempe velocitate Telluris circa Solem,) ſi concipiatur æquabiliter moveri, ita ut tempore per Prop. hanc definito Eclipticam percurrat; talis Motus aptiſſimo nomine dicitur Solis *Motus Medius*, (quippe inter celerrimum & tardiſſimum revera talis,) & locus quem Sol ſic motus teneret, ejus *Locus Medius* appellatur.

PROPOSITIO XIII.

ANni Syderei quantitatem definire.

Comparando locum quem data Fixa olim in Ecliptica tenebat cum illo quem nunc tenet, inveniatur Præceſſio Annua Æquinoctiorum; hoc eſt, quantum quodlibet Eclipticæ punctum à data Fixa verſus Occaſum ſpatio unius Anni recedit, quod Lib. II. Prop. XXXI. factum eſt: Et (per Prop. præced.) determinetur Temporis ſpatium requiſitum ut Sol arcum Eclipticæ inventæ Præceſſioni æqualem conficiat. Hoc ergo quantitati Anni Tropici additum dat quantitatem Anni Syderei, conſtantis nempe ex Anno Tropico, quo Sol ab Eclipticæ puncto digreſſus ad idem ſibi interim paululum obviam factum revertitur, & illo præterea quo Sol deſcribit arcum iſtum per quem dictum Eclipticæ punctum Soli interim obviam eſt factum; hoc eſt, quo Sol à puncto immoto (Sydere *v. g.* Fixo) digreſſus ad idem denuo reverti videtur.

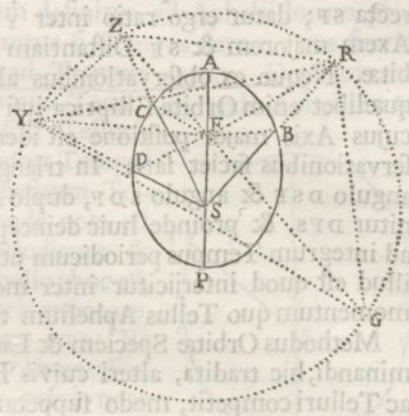
PROPOSITIO XIV.

EX datis tribus Solis Locis, Prop. XX. *Lib.* II. *definitis, & Telluris Tempore Periodico, proxime æquali Anno Sydereo per Prop. præc. definito, Orbitæ Telluris Speciem, Lineæ Apſidum Situm & Tempus quo Tellus Aphelium tenebat invenire.*

Methodi Prop. IX. traditæ Speciem & Poſitionem Orbitæ Telluris inveniendi obſervationes requirunt uſque adeo accuratas, ut praxi minus ſint idoneæ: ſequentem ergo uſibus Aſtronomicis accommodatiorem hic apponimus. Dentur tria Solis Loca obſervata, nempe cum Tellus eſt in tribus Orbitæ ſuæ punctis B, C, D. Habentur igitur poſitione tres rectæ SB, SC, SD, ſive tres anguli BSC, CSD, BSD. Et ex periodo Telluris data & Temporibus inter obſervationes

nes datis, dantur rationes inter Aream totam Ellipſeos ACPB & ejuſdem partes BCS, CDS & BDS. Problema igitur eo reducitur, ut deſcribatur Ellipſis ſuper Focum datum S talis, ut tota ejus Area ſit ad ejus partes ſub rectis poſitione datis SB, SC, SD & curva Elliptica comprehenſas, in datis rationibus.

Intelligatur AP Orbita Telluris, cujus Foci S & F, Aphelium A, Perihelium P. Porro, centro S ſemidiametro æquali Axi majori deſcriptus concipiatur circulus, cujus circumferentiæ occurrant rectæ SB, SC, SD productæ in R, Z & Y. Jungantur rectæ FB, FC, FD, FR, FZ, FY; quarum una ZF producatur donec iterum peripheriæ occurrat in G, & jungantur RG, GY, YZ, ZR. Si ACDPB ſit vera Telluris Orbita, erunt (per Prop. V.) anguli BFC, CFD, BFD reſpective ad quatuor rectos quamproxime ut Tempora inter obſervationes ad Tempus periodicum: & viciſſim, ſi dicta ratio obtineat in angulis hiſce, ACDPB eſt Telluris Orbita quæſita. Iſtud igitur reſtat faciendum, ut ex datis, præter angulos BSC, CSD & BSD, rationibus angulorum BFC, CFD & BFD ad quatuor rectos Poſitio rectæ SF vel AP & Ellipſeos Species inveniantur.



Quoniam dantur anguli RSZ, ZSY, RSY, nempe differentiæ Longitudinum obſervatarum, & anguli BFC, CFD, BFD; nempe Motus Terræ medii fere pro temporum ſpatiis inter obſervationes interjectis; ideo dantur & RFZ, ZFY, RFY arithmetice proportionales inter BFC & RSZ, CFD & ZSY, BFD & RSY reſpective. Nam quia SR æqualis eſt AP per conſtructionem, & ſumma rectarum SB & BF eidem æqualis, (per *Prop.* LII. *Lib.* III. *Conicorum Apollonii*,) erunt BR, BF æquales; ſimiliterque oſtendentur CZ, CF, item rectæ DY, DF æquales. Unde æquales erunt BRF & BFR; CZF & CFZ; item DYF & DFY. Sed angulus BFC = RFZ + BFR + CFZ; & RFZ = RSZ + BRF + CZF. Quoniam igitur BFC tantum ſuperat RFZ, quantum hic angulum RSZ; patet hos eſſe arithmetice proportionales. Similiter ſunt CFD, ZFY, ZSY; item anguli BFD, RFY, RSY arithmetice proportionales. Porro, in triangulo YFG dantur omnes anguli; nempe YFG æqualis complemento ad duos rectos anguli YFZ, medii nempe arithmetici inter notos CFD & CSD, & YGF ſemiſſis obſervati ZSY: Et igitur poſito YF partium quotcunque ad libitum, dabitur FG in iiſdem partibus. In triangulo RFG datis omnibus angulis (nempe RFG complemento ipſius ZFR ad duos rectos & FGR ſemiſſe anguli ZSR) & latere FG, dabitur FR. Et in triangulo YFR datis FY & FR & angulo YFR, (quippe medio arithmetico inter BFD & BSD,) dabitur YR & anguli FRY, FYR.

Deinde, in triangulo isoscele YSR dantur omnes anguli (quia datur YSR ad trianguli verticem) & YR; dabitur ergo YS. Denique in triangulo FYS datur angulus FYS (intervallum nempe notorum RYS, RYF) & latera FY, YS; invenietur ergo angulus YSF & latus SF: Sed datur rectæ YS Positio, nempe Locus Solis in tertia observatione, cum Tellus esset in D; dabitur ergo Positio lineæ Apsidum AP, quippe in noto angulo YSF inclinata ad YS positione data. Sed in iisdem partibus, in quibus exprimitur YS, inventa est recta SF; datur ergo ratio inter YS vel huic æqualem AP Orbitæ Axem majorem & SF Distantiam Focorum; id est, Species Orbitæ. Neque ex observationibus aliud quidvis determinari potest: quælibet enim Orbita Elliptica ipsi ACDP similis, Foco s descripta, cujus Axis major positione est idem cum SF recta, propositis observationibus faciet satis. In triangulo porro DFS datis latere SF, angulo DSF & angulo SDF, duplo ipsius SYF modo inventi, invenitur DFS, & proinde huic deinceps DFA. Tempus vero quod est ad integrum Tempus periodicum ut angulus DFA ad quatuor rectos, illud est quod interjicitur inter momentum observationis in D & momentum quo Tellus Aphelium tenebat: hoc igitur innotescit.

Methodus Orbitæ Speciem & Lineæ Apsidum Positionem determinandi, hic tradita, alteri cuivis Planetæ circa Solem delato æque ac Telluri competit, modo suppetant tres observationes tantundem facientes in altero isto Planeta, atque tres hic adhibitæ in Tellure.

PROPOSITIO XV.

Positionem Lineæ Apsidum & Orbitæ Speciem supra determinatas ad libitum corrigere.

Sumantur Lineæ Apsidum Positio & Orbitæ Species per præcedentem inventæ pro veris & accuratis, (neque enim multum inde abludunt per Prop. v.) ex quibus & Tempore periodico temporibusque inter observationes datis inveniantur anguli correcti ad F, temporibus observationum in punctis B, C & D factarum congruentes; & quidem si primam tantum Correctionem (*Bullialdi* nimirum) adhibere libet, hoc fiet per Prop. VII; ad quantam libet vero exactitudinem procedere licebit per Prop. IV. Per angulos istos sic correctos, loco priorum qui simpliciter temporibus proportionales erant; id est, in Phrasi Astronomica per angulos Anomaliæ mediæ sic æquatos, loco angulorum Anomaliæ mediæ simplicis prius adhibitorum, repetatur calculus Prop. præc inveniturque Positio Lineæ Apsidum & Orbitæ Species, quæ erunt accuratiores.

COROLLARIUM.

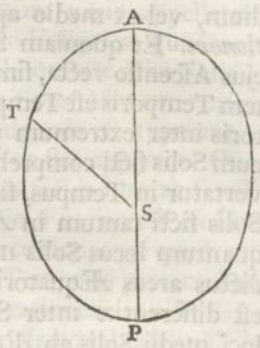
Hinc Apsidum Orbitæ Telluris Motus determinabitur: Comparando nimirum Locum quem Aphelium nunc tenet, cum Loco quem ante plura sæcula tenebat, (quorum uterque per Prop. XIV. invenitur, & per Prop. XV. corrigitur,) & arcum à dicto Aphelio interea factum dividendo per Annorum intermediorum numerum, prodibit Aphelii Motus Annuus, qui ad Anni partes etiam extendetur.

PRO-

PROPOSITIO XVI.

AD datum Tempus Telluris Locum è Sole visum, ejusque à Sole Distantiam invenire.

Specie Orbitæ Telluris & Aphelii loco ad quodvis Tempus cognitum per ultimas duas Propositiones definitis, quæratur Aphelii locus ad Tempus datum: nempe si hoc sit posterius Tempore ad quod Aphelii locus fuit determinatus, addatur motus Apsidum interea factus, per Prop. præc. Corollarium definitus, ad Aphelii locum prius definitum; vel ille ab hoc auferatur si Tempus datum prius fuerit, conficieturque Aphelii Locus ad Tempus datum. Determinetur porro (per Prop. XIV.) Tempus quo Terra aliquando Aphelium tenuit, cumque per XIII. innotescat Telluris Tempus periodicum; inde innotescet Tempus quo proxime ante Tempus propositum Tellus Aphelium tenebat, & proinde nota est ratio inter Tempus Terræ periodicum & Tempus elapsum à proximo Aphelio; hoc est, in figura ATP, Orbitam Telluris referente, ratio integræ Ellipseos ad aream ATS: Et proinde (per Prop. III, IV, VI vel VII.) innotescet AST angulus. Cumque rectæ AS positio nota sit, nota etiam erit positio rectæ ST; hoc est, Telluris Locus è Sole visus. Porro, per Propositiones supra citatas, innotescit ratio rectæ TS ad AP rectam; hoc est, Distantia Telluris à Sole in partibus Axis majoris.



PROPOSITIO XVII.

DIerum Naturalium Inæqualitatem explicare, & quomodo Tempus æquetur ostendere.

Cum Astronomi munus sit Stellarum motum ostendere, & hic in Tempore fiat, nec absque illo concipi possit; Temporis vero pars maxime sensibilis sit Dies naturalis, nempe per quem sæpius repetitum Anni, per eundem divisum Horæ harumque partes fiunt; cumque in motibus supputandis Dies omnes inter se æquales supponere oporteat; quantum hoc à vero abest, tantum & motus Cœlestes è Tabulis deprompti à Phænomenis dissidebunt, nisi inæqualitatis hujus ratio habeatur. Ad hanc vero intelligendam, advertatur Diem naturalem esse Temporis spatium, quod effluit ex quo Sol datum Meridianum Cœlestem reliquit donec ad eundem revertitur; hoc est, spatium quo revolutio integri Æquatoris Cœlestis peragitur, & præterea istius ejus partis, quæ respondet Eclipticæ portioni, quam interim Sol motu Annuo in Ortum percurrit. At quia Æquatoris portio hæc, integro Æquatori superaddita, non est ubique æqualis, tam propter Eclipticæ obliquitatem, quam quod motus Solis Annuus circa Tellurem apparens æquabilis non est; neque Dies isti naturales inter se æquales erunt: Adeoque tum de-

mum forent æquales, ſi Sol è Terra viſus motu Annuo & æquabiliter & in ipſo Æquatore moveretur; patetque in iſto caſu, poſtquam integer Æquator Meridianum pertranſit, relinqui quæ adhuc pertranſeat portionem illam quam Sol interim motu Annuo verſus Ortum conficeret, quæ ſemper ſibi æqualis eſſet, cum motum hunc æquabilem ponamus; adeoque & Tempus menſurans tranſitum per Meridianum totius Æquatoris & portionis hujus additiciæ eſſet ſibi perpetuo æquale. Fingamus igitur Solem alium, ut dictum eſt, in Æquatore motum, ac proinde Tempus æquabile ſive medium menſurantem: Patet differentiam Temporis, quæ intercedit inter appulſum Solis veri & ficti ad Meridianum, vel alium quemvis circulum horarium, eam eſſe, quæ ex Meridie apparenti faciat Meridiem medium, vel ex medio apparentem; hoc eſt, ipſam *Temporis Æquationem*. Et quoniam Sol verus & Æquatoris punctum, ubi definit ejus Aſcenſio recta, ſimul ad Meridianum appellunt; Æquatio autem Temporis eſt Temporis ſpatium, quod labitur dum arcus Æquatoris inter extremum punctum Aſcenſionis Rectæ Solis veri & locum Solis ficti comprehenſus Meridianum pertranſit; ſi arcus hic convertatur in Tempus, fiet Temporis Æquatio quæſita. Porro, Locus Solis ficti tantum in Æquatore diſtat à puncto Æquinoctii verni, quantum locus Solis medius in Ecliptica ab eodem: & igitur prædictus arcus Æquatoris, Æquationis Temporis menſura, æqualis eſt differentiæ inter Solis veri Aſcenſionem rectam & diſtantiam loci medii Solis ab Æquinoctio verno. Atqui vulgo notum eſt differentiam duarum quarumvis quantitatum A & B æqualem eſſe differentiæ inter A & aſſumptam quamlibet x, & differentiæ inter hanc x & B ſimul. Aſſumpto igitur tertio arcu, nempe diſtantiâ veri loci Solis ab Æquinoctio verno, erit Arcus, temporis Æquationem menſurans, ſumma duorum arcuum, quorum alter eſt differentia inter Solis Aſcenſionem rectam ejuſque locum verum in Ecliptica, alter autem differentia veri & medii Motûs Solis. Accidit autem aliquando, ut duarum quantitatum differentia æquipolleat ſummæ illarum ſimpliciter ſumptarum; nempe cum altera negativa eſt, altera poſitiva; Quare Arcus in tempus convertendus, ut fiat Æquatio Temporis, ſemper eſt ſumma vel differentia duorum arcuum, quorum alter eſt differentia veri Motûs Solis & Aſcenſionis ejus rectæ, alter autem eſt differentia veri & medii Motûs Solis.

Quoniam autem Arcus hic duabus partibus conſtat, illas ſeorſim conſiderabimus. Ac primo abſtrahamus ab inæquali motu Solis ſub Ecliptica; hoc eſt, illum jubeamus pauliſper eſſe æqualem; adeoque motus Solis ficti in Æquatore æqualis erit motui Solis veri in Ecliptica, ſive Sol verus & fictus æqualiter diſtabunt ab utroque Æquinoctio. Et quoniam in primo quadrante Eclipticæ, ſive ab initio ♈ ad initium ♋, Solis diſtantia ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ; Sol fictus magis diſtat ab initio ♈ verſus Ortum quam eſt Aſcenſio recta Solis veri, & igitur Sol verus citius ficto appellit ad Meridianum, quippe qui Occidentalior eſt; hoc eſt, Tempus appa-

apparens præcedit medium: unde cum Sol eſt in primo quadrante Eclipticæ, Æquationis Temporis pars illa, quæ eſt differentia veri Motûs Solis & ejus Aſcenſionis rectæ, in Tempus converſa detrahenda eſt ab apparenti, ut fiat Tempus medium ſive æquabile. Solis vero verſantis in ſecundo Eclipticæ quadrante Aſcenſio recta eſt major diſtantiâ Solis ab ♈ initio, (quoniam Aſcenſionis rectæ complementum ad ſemicirculum minus eſt diſtantiâ Solis ab initio ♎;) & igitur Sol fictus (qui, ex hypotheſi, tantum in Æquatore diſtat ab initio ♈, quantum Sol verus in Ecliptica diſtat ab eodem) minus diſtat ab initio ♈ quam Sol verus; & proinde ad Meridianum citius pertingit, & ideo Meridies medius præcedit apparentem; hoc eſt, Tempus medium numerat horas 12, cum apparens nondum numerat tot, licet idem ſit Momentum varie appellatum. Adeoque in hoc caſu, cum Sol eſt in ſecundo Eclipticæ quadrante, Æquationis Temporis pars hæc (quæ ab obliquitate Viæ Solis ad Æquatorem oritur, eſtque differentia inter Solis Motum ejuſque Aſcenſionem rectam in Tempus converſa) addenda eſt apparenti ut fiat medium Tempus, ſive detrahenda medio ut fiat apparens. Quod ſi Sol ſit in tertio Eclipticæ quadrante, idem faciendum ac ſi eſſet in primo; hic enim Diſtantia Solis ab initio ♈ major eſt ejuſdem Aſcenſione rectâ, ut in primo: Et Sole in quarto Eclipticæ quadrante exiſtente, idem obtinet quoad Æquationis Temporis partem hanc ac ſi in ſecundo hæreret, ac propter eaſdem rationes.

Conſideremus deinde Dierum naturalium Inæqualitatem ab inæquali motu Solis in Ecliptica oriundam, ſive Temporis Æquationem hinc ortam, ſepoſitâ tantiſper Eclipticæ Obliquitate; hoc eſt, conſiderando Solem ſimiliter eodemque paſſu motum in Æquatore atque revera in Ecliptica moveri deprehenditur, hoſque duos Soles verum & fictum ſimul ab Apogæo diſcedere. Cumque fictus moveatur Motu medio, præcedit ille Solem verum dum ab Apogæo ad Perigæum progreditur; hoc eſt, Orientalior eſt fictus vero: verus igitur citius ad Meridianum appellit; ergo apparens Meridies præcedit medium. Et differentia inter loca Solis veri & ficti, ſive inter Motum Solis verum & medium, in Tempus converſa eſt Æquatio Temporis ex inæqualitate hac motûs Solaris oriunda: hanc ergo Æquationem, dum Sol ab Apogæo tendit ad Perigæum, ſive (in phraſi Aſtronomica) in ſex primis Anomaliæ Signis, detrahere oportet ab apparenti Tempore ut fiat Tempus medium, vel medio addere ut ex illo fiat apparens. In Perigæo Sol verus aſſequitur fictum, & inde uſque ad Apogæum Orientalior eſt: fictus ergo toto iſto tempore, nempe ultimis ſex Anomaliæ Signis, citius appellit ad Meridianum; hoc eſt, Meridies medius præcedit Meridiem apparentem, quanto arcus inter fictum Solem & verum in tranſitu per Meridianum inſumit; hoc eſt, quantum arcus ille, nempe differentia inter Motum Solis verum & medium, in tempus converſus conficit. Hæc ergo Temporis Æquationis pars in hoc caſu addenda eſt ad Tempus apparens ut fiat medium, vel medio demenda ut fiat apparens.

Obtinente vero (quod res eſt) utrâque hâc Æquationis Temporis cauſâ, horum utrumque faciendum eſt; hoc eſt, ad Tempus æquandum Locus Solis dupliciter conſiderandus eſt, videlicet & in quo Eclipticæ quadrante verſetur, ut altera Æquationis pars addatur vel dematur apparenti, prout ſupra dictum; & quo Anomaliæ ſemicirculo, ut ejuſdem pars hinc pendens pro ſua natura dematur etiam vel addatur. Atque hinc fit quod Æquatio Dierum naturalium (quæ ex ſupradictis, abſolute loquendo, eſt Differentia medii loci & Aſcenſionis rectæ veri loci Solis in tempus converſa) duabus conſtat partibus. Et quoniam Æquinoctium vernum & Solis Apogæum, harum partium capita ſive initia, non eandem perpetuo inter ſe conſervant poſitionem, ſed illud in Occidentem latum hoc deſerit, ut Lib. I. eſt oſtenſum; fit ut ex hiſce conflata Æquatio Temporis (abſoluta & unica) non ſit perpetua, ſed in Annis non adeo multis inutilis reddatur, Sole non amplius eundem Anomaliæ gradum occupante ſive eundem reſpectu Apſidum ſitum, cum ad idem Eclipticæ punctum redit.

Supra deſcriptam Temporis Æquationem diſerte demonſtrat *Ptolemæus Cap.* X. *Lib.* III. *Magn. Conſtruct.* quo non obſtante *Vendelinus* & alii eam omnem inutilem dixerunt, & Tempus apparens & medium indiſcriminatim uſurpant. *Keplerus* è contra tertiam æquandi Temporis cauſam ſuſpicatus eſt, exinde ortam quod Telluris revolutio diurna non ſit prorſus æquabilis, ſed intendatur & remittatur pro minore aut majore ejus diſtantia à Sole, motûs fonte; atque Æquationis partem hinc pendentem *Phyſicam* appellat, relicto nomine *Demonſtrativæ* alteri illi ſuperius deſcriptæ, ex binis partibus conflatæ. Hujus remiſſionis & concitationis Primi Motûs ſuſpicionem etiam habuit *Tycho*, & hinc alteram Æquationis partem à Solis Anomalia pendentem penſari voluit; nam alteram tantum ex obliquitate Eclipticæ oriundam adhibuit, quamque *Empyricam* dixit, quia Eclipſibus à ſe obſervatis calculo ſubducendis ſufficeret. *Streetius* vero hanc Primi Motûs inæqualitatem eam credidit, quæ ſufficeret ut pars à *Tychone* neglecta ſub titulo contrario uſurparetur, ſicut eam in *Aſtronomia Carolina* poſuit.

PROPOSITIO XVIII.

Solis Locum è Terra viſum, per Prop. XVI. *inventum, corrigere.*

Si datum Tempus eſt medium, Locus inventus nullâ indiget correctione; etenim hactenus eſt verus: Sin ſecus, Tempus apparens datum convertatur in medium (per Prop. præced.) ex aſſumpto Solis Loco ſuperius Prop. XVI. invento tanquam accurato: (Etenim Solis Locus iſte revera ſatis accuratus eſt ad Temporis Æquationem definiendam, cum hæc proxime eadem maneat, ſive Locus Solis ſit is qui ſupra eſt inventus, ſive verus & correctiſſimus:) & ad medium hocce rurſus (per dictam XVIII.) quæratur Locus Solis, erit ſic inventus correctus & accuratus. Namque Tempus medium ſolum eſt aptum

ad

ad usus Astronomicos, unde *Astronomicum* dicitur; hoc ergo adhibendum esset: Atqui ad medium ex dato apparente determinandum Locus Solis est necessarius; ergo ille præterpropter erat prius inveniendus, Tempus apparens, quasi medium fuisset, adhibendo, ut Temporis Æquatio inveniatur. Hâc vero semel inventâ, & apparente Tempore ad Astronomicum reducto, ad Tempus istud (idem quod propositum est momentum, sed numero ad ingressum in Tabulas apto expressum) quæratur (per eandem Prop. XVI.) Solis Locus, & Distantia Telluris à Sole, quæ patet esse vera & correcta.

Non absimiliter Problematis hujus conversum construetur, Tempusque invenietur, quo Sol è Tellure visus datum Locum tenebit.

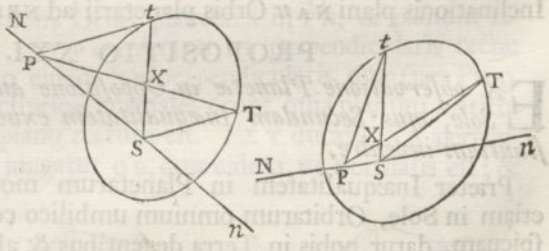
SECTIO III.

De reliquorum planetarum Primariorum Orbitis determinandis, & horum cum è Sole, tum è Tellure Spectatorum Theoria condenda.

PROPOSITIO XIX.

Positionem Lineæ Nodorum Orbis Planetarii, & ipsius Planetæ in Nodo versantis à Sole Distantiam per observationes determinare.

In Figuris binis ad binos casus superioris & inferioris Planetæ accommodatis referat S Solem; T*t* Orbitam Telluris, cujus Focus S; N*n* Lineam Nodorum Planetæ propositi. Sitque primum Terra in T, & ex hac observetur Planeta in Ecliptica, ideoque in Nodo suo, puta P: nunquam enim Planeta in Ecliptica videbitur è Tellure in Eclipticæ plano versante, nisi cum in Eclipticæ plano etiam fuerit. Post integram revolutionem observetur Planeta in eodem Nodo, cum Terra ad *t* pervenerit. Ductæ intelligantur rectæ ST, P*t*, item S*t*, PT se mutuo intersecantes in x puncto. In triangulo STX dantur anguli TS*t* ex Theoria Terræ & Tempore inter observationes interjecto, & STP observata Elongatio Planetæ à Sole, & latus ST Distantia Telluris à Sole in observatione prima: invenitur ergo SX; & ideo X*t*, cum data sit S*t* Distantia Telluris à Sole in observatione secunda: Rursus, in triangulo *t*XP datur angulus *t*XP angulo TXS in prori æqualis, & angulus S*t*P Elongatio Planetæ à Sole secundo observata, & latus *t*X modo inventum; & proinde invenietur latus P*t*. Denique, in triangulo S*t*P datis lateribus *t*S, *t*P, cum angulo comprehenso P*t*S, invenietur SP



Distantia

Distantia Planetæ in Nodo à Sole, & angulus *t* S P, quem Nodi P Locus Centricus (sive è Sole visus) continet cum S *t* positione data, nempe Loco Terræ è Sole viso tempore secundæ observationis; & huic oppositus est alterius Nodi Locus Centricus; hoc est, determinatur Positio Lineæ Nodorum N *n*.

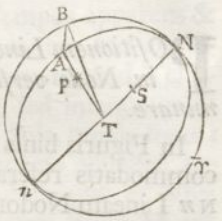
Hinc Motus Nodorum Orbium planetariorum determinabitur, comparando Nodi cujusque Planetæ Locum ex Veterum observationibus erutum cum ejusdem Loco ex recentibus observationibus definito.

Pari modo, si Planeta bis in alio quovis Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, Planetæ Locus è Sole visus & à Sole Distantia determinantur.

PROPOSITIO XX.

Cujusvis Orbis planetarii Inclinationem ad planum Eclipticæ per observationes definire.

Referat S Solem; circulus N B *n* Eclipticam inter Fixas; & N A *n* viam propositi Planetæ è Sole visam inter easdem: Et recta N S *n* erit Linea Nodorum (per Prop. præc.) positione cognita. Quando Tellus ad dictam Nodorum lineam pervenerit, quod bis quotannis fit, cujus Tempus per Prop. XVIII. notum est; observetur (per XXVII. Lib. II.) Planetæ P Locus Geocentricus A, cujus Latitudo A B arcus ad Eclipticam normalis, & Longitudo V B. Cumque nota sit Solis Longitudo V N, nota etiam erit harum Longitudinum differentia N B. In triangulo sphærico A N B, rectangulo ad B, dantur latera A B, N B; & igitur innotescet angulus A N B mensura Inclinationis plani N A *n* Orbis planetarii ad N B *n* planum Eclipticæ.



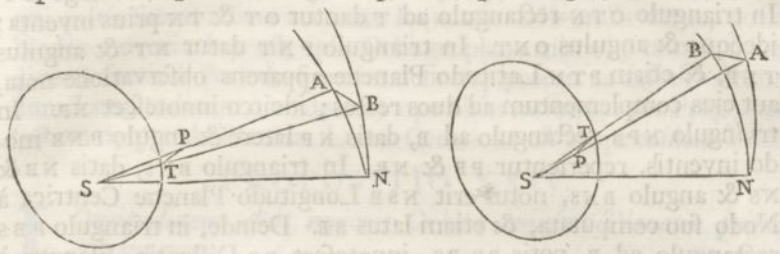
PROPOSITIO XXI.

Ex observatione Planetæ in Oppositione aut Conjunctione cum Sole, ejus Secundam Inæqualitatem exuere, & à Sole Distantiam invenire.

Præter Inæqualitatem in Planetarum motibus veram oculo etiam in Sole, Orbitarum omnium umbilico communi, posito conspicuam, datur nobis in Terra degentibus & alia Optica, ex motu Terræ annuo oriunda. Prior illa Planetis propria apto satis nomine *Inæqualitas Prima* appellatur; alia vero est Planetæ quasi secundaria, ideoque *Inæqualitas Secunda* apud Astronomos merito audit: Et hanc proinde exuere dicitur, qui Locum Planetæ indicat, quem è Sole spectaret Observator.

Referat S Solem, T Terram, P Planetam in sua Orbita, N B Eclipticam inter Fixas, N A intersectionem Orbis Planetæ cum Sphæra Fixarum, N Nodum: Cumque Sol sit in plano Orbitæ cujusvis Planetæ, erit recta S N Linea Nodorum. E Sole videatur Terra T inter Fixas ad B, & Planeta P ad A. Et quoniam Planeta vel opponitur

ponitur Soli (ut in fig. 1.) vel eidem conjungitur (ut in 2^da;) arcus circuli maximi puncta A & B conjungens est arcus circuli Latitudinis, & proinde ad Eclipticam perpendicularis. Et in triangulo sphærico rectangulo ABN datur angulus ANB, mensura Inclinationis plani Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. præc. inventæ,

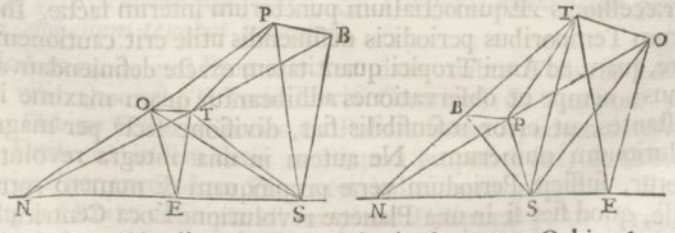


& latus BN; inclinatio nempe rectæ TS (ex Theoria Terræ) positione datæ ad SN Lineam Nodorum (per Prop. XIX.) positione inventam. Innotescent igitur latus AB Planetæ Latitudo Centrica & AN Distantia Planetæ in suo Orbe è Sole visa à Nodo N, quod est Planetæ Inæqualitatem Secundam exuere. Porro, in triangulo rectilineo PST dantur ST ex Terræ Theoria, & angulus PTS Latitudo Planetæ visa aut ejus complementum ad semi-circulum, & angulus PST Latitudo Planetæ Centrica superius inventa; quare innotescent PS & PT Planetæ à Terra & Sole Distantiæ.

PROPOSITIO XXII.

EX unica Planetæ observatione quacunque ejus Inæqualitatem Secundam exuere, & à Sole Distantiam invenire.

Observetur Planeta P, cujus Nodorum linea NS, ex Terra T cum Latitudine apparente PTB. Planum Latitudinis apparentis producatur, donec secuerit planum Orbis planetarii in PN, & planum Eclipticæ in recta BTN. Ex P demittatur PB perpendicularis rectæ NB, & ex T erigatur TO eidem NB perpendicularis, quæ (per Prop. XXXVIII. *El.* XI.) plano Eclipticæ normales erunt, quia planum Latitudinis PNB Eclipticæ plano rectum est. Ex T ducatur TE perpendicularis rectæ NS, & jungatur OE, quæ eidem NS normalis est; &



angulus OET æqualis erit Inclinationi planorum Orbis planetarii & Eclipticæ. In triangulo NST dantur latus ST & angulus TSN ex Theoria Terræ & Nodi loco cognito, & ex observatione angulus NTS Elongatio Planetæ à Sole in Ecliptica computata, aut ejus

complementum ad duos rectos; innoteſcent igitur latera TN & NS & angulus TNS. In triangulo TEN rectangulo ad E datur NT & TNE; & proinde TE. In triangulo OTE rectangulo ad T datur TE latus modo inventum, & TEO Inclinatio planorum Orbis planetarii & Eclipticæ ex Prop. xx. hujus cognita; invenietur ergo OT. In triangulo OTN rectangulo ad T dantur OT & TN prius inventa; ideoque & angulus ONT. In triangulo PNT datur NT & angulus TNP, & etiam PTN Latitudo Planetæ apparens obſervatione nota, aut ejus complementum ad duos rectos; idcirco innoteſcet NP. In triangulo NPB rectangulo ad B, datis NP latere & angulo PNB modo inventis, reperientur PB & NB. In triangulo BNS, datis NB & NS & angulo BNS, notus erit NSB Longitudo Planetæ Centrica à Nodo ſuo computata, & etiam latus SB. Deinde, in triangulo PBS rectangulo ad B, notis PB, BS, innoteſcet PS Diſtantia Planetæ à Sole, & angulus PSB Latitudo ejus Centrica. Denique, in triangulo PNS, datis omnibus lateribus, innoteſcit angulus NSP Diſtantia Planetæ Centrica in Orbe ſuo à poſitione data (per Prop. XIX.) Nodorum Linea in Orbe ſuo computata. Exuta eſt igitur Inæqualitas Planetæ Secunda, ejuſque Locus è Sole viſus determinatus eſt: Sed & porro Planetæ Diſtantia à Sole inventa eſt in partibus Diſtantiæ mediæ Telluris à Sole, quæ pro menſura habetur.

PROPOSITIO XXIII.

Cujuſvis Planetæ Tempus periodicum circa Solem definire.

Obſervetur Planeta propoſitus in Nodo, (ut Prop. XIX. factum,) & rurſus cum ad eundem Nodum proxime revertitur: Tempus inter has obſervationes intermedium eſt proxime Planetæ Tempus periodicum quæſitum. Nam quoniam Nodorum lineæ ſunt (per Prop. LIII. Lib. I.) fere immotæ, quando Planeta totam deſcripſit Orbitam, ad eundem Nodum revertitur, & viciſſim.

Non tantum ope Planetæ in eodem Nodo bis obſervati ejus Periodus determinatur, ſed ſi bis in alio quovis Orbitæ ſuæ puncto Inæqualitate Secundâ exutus ſpectetur, periodicum Tempus patebit. Quod ſi Planetæ Locus Centricus ab Æquinoctiis computetur, habenda eſt ratio Præceſſionis Æquinoctialium punctorum interim factæ. In Planetarum Temporibus periodicis definiendis utile erit cautionem adhibere, quam ad Anni Tropici quantitatem exacte definiendam adhibuimus; nempe ut obſervationes adhibeantur quam maxime inter ſe diſtantes, ut error inſenſibilis fiat, diviſione factâ per magnum revolutionum numerum. Ne autem in una integra revolutione peccetur, ſufficit Periodum veræ propinquam & numero rotundo noviſſe, quod fiet ſi in una Planetæ revolutione Loca Centrica bina aut plura quærantur in Oppoſitione vel Conjunctione cum Sole, (cum nempe Inæqualitate Secundâ caret,) & Tempus periodicum aſſumatur in ea ratione ad Tempus inter binas quaſvis obſervationes elapſum, ut diſtantia inter Loca Centrica ad integrum circulum. Si non

non contingat Planetam in ipſo Nodo, vel in ipſa Oppoſitione cum Sole obſervare, (quod plerumque fit;) tum iſtud momentum ex obſervationibus ante & poſt factis determinatur.

Si Planetæ Periodus cenſeatur Temporis ſpatium, quo Planetæ Locus Centricus idem eſt rurſus in ſpatio Mundano ſive inter Fixas qui prius fuerat: licet accurate loquendo talis nulla detur, poſito Nodos moveri; hoc eſt, ipſa Orbium plana mutari; tamen ſi hæc diverſa fuerit à Periodo ſuperius definita, poterit ea definiri (ſecundum Longitudinem conſiderata) ope obſervationum per Prop. præc. factarum, quando Planetæ Locus Centricus eſt prope eaſdem Fixas.

PROPOSITIO XXIV.

Longitudinem Axis majoris Orbitæ cujuſvis Planetæ primarii invenire.

Hactenus planorum Orbium planetariorum ſitum ad ſe mutuo definivimus: ad ipſas nunc Orbitas in planis definitis deſcribendas accedimus. Quod quidem variis modis faciemus, ut hic aut ille uſurpetur pro obſervationum commoditate, & alter alterum correctiorem reddat; & ut Orbitæ per omnes aut plurimos modos in unum collimantes determinatæ accuratiores habeantur. Ac primo, quomodo illarum Axes majores definiantur, oſtendemus. Capiendus eſt Orbitæ cujuſvis Planetæ primarii Axis major ad Axem majorem Orbitæ Terræ, in ſubſeſquiplicata ratione periodici Temporis propoſiti Planetæ (per Prop. præc. inventi) ad Tempus periodicum Telluris circa Solem per Prop. XIII. determinatum: Sic enim fient Cubi majorum Axium Orbitarum, Planetæ & Terræ, ut Quadrata Temporum periodicorum Corporum iſtorum circa Solem, quod demonſtratum eſt (Prop. XL. Lib. I.) obtinere in corporibus circa idem centrum revolutis, & agitatis Vi Centripetâ, quæ eſt quadrato diſtantiæ ab iſto centro reciproce proportionalis: hanc vero eſſe conditionem Planetarum primariorum circa Solem revolventium oſtenſum eſt Prop. XLII. Lib. I.

PROPOSITIO XXV.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & Tempore periodico, ejus Orbitam deſcribere, & Temporis momentum quo Planeta Aphelium tenebat invenire.

Eodem modo quo Prop. XIV. ex datis tribus Telluris Locis ex Sole viſis (hoc eſt, Telluris Locis Centricis) & Tempore periodico, Orbitæ Telluris Species & Poſitio lineæ Apſidum determinatur, ſimile ex iiſdem datis in Planeta propoſito fiet, & Orbita ſic deſcripta per methodum Prop. XV. indicatam corrigetur. Et ſicut Telluris Orbita deſcripta eſt in plano Eclipticæ prius (Prop. XIX. Lib. II.) determinato, ita planum Orbis Planetæ propoſiti, in quo deſcribenda eſt ejus Orbita, determinatum eſt per Prop. XIX. & XX. Porro, ex Temporibus periodicis Telluris & Planetæ invenitur (per Prop. præc.) ratio majorum Axium Orbitarum eorundem: ex

assumpta igitur majore Axe Orbitæ Terræ (sive hujus semisse Telluris Distantia media à Sole) habebitur magnitudo Orbitæ Planetæ: penitus igitur determinatur Planetæ Orbita. Et Tempus, quando Planeta hic Aphelium tenebat, similiter determinatur, atque idem in Planeta Tellure Prop. XIV. factum.

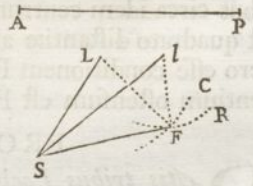
Quoniam Orbitæ Planetæ Ellipticæ Species sola ex datis determinatur, (ut ex Prop. XIV. constat,) & ejus Orbitæ magnitudo respectu Orbitæ Terræ ex comparatione Temporum periodicorum horum Planetarum per præc. concluditur; idem poterit aliunde inferri; faciendo nempe ut Orbita certæ Speciei (ex tribus Locis Centricis determinatæ) ex Sole ut Umbilico descripta, transeat per ipsum Locum Planetæ in linea Nodorum per Prop. XIX. hujus inventum: Hoc namque punctum, in Planetæ Orbita datum, tantundem valet ad illius magnitudinem respectu magnitudinis Orbitæ Terrestris determinandam, atque ejusdem Axis major supra definitus: Istius enim puncti Distantia à Sole in partibus linearum Orbitæ Telluris determinata est; potestque alter horum modorum describendi Orbitam per alterum examinari & corrigi.

Et hinc motus Apsidum cujusvis Primarii definietur; nimirum eodem modo quo prius Nodorum motus.

PROPOSITIO XXVI. LEMMA.

Datis umbilico & longitudine axis majoris, describere Ellipsin per data duo puncta transeuntem.

Sit S figuræ describendæ umbilicus, AP longitudo axis majoris, L & *l* duo puncta per quæ Ellipsis transire debet. Centro L distantiâ æquali excessui rectæ AP supra rectam LS describatur circulus CF; & similiter centro *l* distantiâ æquali excessui rectæ AP supra *l*S describatur circulus RF priorem secans in F; erit F Ellipseos describendæ umbilicus alter: Hisce igitur umbilicis S & F, & axe majore æquali rectæ AP, descripta Ellipsis erit ea quæ quæritur. Quoniam enim LF æqualis est AP−LS, erit LS+LF æqualis AP. Pari modo AP æquatur *l*S+*l*F: Unde (per Prop. LII. *Lib. tert. Conicorum*) Ellipsis umbilicis S & F descripta, axem majorem habens æqualem rectæ AP, transibit per puncta L & *l*.



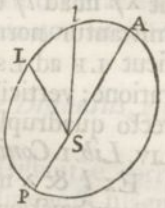
Facile est ex hujusmodi constructione Geometrica calculi modum Astronomiæ accommodatum excogitare. Ex datis enim tribus punctis S, L & *l*, hoc est, ex datis tribus lateribus trianguli SL*l*, innotescunt anguli. Rursus, in triangulo L*l*F dantur omnia latera; nempe L*l* ut prius, LF differentia datarum rectarum AP & LS, & *l*F differentia ipsarum AP, *l*S; innotescit igitur angulus FL*l*: sed prius notus erat SL*l*, ergo dabitur angulus SLF. In triangulo igitur SLF, è datis LS, LF cum angulo SLF innotescet latus SF distantia focorum, & angulus LSF inter LS positione datam & axem majorem;

majorem; datur ergo axis hic positione; sed & magnitudine datus est: unde omnia ad Ellipsin pertinentia eliciuntur.

PROPOSITIO XXVII.

Datis duobus Locis Centricis Planetæ & à Sole Distantiis, una cum ejus periodico Tempore, Orbitam Planetæ determinare.

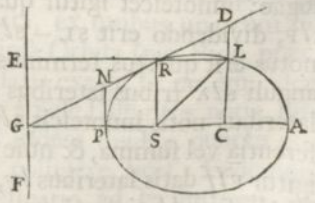
Sit S Sol; sint Planetæ duo Loca Centrica data in rectis SL, *sl* positione datis, & Planetæ Distantiæ à Sole sint rectæ SL, *sl* magnitudine datæ. Unde L & *l* sunt puncta per quæ Ellipsis transire debet. Porro, ex Tempore periodico noto (per Prop. XXIV.) determinatur PA Axis major Orbitæ Ellipticæ. Describatur igitur (per præc.) Ellipsis, cujus Focus s, habens Axem majorem longitudinis datæ, quæ transeat per data puncta L & *l*. Loca Centrica Planetæ ejusque Distantiæ à Sole vel in Oppositione aut Conjunctione cum Sole determinantur, ut Prop. XXI; vel ex observatione ubivis facta, ut Prop. XXII. Ille tamen assumi poterit, qui determinatus est Prop. XIX, dum Orbis planetarii situs Eclipticæ respectu definiretur. Quod si plura quam duo Loca Centrica cum Distantiis à Sole correspondentibus suppetant, tum ex quibusvis binis definitâ Orbitâ, videndum num sic definitæ congruant, illaque retineatur (si discrepent) quæ à pluribus Observationibus probatur; ut in calculo Astronomico fieri consuevit.



PROPOSITIO XXVIII. LEMMA.

AD Ellipseos ALP *majorem axem* AP *ex umbilicorum altero* S *erigatur normalis* SR *Ellipsi occurrens in* R, *per quod acta recta* DR *Ellipsin contingens cum axe* AP *producto concurrat in* G, *& ex* G *ad axem ducatur perpendicularis* GF. *Hisce positis, si ex quovis Ellipseos puncto* L *inclinentur duæ rectæ* LS, LE, *altera* LS *ad assumptum umbilicum* S, *altera* LE *ad* FG *normalis*; *dico* LE *esse ad* LS *in data ratione* GP *ad* PS.

Per punctum L ad axem AP ducatur normalis LC axi occurrens in C & tangenti DR in D, & huic EXP parallela PN: Eritque CD æqualis rectæ SL (per *Prop.* CXXXIX. *Lib.* IV. *Gregorii à St. Vincentio*) & PN ipsi PS. Sed GC est ad CD in data ratione, nempe GP ad PN; & igitur EL est ad LS in data ratione GP ad PN, sive GP ad PS.



Hinc sequitur GA esse ad AS in eadem dicta ratione GP ad PS; qui est casus particularis hujus Propositionis, nempe cum libere assumptum punctum L coincidit cum A: Et hoc exinde etiam patet, quod (ex *Prop.* XXXIV. *Lib.* I. *Conicor.*) ob RG contingentem, AS est ad SP ut AG ad GP; unde permutando

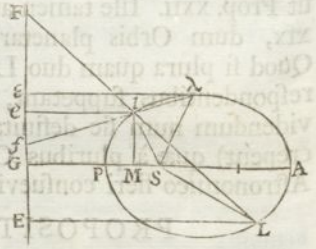
& invertendo GA eſt ad AS ut GP ad PS. Propoſitio hæc etiam obtinet in reliquis Coni Sectionibus.

PROPOSITIO XXIX. LEMMA.

Ellipſin circa datum umbilicum deſcribere, quæ tranſeat per data tria puncta.

Dentur puncta L, *l*, λ, & focus S. Jungatur recta L*l*, & producatur ad F ita ut ſit LF ad *l*F ut SL ad S*l*. Item juncta λ*l* producatur ad *f*, ut λ*f* ſit ad *l f* ut Sλ ad S*l*. Jungatur recta F*f* in quam ex L & S demittantur normales LE, SG, dividatur SG in P ita ut GP ſit ad PS ſicut LE ad LS, & producatur ad A ita ut GA ſit ad AS in eadem ratione: verticibus A & P & foco S; hoc eſt, axe majore PA & latere recto quadruplo ejus rectæ quæ eſt ad SP ut SA ad AP, (per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic.*) deſcripta Ellipſis tranſibit per puncta L, *l* & λ.

Ex *l* & λ in FG demittantur perpendiculares *l e*, λε. Quoniam ex conſtructione eſt LF ad *l*F ut SL ad S*l*; erit etiam (ob parallelas LE, *l e*) LE ad *l e* ut SL ad S*l*, ſive LE ad SL ut *l e* ad S*l*. Sed ex conſtructione eſt etiam GP ad PS, item GA ad AS ut LE ad SL; & igitur ut GP ad PS ita eſt *l e* ad S*l*. Pari modo eſt per conſtructionem λ*f* ad *l f* (hoc eſt, λε ad *l e*) ut Sλ ad S*l*; adeoque λε ad Sλ ut (*l e* ad S*l*; hoc eſt, ut modo demonſtratum, ut) LE ad SL. Cum igitur SL ad LE, item S*l* ad *l e*, & etiam Sλ ad λε, ſit ut GP ad PS, ſive ut GA ad AS, atque



hæc ſit Ellipſeos proprietas Lem. præc. demonſtrata; patet puncta L, *l* & λ eſſe in Ellipſi, cujus focus S & axis majoris extrema, ſive vertices, A & P. Atque hinc facile conſtat, quando Problema eſt impoſſibile, & quando loco Ellipſeos Parabola aut Hyperbola exit.

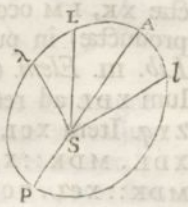
Si deſideretur calculus Aſtronomis familiaris, illum ex præcedente conſtructione facile erit elicere, modo *ex. gr.* ſequenti. Quoniam Sλ eſt ad S*l* ut λ*f* ad *l f*; erit dividendo Sλ − S*l* ad S*l* ut λ*l* ad *l f*: dantur autem ex datis punctis S, *l*, λ priores tres termini analogiæ; innoteſcet igitur quartus *l f*. Similiterque, quia SL . S*l* :: LF . *l*F, dividendo erit SL − S*l* . S*l* :: L*l* . *l*F, & ex datis primis tribus notus erit quartus terminus; nempe *l*F recta. Porro, ex datis trianguli S*l*λ tribus lateribus datur angulus S*l*λ, & ex trianguli S*l* lateribus notis innoteſcit S*l*L; ergo datur & angulus L*l*λ horum differentia vel ſumma, & huic ad verticem æqualis F*l f*. In triangulo igitur F*l f* datis lateribus *l*F, *l f* modo inventis, una cum angulo comprehenſo F*l f*; invenietur angulus F*f l*, & proinde hujus complementum ad rectum *f le*. Sed ex prius noto S*l*L angulo innoteſcit ejus complementum ad duos rectos S*l f*: dabitur ergo angulorum notorum S*l f*, *e l f* ſumma vel differentia *e l* S, ac proinde illius (propter parallelas *e l*, GS) ad duos rectos complementum *l* SG; nempe inclinatio axis majoris ad rectam *l* S poſitione datam. Porro, in triangulo

triangulo *f e l* rectangulo ad *e* dantur omnes anguli, una cum latere *f l*; innotescit ergo *e l*, sive GM, positâ *l*M ad GS normali. Similiter in triangulo rectangulo s M *l*, datis angulis & latere s *l*, datur s M; ipsarum autem G M, M S summa vel differentia est G S. Rursus, quoniam per Lem. præc. *e l*. *l* s :: GP. PS, erit componendo *e l* + *l* s. *l* s :: GS. SP, & datis tribus primis hujus analogiæ terminis, notus erit quartus SP: Similiter, quoniam *e l*. *l* s :: GA. AS, erit dividendo *e l* − *l* s. *l* s :: G S. AS; unde innotescit AS: Ipsarum PS, SA summa est Axis major. Alter Ellipseos Focus tantum distat ab A, quantum s à P. Datis Focis & Verticibus A & P, reliqua non latebunt.

PROPOSITIO XXX.

Datis tribus Locis Centricis Planetæ & à Sole Distantiis, ejus Orbitam Ellipticam describere.

Dentur Loca Planetæ Centrica, ejusque à Sole Distantiæ correspondentes; nempe, posito s Sole, rectæ s L, s *l*, s λ positione & magnitudine. Per præcedentem describatur vel calculo determinetur Ellipsis, cujus focus s, transiens per puncta L, *l*, λ. Erit hæc Orbita quæsita. Hujus autem respectus ad Telluris Orbitam ideo notus est, quod linearum s L, s *l*, s λ magnitudo datur in partibus mediæ Distantiæ à Sole, & situs plani Orbitæ respectu plani Eclipticæ ex Prop. XIX. & XX. determinatus supponitur.



Huic Propositioni innititur methodus Cl. *Halleii* Planetarum Orbitas determinandi, *Transact. Philos. An.* 1676. N°. 128 tradita. Si nempe Planeta quivis in eodem Orbitæ suæ puncto (quod quando fieri contingat, ex ejus Tempore periodico præterpropter noto satis innotescit) ter observetur è Terra, habebuntur tria Loca Terræ è Sole visa, & tres Distantiæ Telluris à Sole correspondentes in partibus Distantiæ Planetæ à Sole expressæ; adeoque ipsa Telluris Orbita per præc. determinata: Quâ cognitâ, si Planeta quivis bis in eodem Orbitæ suæ puncto è Terra observetur, ac proinde (per Prop. XIX.) ejus Locus Centricus & à Sole Distantia determinentur, atque hoc in aliis duobus ejusdem Planetæ Locis repetatur; habebuntur tria Orbitæ planetariæ puncta, ex quibus una cum Focorum altero (Solis nempe loco) datis ipsa Orbita (per Prop. præc.) determinatur. Si periodicum Tempus satis exacte sit notum, idem conficietur ex duobus Locis Centricis & à Sole Distantiis notis, quæ ex bis binis observationibus Planetæ in iisdem duobus punctis quibuscunque observati per Prop. XXVII. colligere licet: Eâdemque operâ Locus Nodorum & Orbis Inclinatio ad Ecliptican per Propositiones XIX. & XX. determinantur.

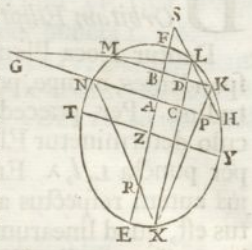
PROPOSITIO XXXI. LEMMA.

Invenire diametros conjugatas Ellipseos, quæ per data quinque puncta transeat.

Sint data quinque puncta N, M, L, K, H, per quæ transeat Ellipseos perimeter;

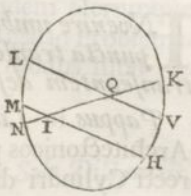
perimeter; invenienda eſt Ellipſeos iſtius diameter quædam FE, ejuſque conjugata TY, magnitudine & poſitione. Ductæ intelligantur rectæ data puncta conjungentes, (ut in ſchemate,) quarum duæ quædam aut parallelæ ſunt, aut duæ nullæ. Hoc autem facile perſpicitur; cum enim dentur puncta N, M, L, K, H, dantur rectæ omnes ea omnifariam conjungentes, & anguli inter rectas iſtas comprehenſi. Si ergo deprehendatur angulos duos alternatim poſitos (*ex. gr.* KMH, MHN) eſſe æquales, concludetur rectas duas MK, NH, in quibus prædicti anguli alternatim ſunt poſiti, eſſe inter ſe parallelas.

Caſ. I. Ponatur primo duas quaſdam MK, NH eſſe parallelas. Biſecentur hæ in B & A, & juncta BA producatur, donec Ellipſi occurrat in F & E; erit hæc (ex *Elementis Conicis*) Ellipſeos diameter, & quidem (per 26. *Dat.*) poſitione data; quippe per data puncta B & A tranſiens. Ducatur per L ipſi EF parallela LX, Ellipſi in X, G rectæ MK in D, & NH in C occurrens. Et junctæ XK, LM occurrant rectæ HN (ſi opus eſt productæ) in punctis P & G. Per Prop. XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic. Apollonii* eſt rectangulum XDL ad rectangulum MDK ut ZF*q* ad ZY*q*. Item XCL. NCH :: ZF*q*. ZY*q*. Et igitur XDL. MDK :: XCL. NCH. Sed (ut infra oſtendetur) eſt XDL. MDK :: XCL. GCP. Et igitur (per *Prop.* IX. *Elem.* V.) eſt NCH rectangulum æquale rectangulo GCP. Atqui rectangulum NCH datur, quoniam ejus latera NC, CH dantur; tota enim NH initio datur tam magnitudine quam poſitione, item recta LC poſitione, (per 28. *Dat.*) quare (per 25. *Dat.*) dabitur & C punctum: item recta GC, quippe cujus termini G & C dantur; datur ergo (per 57. *Dat.*) CP magnitudine: ſed & poſitione; ergo ipſum P punctum datum eſt. Datur etiam & K punctum; ergo & puncta illa conjungens recta KP poſitione datur, & proinde (per 25. *Dat.*) punctum X in Ellipſi (ubi poſitione datæ LC, KP concurrunt) etiam datum eſt. Jungantur rectæ NX, LH diametro EF (ſi opus eſt productæ) occurrentes in R & S: eritque (per ſupra citatam *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) tum NCH ad XCL, tum NAH ad EAF, ſicut ZY*q* ad ZF*q*; unde NCH. XCL :: NAH. EAF. Et per inferius demonſtratum eſt NCH. XCL :: NAH. RAS; quare (per IX. *El.* V.) RAS rectangulum rectangulo EAF æquale eſt. Sed RAS datur, (cum tria puncta A, R & S dentur, A quidem ut ſupra oſtenſum, R & S per 25. *Datorum*; nempe datæ poſitione rectæ EF cum poſitione datis rectis XN, HL concurſus;) rectangulum igitur EAF datum erit. Simili ratione invenietur EBF rectangulum: & dantur puncta A & B; ergo & ipſa EF magnitudine, ut deinceps oſtendemus: Sed prius inventa erat ejus poſitio; quare diameter EF poſitione & magnitudine data eſt. Porro, TY*q* eſt ad EF*q* ut NCH ad XCL, ut ſupra oſtenſum eſt; hoc eſt, (per I. *Dat.*) in ratione data, ob data NCH, XCL rectangula; quare & prioris ſubduplicata ratio, nempe ratio TY ad EF (per 24. *Dat.*)



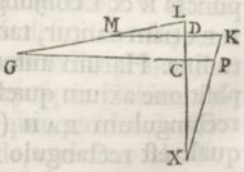
Dat.) etiam data eſt: ſed datur EF, ut ſupra oſtenſum; ergo per 2. *Dat.* dabitur TY magnitudine. At poſitio ejus datur per 28. *Dat*; quippe per datum punctum Z medium datæ poſitione & magnitudine rectæ EF, ad datam poſitione rectam NH parallelæ: igitur dantur, tam poſitione quam magnitudine, rectæ EF, TY, diametri nempe conjugatæ Ellipſeos per data quinque puncta N, M, L, K, H tranſeuntis.

Caſ. II. Sed non ſint parallelæ rectæ lineæ MH, NK, neque aliæ quævis duæ: hæ ergo MH, NK (productæ ſaltem) ſe mutuo ſecabunt, puta in I puncto, quod per 25. *Dat.* dabitur. Ducatur per L recta LV ipſi MH parallela, rectæ NK occurrens in Q, quod (per 28. & 25. *Dat.*) itidem datum erit: Eritque ratio rectanguli NQK ad rectangulum LQV data; eadem nempe (per *Prop.* XVII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) quæ eſt dati rectanguli NIK ad datum MIH. Sed rectangulum NQK datum eſt cum ejus latera NQ & QK dentur, & igitur rectangulum LQV etiam eſt datum: Unde, cum data ſit LQ, per 57. *Dat.* recta QV magnitudine data eſt; ſed & etiam poſitione, quippe per datum punctum Q datæ poſitione rectæ MH parallela; ergo ipſum V punctum, per 27. *Dat*; cum detur rectæ QV magnitudo & poſitio & altera extremitas Q. Quare devenimus ad caſum priorem; dantur nempe quinque puncta N, M, L, V, H, vel M, L, K, V, H, per quæ Ellipſis tranſeat, talia tamen ut rectæ duæ LV, MH ſint parallelæ. Ex prædictis ergo inveniantur iſtius Ellipſeos diametri conjugatæ. Q. E. F.



Sint duæ rectæ inter ſe parallelæ GP, MK, *in quas incidat recta linea* XCDL, *& à quibuſlibet ejus punctis* X *&* L *ducantur utcunque rectæ* LMG, XPK *parallelis occurrentes in* M, G, P *&* K: *dico rectangulum* XDL *eſſe ad* MDK *ut* XCL *ad* GCP *rectangulum.*

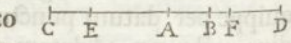
Rectanguli XDL ad rectangulum MDK ratio (per *Prop.* XXIII. *Elem.* VI.) componitur ex ratione XD ad DK & ratione LD ad DM; & ratio rectanguli XCL ad rectangulum GCP ex rationibus XC ad CP & LC ad CG. Sed propter parallelas MDK, GCP eſt XD. DK:: XC. CP; item LD. DM:: LC. CG. Cum igitur rationes componentes æquales ſint erunt & compoſitæ æquales; hoc eſt, XDL ad MDK ſicut XCL ad GCP.



Si detur utrumque rectangulum EAF, EBF, *& data ſint* A *&* B *puncta*; *dantur etiam* E *&* F *puncta, poſitâ* EABF *rectâ.*

Rectangulo enim EAF æquale ponatur rectangulum BAC, & rectangulo EBF rectangulum ABD: Adeoque, cum (ex hyp.) EAF & BA dentur, datur (per 57. *Dat.*) AC. Similiter ob data EBF & AB dabitur AD. Propter priorem æqualitatem erit (per XVI. *Elem.* VI.) FA. AB:: AC. AE, & per converſionem rationis FA. BF:: AC. CE.

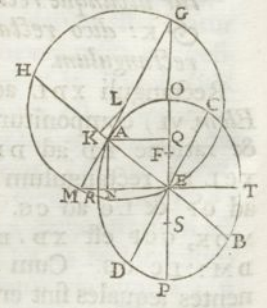
Rurſus, propter poſteriorem æqualitatem eſt EB. BD :: AB. BF, & componendo ED. BD :: FA. BF. Unde (per *Prop.* XI. *El.* V.) AC. CE :: ED. BD : & idcirco rectangulum contentum ſub AC & BD æquale eſt rectangulo ſub CE, ED. Atqui rectangulum ſub AC & BD datur, (utraque enim recta data eſt;) ergo datum eſt etiam rectangulum ſub CE, ED. Et quia datum hocce rectangulum applicatur ad datam rectam CD (nempe ex datis partibus CA & AD conſtantem) deficiens figurâ quadratâ, dabitur (per 58. *Dat.*) CE; & conſequenter AE (per 4. *Dat.*) Et propter datum ab initio EAF rectangulum dabitur etiam AF recta; hoc eſt, ipſa E & F puncta data erunt.



PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

INvenire umbilicos & vertices Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, & Ellipſin proinde per data quinque puncta tranſeuntem deſcribere.

Pappus in *Lib.* VIII. *Collect. Math.* hoc Probl. & præc in uſus Architectonicos proponit & conſtruit; ut nempe portione ſuperficie recti Cylindri datâ, cujus nulla pars in circumferentiis baſium integra ſervatur, inveniatur Cylindri craſſitudo. Hæc Aſtronomi deinceps in uſus ſuos converterunt. Per præc. Lem. inveniantur duæ quævis diametri conjugatæ Ellipſeos, quæ per data quinque puncta tranſeat, ſintque hæ AB, CD ſe mutuo biſecantes in centro E. Producatur BA in H, ut ſit EAH rectangulum æquale quadrato ex DE; unde (per 58. *Dat.*) datur EH. Ex hujus medio puncto K erecta normalis KL concurrat cum MAG recta per A ad DC parallela, in L puncto, quod proinde datur ob rectas MG, KL poſitione datas. Centro L per E vel H ducatur circulus rectam MAG in M & G interſecans, cujus proinde diameter MG datur tam poſitione, (quia per A punctum datum datæ poſitione rectæ CD parallela eſt,) quam magnitudine, (cum ſit dupla rectæ data puncta E & L conjungentis.) Junctæ rectæ GE, ME etiam dantur, tam poſitione quam magnitudine. Harum autem poſitio eadem eſt cum poſitione axium quæſitorum: Nam quoniam rectangulum EAH (per XXXV. *Elem.* III.) æquale eſt rectangulo MAG, & per conſtructionem EAH æquale quadrato à DE; erit ED*q* æquale MAG, ſive (per *Prop.* XVII. *Elem.* VI.) ED media proportionalis inter MA & AG; ac proinde (per *Prop.* LXXXVIII. *Lib.* III. *Greg. à* S^to. *Vincentio*) Ellipſeos ſuper conjugatas diametros AB, CD deſcriptæ axes ſunt in EG, EM rectis. Axium autem magnitudo ſic expedite determinatur. Per A ad EG, EM demittantur normales AQ, AN, quæ proinde dantur. Sumatur in EG recta EO media proportionalis inter EG, EQ; item in EM, ER media inter EM, EN: erunt rectæ EO, ER (per 24. *Dat.* datæ) Ellipſeos ſemi-axes per *Prop.*



XXXVII.

XXXVII. *Lib.* I. *Conic.* Si in GE producta capiatur EP æqualis EO, & in ME producta ET æqualis ER, erunt positione & magnitudine datæ OP, RT Ellipseos axes, dataque puncta O, R, P, T ejusdem vertices principales. Porro, si axis major PO ita dividatur in S & F, ut rectangulum sub PS & SO, item rectangulum sub PF & FO æquale sit quadrato ab RE descripto, erunt (ex Prop. LII. *Lib.* III. *Elem. Conic.*) puncta S & F Ellipseos umbilici. Hæc vero punctasic inventa (per 58. *Dat.*) data sunt. Datis autem axibus & umbilicis, Ellipsis describitur per *Prop.* LIV. *Lib.* I. *Conic. Apollonii.*

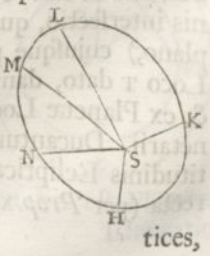
Non opus est hic subjungere formam calculi Trigonometrici, Problemati huic accommodati: Geometris enim satis est notum, quæ per *Euclidis Data* eruuntur facillime per calculum eodem prorsus modo progredientem similiter erui, & quidem plerumque Trigonometrico quod hic accidit: Et revera investigatio Problematis cujusvis ope *Datorum Euclidis* universalis est modus illud determinandi, Veteribus familiaris.

PROPOSITIO XXXIII.

Datis quinque Locis Centricis Planetæ, & à Sole Distantiis, ejus Orbitam describere.

In præcedentibus, dum Planetarum Orbitas determinaremus, nihil supposuimus quod non sit observationibus exacte institutis, æque ac causis Motuum physicis Lib. I. demonstratis, congruum: Quod nempe Planetæ cujusvis Orbita sit Ellipsis, cujus Focorum alter est immotus Sol, quodque Planeta hanc ita percurrat, ut areæ seu sectores inter rectas ad Solem ductas & arcus Ellipticos comprehensi sint proportionales temporibus, quibus dicti arcus à Planeta describuntur. Licet enim Prop. XIV. supposuimus aliquantisper cum Celeb. *Wardo* Planetam Orbitam suam ita describere, ut æquabilis sit motus angularis ad Ellipseos Focum à Sole diversum; hoc ideo solum factum est, quod in Orbita Telluris haud valde excentrica ista sit approximatio non contemnenda ad æquabilem arearum descriptionem à radio ad Solem ducto, ut Prop. V. ostensum est: Et Telluris Orbitam ex ista hypothesi definitam sequenti Prop. XV. quantum libet correximus: In hac autem Prop. ne istud quidem supponemus, quod Sol in umbilico cujusque Orbitæ collocatur; sed Orbitam describemus ex datis quinque Locis Centricis, totidemque à Sole Distantiis, etiam independenter ab illo: Sic enim præcedentium veritas clarius elucet, cum Sol in Orbitarum sic descriptarum communi Foco collocatus deprehendetur.

Ex datis Planetæ Locis Centricis dantur positione rectæ, in quibus hic è Sole videtur: Sint istæ SN, SM, SL, SK & SH. Et ex datis correspondentibus Distantiis à Sole dantur (per 27. *Dat.*) puncta N, M, L, K & H. Per puncta hæc (ope præc. Lem.) describatur Ellipsis, quæ erit Planetæ Orbita quæsita. Et per idem Lem. invenientur Ver-



tices, Foci, Positio Axis majoris & reliqua quæ in Planetæ Orbita quæruntur. Q. E. F.

PROPOSITIO XXXIV.

AD datum Tempus Planetæ propositi Locum Centricum & Distantiam à Sole determinare.

Plano Orbis Planetarii, Positione Lineæ Apsidum Specieque Orbitæ planetariæ ex præcedentibus determinatis; hoc est, ipsâ Orbitâ in proprio situ circa Solem descriptâ, quæ sit *ex. gr.* ALP: ex cognito præterea (per Prop. XXV.) momento quo Planeta aliquando Apsidem tenebat, & Planetæ Tempore periodico per Prop. XXIII; notum erit Tempus elapsum ex quo Apsidem (*v. g.* A) proxime tenuit, sive nota ratio dicti Temporis ad Tempus integrum periodicum; hoc est, ex lege motûs Planetarii Lib. I. demonstrata, suppositio L Planetæ Loco, nota est ratio Areæ ALS ad integram Ellipsin ALPA. Inveniatur ergo angulus ASL per Prop. III, IV, VI vel VII. Recta igitur SL datur positione, cum in dato angulo inclinetur ad PA Lineam Apsidum positione datam: Sed & magnitudine per easdem, (cum hæc detur in partibus Distantiæ Apheliæ SA, quæ supra definita est in partibus mediocris Distantiæ Terræ à Sole, quæ pro harum linearum communi mensura habetur;) hoc est, Planetæ propositi Locus è Sole visus & ejusdem à Sole Distantia.



Vicissim Tempus invenietur, quo Planeta datum Locum Heliocentricum occupabit; ex data Anomalia coæquata (ex præcedentibus) mediam inveniendo, cui Tempus est proportionale.

PROPOSITIO XXXV.

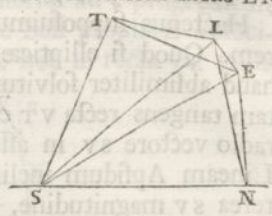
AD datum Tempus Locum Planetæ Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & Planetæ à Terra Distantiam invenire.

Ad Tempus datum inveniatur (per Prop. XVIII.) Locus Telluris Heliocentricus in propria Orbita, & (per præc.) propositi Planetæ Locus etiam Heliocentricus in sua Orbita, cum respectivis à Sole Distantiis.

Referat S Solem, T Locum Terræ in sua Orbita, L Locum Planetæ in sua. Planorum harum Orbitarum sit recta SN communis intersectio, quæ per Solem extenditur, (quia Sol est in utroque plano,) cujusque positio per Prop. XIX. datur. Porro, ex Telluris Loco T dato, dantur recta ST & angulus TSN in plano Eclipticæ; & ex Planetæ Loco L, recta SL & angulus LSN in plano Orbis planetarii. Ducantur per L & S atque per L & T plana circulorum Latitudinis Eclipticæ plano recta, quorum communis intersectio LE recta (per *Prop.* XIX. *El.* XI.) est Eclipticæ plano normalis. Ducatur in

in plano Orbis planetarii recta LN ad SN perpendicularis; juncta EN erit (per *Converſ. Prop.* XI. *El.* XI.) eidem SN etiam perpendicularis.

In triangulo SLN rectangulo ad N dantur SL & NSL; unde dabitur latus LN. In triangulo LEN rectangulo ad E dantur latus LN modo inventum & angulus LNE, qui (per *Def.* VI. *El.* XI.) æqualis eſt Inclinationi Orbis planetarii ad Eclipticam, per Prop. XX. inventæ; dantur igitur LE & EN. In triangulo porro LES rectangulo ad E dantur latera LE & LS; ideoque datur latus SE, *Diſtantia Planetæ à Sole Curtata.* In triangulo ESN præter rectum ad N dantur ES & prius inventum EN; dabitur ergo angulus ESN, Planetæ Longitudo Heliocentrica in Ecliptica à Nodo N computata: Sed datur Nodi Locus in Ecliptica; quare & Planetæ Locus Heliocentricus in Ecliptica notus erit. Rurſus, in triangulo TSE data eſt ST ab initio, & modo inventa eſt SE; datur etiam angulus TSE, (æqualis ſummæ vel differentiæ datorum angulorum TSN, ESN, quia tres rectæ ST, SE, SN ſunt in plano Eclipticæ,) qui & *Angulus Commutationis* dicitur: Et propterea dantur reliqua, nempe angulus TES *Parallaxis Orbis* nuncupatus, & STE *Elongatio Planetæ à Sole*; hoc eſt, poſitio rectæ TE ſive Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica, & ejuſdem TE magnitudo. Denique, in triangulo TEL rectangulo ad E dantur latera TE & EL; innoteſcent igitur TL Diſtantia Planetæ à Terra & angulus LTE Planetæ Latitudo Geocentrica.



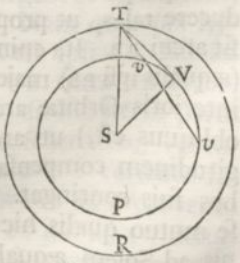
SECTIO IV.

De Planetarum Elongatione maxima à Sole, Directione, Statione & Retrogradatione.

PROPOSITIO XXXVI.

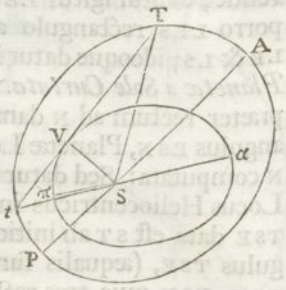
D*Ati Planetæ Elongationem à Sole maximam, è dato ſuperiore viſam, ejuſque Tempus determinare.*

Sit S Sol, TR Planetæ remotioris Orbita, VP propioris. Ducatur utcunque propioris Planetæ radius vector SV, atque huic normalis VT remotioris Orbitæ occurrens in T, quæ proinde (per XVI. *El.* III.) Orbitam circularem VP continget in V. Inferior in V à Sole maxime elongatus ſuperiori in T videbitur: Nam recta ab alio quovis Orbitæ PV puncto (ut *v*) ad T ducta minorem angulum cum TS comprehendet. In triangulo igitur TVS rectangulo ad V datur laterum ST, SV (datorum nempe Planetarum Diſtantiarum à Sole) ratio; innoteſcunt igitur reliqui anguli TSV, STV, quorum hic eſt Planetæ



Elongatio à Sole maxima, alter TSV eſt Commutationis Angulus ſive Diſtantia Planetarum Heliocentrica. Quandocunque igitur modo inventus Commutationis Angulus contingit, ſimul etiam contingit Planetam inferiorem è ſuperiore viſum à Sole maxime elongari.

Hactenus ſuppoſuimus utriuſque Planetæ Orbitam eſſe circularem. Quod ſi ellipticæ earum figuræ ratio habeatur, Problema haud abſimiliter ſolvitur. Datur enim angulus SVT, quem Orbitam tangens recta VT comprehendit cum radio vectore SV in aſſumpto angulo ad Lineam Apſidum inclinato; datur præterea SV magnitudine, cum nota ſit ejus inclinatio ad Diſtantiam Apheliam Sα magnitudine prius datam; & quoniam noti ſunt anguli ASα, αSV, item angulus VST, (proxime æqualis illi, qui obtineret ſi utraque Orbita eſſet circularis;) notus etiam erit AST angulus, ac proinde ST magnitudine nota; unde reliqua conficiuntur ut prius. In hoc caſu Elongatio maxima mutatur pro varia Diſtantia puncti V (ubi celebratur) ab Orbis proprii Aphelio: Major quippe eſt (cæteris paribus) in inferioris Aphelio α, minor in Perihelio π, mediocris in media longitudine; ſed & manente inferioris loco V, varia eſt pro ſitu ſuperioris in T vel *t*.

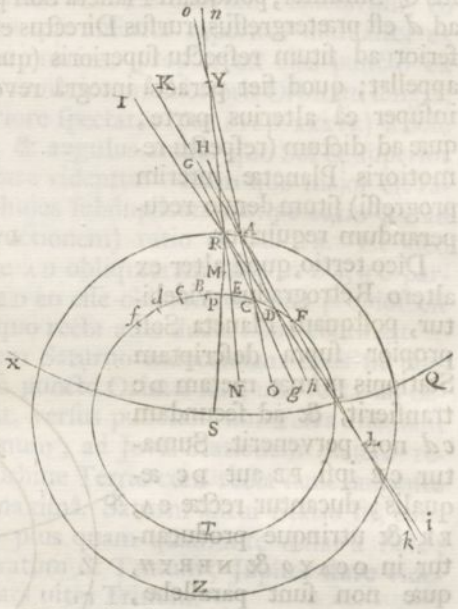


PROPOSITIO XXXVII.

Planeta quivis Primarius ex alio quovis Primario ſpectatus, in aliqua Orbitæ ſuæ parte Stationarius, in aliqua Directus, in aliqua denique Retrogradus apparet.

Sit S Sol, circa quem duo Planetæ à D per C verſus B rotantur; Orbita propioris PT; remotioris RZ; arcus ab illis æqualibus temporum ſpatiis deſcripti AR, PB. Ducatur utcunque SR Orbitæ propioris in P occurrens. Inter SR & SP ſit media Geometrica SM. Erit (per Prop. XXVII. Lib. I.) velocitas remotioris Planetæ ad velocitatem propioris ut SP ad SM: Sed ſpatia à mobilibus æqualibus temporibus deſcripta ſunt ut eorum velocitates; & igitur eſt AR ad PB ut SP ad SM; unde AR quam PB minor eſt. Patetque poſſibile eſſe duas parallelas rectas HADh, GRCg per A & R ducere tales, ut propioris Orbitæ arcus ab illis interceptus æqualis ſit arcui PB. Ita enim duci poterunt rectæ parallelæ, ut quanto CD (æqualis ipſi PB) major eſt quam AR tanto obliquior ſit, (daturque interioris Orbitæ arcus, qui ad parallelas per A & R quantumvis obliquus eſt,) ut arcus CD, majore ſui obliquitate majorem longitudinem compenſans, utramque è parallelis rectis extremitatibus ſuis contingat. Quo poſito, ſi Planetæ reperiantur in ſitu ad ſe mutuo qualis hic eſt A & D; hoc eſt, ſi angulus Commutationis ad Solem æqualis fuerit ASD angulo, (quod patet neceſſario futurum bis inter duas proximas propoſitorum Planetarum Conjunctiones

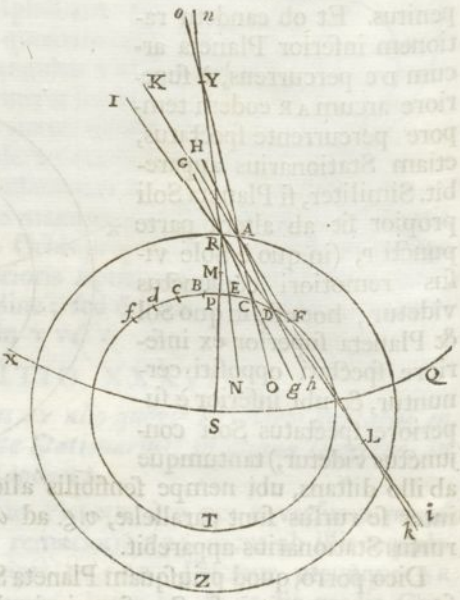
junctiones è Sole visas) alter ex altero spectatus toto illo temporis spatio ad easdem Fixas referetur; hoc est, Stationarius apparebit. Nam superior ad A ex inferiore ad D versante videtur in recta DAH, & superiore ad R progresso inferior ad C progreditur, (cum ex hypothesi DC sit ad AR ut Planetæ Soli propioris velocitas ad velocitatem remotioris:) ille igitur ex hoc in recta CR visus ad eundem Locum inter Fixas referetur, ad quem prius referebatur, cum distantia inter parallelas DA, CR præ Fixarum distantia evanescat penitus. Et ob eandem rationem inferior Planeta arcum DC percurrens, è superiore arcum AR eodem tempore percurrente spectatus, etiam Stationarius apparebit. Similiter, si Planeta Soli propior sit ab altera parte puncti P, (in quo è Sole visus remotiori conjunctus videtur; hoc est, in quo Sol & Planeta superior ex inferiore spectati oppositi cernuntur, & ubi inferior è superiore spectatus Soli conjunctus videtur,) tantumque ab illo distans, ubi nempe sensibilis alicujus temporis lineæ vivæ inter se rursus sunt parallelæ, *v.g.* ad *c d*, alter ex altero spectatus rursus Stationarius apparebit.



Dico porro, quod priusquam Planeta Soli propior ad supra dictum situm pervenerit respectu superioris, hoc est, superiore in R versante priusquam inferior ad D pervenerit; alter ex altero spectatus in consequentia moveri videtur. Sumatur enim arcus DF ipsi PB aut DC æqualis, junganturque rectæ FA, DR, & producantur utrinque in KAFL & IRDL; hæ non erunt parallelæ sed ad partes ultra RA (respectu Solis) divergent, citra vero convergent & concurrent, puta in L puncto, ex quo rursus divergent. Nam quia (ex hypothesi) DA, CR sunt parallelæ, & DF æqualis est ipsi CD, sed ad RD obliquior quam CD est ad RC; patet DR, FA ultra RA divergere & concurrere citra RA; sc. vel retro DF, si hic sit in parte propioris Orbitæ ad R obversa, (ut in casu hujus schematis,) vel inter RA & DF, si in parte aversa. Si jam inferiore in F versante superior sit in A, hic ex illo in K videbitur: Inferiore ad D pervento superior ad R (ex hypothesi) progressus est, & ex illo ad I videtur. Ex situ vero K ad situm I pervenire est in consequentia Signorum moveri, sive Directum esse; siquidem Planetarum quivis ab A ad R

vel

vel à D ad C ex Sole viſus in conſequentia movetur. Sed & inferior ex ſuperiore ſpectatus eodem tempore Directus videtur: Nam inferior in F ex ſuperiore in A ad *k* videbitur; poſteaque inferior ad D ex ſuperiore in R ad *i* cernetur: Locum vero à *k* ad *i* mutare etiam eſt in conſequentia tendere, ſiquidem Sol ex Planeta quovis ſpectatus in conſequentia moveri videtur; nempe ex S verſus Q. Similiter, poſtquam Planeta Soli propior Stationem ſecundam ad *d* eſt prætergreſſus, rurſus Directus eſt, taliſque manet donec inferior ad ſitum reſpectu ſuperioris (qualis eſt D reſpectu A) denuo appellat; quod fiet peractâ integrâ revolutione à priore loco D, & inſuper eâ alterius parte, quæ ad dictum (reſpectu remotioris Planetæ interim progreſſi) ſitum denuo recuperandum requiritur.



Dico tertio, quod alter ex altero Retrogradus videbitur, poſtquam Planeta Soli propior ſupra deſcriptam Stationis primæ metam DC tranſierit, & ad ſecundam *cd* non pervenerit. Sumatur CE ipſi PB aut DC æqualis; ducantur rectæ CA, ER & utrinque producantur in OCAY*o* & NERY*n*, quæ non ſunt parallelæ, ſed ad partes CE divergunt, & verſus AR convergunt, & productæ concurrunt, puta in Y, quia ex hypotheſi DA, CR ſunt parallelæ, & CE æqualis eſt DC, ſed ad RE minus obliquus quam CD ad RC. Si jam ſuperiore in A verſante inferior ſit in c, hic ex illo in o videbitur, & viciſſim ille ex hoc in *o*: Cum vero ſuperior ad R pervenit & inferior ad E invenitur, hic ex illo ad N, ille vero ex hoc ad *n* cernetur. Patet vero quod ab O ad N videri moveri, vel ab *o* ad *n*, eſt contra Signorum ordinem moveri; ſiquidem ab S ad Q vel ab A ad R ſit ſecundum illum; nempe qua Primarius è Sole viſus vel viciſſim hic ex illo tendere videtur. Atque Retrogradatio hæc apparens ſuperioris ex inferiore viſi, vel inferioris è ſuperiore, durat à Statione prima ad DC celebrata ad ſecundam ad *cd*: Sed, propter remotioris motum, Statio hæc ſecunda tranſponitur aliquantulum in conſequentia, ſive ultra locum *cd* hic depictum. Patet igitur Primarium quemvis ex alio Primario ſpectatum in aliqua Orbitæ ſuæ parte Directum eſſe, in aliqua Retrogradum, in aliqua denique Stationarium. Q.E.D.

COROL-

COROLLARIUM 1.

Ex Propositionis hujus demonstratione liquet Planetam superiorem ex inferiore spectatum, simul Directum, simul Stationarium, simulque Retrogradum apparere, atque inferiorem è superiore illo spectatum.

COROLLARIUM 2.

Quo inæqualior est ratio inter Orbitas duorum Planetarum, eo locus in inferioris Orbita, in quo inferior reperitur dum alter ex altero spectatus apparet Stationarius, propior est ejus puncto ex quo ducta recta ad Planetam remotiorem inferioris Orbitam tangit; hoc est, ubi inferior è superiore spectatus (per Prop. XXXVI.) à Sole maxime Elongatus videtur; & angulus minor quo Sol & superior Planeta, ex inferiore visi, distare videntur. Nam quo major est ratio SR ad SP, eo major erit hujus subduplicata nempe ratio RS ad ad MS; hoc est (per constructionem) ratio CD ad RA. Et ideo oportet lineam CD ad RC sive AD obliquiorem esse, ut DA, RC parallelæ evadant: Sed liquet CD eo esse obliquiorem quo propior est Orbitæ inferioris puncto, à quo recta ad R ducta hanc contingit.

Unde fit quod ad Stationem Saturno inducendam opus sit tantum parvâ Terræ recessione à puncto Orbitæ suæ, ubi recta ad Saturnum ducta hanc contingit, versus punctum ubi Terra mediam se sistit inter Solem & Saturnum; ad Jovis Stationem majore recessione à puncto contactûs Orbitæ Terræ cum recta hanc tangente ad Jovem ducta; ad Martis maximâ. Saturni igitur Statio fit, cum hic è Tellure spectatus paulo plus quam quadrante distat à Sole; hoc est, inter aspectum Quadratum & Trinum; Jupiter stare videbitur in Solis Trino fere; Mars ultra Trinum.

Hinc etiam arcus Orbitæ Mercurii, interceptus inter punctum ubi Mercurius maxime à Sole Elongatus è Terra conspicitur, & punctum ubi ejus Statio proxima videtur, minorem subtendit angulum ad Solem quam arcus Orbitæ Veneris inter hujus maximam à Sole Elongationem & Stationem proximam comprehensus: Et ideo cum & minorem subtendat angulum ad Solem, & ad minorem pertineat circulum, & præterea Terræ observanti obliquior objiciatur & ab illa remotior sit; patet Mercurii Stationes esse suis maximis à Sole Elongationibus multo propiores quam Veneris.

COROLLARIUM 3.

Atque hinc rursus sequitur, ejusdem inferioris respectu, in duobus superioribus invicem collatis, quo remotior est Planeta superior à Sole, Retrogressum ejus diutius durare; nam (per præc. Coroll.) citius incipit definitque serius: At angulus Retrogradationis minor est, quoniam dati inferioris Planetæ Orbita ex Planetarum superiorum remotiore visa sub minore angulo apparet, quam si ex propiore cerneretur: Ex Prop. autem hac XXXVII. liquet angulum Retrogradationis (comprehensum nempe inter binas rectas à superiore Planeta Soli oppositio, ad loca Orbitæ inferioris ubi alter alteri Stationarius apparet) fere æquari angulo quo

inferioris Orbita ex ſuperiore videtur, cum prædicta Stationum puncta à contactuum punctis non procul abſint.

Unde fit, quod è Terra viſa Saturni Retrogradatio diuturnior ſit, ſed per arcum minorem facta, quam Jovis; & hæc ſimiliter quam Martis.

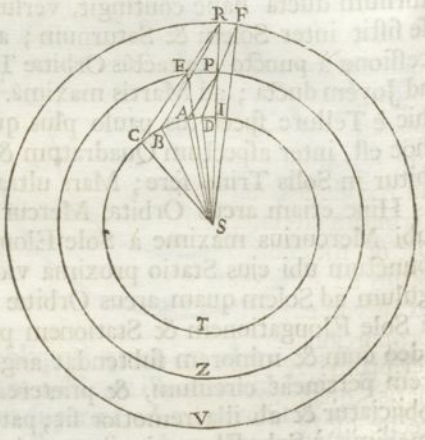
COROLLARIUM 4.

At ejuſdem ſuperioris reſpectu, in duobus inferioribus invicem collatis, quo remotior eſt Planeta inferior à Sole, Retrogradatio ejus & per majorem fit arcum & diutius durat. Prius ex Coroll. præc. liquet, cum Retrogradatio in duobus Planetis mutua ſit per Coroll. 1: Poſterius hinc conſtat, quod Planeta à Sole remotior, dum Retrogradus apparet, longiorem arcum tardior percurrat, & ideo majus tempus inſumat.

Unde fit, quod è Tellure viſa Venus & diutius Retrograda ſit, & per majorem arcum, quam Mercurius.

COROLLARIUM 5.

Hinc etiam ſequitur, quod, quando Planetæ duo ſuperiores ex inferiore ſpectantur conjuncti, ſi à Sole remotior Directus eſt, Soli propior etiam Directus erit; ſi Soli propior fuerit Retrogradus, à Sole remotior etiam erit Retrogradus. Referat S Solem; IT inferioris Orbitam; PZ, RV ſuperiorum duorum Orbitas. Ducatur utcunque SI ſuperiorum Orbitas in P & R interſecans. Sit B Locus in Orbita inferioris, in quo inferior verſatur cum remotior Planeta in R Stationarius hinc videtur; ſitque A Locus in eadem ubi inferior reperitur, cum propior in P ex inferiore ſtare apparet. Jungantur rectæ AP, AS, BR, BS. Ex Coroll. 2. patet Locum A ipſi I puncto propinquiorem eſſe quam B, & PAS angulum majorem eſſe quam RBS. Quando Planeta in R Directus ex inferiore apparet, oportet inferioris Locum magis diſtare ab I quam B Locus, puta in c. Ponatur jam ſuperiorum propiorem, ex inferiori viſum, remotiori conjungi; eritque ideo in E puncto, ubi recta cR Orbitam PZ interſecat. Per *Prop.* XXI. *El.* I. eſt angulus ECS minor quam RBS; ergo multo minor eſt quam PAS. Planeta ergo in E ex c ſpectatus Directus eſt; quia ſcilicet, ut Retrogradus ſit, requiritur ut ECS major ſit quam PAS ad ejus Stationem requiſitus.



Inferiore vero inter B & A verſante, remotior ad R Retrogradus apparebit, & propior illi conjunctus etiamnum Directus; quia Planeta ſpectator ad terminum A nondum pervenit.

Si vero ſuperiorum propior ad P ex inferiore Retrogradus appareat,

reat, erit inferior inter A & I, puta in D. Si jam remotior huic conjunctus appareat, erit ille in recta DP ad Orbitam RV producta, nempe in F: Sed angulus FDS est major (per *Prop.* XXI. *El.* I.) quam PAS, qui rursus major est (ex modo ostensis) quam RBS. Et igitur Planeta remotior in F ex D spectatus Retrogradus apparet, cum ad hoc, ut Directus appareat, requiratur angulus ad inferiorem minor quam RBS.

Atque hinc fit quod ex Terra Saturno Directo viso Jupiter & Mars non possunt jungi, nisi & ipsi Directi fuerint; vel Jovi Directo Mars non nisi Directus: At Saturno Retrogrado jungi potest Jupiter vel Mars Directus, & Jovi Retrogrado poterit Mars Directus conjungi. At Marti Retrogrado Jupiter & Saturnus conjungi nequeunt, nisi & ipsi Retrogradi fuerint; aut Jovi Retrogrado Saturnus non nisi Retrogradus.

LEMMA.

Datis in quadrilatero CGDK *circulo inscripto* (*cujus unum latus* CK *est circuli diameter*) *latere* CG *& diagonali* CD, *item ratione inter oppositum latus* KD *alteramque diagonalem* GK, (*eôdem quæ inter datas rectas* N *&* M;) *invenire angulum* GCD *comprehensum inter datum latus datamque diagonalem.*

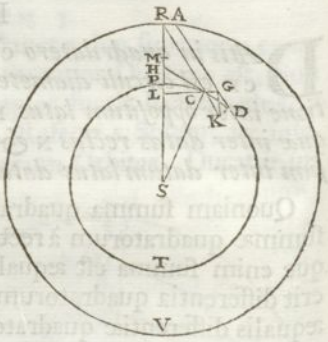
Quoniam summa quadratorum à rectis CG & KG æqualis est summæ quadratorum à rectis CD & KD, (utraque enim summa est æqualis quadrato à CK;) erit differentia quadratorum à rectis GK & KD æqualis differentiæ quadratorum à rectis CD & CG, & proinde data. Porro, quoniam GK est ad DK sicut M ad N, erit quadratum à GK descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis GK & DK sicut quadratum à recta M descriptum ad differentiam quadratorum ab ipsis M & N; facta nempe ex illis in eadem ratione cum similiter factis ex his, quæ illis sunt proportionales: Dabitur ergo (per 2. *Dat.*) quadratum à GK descriptum; dabitur etiam quadratum ex CK, compositum nempe ex datis, quadrato nimirum à GK & quadrato à CG: Quare & ipsæ rectæ CK & GK dantur; daturque etiam DK recta, quippe datam habens rationem ad GK. Geometris vero Theorema est notissimum, ab ipso *Ptolemæo Lib.* I. *Magnæ Constructionis Cap.* IX. demonstratum, quod in quadrilatero circulo inscripto CGDK rectangulum comprehensum sub CD & GK æquale est rectangulo sub CG & DK, una cum rectangulo sub CK & GD. Adeoque rectangulum sub CD & GK, dempto rectangulo sub CG & KD, æquatur rectangulo sub CK & GD. Dantur autem parallelogramma rectangula quæ sub datis rectis continentur, & datorum rectangulorum datur differentia; & proinde datur rectangulum sub CK & DG, & datur CK; unde GD etiam datur. Datisque in triangulo GCD tribus lateribus, invenietur GCD angulus. Q. E. F.



PROPOSITIO XXXVIII.

INvenire Angulum Commutationis quo distant Planetæ duo dati è Sole visi, & Angulum quo distant Sol & Planetarum alteruter ex altero visi, cum datorum Planetarum alter ex altero Stationarius apparet.

Sit S Sol, datorum Planetarum Orbitæ RV, PT; sintque CD, RA arcus à Planetis simul descripti dum alter ex altero spectatus stare videtur, qui (per dicta ad Prop. XXXVII.) dati sunt. Jungantur SR, SC, item RC, AD, quæ (per præc.) erunt parallelæ. Per C ducatur linea CG ad RA parallela, item per G recta GK ad RS, & per D recta DK ad CS parallela, quæ concurrant in K; jungatur CK recta. Erit triangulum GKD æquiangulum triangulo RSC, (cum singula illius latera singulis hujus parallela sint,) & proinde simile. Quoniam Tempus Stationis Planetæ est parvum admodum si conferatur cum Tempore periodico etiam velocissimi, linea CD à recta differt insensibiliter, sicut & à fortiori RA sive CG. Illa igitur non differt ab HC recta Orbitam PT in C tangente producta, & hæc producta erit recta CL ad SR normalis, sicut AR eidem normalis est. Porro, circulus diametro CK descriptus transit per D & G, quia anguli CGK, CDK sunt recti; quippe per constructionem rectis SLC, SCH æquales. CGDK igitur est quadrilaterum circulo inscriptum, cujus latus unum CK est circuli diameter, & in quo dantur latus CG diagoniumque CD; item ratio inter oppositum latus DK alteramque diagonalem GK, eadem nempe quæ inter datorum Orbium semidiametros CS, RS. Et igitur (per præmissum Lemma) invenietur angulus GCD, cui æqualis est angulus ad verticem HCL; & huic rursus (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) æquatur RSC, qui est Angulus Commutationis, quo distant Planetæ duo dati è Sole visi cum alter ex altero spectatus stare videtur. In triangulo porro RSC datis duobus lateribus SR, SC & angulo ab illis comprehenso RSC, invenientur anguli SRC, SCR; quorum ille est angulus quo inferior à Sole distat dum è superiore Stationarius apparet, hic angulus quo superior distat à Sole dum ex inferiore stare videtur.



Hanc Methodum Stationum puncta definiendi calculo aptam & spectatoris motui circa Solem magis naturalem & quasi innixam demonstravi, Geometricam hujus Problematis constructionem transiens à *Ptolemæo Lib.* XII. *Almagest.* consignatam, immobilis Terræ hypothesi accommodatam, quam jam olim *Apollonius Pergæus* tradidit, quam nihilo secius suis congruere principiis de motu Telluris ipse testatur *Copernicus Lib.* V. *Cap.* XXXV. *de Revolut.* quamque apud prædictos Auctores videre licet. Si

Si duarum Orbitarum non ſit idem planum, altera ad alterius planum reducatur, demittendo à ſingulis Orbitæ reducendæ punctis perpendicula ad iſtud alterum, quo pacto Orbita circularis elliptica evadit, elliptica in alteram Ellipſin vel forſan in circulum mutatur. Verum nova Orbita facilius ducitur (ope Prop.XXXIII.) per quinque puncta, quorum duo ſunt eadem cum duobus Orbitæ ad cujus planum altera reducitur, communes nempe illius ſectiones cum hoc; tria alia inveniuntur quærendo Diſtantias à Sole Curtatas, ut Prop. XXXV. factum. Quod ſi Orbita altera vel utraque poſt reductionem elliptica ſit, Problema pari modo in illis conſtruitur, & calculus præcedens ſimiliter ad caſum iſtum applicatur, quo in Prop. XXXVI. factum eſt in caſu non abſimili. At ad inveniendam rationem inter RA & CD adhibenda eſt Prop. XLI. Lib. I. loco XXVII. ejuſdem adhibitæ in caſu quo utraque Orbita eſt circularis.

SECTIO V.

De Planetarum primariorum Tabulis, & earum Uſu.

Propter ſimiles rationes iis, quas ad Sect. IX. Lib. II. attulimus de conſtruendis Primi Motûs Tabulis, Artifices conſtruunt etiam Tabulas ad Planetarum ſitum, tum inter ſe tum reſpectu Fixarum, ad datum Tempus expedite inveniendum, quarum Artificium & condendi modum ex antecedentibus, Ordinem ex ſequentibus, colligere licebit.

PROPOSITIO XXXIX.

TAbulas deſcribere, quarum ope cujuſvis è Planetis primariis Locus Heliocentricus & Geocentricus ad datum Tempus expedite definitur.

Primo ponitur *Tabula Æquationis Temporis* duabus partibus conſtans, de quibus actum eſt Prop. XVII. Et quoniam in multiplici calculo opus eſſet tædii plenum binas partes componentes cum ſuis ſignis excerpere, & pro occaſione invicem addere aut ſubducere, unicam Tabulam ex illis invicem commiſtis conflatam conſtruunt, ad Calculatoris ævum aptatam, cum in eo ſitus punctorum Eclipticæ ad Terræ Aphelium ſenſibiliter non mutetur.

Quamvis Tabula hæc Æquationis Temporis univerſalibus annumerari queat, cum ad cujuſvis mobilis Locum determinandum Tempus adhibere oporteat, & quidem indicatum per aliquod æquabiliter latum; Tempus autem omne communiter (& aptiſſime) per Solem numeretur; oportet hujus motum naturâ ſuâ inæqualem ad æqualitatem reducere, hoc eſt, hujuſmodi Tabulâ uti: Tamen cum iſta Æquatio Temporis, per Solem indicata, pendeat ex duplici capite à ſitu Telluris ad Solem, hæc licet uſu generalis, & tam in Fixarum motu ex Lib. præc. quam Secundariorum ex inſe-

quente determinando neceſſaria, ex ſua natura Planetarum primariorum Tabulis accenſenda eſt.

Deinde Tabulæ pro unoquoque ſex Primariorum, Saturno nempe, Jove, Marte, Tellure, Venere & Mercurio ſeorſim condendæ. Licet hic (hujuſve inverſus) ſit Ordo Planetarum verus, & eorum Tabulæ (ſeorſim ſingulæ) ſint naturaliter ſecundum illum diſponendæ; apud nos Telluris incolas ut ipſæ Telluris Tabulæ principem locum teneant neceſſe eſt, cum quod per haſce Motus Telluris quæratur, unde Solis (Planetarum choragi) apparens motus pendet; tum quod hic propter Temporis Æquationem inde pendentem, & etiam immediate ad alterius cujuſvis motum definiendum imprimis neceſſarius ſit.

In Planetarum uniuſcujuſque Tabulis primo omnium conſtituenda eſt Radix Motûs dicti Planetæ; hoc eſt, ad aſſumptum Temporis medii punctum celebre in loco, cui Tabulæ aptantur, numeratum notatur ex præcedentibus Longitudo Heliocentrica dicti Planetæ, Aphelii Nodique aſcendentis ejuſdem; quarum prima, nempe Diſtantia Planetæ ab Æquinoctio ex duabus conſtat partibus heterogeneis; diſtantia nempe Aphelii Planetæ ab Æquinoctio, per angulum expreſſa, & diſtantia Planetæ ab Aphelio expreſſa per aream ſuæ Orbitæ.

Secundo, Motus Medii ab Æquinoctio ipſius Planetæ, Aphelii & Nodi pro Annis, horum decadibus, centenariis &c. item pro Menſibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas diſponuntur.

Tertio, ſubnectitur Tabula exhibens Planetæ Anomaliam veram ad ſingulos gradus Anomaliæ mediæ ejuſdem. Hæc conſtrui poterit vel per III. Prop. vel approximando per IV, VI, vel VII. pro natura approximationis quam quiſque adhibere velit.

Quarto, Tabula exhibens Diſtantiam Planetæ à Sole (per eaſdem Propoſitiones, una cum Prop. XXII. inventam) in partibus, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole continet 100000, ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus. Hæ duæ Tabulæ commode in unam coaleſcunt, cuilibet Anomaliæ mediæ adſcribendo congruam veram Anomaliam & Diſtantiam congruam. Diſtantiis hiſce, ad calculi facilitatem, adduntur Logarithmi correſpondentes; vel etiam Diſtantiarum Logarithmi ſoli in Tabulas diſponuntur, cum illi ad calculum ſufficiant.

Quinto loco ponitur Tabula exhibens Latitudinem Centricam, ſive Inclinationem Planetæ ad planum Eclipticæ ad ſingulos gradus Diſtantiæ à Nodo proximo, quæ Diſtantia à Nodo ab Aſtronomis *Argumentum Latitudinis* vulgo nuncupatur.

Sexto, Tabula *Reductionis* dicta, quâ Planetæ Locus in propria Orbita ad Locum in Ecliptica reducitur, oſtendens quanto promotior eſt aut minus promota in hac quam in illa.

Septimo, Tabula oſtendens quanto intervallum Planetæ à Sole in propria Orbita curtandum eſt, ut ad Eclipticæ planum reducatur, demittendo à Planeta perpendiculum in illud. Cumque tres

tres hæ (nempe Inclinatio, Reductio & Curtatio) ad ſingulos gradus Argumenti Latitudinis aptentur, tres præcedentes Tabulæ in unam commode coaleſcent; ut prius de tertia quartaque dictum. Tria hæc per vulgarem Trigonometriam expediuntur ex determinata Orbis planetarii Inclinatione ad Eclipticam, quod fit per Prop. xx.

Octavo, commode ponitur (per Prop. xxxviii. inventus) Angulus Commutationis, efficiens in iſto Planeta Stationem ex Terra apparentem. Et quoniam neque Planetæ neque Terræ Orbita eſt circularis, nec idem Angulus Commutationis in omni caſu inſervire poteſt, immo non idem in binis Stationibus proximis; Anguli Commutationis, Planetæ Stationem tam primam quam ſecundam producentes, ad quatuor octove Anomalias principaliores in Tabulam diſponuntur.

In inferiorum unoquoque commode adnecti poterit (per Prop. xxxvi. conſtructa) Tabula, cum priore coaleſcens, Angulorum Commutationis in maxima Planetæ Elongatione à Sole tam ad Orientem quam Occidentem ad eaſdem Anomalias aptatorum. Adnectitur etiam Profunditas Solis ſub Horizonte in articulis Ortûs Occaſûſve Heliaci. Atque hæ ſunt Tabulæ communiores ab Aſtronomis condi ſolitæ, ad Planetarum Loca expedite invenienda.

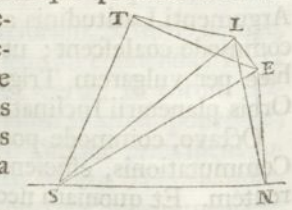
PROPOSITIO XL.

Cujuſlibet Planetæ Locum, tam Heliocentricum quam Geocentricum, ſecundum Longitudinem & Latitudinem ex ſupra deſcriptis Tabulis ad propoſitum Tempus prompte ſupputare, ejuſque Paſſiones definire.

Primo omnium propoſitum Tempus æquetur, ut Prop. xvii. oſtenſum eſt; & Telluris Locus è Sole viſus ejuſdemque à Sole Diſtantia ad Tempus iſtud medium inveniantur, ut in xviii. Cumque ex prima Tabula ad Epocham aſſumptam dentur diſtantiæ propoſiti Planetæ, ejuſque Aphelii & Nodi aſcendentis ab Æquinoctio; & ex ſecunda horum Motus Medii facti inter dictam Epocham Tempuſque propoſitum, ut dictum eſt, æquatum; dabuntur Planetæ Diſtantia media ab Æquinoctio Diſtantiæque Aphelii & Nodi ab eodem. Intervallum duarum priorum eſt Planetæ Anomalia media, cui ex tertia Tabula excerpatur congrua vera ſive angularis Diſtantia à ſuo Aphelio Heliocentrica; & ex quarta Diſtantia ejuſdem à Sole. Dabitur ſimiliter Planetæ Diſtantia à Nodo, ſive Argumentum Latitudinis, cui ex quinta excerpatur congrua Inclinatio, ſive Latitudo Centrica; & ex ſexta Reductio, quâ ad Eclipticam reducitur; & ex ſeptima Curtatio, quâ ſubductâ à Diſtantia Planetæ à Sole in ſua Orbita, prius ex Tabula quarta excerpta, relinquitur Diſtantia Planetæ à Sole Curtata.

Hoc modo habentur ſequentia in ſchemate Prop. xxxv; ſc. recta S T magnitudine, nempe Diſtantia Telluris à Sole; eadem poſitione, nempe Locus Telluris Heliocentricus; recta S E magnitudine, Curtata ſc. Diſtantia Planetæ à Sole; & eadem poſitione, nempe Planetæ

netæ Locus ad Eclipticam reductus: Daturque proinde TSE angulus, inter datas positione rectas comprehensus, qui & Commutationis est; invenietur igitur angulus STE Elongatio Planetæ à Sole è Tellure visa. Sed datur locus Solis è Terra visus; & ideo dantur Planetæ Locus Geocentricus in Ecliptica & TE Distantia Planetæ à Terra.



Rursus, quoniam LE est normalis ad Eclipticæ planum TSNE, triangula SEL, TEL sunt rectangula ad E; & ideo tangentes angulorum ETL, ESL sunt in eadem ratione cum ES, ET: Sed ESL est Latitudo Planetæ Heliocentrica prius ex Tabula propria deprompta, & ratio ES ad ET datur; dantur enim ipsæ rectæ, (sed & harum ratio eadem est cum ratione sinuum oppositorum angulorum STE Elongationis, & TSE Commutationis;) quare ETL Planetæ Latitudo Geocentrica innotescit.

Porro, ex supra inventis Angulo Commutationis & Planetæ Anomalia, invenitur in octava Tabula num dictus Planeta sit in Statione prima vel secunda. Quod si Commutationis Angulus minor sit quam qui in hoc Planeta Stationem facit, erit Planeta Retrogradus; si major, Directus; ut superius ostensum. Eodemque modo ex eadem Tabula invenietur num Venus aut Mercurius sit à Sole maxime Elongatus. Et ex Planetæ loco supra invento, & cognita Depressione Solis ad hoc requisita, Tabulæ huic subnexa, determinabitur (per Prop. XXXVIII. Lib. II.) num Planeta oriatur occidatve Heliace, aut sub Solis radiis lateat. Et denique per eandem methodum, quâ Lunæ Phasis delineata est Prop. XVII. Lib. I, delineabitur Martis, Veneris vel Mercurii Phasis ad Tempus datum. Jupiter vero & Saturnus semper pleno orbe fulgent; ut Prop. IX. Lib. I. dictum est.

In Propositione hac ad casuum omnium varietatem non attendimus; sc. num arcus hic ab illo, aut viciſſim ille ab hoc sit subducendus; nec ad diversa symptomata Inclinationis & Latitudinis Borealis & Australis, Elongationis Orientalis aut Occidentalis, & reliquorum hujusmodi; neque quomodo, ex duobus hinc inde numeris, Tabularis numerus quæsitus intermedius per proportionem sit inveniendus: Non enim calculi præcepta tradimus Supputatori ad literam observanda, sed ejus principia Geometrica.

SCHOLIUM.

Licet Tabulæ superius descriptæ naturales sint satis & vulgo adhibitæ, tamen ad Planetarum Loca promptius invenienda hoc modo aut simili commode construuntur Tabulæ ab iis, qui Aphelia & Nodos Orbium planetariorum pro immotis habent; ut *Streetius* de Planetis omnibus, D. *Flamstedius* saltem de Telluris Apsidibus.

Pro Planeta unoquoque constituendæ sunt Radices, non Longitudinis Planetæ ejusque Aphelii & Nodi ut prius, sed Anomaliæ mediæ Planetæ: Et Motus Anomaliæ pro Annis expansis & collectis,

Mensi-

Menſibus, Diebus, (vel potius ad ſingulos Dies ſingulorum Menſium currentium,) Horis &c.

Hiſce adduntur ſequentia, quæ eadem ſemper manent, Orbis planetarii ſitum definientia ejuſque Theoriam integram per numeros expreſſam exhibentia; nempe 1. Diſtantia in Ecliptica computata Aphelii à Fixarum aliqua, (puta Arietis prima,) ſive differentia Longitudinis dictæ Fixæ & Aphelii planetarii, quæ & *Longitudo Aphelii à Fixa* vocatur; 2. Longitudo Nodi aſcendentis Planetæ ab eadem Fixa; 3. Inclinatio Orbis Planetæ ad Eclipticæ planum; 4. majoris Axis Orbitæ planetariæ ejuſque Excentricitatis Magnitudines expreſſæ in partibus, quarum Diſtantia à Terra mediocris continet 100000: Ex hiſce enim, per Propoſitiones reſpectivas, inveniuntur ad quamlibet Anomaliam Planetæ mediam Planetæ Longitudo ab Arietis prima, Inclinatio ſive Latitudo Heliocentrica Borealis vel Auſtralis, & Diſtantia Planetæ à Sole Curtata. Ex quibus Anomaliæ mediæ, cui congruunt, ſecundum artem adſcriptis Tabulæ conficiuntur; loco tamen ipſius Diſtantiæ Curtatæ ad calculum ſufficit ejus Logarithmus. Nam quia (per Prop. XLIII. Lib. I.) Fixæ & Orbium Planetariorum ſitus mutuus manet, ſive Nodorum Apſidumque Lineæ quieſcunt, (ſaltem ab hujus artificii Auctoribus pro immotis habentur;) ad idem ejuſdem Orbitæ punctum, hoc eſt, ad eandem Anomaliam mediam, hæc tria in eodem Planeta eadem & invariata manent. His ex Tabulis excerptis, reliqua fiunt ut ſupra in Propoſitione. Longitudo autem primæ Arietis ad Tempus datum invenitur ex Tabulis Fixarum, de quibus Prop. LXVIII. Lib. II. Reliqua de Planetarum Paſſionibus ſimiliter exequenda atque ſuperius.

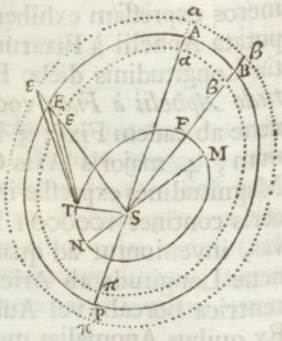
Quæ prædictis ad uſum paratiores ſunt Tabulæ, *Motuum Cæleſtium Ephemerides* vocantur, ex perpetuis ſupra deſcriptis ad certos Annos ſupputatæ, Planetarumque ſingulorum Loca ſecundum longum & latum, Paſſiones, & Aſpectus mutuos tam ex Solis quam ex Terræ centro viſos, ad ſingulos dies oſtendunt; quibus adduntur Lunæ Loca etiam ad dies ſingulos computata, ejuſdem Phaſes, Solis Lunæque Defectus, aliaque ex Libro ſequente reperta.

PROPOSITIO XLI.

IN Planetis primariis invicem collatis Quadrata Temporum Periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum Ellipticarum, quas circa Solem deſcribunt.

Referat s Solem; METN Orbitam Terræ, cujus Apſides M & N; AEPB alterius cujuſvis Planetæ Orbitam, cujus Apſides A & P, quæ ita in ſchemate annexo delineata intelligantur, ut linearum MN, AP eadem ſit inclinatio ad invicem, quæ ex præcedentibus inter dictorum Planetarum Lineas Apſidum in Cœlo deprehenditur; & eadem ratio inter illarum Cubos, quæ intercedit inter Quadrata Temporum periodicorum eorundem Planetarum. Dico, quod manente

Orbitâ Telluris, alter Planeta nequit moveri in alia quavis Orbita præter modo deſcriptam AEPB. Si enim fieri poteſt, ſit dicti Planetæ Orbita αεπβ diverſa; hoc eſt, major vel minor quam Orbita AEPB. Deſignet F punctum in Orbita Terræ, in quo Tellus verſatur cum Planetæ alteri juncta eſt Heliocentrice. Ducta SF (& ſi opus eſt producta) oſtendet in Orbita AEPB punctum B, in quo alter Planeta tum reperiretur ſi in Orbita hac moveretur; & in Orbita αεπβ, quam deſcribere ſupponitur, punctum β, in quo revera reperitur. Digreſſâ vero Tellure ab F alteroque Planetâ à β, poſt certum tempus reperiatur illa in T, hic in ε: Juncta Sε occurret Orbitæ AEPB in E puncto, in quo Planeta repertus fuiſſet ſi Orbitam AEPB deſcripſiſſet, cum periodicum Tempus ſatis ſit cognitum & certum. Ductis rectis ET, εT, erit angulus STε Elongatio Planetæ à Sole ad dictum Tempus. Hæc autem Elongatio obſervatis non congruit, ſiquidem Elongatio STE (deducta ex hypotheſi quod Planeta Orbitam AEPB deſcribat) iis congruat. Et igitur poſitâ METN Telluris Orbitâ, Planeta iſte alter non deſcribit Orbitam αεπβ ab AEPB Orbita diverſam. Orbitarum vero AEPB, MFTN Axium majorum Cubi ſunt ut Planetarum in Orbitis illis motorum Temporum periodicorum Quadrata. Idemque de aliis Planetis cum Tellure collatis, propter ſimiles rationes, colligitur: Et igitur, ex æquo, in duobus quibuſvis Planetis primariis inter ſe collatis Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi majorum Axium Orbitarum, in quibus feruntur.



Et generaliter congruentia Locorum ſupputatorum cum obſervatis Orbitæ cujuſvis Planetæ Situm verum & veram Speciem arguit æque ac Magnitudinem veram. Tam varie enim inter ſe miſcentur Situs Terræ & aliorum Planetarum, ut errores notabiles in cujuſvis Orbita & Theoria ordinandis admiſſi ſe quandoque manifeſto proderent, ſenſibileſque admodum fierent: è contrario vero ex Tabulis dictis Theoriis innixis deducta Planetarum Loca obſervatis mire congruunt. Interim tantilla ab obſervatis diſcrepantia aliis cauſis debetur; Actioni nempe Planetarum in ſe mutuo, cujus effectus in Planetarum motibus perturbandis inferius conſiderandi ſunt, & Orbitæ Planetarum inde rectificandi.

PROPOSITIO XLII.

Dato Planetæ Loco Geocentrico dato Tempori congruo, ejuſdem Locum ex data in ſuperficie Habitatione viſum ad dictum Tempus ex Tabulis depromere.

Si Habitatio data non ſit in eodem Meridiano Terreſtri cum Loco, ad quem Tabulæ conſtructæ ſunt, Tempus datum numeratum in illa reducatur ad Tempus numeratum ſub hoc, ope Tabularum

rum, Sect. IX. Lib. II. descriptarum. Ad Tempus illud inveniantur (per Prop. XXXVI. Lib. II.) è centro Terræ visa ejus Altitudo supra Horizontem Habitationis datæ & Azimuthus. Altitudini sic inventæ congrua excerpatur Solis Parallaxis ex Tabula per Prop. XLVII. Lib. II. constructa, ex Parallaxi unius Distantiæ uniusque Altitudinis, vel per aliquam Prop. Lib. II, vel per aliquam è subsequentibus cognita: Eritque (per Prop. XLVIII. Lib. II.) Parallaxis Planetæ in eadem Altitudine supra Horizontem ad supra excerptam Solis Parallaxin ut Distantia Solis à Terra ad Distantiam Planetæ ab eadem: Sed Distantiæ hæ in Planetæ Loco per præced. computando notæ erant; quare & Planetæ Parallaxis Altitudini isti competens invenitur. Hæc ergo subducenda est ab Altitudine Geocentrica supra inventa, ut evadat Altitudo semel correcta in Habitatione data. Altitudini per Parallaxin sic correctæ addatur Refractio congrua, ex Tabula Refractionis per Prop. LXVI. Lib. II. constructa, de cujus usu actum est Prop. LXVIII. ejusdem; conficieturque Planetæ Altitudo apparens in Habitatione data, Azimutho primum invento manente immutato. Ex Altitudine hac apparente & Azimutho inveniatur per Propositiones XXVI. & XXVII. Lib. II. Planetæ Locus, qui in data Habitatione erit apparens. Tempus propositum in Meridiano cui Tabulæ aptantur numeratum & postea ad Meridianum datæ Habitationis reductum, cum sit medium, (quali opus est ad Tabularum usum,) reducitur ad apparens per Prop. XVII: Itaque Planetæ Locus apparens, ad datum Tempus nunc apparens factum, inventus est.

SECTIO VI.

De Orbium planetariorum Magnitudine.

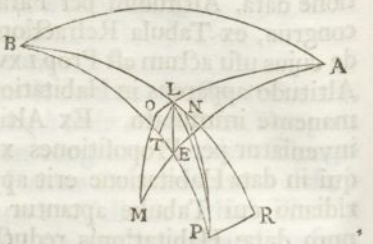
In præcedentibus ipsos Planetas tanquam puncta in Orbitis suis mota consideravimus; hoc est, ab illarum Magnitudine abstraximus. Et in isto casu perinde est, quoad Phænomena, cujus Magnitudinis ponatur cujusvis Orbita, modo reliquæ omnes ad hanc rationem & positionem habeant quas in ipsa rerum natura obtinent. Ideo communem Orbitarum omnium earumque partium mensuram ubique posuimus Axem majorem Orbitæ, quam Tellus (spectatoris domicilium) circa Solem describit, aut hujus semissem, Telluris à Sole Distantiam mediocrem, de hujus mediocris Distantiæ Magnitudine parum solliciti. Nunc vero cum reliquorum Planetarum Magnitudo cum Telluris Magnitudine comparanda venit, oportet prædictas Distantias cum Telluris Diametro comparare; quod ex cognita Parallaxi fiet, ut Lib. II. est ostensum. Et licet Planetæ Parallaxis per aliquam Parallaxis inveniendæ methodum Lib. II. traditam investigari posset, si quantumvis accurate observare liceret; quoniam tamen plurima nimis obvia huic obstant, methodos duas proponemus, quibus observatio hæc, imprimis lubrica, absque

notabilis erroris periculo inſtitui poſſit. In prima per binas obſervationes in duobus Telluris Locis ſimul factas; in ſecunda ope duarum in eodem Loco factarum res conficietur.

PROPOSITIO XLIII.

EX duorum Planetarum Conjunctione, in datis duobus Terræ locis obſervata, utriuſque Planetæ Parallaxin inveſtigare.

Sint Loca vera duorum Planetarum in Conjunctione *Corporali* (hoc eſt, ubi alter alterum contingere vel tegere videtur) obſervatorum L & E. Ductus concipiatur circulus AB per Locorum Terreſtrium vertices A & B. Ducantur verticales circuli AEM, ALO, BEP, BLN. Obſerventur Planetæ è Locorum datorum altero (cujus nempe vertex eſt A) in O & M. Cumque dentur Loca ubi Obſervationes inſtituuntur, dabitur (per Prop. XXXII. Lib. II.) differentia Meridianorum; adeoque nomina horarum, quibus idem quodvis temporis inſtans in dictis duobus Locis inſignitur: & propterea idem temporis momentum poterit eligi ad obſervationem in datis Locis inſtituendam. Eodem igitur inſtanti, quo Planetæ in O & M obſervantur è Loco cujus vertex A, obſerventur è Loco cujus vertex B, *ex. gr.* in N & P. Ducantur circuli maximi LE, OM, NP. Obſerventur quoque (vel per Micrometrum, vel, quod hujus inſtar eſt, fila varie in Teleſcopii foco tenſa, vel etiam ope Icoſcopii imaginem in planum projiciendo, vel alio quovis modo Artificis induſtriæ relinquendo) arcuum NP, OM (qui in Conjunctione Corporali, ob parvitatem, erunt rectæ) & angulorum PNB, NPB, AOM & AMO magnitudines. Datur jam, ex horum Planetarum Theoria, ratio Diſtantiarum eorundem à Terræ centro, ex qua & eorum Altitudinibus (exacte ſatis ad hoc propoſitum obſervatis) dantur (per Prop. XLIX. Lib. II.) rationes inter ſinus arcuum LN, EP, LO, EM, & proinde (per 2. *Dat.*) dato uno innoteſcunt omnes. Ex puncto P in Azimuthum BN productum demittatur perpendicularis arcus PR: Et in triangulo ſphærico rectangulo PNR, è datis latere PN & angulo PNR, inveniantur latera NR, RP & angulus RPN; innoteſcit igitur angulus RPE. Ponatur (more Analyſtarum) Sinus Parallaxis LN computationis Radix: Et è datis ſinubus arcuum LN, NR inveniatur (per ea quæ tradit *Ptolemæus Cap.* IX. *Lib.* I. *Almageſt.*) ſinus arcûs LR eorum ſummæ. Deinde, in triangulo ſphærico LPR rectangulo ad R, è datis ſinubus laterum LR, RP, inveniantur ſinus lateris LP & anguli LPR: E datis itaque ſinubus angulorum LPR & EPR (per oſtenſa à *Ptolemæo* in loco citato) inveniatur ſinus differentiæ eorum; nempe anguli LPE. Ex puncto L in Azimuthum BP demittatur arcus perpendicularis LT. In triangulo igitur ſphærico PLT rectangulo



rectangulo ad T, è datis sinubus lateris LP & anguli LPT, inveniantur sinus laterum LT, TP: Datur igitur sinus arcûs ET, differentiæ nimirum arcuum EP, TP. Et tandem in triangulo sphærico ETL rectangulo ad T, è datis sinubus laterum LT, ET, inveniatur sinus lateris EL. Eodem prorsus modo inveniatur sinus lateris EL, è datis sinubus arcuum LO, EM, expressus per prius positam Radicem: Dabitur ergo æquatio inter sinum arcûs EL primo inventum & sinum eundem secundo inventum, cujus resolutio dabit valorem Radicis, sive Sinûs arcûs LN; unde omnia quæsita innotescent.

Quod si eligantur Loca talia in Terra, ut Planetæ communem Locorum Azimuthum transeant, atque istud temporis instans in quo horum alter dictum communem Azimuthum tenet; constructio hæc migrabit in particularem istam *Prop.* LXXXVII. *Opt. Prom. Jacobi Gregorii.*

LEMMA.

DAtis intervallo duarum quantitatum & ratione inter illas, quantitates invenire.

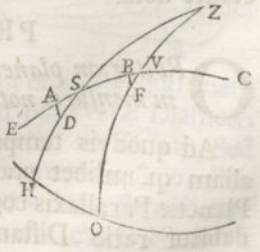
Sumatur quantitas, quæ est ad notum intervallum sicut major terminus rationis datæ ad differentiam terminorum; erit hæc quæsitarum major: Nam in quatuor proportionalibus, facta ex duabus prioribus sunt in eadem ratione cum similiter factis ex duabus posterioribus. Si major multetur dato intervallo, relinquetur minor.

PROPOSITIO XLIV.

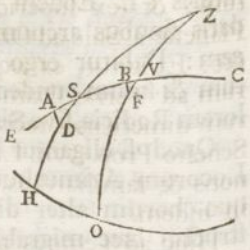
EX Observationibus duabus ejusdem Conjunctionis Corporalis duorum Planetarum, in eodem Loco habitis, utriusque Planetæ Parallaxin determinare.

Observetur, prope Conjunctionem Corporalem, motus visus duorum Planetarum ad Eclipticam reductus, à se mutuo (vel ad se mutuo) dato tempore factus: Et per notam, ex præcedentibus, utriusque Planetæ Theoriam determinetur eorum motus à se mutuo, in Ecliptica computatus, ex centro Terræ spectatus, eodem tempore factus; quod satis accurate fieri poterit, si tempus non sit nimis magnum. Ex hisce igitur arcubus datis, nempe vero & viso Planetarum motu à se mutuo eodem tempore facto, determinanda est utriusque Parallaxis.

Referat HO Horizontem, Z Zenith & EC Eclipticam: Sitque SV arcus Eclipticæ, quo Planetæ (ex centro Terræ spectati) dato tempore à se mutuo moventur, ex eorum Theoria notus; & AB arcus Eclipticæ, quo à se invicem eodem tempore moveri videntur, observatione cognitus; datur ergo horum differentia. Per A & B intelligantur ducti Latitudinis circuli AD, BF, verticalibus ZH, ZO per S & V ductis occurrentes in D & F: estque SA Parallaxis Longitudinis pro-



pioris Planetæ à remotiore, ſive exceſſus majoris Parallaxis Longitudinis ſupra minorem in hoc ſitu; & VB exceſſus majoris Parallaxis ſupra minorem in altero. Ratio arcus AS ad arcum BV componitur ex rationibus AS ad SD, SD ad VF, & VF ad BV; ratio autem AS ad SD innoteſcit, quia in triangulo rectilineo ASD rectangulo ad A datur angulus ASD, per Prop. XXXVI. Lib. II. inventus; ratio SD ad VF invenitur per Prop. XLVII. Lib. II; & ratio VF ad BV invenitur ut prius ratio AS ad SD; quare ratio AS ad BV ex hiſce compoſita nota eſt: Sed arcuum AS & BV nota etiam eſt differentia, eadem nempe cum data differentia arcuum AB & SV; & igitur (per Lem. præc.) dabuntur ipſi arcus AS & BV. Adeoque (per 2. *Dat.*) dabuntur & ipſi SD & VF; hoc eſt, exceſſus Parallaxis majoris ſupra minorem in Altitudine data: poterit enim Altitudo HD vel OF ſatis exacte ad iſtud propoſitum obſervari. Et inde exceſſus majoris Parallaxis horizontalis ſupra minorem horizontalem (per Prop. XLVII. & LXIII. Lib. II.) etiam dabitur: Sed per Prop. XXXV. datur ratio inter Diſtantias datorum Planetarum à Terra tempore obſervationis, (nam utriuſque Diſtantia à Tellure in partibus mediæ Diſtantiæ Telluris à Sole exprimitur;) & ideo ratio Parallaxium horizontalium eorundem Planetarum etiam datur, quippe (per Prop. XLVIII. Lib. II.) prioris reciproca: Et igitur (per Lem. præc.) dantur ipſæ Planetarum Parallaxes horizontales.



Atque hinc omnium Planetarum Parallaxes determinantur: Nam ex data Parallaxi unius Planetæ dantur Parallaxes omnium per Prop. XLIX. Lib. II; quia, ex præcedentibus, ad tempus datum datur ratio inter illorum Diſtantias à Telluris centro.

SCHOLIUM.

Quamvis duo quilibet Planetæ in qualibet Conjunctione (modo in Prop. præced. oſtenſo) adhiberi poſſint ad utriuſque Parallaxin determinandam, immo Planeta quivis (Mars *v. g.* in ſitu Achronychio Terræque proximo) conjunctus Fixæ, cujus Parallaxis eſt nulla, ad ejus Parallaxin (tum temporis maximam) definiendam ſufficiat, inferiorum alter Solis diſcum tranſiens propoſito eſt aptiſſimus; præcipue Venus, cujus Parallaxis eſt maxime ſenſibilis, quippe tunc propioris, & Theoria, in quantum rei huic eſt neceſſaria, ſatis accurate nota.

PROPOSITIO XLV.

ORbitarum planetariarum Axes majores, Excentricitates &c. in menſuris notis determinare.

Ad quodvis tempus (per præcedentium duarum aliquam vel aliam quamlibet praxin Lib. II. indicatam) inveniatur cujuſvis Planetæ Parallaxis cognitæ Altitudini apparenti competens; & inde dabitur ratio Diſtantiæ Planetæ à centro Terræ ad Semidiametrum

metrum Terræ; eadem nempe (per Prop. XLVI. Lib. II.) quæ eſt inter ſinum Diſtantiæ apparentis à vertice & ſinum Parallaxis. Atqui (per Prop. XXXV.) datur ratio inter Diſtantiam Planetæ à centro Terræ & ejuſdem Diſtantiam à Sole ad Tempus iſtud cognitum; & (ex ſuperioribus) ad idem Tempus datur ratio Diſtantiæ Planetæ à Sole ad Orbitæ Axem majorem ejuſque Excentricitatem &c: Et igitur, ex æquo & per 2. *Dat*, dabitur ratio iſtarum rectarum ad Terræ Diametrum; hoc eſt, dabuntur omnes iſtæ Orbitarum dimetientes rectæ per Terræ Diametros expreſſæ. Cumque ex Scholio Prop. XVII. Lib. II. Terræ Diameter cognita ſit in menſuris notis & familiaribus, dabuntur etiam prædictæ Orbitarum rectæ in iiſdem.

Hinc ad Tempus propoſitum Diſtantiæ Solis & Planetarum primariorum à Terra per Terræ Semidiametros aliaſve menſuras notas expreſſæ innoteſcunt: Nam ad dictum Tempus diſtantiæ iſtæ expreſſæ in partibus mediocris Diſtantiæ Terræ à Sole notæ ſunt per Propp. XXXIV. & XXXV, & (per hanc) dicta mediocris Diſtantia Terræ à Sole in notis menſuris cognita eſt.

SECTIO VII.

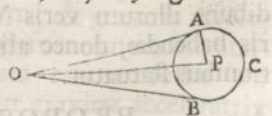
De Magnitudine & Denſitate Solis & Planetarum primariorum.

PROPOSITIO XLVI.

S*olis Planetarumque primariorum Magnitudinem definire.*

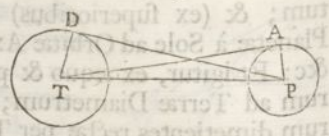
Conſonum eſt ut hoc loco, poſt traditam Planetarum Theoriam, agamus etiam de illorum Magnitudine & Denſitate, ex quibus conjunctim Quantitas Materiæ in ſingulis pendet; præſertim cum quædam in eorum Motu Orbiumque dimenſione hinc rectificanda veniant.

Sit horum aliquis ABC, cujus centrum P; ſitque O oculus Obſervantis. Jungatur recta OP, per quam ductum intelligatur planum ſecans Solis vel Planetæ corpus ſphæricum in ejus circulo maximo BAC. Ex O ducantur rectæ hunc tangentes OA, OB, & jungatur PA recta. Angulus AOB idem eſt cum dicti corporis Diametro apparenti ex O, ſecaturque hic bifariam per OP rectam. Obſervetur hæc per methodos Aſtronomis ſatis notas, quo pacto in triangulo AOP noti erunt omnes anguli: nam (per *Prop.* XVI. *El.* III.) A eſt rectus, & AOP eſt obſervatæ Diametri apparentis ſemiſſis; unde innoteſcit ratio laterum OP & AP: Sed (per Prop. XLV.) datur ratio inter Terræ Semidiametrum & OP Planetæ Diſtantiam; & igitur, ex æquo, datur ratio inter Semidiametros Terræ & Planetæ; ergo & hujus triplicata etiam eſt data, nempe



nempe ratio inter Terram & Planetam. Datur autem Terræ Magnitudo per Schol. Prop. XVII. Lib. II; & igitur Planetæ Magnitudo (per 2. *Dat.*) data est. Q. E. F.

Si per Terræ & Planetæ centra T & P tradu&tum planum secet utrumque, erunt hujus plani cum istis corporibus sectiones communes circuli in illis maximi. Quod si ducantur tangentes rectæ TA, PD, & jungantur TP, TD, AP; hæ duæ ultimæ coincidunt fere cum arcubus centris T & P & distantiâ TP descriptis; ac proinde sunt in eadem ratione cum angulis TPD, PTA quos subtendunt, quorum hic est Semidiameter Planetæ apparens, ille ejus Parallaxis horizontalis: & proinde inverse Diameter Planetæ est ad Terræ Diametrum ut Semidiameter Planetæ apparens ad Parallaxin ejus horizontalem. Dantur autem tres posteriores hujus analogiæ termini; ergo & primus, Planetæ nempe Diameter.



SCHOLIUM.

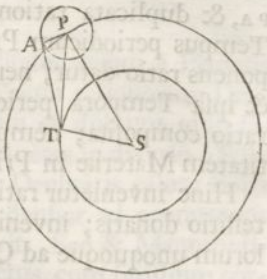
Per methodum prædi&tam Solis Planetarumque præter Terram omnium Magnitudines inter se accurate comparari poterunt. Nam illorum Diametri sunt in ratione compo&ita ex ratione Distantiarum & ratione sinuum semi-angulorum sub quibus videntur, hoc est, fere, Diametrorum apparentium: Ratio vero Distantiarum per Prop. XXXV. inventa eadem est cum vera per Prop. XLI; & Diametrorum apparentium ratio ex observatione citra dubium constat. Verum comparatio Magnitudinum istorum corporum cum Magnitudine Telluris pendet à Planetæ alicujus Parallaxi. Si hæc accurate non detur, di&ta comparatio accurate instituì nequit. Optimos ejus investigandæ modos supra propriis locis tradidimus: Sed horum ultimus Prop. XLIV. traditus ad praxin maxime accommodus videtur, si ad Venerem in Solis disco visam applicetur; quod nondum fa&tum est, nec ante Annum 1761 (cum Venus in Sole secundo ab hominibus videbitur) fieri poterit. Si interim Terræ Diameter ex Sole visa statuatur mediocris inter reliquorum quinque Diametros ex eodem visas, (quod verisimillimum est à vero non multum aberrare, & porro Solis Parallaxi per Mercurii in Sole visi observationem, aliasque observationes aliter instituta, definitæ proxime congruit,) Planetarum omnium & Solis Magnitudines prodibunt illorum veris Magnitudinibus satis propinquæ, & pro veris habendæ, donec aliquid certius de Parallaxi Solis ex observationibus statuatur.

PROPOSITIO XLVII. LEMMA.

INvenire rationem Distantiæ dati Secundarii à suo Primario ad Distantiam dati Primarii à Sole.

Referat S Solem; T Terram; P Planetam quemvis, cujus Satelles A. Observetur ex T maxima hujus Elongatio à P, nempe angulus ATP. Igitur in triangulo PAT rectangulo ad A, dato angulo T dabitur

bitur ratio lateris AP ad PT: & per Prop. xxxv. datur ratio PT ad TS, & ratio TS ad Diſtantiam alterius cujuſvis Planetæ à Sole etiam eſt nota; & igitur non latebit ratio inter Diſtantiam dati Satellitis à ſuo Primario & Diſtantiam cujuſvis Primarii à Sole.

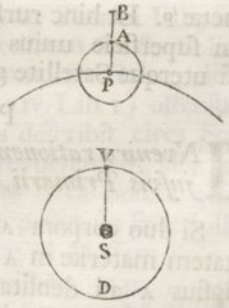


Quod ſi Satelles propoſitus ſit Luna noſtra, Problema aliter ſolvi nequit quam (per aliquam ex methodis ſupra traditis aut ſimilem) inveſtigando Diſtantiam Solis à Terra, & (per eandem, aliamve vel hactenus traditam vel inferius Lib. IV. tradendam) Diſtantiam Lunæ ab eadem.

PROPOSITIO XLVIII.

INvenire rationem Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dato Planeta primario, circa quem Satelles revolvitur.

Sit S Sol; P Planeta primarius datus, circa quem aſſecla A rotatur; ſitque V alter quivis è Primariis ad libitum aſſumptus: fiat PB æqualis SV, & concipiatur corpus quodvis in B locatum: eritque (per Prop. XLIX. Lib. I.) Quantitas Materiæ in S ad Quantitatem Materiæ in P, ut gravitas acceleratrix corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P. Et ratio gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P componitur ex ratione gravitatis acceleratricis corporis V verſus S ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P, & ratione gravitatis acceleratricis corporis A verſus P ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus idem P. Sed (per Prop. XXVI. Lib. I.) gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis A verſus P in ratione compoſita ex ratione rectæ SV ad PA rectam, & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem; & gravitas acceleratrix corporis A verſus Planetam P eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus eundem in duplicata ratione rectæ PB (ſive huic æqualis SV) ad rectam PA. Et igitur gravitas acceleratrix corporis V verſus S eſt ad gravitatem acceleratricem corporis B verſus P; hoc eſt (ut ſupra oſtenſum) Quantitas Materiæ in S eſt ad Quantitatem Materiæ in P, in ratione compoſita ex ſequentibus tribus; *viz.* ratione rectæ SV ad rectam PA, duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa Planetam P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem, & duplicata ratione rectæ SV ad rectam PA. Prima vero ratio componens & ultima faciunt triplicatam ra-



tionem rectæ SV ad PA: Unde Quantitas Materiæ in S eſt ad Quantitatem Materiæ in P in ratione compoſita ex triplicata ratione SV ad PA, & duplicata ratione Temporis periodici Satellitis A circa P ad Tempus periodicum Primarii V circa Solem. Utraque autem componens ratio datur; nempe ratio SV ad PA per præmiſſum Lemma, & ipſa Tempora periodica per obſervationem: non latebit igitur ratio compoſita; nempe ratio Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in Primario P.

Hinc invenietur ratio Quantitatis Materiæ in Planetis tribus Satellitio donatis; inveniendo ſc. rationem Quantitatis Materiæ in illorum unoquoque ad Quantitatem Materiæ in Sole.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur ratio Gravitatis Acceleratricis in ſuperficie Solis ad Gravitatem Acceleratricem in ſuperficie cujuſvis Planetæ Satellitem habentis. Habentur enim ratio Gravitatis in ſuperficie Solis ad Gravitatem in V, duplicata ſc. rationis Diſtantiæ SV ad Semidiametrum Solis ex præcedentibus cognitæ, & ratio Gravitatis in V verſus Solem ad Gravitatem in A verſus Planetam, inventa ut ſupra; item ratio Gravitatis in A ad Gravitatem in ſuperficie Planetæ P, duplicata notæ rationis quam habet Semidiameter Planetæ ad Diſtantiam Satellitis à Primario. Liquet jam rationem ex tribus hiſce notis rationibus compoſitam eandem eſſe cum ratione Gravitatis in ſuperficie Solis ad Gravitatem in ſuperficie Planetæ P. Et hinc rurſus, ex æquo, determinabitur ratio Gravitatis in ſuperficie unius Planetæ ad Gravitatem in ſuperficie alterius, ſi uterque Satellite gaudet.

PROPOSITIO XLIX.

INvenire rationem Denſitatis Solis ad Denſitatem Planetæ cujuſvis Primarii, circa quem Satelles revolvitur.

Si duo corpora A & B ſint ejuſdem magnitudinis, patet quantitatem materiæ in A eſſe ad quantitatem materiæ in B ut denſitas ipſius A ad denſitatem ipſius B: Et ſi ejuſdem fuerint denſitatis, quantitas materiæ in A eſt ad quantitatem materiæ in B ut corporis A magnitudo ad magnitudinem corporis B: Et igitur, licet neque magnitudines neque denſitates æquentur, ratio quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B componitur ex directa ratione denſitatum & directa ratione magnitudinum eorundem. Unde ratio denſitatis corporis A ad denſitatem corporis B componitur ex ratione quantitatis materiæ in A ad quantitatem materiæ in B, & ratione magnitudinis corporis B ad magnitudinem corporis A; hoc eſt (in caſu præſenti) Denſitas Solis eſt ad Denſitatem Planetæ in ratione compoſita ex ratione Quantitatis Materiæ in Sole ad Quantitatem Materiæ in dicto Planeta, & ratione Magnitudinis Planetæ ad Magnitudinem Solis. Sed (per Prop. præc.) datur componentium rationum prior, ſi Planeta Satellite gaudet; &

& (per Prop. XLVI) datur posterior; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Solis ad Densitatem Planetæ.

COROLLARIUM.

Hinc, ex æquo, habetur ratio inter Densitates trium è Planetis primariis, nempe Saturni, Jovis & Terræ. Trium reliquorum Densitates hinc analogice derivare licebit. Nullum est dubium, quin sapientissimus Mundi Conditor Deus O. M. Planetas in diversis à Sole distantiis collocaverit, ut quilibet pro gradu Densitatis calore Solis majore vel minore fruatur: Materia enim densior ad operationes naturales obeundas majorem calorem requirit. Sed & Magnitudinis Planetarum aliquis proculdubio est respectus, cum similium corporum minora, cæteris paribus, fortius intimiusque calefiant; quippe respectu suæ molis majorem superficiem habentia, ac proinde plures radios excipientia.

PROPOSITIO L.

ORbitarum planetariarum Axes majores superius inventas corrigere.

Prop. XXIV. capti sunt Orbium Axes majores in ratione subsesquiplicata Temporum periodicorum: nempe à Massis Planetarum abstractum est ut decuit ante illarum determinationem, & Planetæ pro punctis habiti in Ellipsibus circa immotum Solis centrum in umbilico positum revoluti. Quoniam vero propter Solis & Planetæ Actiones mutuas, quibus fit (per Prop. LVIII. Lib. I.) ut Planeta Ellipsin describat cujus Focus est commune gravitatis centrum sui & Solis, similem (per Prop. LI. Lib. I.) illi quem circa immotum Solem viribus iisdem attractus describeret; & (per Prop. LIV. Lib. I.) ostensus est major Axis Ellipseos, quam Planeta quivis describit circa Solem simul circa commune centrum gravitatis revolventem, esse ad Axem majorem Ellipseos, quam idem Planeta circa Solem quiescentem eodem Tempore periodico describere posset, in subtriplicata ratione summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis; ideo Orbitæ cujusque Planetæ Axis major (per Prop. XXIV. inventus) augendus est in dicta ratione subtriplicata summæ Massarum Solis & Planetæ ad Massam Solis, ut evadat correctus. Datur vero (per Prop. XLVIII.) ratio inter Massas Solis & Planetarum; & igitur datur ratio, in qua Orbitarum Axes majores (per Prop. XXIV. inventi) sunt augendi, ut evadant correcti.

PROPOSITIO LI.

ERrores motûs Planetarum circa Solem à mutua Actione oriundos æstimare.

Si S referat Solem, ABCE & DL duorum Planetarum Orbitas; patet, dum Soli propior est in A remotiorque in D, (Planetis nimirum ad Conjunctionem Heliocentricam tendentibus,) per mutuam Attractionem Soli propiorem aliquantulum accelerari,

remotiorem retardari; & cum poſt Conjunctionem ad ſitum qualis eſt c & d pervenerint, remotiorem accelerari, propiorem retardari; & prope Conjunctionem Heliocentricam Diſtantiam remotioris à Sole minui, propioris augeri. Cumque Maſſæ Solis & utriuſque Planetæ (per Prop. XLVIII.) datæ ſint, & Diſtantiæ mutuæ ex ſuperioribus etiam ſint datæ, & quidem (per Prop. præc.) correctæ; dabitur ratio Attractionis cujuſque in Solem ad Attractionem in alterum, & inde ratio Erroris à mutua Attractione oriundi ad effectum Vis ejus, quâ quiſque in Orbe proprio circa Solem retinetur.



Quod ſi Error omnis in Planetam à Sole remotiorem rejiciatur, propioris Orbitâ manente, hoc fere fiet (per Prop. LVIII. Lib. I.) conſtituendo umbilicum Orbis exterioris in communi centro gravitatis Solis & interioris.

Errores iſti in Jove & Saturno maxime ſunt ſenſibiles, propter ingentes iſtorum Planetarum Maſſas.

SCHOLIUM.

Sunt & inæqualitates ex mutua Actione Primarii & ſuorum Satellitum oriundi: Nam (per Prop. LXIII. Lib. I.) non Primarii centrum, ſed centrum gravitatis Primarii & Satellitum, Orbitam Ellipticam circa Solem deſcribit. Quoniam vero hæc à quantitate materiæ in iſtis Secundariis pendent, cujus determinandæ ratio ad Librum ſequentem proprie ſpectat, de illis nunc tacemus.

SECTIO VIII.

De Figura Solis & Planetarum.

PROPOSITIO LII.

DEterminare Telluris Figuram; hoc eſt, rationem quam ejus Axis habet ad Diametros eidem normales.

Libro primo Prop. XXXI. generatim, ex cauſis propriis, eſt oſtenſum Solem & Planetas Figurâ indutos eſſe verſus Polos depreſſâ, verſus medium inter Polos circulum elevatâ, ad Sphæroidem prolatam accedente. Nunc ad Figuram hanc ex obſervationibus determinandam accedimus. Ac primo Telluris Figura definienda eſt.

Referat Figura APEp, cujus centrum c, Tellurem; Pp ejus Axem; AE Æquatoris Diametrum quamvis Axi normalem. Menſurentur longitudines Pendulorum dato temporis ſpatio in Cycloide oſcillantium in locis A & P: erunt AC, PC reciproce ut dictæ Penduli longitudines, adeoque in ratione nota. Idem fiat in loco quovis intermedio B, cujus Latitudo (ſc. ACB angulus) per Prop. XVIII. Lib. II. innoteſcit; eruntque AC, BC reciproce ut longitudines Pendulorum pari temporis ſpatio in locis iſtis A & B oſcillantium, & proinde in ratione data.

Concipiatur enim canalis fluido plena inflexa ab A ad C, & inde ad

ad P. Ex fluidi quiete manifeſtum eſt fluidum in canalis crure AC in æquilibrio eſſe cum fluido in ejuſdem crure PC, vi centrifugâ ex motu circa Telluris Axem ortâ & majore à centro Terræ diſtantiâ attollentibus & retinentibus fluidum in crure CA ad majorem altitudinem quam in CP crure Unde & portio quælibet fluidi in CA in æquilibrio eſt (ſive æqualiter gravis eſt) cum ſimili & ſimiliter poſita fluidi portione in crure CP, (quod proinde etiam verum eſt de corporibus quibuſvis homogeneis, etiamſi fluida non ſint;) & ſuprema crurum puncta A & P ſimiliter in cruribus ſita ſunt: Et igitur corpora homogenea in A & P conſtituta,



quæ ſunt ut AC, PC, æquigravia ſunt verſus Terræ centrum. Sed gravitas corporis in A poſiti, quod eſt ut PC, eſt ad gravitatem alterius homogenei ibidem conſiſtentis, quod eſt ut AC, ſicut PC ad AC, (nempe homogeneorum corporum juxta poſitorum pondera ut ipſa corpora;) & igitur corporum homogeneorum æqualium in A & P poſitorum gravitates ſunt ut PC & AC; hoc eſt, reciproce ut diſtantiæ à centro. Simili prorſus ratione oſtendetur gravitas corporis in B ad gravitatem æqualis & homogenei in P ut CP ad CB; etenim fluidum in canale BCP immotum permanebit, ut in priori ACP: Unde, ex æquo, æqualium & homogeneorum corporum in Telluris ſuperficie ubicunque conſiſtentium gravitates abſolutæ ſunt reciproce ut diſtantiæ à centro. At corporis gravitas acceleratrix eſt ut ejus gravitas abſoluta applicata ad ejuſdem molem: Adeoque corporum in Telluris ſuperficie conſtitutorum gravitates acceleratrices ſunt ut locorum diſtantiæ à centro inverſe. Porro, quoniam oſcillatio corporis penduli ad A poſiti, & in Cycloide moti, æquidiuturna ponitur (ex obſervatione) cum oſcillatione alterius ad P; & (per *Prop.* XXV. *Part.* II. *Horologii Oſcillatorii Chriſtiani Hugenii*) tempus deſcenſûs liberi per Cycloidis axem datam habet rationem ad tempus oſcillationis in iſta Cycloide; & (per *Prop.* VI. & VII. *Part.* III. dicti Libri) axis Cycloidis, quam grave Pendulum deſcribit, datam habet rationem ad longitudinem fili dictum grave ſuſpendentis; & proinde tempus deſcenſûs liberi per axem Cycloidis datam etiam habet rationem ad tempus deſcenſûs liberi per fili longitudinem, nempe prioris ſubduplicatam: erit tempus deſcenſûs liberi per longitudinem penduli ad A poſiti æquale tempori deſcenſûs liberi per longitudinem penduli ad P poſiti. Sed ſpatia ad A & P, æqualibus temporibus caſu libero percurſa, ſunt ut gravitates acceleratrices in dictis locis A & P, ſc. effectus ut cauſæ; & dictæ gravitates acceleratrices hactenus oſtenſæ ſunt ut diſtantiæ à centro Terræ inverſe; & igitur longitudo penduli ad A eſt ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oſcillantis ut CP ad CA. Similiterque oſtendetur longitudo penduli ad B eſſe ad longitudinem penduli ad P æquali tempore oſcillantis ut CP ad CB: Unde, ex æquo, erunt univerſaliter longitudines pendulorum æqua-

libus temporibus oſcillantium reciproce ut diſtantiæ locorum à centro Terræ. Cum igitur inventæ ſint ratio ipſius AC ad quamlibet BC & inclinatio dictæ BC ad AC, ac (inter cætera) ratio ipſius AC ad PC; definita eſt natura Figuræ APE*p*, ſectionis nempe Telluris cum plano Meridiani, cujus rotatione circa Axem P*p* ipſa Telluris Figura gignitur. Q. E. F.

Si Terræ figura modo ſupradicto definienda ſit, non opus eſt menſuratâ longitudine penduli dato temporis ſpatio oſcillantis ad ipſum Polum P: per plures enim ejuſmodi longitudines obſervatas in diverſis Latitudinibus tuto concludetur longitudo penduli dicto temporis ſpatio oſcillantis ad ipſum Polum. Rurſus, in ſolvendo hoc Problemate non opus erit in diverſis locis pendulum ita aptare, ut eodem temporis ſpatio oſcillationes ſuas peragat: ſufficit pendulum uni loco aptatum ita ut ejus oſcillationes ſingulæ dato temporis ſpatio reſpondeant, in alia loca transferre, & notare quantum horologium, cui dictum pendulum eſt pro libratorio, tempore unius revolutionis apparentis Fixæ ad eundem locum, retardetur aut acceleretur, prout loca, in quæ transfertur, Æquatori aut Polo viciniora ſunt quam eſt is cui aptatum eſt automaton, & ex iſta retardatione aut acceleratione calculo colligere quâ opus ſit penduli longitudine, ut oſcillationes ſingulæ pari tempore peragantur quo peractæ ſunt in loco, cui pendulum primo erat aptatum.

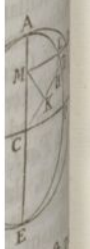
COROLLARIUM.

Hinc ſequitur, ſi (iiſdem manentibus) intervallo CA vel CE deſcribatur circulus, & producatur utcunque ducta CB ad D, eſſe DB ut incrementum gravitatis acceleratricis in receſſu ab Æquatore verſus alterutrum Polum, ſive ut incrementum ſupra longitudinem penduli dato tempore ad Æquatorem oſcillantis loco B congruum. Nam ſupra eſt oſtenſum, ſi AC exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad Polum, quod CP repræſentabit gravitatem aut longitudinem penduli pari tempore oſcillantis ad Æquatorem; & ideo (productâ P*p* ad F & G) PF repræſentabit incrementum gravitatis aut longitudinis dicti penduli ad Polum P. Similiter, ſi CB exponat gravitatem aut longitudinem penduli ad A, AC (hoc eſt, DC) exponet gravitatem aut penduli longitudinem ad B; & conſequenter DB exceſſum ſive incrementum gravitatis longitudiniſve penduli ad B, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad A.



Si APE*p* ſectio Telluris cum plano Meridiani ſit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, quamproxime in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum Locorum. Per D ducatur DM Axi P*p* parallela, Ellipſi in L rectæque AE occurrens in M puncto, ex quo in CD demit-

demittatur perpendicularis MK; ſumatur DH æqualis PF, unde CH æqualis CP, & jungatur LH. Quoniam APE eſt Ellipſis, eſt (per *Prop.* XXI. *Lib.* I. *El. Conic.*) CP*q* ad ML*q* ut rectangulum ſub AC & CE ad rectangulum ſub AM & ME: Et, per eandem, in circulo AFE eſt CF*q* ad MD*q* etiam ut rectangulum ſub AC & CE ad rectangulum ſub AM & ME; & ideo CF*q* erit ad MD*q* ſicut CP*q* ad ML*q*. Unde CF eſt ad MD ſicut CP ad ML; adeoque (per *Prop.* XIX. *El.* V.) PF eſt ad LD ſicut CP ad ML; hoc eſt, HD eſt ad LD ſicut CH ad ML; & igitur (per *Prop.* II. *El.* VI.) LH parallela eſt ad CM; & proinde triangulum LDH ſimile triangulo MDC, & ſimiliter poſitum. A trianguli autem CMD angulo recto M ducta eſt ad hypothenuſam DC perpendicularis recta MK, quod etiam quamproxime factum eſt in triangulo HLD, exiſtente curvæ Eclipticæ particulâ LB & fere rectâ, & ad CD normali, propter Ellipſin APE*p* non multum abludentem à circulo AFEG: Unde CD ſimiliter dividitur in K atque HD in B diviſa eſt; id eſt, HD eſt ad DB ſicut CD ad DK, ſive PF ad BD ſicut CD ad DK. Rurſus, propter triangulum rectangulum CMD diviſum per rectam MK ad CD normalem (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) erunt CD, DM, DK proportionales, ſive ratio CD ad DK duplicata rationis CD ad DM; hoc eſt, rationis CF ad MD. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe PF ad BD ſicut CD ad DK; & igitur PF eſt ad BD in duplicata ratione CF ad MD: Sed CF eſt ſinus totus, & MD ſinus rectus anguli ACB, nempe Latitudinis loci B; & PF, BD ſunt incrementa gravitatis vel longitudinis penduli dato tempore oſcillantis locis P & B congrua, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem: Et igitur, poſitâ APE*p* Ellipſi, incrementum gravitatis vel longitudinis penduli ad Polum, ſupra gravitatem pendulive longitudinem ad Æquatorem, eſt ad ſimile incrementum in alio quovis ſuperficiei Terræ loco B quamproxime in duplicata ratione radii ad ſinum rectum Latitudinis dicti loci B. Atque idem oſtendetur de alio quovis loco in Terræ ſuperficie: Et igitur, ex æquo, ſi APE*p* fuerit Ellipſis, erunt gravitatis pendulive longitudinis incrementa in diverſis locis ſuperficiei Terræ, ſupra gravitatem pendulive pari tempore oſcillantis longitudinem ad Æquatorem, in duplicata ratione ſinuum rectorum Latitudinum iſtorum locorum quamproxime.



SCHOLIUM.

Præmiſſa omnia vera ſunt ex hypotheſi quod Terra ex materia uniformi & æquidenſa conſtat. Suppoſuimus enim fluidum, quo canales ACP, BCP impleti ſunt, uniforme eſſe & homogeneum. Verum ſi materia, ex qua Terra conſtat, denſior ſit ad centrum quam verſus ſuperficiem, prædicta incrementa diſtantiarum à centro pergendo à Polis ad Æquatorem, hiſque proportionalia incrementa gravitatis longitudiniſque penduli dato tempore oſcillantis pergendo ab Æquatore ad Polos, majora erunt quam pro calculo ſuperioribus innixo; & Terræ Axis minor erit reſpectu Diametrorum eidem normalium. Nam ſi materia iſta verſus centrum, quâ Terra

ibi

ibi denſior eſt, ſubducta concipiatur, aut potius ſeorſim ſpectetur ut materia reliqua ſit ubique æquidenſa; ex præcedentibus patet gravitatem acceleratricem in diverſis ſuperficiei Terræ hujus æquidenſæ locis eſſe reciproce proportionalem diſtantiæ à centro. Sed dicta gravitas acceleratrix adhuc augetur propter materiam iſtam redundantem circa centrum; & quidem (ut ex Lib. I. patet) quamproxime in inverſa duplicata ratione diſtantiæ ab iſtius, id eſt, Terræ centro. Cum igitur in caſu Terræ uniformiter denſæ illius ſuperficies verſus Æquatorem elevetur, verſus Polum vero deprimatur; gravitaſque ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum; & porro, ad prædictam materiam redundantem circa centrum gravitas ad Æquatorem minor ſit quam ad Polum in ratione duplicata diſtantiæ Poli à centro ad Æquatoris ſemidiametrum, quæ ratione priore ſimplice minor eſt, cum ratio iſta ſit minoris inæqualitatis; & igitur ex utraque ſimul cauſa, ſive in caſu Terræ verſus centrum denſioris, gravitas ad Æquatorem, ex prioribus binis compoſita, minor eſt quam gravitas ad Polum in ratione minore, quam eſt ea quam diſtantia Poli à centro habet ad Æquatoris ſemidiametrum. Et ideo ex minore hac gravitate ad Æquatorem, reſpectu ejus quæ obtinet ad Polos, Tellus magis ad Æquatorem elevabitur quam pro ſuperioribus. Idemque obtinet in longitudine penduli dato temporis ſpatio oſcillantis; quippe quæ ſuperius oſtenſa eſt gravitati acceleratrici proportionalis.

PROPOSITIO LIII.

Determinare rationem, quam Solis aut dati Planetæ Axis habet ad Diametros eidem normales.

Inveniatur per Prop. XXVI. Lib. I. ratio Vis Centrifugæ in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad Vim Centrifugam in Æquatore Terræ: Datur autem ratio inter Vim Centrifugam in Æquatore Terræ ad gravitatem in Terræ ſuperficie, eadem ſc. cum ſuperius inventa ratione quam habet exceſſus Diametri Terræ ſecundum Æquatorem ad ejuſdem Axem; & ex *Schol. Prop.* XLVIII. datur ratio gravitatis in Terræ ſuperficie ad gravitatem in ſuperficie Solis dative Planetæ: Et igitur dabitur ratio ex datis hiſce compoſita, nempe ratio quam habet Vis Centrifuga in medio inter Polos circulo Solis dative Planetæ ad gravitatem in ſuperficie ejuſdem. Atque hæc eadem eſt cum illa, quam habet exceſſus Diametri Æquatoris Solis vel dati Planetæ ſupra ejuſdem Axem ad dictum Axem, cum (per Prop. præc.) exceſſus iſte à Vi illa Centrifuga ſola proveniat, & proinde ſit illi proportionalis: Dabitur igitur (per 6. *Dat.*) ratio inter Solis dative Planetæ Axem ejuſdemque Diametrum Axi normalem.

SECTIO

SECTIO IX.

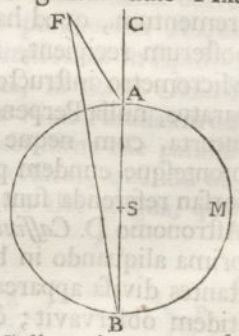
De Distantia Fixarum.

PROPOSITIO LIV.

Distantiam Fixæ per Observationem determinare.

Definitis Distantiâ & Magnitudine Solis & Planetarum primariorum, restat ut de Fixarum Distantia paucis differamus. Et licet Fixarum Distantia tam immense major sit quam Telluris Diameter, ut hæc præ illa evanescat penitus & insensibilis evadat; adeoque omnes methodi hoc Libro & præcedente traditæ ad Phænomeni cujusque Parallaxin, & consequenter Distantiam, inveniendam in hoc negotio inutiles sint: videri tamen poterit Diametrum Orbitæ, quam Tellus spatio annuo circa Solem describit, etiam cum Distantia Fixarum comparari posse; cumque nos Terra vecti nunc hoc nunc illud Diametri dictæ Orbitæ extremum teneamus, sensibilem admodum oriri debere Fixarum Parallaxin ex adeo sensibili Observatoris translatione. Observatio commodissime modo sequenti aut simili instituetur.

Referat s Solem, AMB Orbem magnum. Eligantur duæ Fixæ propinquæ invicem c & F non procul ab Ecliptica sitæ. Observetur harum Distantia cum illarum altera c Soli opponitur, sc. angulus FAC. Observetur rursus illarum Distantia cum c est Soli conjuncta, nempe FBC angulus. In triangulo igitur FAB, ex datis omnibus angulis, datur ratio laterum; nempe FA Distantiæ Fixæ ab A ad AB Diametrum Orbis magni per Prop. XLV. notam; determinatur igitur AF. Similiter eruetur Fixæ Distantia, si observatio secunda Distantiæ Fixarum apparentis instituatur cum c non est Soli conjuncta, (quod forsan, propter Solis splendorem, difficile foret,) sed in alio quovis noto Telluris situ, *v. g.* dum hæc est in M: Nam AM recta, ejusque ad notam AB ratio, per supra citatam Prop. XLV. innotescit.



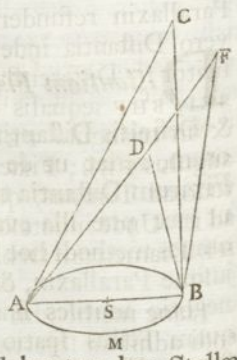
Definitâ semel Fixæ alicujus Distantiâ, illius Magnitudo definietur per methodum Prop. XLVI. traditam, modo Fixæ Diameter apparens sit sensibilis.

SCHOLIUM.

Quoniam supra descriptæ observationes, similesve ad Fixarum Distantiam definiendam necessariæ, tam lubricæ sunt tantamque requirunt subtilitatem, ut hanc se consecuturos Artifices spondere non audeant; insignem tamen victoriam reportasse videantur, si esse aliquam Fixarum Parallaxin, magni Orbis respectu, observatione ostendant: sic enim Telluris Motum ultra dubium ponerent, quod

operæ pretium esse agnoscunt omnes. Hoc autem haud incommode fiet modo sequenti.

Reliquis manentibus, Fixæ duæ F & C non sint prope Eclipticam. Per illas & Solem traductum planum secet Telluris Orbitam in A & B, quæ satis exacte ad præsens institutum ex dictis in præc. Lib. dabuntur. Observentur anguli CAF, CBF (sive Fixarum F & C Distantiæ apparentes, visæ ex Tellure in A & B versante) qui satis notabiliter diversi erunt, si AB respectu AC sit sensibilis & Stellæ C & F admodum inæqualiter à Sole distent, quod in Stellis diversæ Magnitudinis obtinere verisimillimum videtur. Immo si loco binarum Stellarum C & F, binæ, quales sunt C & D, conspiciantur, (quod in tanta Syderum multitudine contingere poterit,) ex A videbitur D ad unam à C plagam, ex B ad alteram; vel fortasse videbuntur duæ Stellæ unâ Anni tempestate coincidentes, alterâ notabiliter inter se distantes: in quo casu, absque ullo instrumento ad Stellarum intercapedinem observandam necessario, solius Telescopii beneficio patebit Telluris circa Solem Motus Annuus.



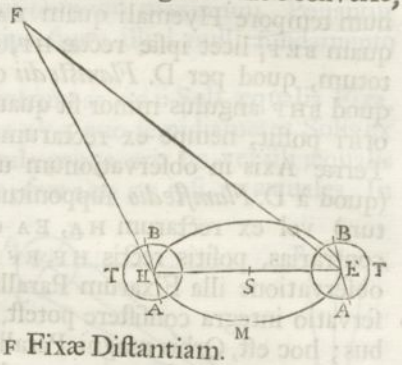
Prædicta observandi ratio, præterquam quod omne recipiat incrementum, quod hactenus instrumenta quævis recepere aut in posterum recipient, nullius fere est sumptûs, cum solo Telescopio Micrometro instructo indigeat; nullus requiritur Observatorii apparatus, nulla Perpendiculi rectificatio, quæ omnia admodum sunt incerta, cum neque muros licet firmissimos, neque ipsas rupes montesque eundem perpetuo situm servare certissimum sit. Huc forsan referenda sunt, quæ de Fixis ab Oculatissimo & Celeberrimo Astronomo D. *Cassini* noviter detecta sunt; quod nempe Arietis prima aliquando in binas æquales intervallo Diametri utriusvis distantes divisa appareat, quod & de præcedente capite Geminorum itidem observavit; & aliæ quædam, ut Pleiadum aliquæ mediaque in Orionis gladio, quandoque triplæ aut etiam quadruplæ appareant.

PROPOSITIO LV.

ORbis magni Parallaxin observare per accessum & recessum Fixæ à Polo Æquatoris diversis Anni tempestatibus factum.

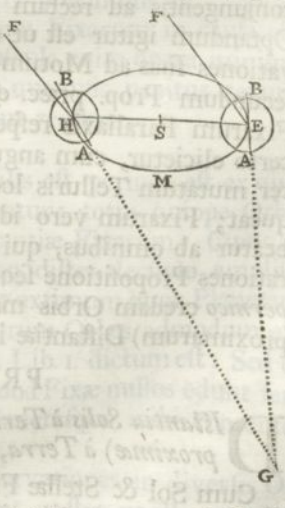
Referat S Solem; HME Orbitam Telluris, cujus puncta E & H sunt Telluris loca in Solstitiis. Sit porro F Fixa Polo Mundi vicina, hoc est, Telluris ATB Axis AB cum recta Tellurem Fixamque connectente angulum BHF aut BEF satis parvum comprehendat; sitque Stella hæc non procul à Coluro Solstitiorum, adeoque Soli in Solstitiorum altero fere conjuncta, sive planum EFH rectum ad Eclipticæ planum HME. Patet angulum BHF Distantiam Fixæ à Polo Mundi, cum hæc Soli opponitur, minorem esse angulo BEF ejusdem

ejuſdem Diſtantiâ à Polo, cum Fixa Soli conjungitur. Et è converſo, ſi angulus BHF obſervatione minor deprehenditur quam BEF, inæqualitas hæc in Orbis Annui Parallaxin refundenda eſt. Fixæ vero Diſtantia inde hoc modo elicitur: Differentia angulorum BEF, BHF æqualis eſt angulo F; & in triangulo FEH datur alter angulus FEH; Fixæ nempe Latitudo ad Tempus, quo Tellus eſt ad E: Unde innoteſcet ratio inter HE Diametrum Orbis magni & HF Fixæ Diſtantiam.

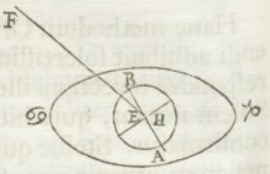


SCHOLIUM.

Hanc methodum Orbis magni Parallaxin per obſervationes eruendi adhibuit ſolertiſſimus Obſervator D. *Jo. Flamſtedius*, atque ſic reſpondet objectioni illorum, qui cum *Ricciolo* motum Telluris circa Solem negant, quia hic per Orbis magni Parallaxin obſervatam non confirmatur. Stellæ quippe Polaris diſtantiam à Polo Mundi Boreo majorem invenit circa Solſtitium Æſtivum quam Hyemale circiter 40 aut 45 ſcrupulis ſecundis, idque ope Obſervationum per continuos ſeptem annos factarum, poſt conſideratas inſtrumenti correctionem & Loci Stellæ mutationem propter punctorum Æquinoctialium regreſſum: ſicut acute differit D. *Flamſtedius* in Epiſtola ad Cel. D. *Walliſium* 20 *Dec.* An. 1698. data, in *Oper. Math. Walliſii Tom.* III. edita. Verum methodus hæc Fixæ Parallaxin determinandi ſupponit Telluris Axem AB ſibi exactiſſime eſſe parallelum, cum hæc in E & H punctis ſuæ Orbitæ verſatur, quando obſervationes inſtituuntur. Et licet Axis Nutatio iſta exigua, quæ conſequitur exinde quod (per *Coroll.* XX. *Prop.* LXVI. *Lib.* I. *Phil. Nat. Princ. Math.* Cel. *Newtoni*) inclinatio Eclipticæ & Æquatoris ad Solſtitia minuatur, ad Æquinoctia augeatur, obſervationi huic minime obſtat, ſicut ipſe D. *Flamſtedius* in dicta Epiſtola notat; alia aliunde orta Nutatio totam hanc Stellæ Polaris à Polo diſtantiæ diverſitatem producere poterit: Si nimirum Hemiſphærii Terræ Auſtralis paulo major ſit denſitas quam Hemiſphærii Borealis, (vel propter minorem illi Æſtatem quam huic majuſque frigus, vel propter continentium Terræ ad Polos poſitorum inæqualitatem, vel aliam cauſam quandam nobis ignotam,) cum in Solſtitio Hyemali Polus Auſtrinus A annuat ad Solem & ſimul illi propior ſit quam eſt Polus Boreus B, cum tempore Solſtitii



Æstivi hic ad Solem annuit, inclinabitur HA magis ad Eclipticæ planum tempore Hyemali quam EA Æstivali; unde BHF minor erit quam BEF, licet ipsæ rectæ HF, EF parallelæ forent. Cum igitur totum, quod per D. *Flamstedii* observationem conficitur, illud sit quod BHF angulus minor sit quam BEF; atque hoc ex duplici causa oriri possit, nempe ex rectarum HF, EF concursu ad partes F, si Terræ Axis in observationum una parallelus sit eidem in altera, (quod à D. *Flamstedio* supponitur, & in Figura Prop. LV. designatur,) vel ex rectarum HA, EA concursu ad partes G partibus F contrarias, positis rectis HF, EF parallelis, ut in figura annexa; ex observatione illa Fixarum Parallaxis non evincitur, quoniam Observatio integra consistere potest, rectis EF, HF parallelis manentibus; hoc est, Orbis magni Parallaxi positâ nullâ.



Immo hæc observatio ne vel Telluris Motum Annuum immediate astruit: Nam licet Tellus in medio maneat, (circa Axem ut in Systemate *Semi-tychonico* rotata cœlestium Motum diurnum apparentem efficiens;) Sol in Signis Australibus Hemisphærium Terræ Australe, propius & forte densius, Soli tum obversum ita attrahere poterit, ut angulus BHF, Distantia Fixæ à Polo, minor sit quam BEF, cum in Signis Borealibus Sol remotior ejus Hemisphærium Boreale, etiam forte minus densum, minus attrahit.

Idem similiter de varia Distantia Fixæ à Zenith dicendum, quo modo Cl. D. *Hookius* Fixarum Parallaxin olim rimabatur. Nam si Axis Terræ directio mutatur, alterius cujusvis rectæ in Terra (cujus positio ad Axem datur) directio similiter mutabitur: Et Terræ motus circa Solem, ex varia inclinatione rectæ Fixam & Terram conjungentis ad rectam istam in Tellure, certo concludi nequit. Optandum igitur est ut oculatissimi Observatores deinceps observationes suas ad Motum Terræ Annuum hoc modo astruendum secundum Prop. præc. ejusve Schol. dirigant: Nam sic tandem Fixarum Parallaxis respectu Orbis magni (modo sensibilis fuerit) certo elicietur, cum angulorum istorum mutatio ex alia causa, præter mutatum Telluris locum aut Fixarum inter se situm, oriri nequeat; Fixarum vero idem ad se invicem situs principii loco habeatur ab omnibus, qui illarum Parallaxin investigant. Interim rationes Propositione sequente explicandæ me movent, ut cum *Copernico* credam Orbis magni Diametrum respectu Fixarum (etiam proximarum) Distantiæ insensibilem esse.

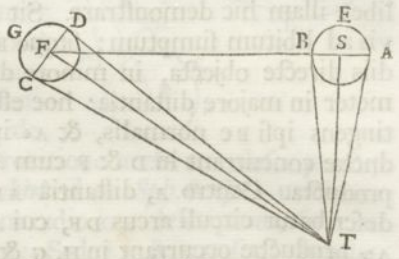
PROPOSITIO LVI.

Distantia Solis à Terra, respectu Distantiæ Stellæ Fixæ (etiam proximæ) à Terra, evanescit fere & insensibilis est.

Cum Sol & Stellæ Fixæ sola sint magna Mundi corpora luce propriâ gaudentia, jure à Philosophis ejusdem generis habentur, & ad

ad ſimiles uſus deſtinata; & hominis eſt res ſuas plus æquo æſtimantis credere Solem eſſe illorum omnium maximum. Ponantur igitur æqualia, cum exceſſus hujus ſupra illud nulli fundamento innitatur.

Sit T Terra; AEB Sol, cujus centrum S; CGD Soli æqualis Fixa, cujus centrum F. Cumque angulus BTS, quo ſemidiameter Solis ex Terra ſpectatur, excedat 16 ſcrupula prima, erit BS, vel illi æqualis CF, pars fere ducenteſima ipſius ST; ſive 200 CF ipſi TS æquales. In triangulo FST rectangulo ad S eſt ſinus anguli SFT ad latus ST ſicut radius ad latus FT: ſimiliterque in triangulo CFT ſinus anguli CTF eſt ad latus CF ut radius ad latus CT ipſi FT æquale: Unde (ex *Prop.* XI. *Elem.* V.) ſinus SFT eſt ad ST ſicut ſinus anguli CTF ad CF. Cumque, in parvis hiſce angulis, anguli ipſi ſint ſicut eorum ſinus, erit viciſſim angulus SFT ad CTF angulum ut recta ST ad CF rectam; & ideo 200 CTF ipſi SFT æquales, ſive 100 CTD ipſi TFS. Acutiſſimus vero Obſervator *Chriſtianus Hugenius* (in *Syſtemate Saturnio*) aſſerit ſe adjutum Teleſcopio (cujus ope ſpeciei per Tubum viſæ ad eam quæ nudo oculo percipitur ratio ſecundum diametrum eſt centupla) Fixarum etiam maxime ſplendidarum Diametros nullâ unquam magnitudine cernere potuiſſe, ſed tantum minimi puncti inſtar; hoc eſt, angulum DTC centuplo majorem factum etiamnum eſſe inſenſibilem; ſive centuplum CTD (hoc eſt, SFT) ſenſu percipi non poſſe. Semidiameter igitur Orbis magni ST ex Fixa proxima (qualem ſplendidiſſimam æſtimare oportet) viſa minimi puncti inſtar appareret; hoc eſt, TS reſpectu SF vel TF evaneſcit & inſenſibilis eſt.



Parvitas hæc apparentium Diametrorum Fixarum in cauſa eſſe videtur Scintillationis earundem: Corpuſcula enim opaca minima, per Atmoſphæram ſemper mota, Fixam quamvis penitus tegunt, ſtatimque retegunt; hoc eſt, Scintillantem reddunt.

SCHOLIUM.

Quoniam ST ad SF comparata inſenſibilis eſt, perinde eſt ex quonam Orbis magni puncto Fixæ obſerventur; totus quippe Orbis magnus quaſi punctum eſt reſpectu Diſtantiæ Fixarum: Cumque Saturnus Planetarum extimus à Sole non diſtet decuplo amplius quam Tellus, immenſa erunt Spatia inter extimum hunc Planetam proximaſque Soli Fixas, in quæ Cometarum Orbes admodum excentrici excurrant, de quibus Prop. XXXV. Lib. I. dictum eſt: Sed & propter immenſam hanc Diſtantiam fit, quod Fixæ nullos edunt ſenſibiles effectus in noſtri Solis Syſtema, Planetaſque inibi contentos non perturbent.

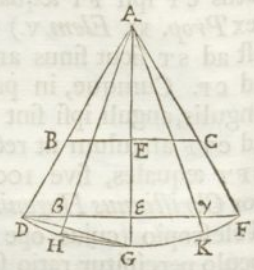
Quia igitur Fixarum Diſtantia per obſervationes in diverſis Orbitæ Terræ locis factas determinari nequit, reſtat ut illa ex ratio-

nibus Opticis æſtimetur: cujus faciendi modos duos proponemus; alterum *Jacobi Gregorii* Anno 1668 editum, alterum *Chriſtiani Hugenii* in ſua *Coſmo-theoria* traditum.

PROPOSITIO LVII. LEMMA.

Eſdem ſphæræ illuſtrationes, in diverſis à lucido corpore diſtantiis, ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum.

Licet Propoſitio hæc facile conſequatur ex Prop. XLVIII. Lib. I. libet illam hic demonſtrare. Sit A corporis lucidi punctum quodvis ad libitum ſumptum; ſitque BC ſphæræ illuſtratæ diameter radiis directe objecta, in minore diſtantia à lucido; βγ eadem diameter in majore diſtantia: hoc eſt, ſit AE radius ad centrum E pertingens ipſi BC normalis, & Aε ipſi βγ: Jungantur AB, AC, & productæ concurrant in D & F cum βγ etiam producta. Centro A, diſtantiâ AD vel AF deſcribatur circuli arcus DF, cui Aβ, Aε & Aγ productæ occurrant in H, G & K; concipiaturque figura hæc ſuper axem AG rotata. Patet radios omnes in ſphæra cujus diameter BC incidentes, illâ ablatâ, in ſphæram cujus diameter eſt DF ſpargi: & ideo illuſtratio ſphæræ, cujus diameter BC, eſt ad illuſtrationem ſphæræ, cujus diameter βγ,



ut omnes radii intra ſectorem ſphæricum rotatione ſectoris circularis ADG genitum contenti ad omnes radios intra ſectorem ſphæricum rotatione ipſius AHG genitum contentos; hoc eſt, ut ſuperficies ſphærica rotatione arcûs DG producta ad ſuperficiem ſphæricam rotatione arcûs GH productam; hoc eſt (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph. & Cyl.*) ut circulus radio DG ad circulum radio HG, ſive in duplicata ratione DG ad HG. Sed in parvis angulis, quales ſupponimus DAG & HAG, DG eſt ad HG quamproxime ut Dε ad βε: & ideo illuſtratio ſphæræ, cujus centrum in E, eſt ad illuſtrationem ejuſdem vel æqualis ſphæræ, cujus centrum in ε, in duplicata ratione Dε ad βε, ſive Dε ad BE, ſive Aε ad AE; hoc eſt, in reciproca duplicata ratione diſtantiarum. Cumque idem propter eaſdem rationes verum ſit de alio quovis lucidi corporis puncto æque ac de A, patet propoſitum.

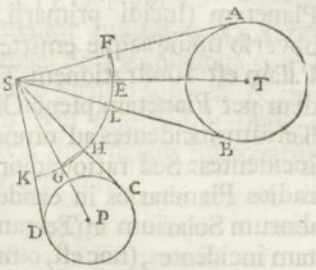
Similiter, ejuſdem ſphæræ illuſtrationes ab æqualibus corporibus lucidis inæqualiter diſtantibus factæ ſunt in reciproca duplicata ratione diſtantiarum à corporibus iſtis lucidis.

PROPOSITIO LVIII. LEMMA.

Omnes Radii Solares in Planetam unum incidentes ſunt ad omnes Radios Solares in Planetam alterum incidentes in duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Planetis iſtis ſpectati.

Referat s Solis punctum quodvis radians; AB, CD ſphæræ, quarum

rum centra T & P, sint Planetæ bini quivis. Jungantur ST, SP, per quas traductum planum secet sphæras in circulis AB, CD; & ex S ducantur rectæ dictos circulos contingentes. Centro S, distantiâ quâvis ducatur arcus circuli rectis SA, ST, SB, SC, SP & SD occurrens in F, E, L, H, G & K; jungantur rectæ EF, GH. Figura AFSET rotata concipiatur circa ST axem, & CHSGP circa SP axem. Erunt omnes Radii ex S puncto manantes qui in Planetam T incidunt (sc. omnes intra conum ASB) ad omnes in Planetam P incidentes (nempe omnes in cono CSD) ut superficies sphærica rotatione arcûs EF descripta ad superficiem sphæricam rotatione arcûs GH descriptam; hoc est (per *Prop.* XLIX. *Lib.* I. *Archimed. de Sph. & Cyl.*) ut circulus radio EF descriptus ad circulum radio GH descriptum, sive in duplicata ratione rectarum EF, GH: Sed EF & GH sunt chordæ angulorum AST, CSP ad radium SE, & dicti anguli sunt Parallaxes horizontales Solis S ex Planetis T & P spectati; & igitur Radii omnes ex S puncto manantes & in Planetam T incidentes sunt ad omnes in P incidentes in duplicata ratione chordæ Parallaxis Solis ex T spectati ad chordam Parallaxis Solis ex P spectati. Cumque idem similiter verum sit de Radiis ab alio quovis Solis puncto manantibus, patet propositum.



Loco chordarum ipsi arcus, iisve proportionales anguli quos subtendunt, possent assumi, ut in præcedente.

Scholium.

Pari modo sphæræ lucidæ & undiquaque radiantis radii omnino omnes sunt ad radios ejus omnes in sphæram datam incidentes illamque illustrantes in duplicata ratione diametri (sive chordæ semicirculi) ad chordam parallaxis horizontalis corporis lucidi ex sphæra illustrata spectati; sive ut quadratum diametri ad quadratum chordæ dictæ parallaxis horizontalis. Et consequenter, (sumendo antecedentium dimidia,) semissis radiorum omnium sphæræ lucidæ, sive radii omnes ab hemisphærio radiante manantes (posito altero hemisphærio opaco) sunt ad radios ejus omnes incidentes in sphæram illustrandam, cui illud pleno orbe fulget, ut semissis quadrati diametri (hoc est, quadratum circulo inscriptum) ad quadratum chordæ parallaxis corporis lucidi ex sphæra illustrata spectati.

PROPOSITIO LIX. LEMMA.

Ratio Illustrationis Terræ à Sole ad ejusdem Illustrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium Solis ex Terra & Planeta isto spectati, & ratione quadrati circulo inscripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra visi.

Radii,

Radii, quibus Planeta Terram illuſtrat, illi ſunt qui à Sole primitus manantes à Planeta reflectuntur in Terram. Supponimus igitur Planetam quemvis radios omnes Solares in ſe incidentes undiquaque reflectere; hoc eſt (ad majorem facilitatem) ſupponimus Planetam (lucidi primarii inſtar) radios à ſui hemiſphærio Soli obverſo undiquaque emittere, tot ſc. quot à Sole in illum incidunt. Palam eſt Illuſtrationem Terræ à Sole eſſe ad Illuſtrationem ejuſdem per Planetam pleno Orbe fulgentem ut radii omnes Solares in Terram incidentes ad omnes radios à Planeta manantes in eandem incidentes: Sed ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Planetarios in eandem incidentes componitur ex ratione radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, (hoc eſt, omnes radios à Planetæ hemiſphærio manantes,) & ratione omnium radiorum à Planetæ hemiſphærio manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt. Et componentium harum rationum prior, ſive ratio radiorum Solarium in Terram incidentium ad radios Solares in Planetam incidentes, æqualis eſt (per Prop. præc.) duplicatæ rationi Parallaxis horizontalis Solis è Terra ſpectati ad Parallaxin horizontalem Solis ex iſto Planeta ſpectati; poſterior vero, nempe ratio radiorum omnium à Planetæ hemiſphærio Terram illuſtrante manantium ad omnes ex illis qui in Terram incidunt eamque illuſtrant, æqualis eſt (per Schol. præc.) rationi quam habet quadratum circulo inſcriptum ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ ex Terra ſpectati. Et igitur ratio Illuſtrationis Terræ à Sole ad ejuſdem Illuſtrationem à Planeta pleno Orbe fulgente componitur ex duplicata ratione chordarum Parallaxium horizontalium Solis ex Terra & Planeta iſto ſpectati, & ratione quadrati circulo inſcripti ad quadratum chordæ Parallaxis horizontalis dicti Planetæ è Terra viſi. Q. E. D.

PROPOSITIO LX.

Stellæ Fixæ Diſtantiam definire.

Eligatur Fixa ejuſdem quamproxime ſplendoris cum Planetarum aliquo, quando pleno Orbe fulget; quo caſu Terra ab iſtis duabus Stellis æqualiter illuſtratur. Sed ex cognitis (per Prop. XLV.) Solis, Terræ & Planetæ Diſtantiis mutuis ad Tempus obſervationis prædictæ, & (per Prop. XLVI.) horum trium corporum Magnitudinibus, innoteſcunt (per Prop. XLVIII. Lib. II.) Parallaxes horizontales Solis & Planetæ è Terra viſorum & angulus quo dictus Planeta ex Sole videtur, cujus ſemiſſis eſt Parallaxis horizontalis Solis ex iſto Planeta viſi. Ac proinde (per Prop. præc.) innoteſcit ratio illuſtrationis Terræ per Solem ad ejuſdem illuſtrationem per dictum Planetam; hoc eſt, ratio inter illuſtrationes Terræ per Solem & per Fixam: Sed (per Prop. LVII.) illuſtratio Terræ per Solem eſt ad illuſtrationem ejuſdem per Fixam (Soli æqualem & æquilucidam) in duplicata ratione Diſtantiæ Fixæ à Terra

Terra ad Diſtantiam Solis ab eadem: Innoteſcit igitur ratio inter Diſtantias Fixæ & Solis à Terra; ac proinde ipſa Diſtantia Fixæ à Terra nota eſt.

SCHOLIUM.

In prædictum uſum commode aſſumentur Jupiter in ſitu Achronychio & Stella Sirii, quæ (ſi alia quævis) Soli æquiparari poterit. Cum autem Jupiter in dicto ſitu ſplendore Sirium ſuperet, & præterea radii Solares in Jovem incidentes non ſine debilitatione in Terram reflectantur, ſed plurimi ad Jovis ſuperficiem ſuffocentur; Diſtantia Sirii hoc modo definita minor erit verâ.

PROPOSITIO LXI.

STellæ Fixæ Diſtantiam aliter æſtimare.

Cum Fixæ etiam ſplendidiſſimæ Diameter nequeat per Tubum Opticum ullum hactenus fabricatum eouſque ampliari, ut ſenſibilis evadat & cum Solis Diametro conferatur; ſaltem Solis Diameter eouſque minuatur, ut illius ſic minutæ lumen (ſenſuum judicio) non ſit majus lumine Sirii noctu ſcintillantis, quod fiet ſi in Tubum ejus radii admittantur per foramen ſatis parvum; vel ſi ejus imago ope Lentis eouſque minuatur, vel partim hoc modo partim illo: Imaginis enim Solis ſic minutæ Diameter licet inſenſibilis, (ſi immediate aſpiciatur,) ex datis foraminis Diametro, Lente & ſitu oculi, calculo Opticæ & Dioptricæ ſuperſtructo innoteſcit. Atqui Solis imaginis, oculo poſitione dato æquilucidæ atque Sirius, æqualis eſt Diameter Sirii Diametro; innoteſcit igitur per calculum Sirii Diameter apparens prius inſenſibilis: Sed Sol & Sirius æquales ponuntur; eorumque proinde Diametri æquales: eritque ideo Diſtantia Sirii ad Diſtantiam Solis ut ſinus Diametri apparentis Solis ad ſinum Diametri apparentis Sirii, ſive (ob parvitatem horum angulorum) ut Diameter Solis apparens ad apparentem Sirii Diametrum; notaque proinde erit Sirii Diſtantia. Q.E.I.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUARTUS

De Theoria Planetarum Secundariorum.

POst jacta in Lib. I. Aſtronomiæ Phyſicæ fundamenta vera & genuina, explicata in Lib. II. Primi Motûs phænomena à Telluris motu circa proprium Axem oriunda, & Planetarum primariorum Theoriam Lib. III. traditam; hoc eſt, quomodo eorum Orbitæ deſcribantur, & loca, cum ex Sole, tum ex ipſorum aliquo viſa ad tempus datum determinentur; item Primariorum Magnitudo, Denſitas, Diſtantia mutua reliquaque hujuſmodi definiantur: Ordo poſtulat ut ad Secundariorum, qui circa Primarios revolvuntur, Theoriam tradendam Lib. hoc IV. deſcendamus. Licet Primarii cujuſque Planetæ motus ſatis ſit ſimplex, quippe compoſitus (projecti motûs inſtar) ex uniformi progreſſivo in recta Orbitam tangente, alioque deſcenſivo, quo (quaſi attractus) ad Solem deſcendit, immenſâ eorum à ſe mutuo diſtantiâ actionis ſeu gravitatis mutuæ effectus inſenſibiles reddente; Secundariorum longe alia erit ratio: Nam eorum quivis (licet maxime ad Primarium ſuum reſpectivum tendat) eâdem gravitate acceleratrice verſus Solem, in eadem ab illo diſtantia, urgetur atque ipſe Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diverſa hac ad bina corpora, Solem nempe ſuumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compoſitus redditur, iiſque afficitur inæqualitatibus, quas Aſtronomi Hypotheſibus ſalvare potius quam Philoſophi ex Cauſis Phyſicis explicare, ante feliciſſimum *Newtonum*, ſperabant.

SECTIO I.

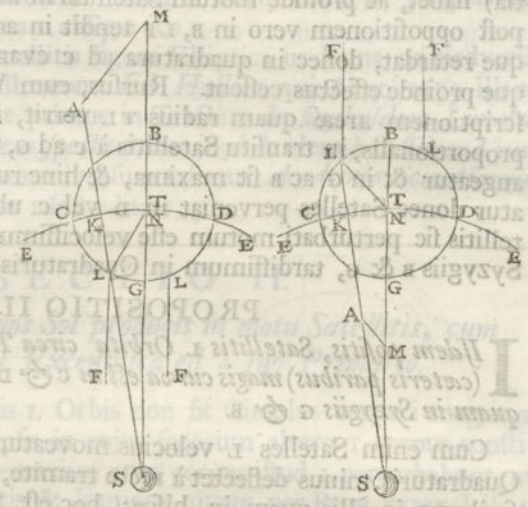
De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario ſuo eſt Concentrica.

PROPOSITIO I.

SI Planeta primarius circa Solem revolvens ſecum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppoſitionem proxime inſequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

Quoniam

Quoniam Libro I. oſtenſum eſt in tribus hiſce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejuſque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium eſſe inter ſe reciproce ut quadrata diſtantiarum ab eodem; manifeſtum eſt caſum hujus Propoſitionis eundem eſſe cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque ſi, ut illic, S denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe ETE revolventem, L Satellitem Orbitam BCGD circa primarium deſcribentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole deſignant, C & D Quadraturas: Si porro SK mediocris diſtantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipſius Satellitis à Sole in iſta media diſtantia, & quicunque ſupponatur Satellitis locus L in ſua Orbita, ſumatur in LS (eave producta) SA quæ ſit ad SK in duplicata ratione SK ad SL; hæc SA exponet attractionem Satellitis ad L poſiti verſus S. Jungatur TL, & huic parallela ducatur AM cum ST in M concurrens. Notiſſimum eſt attractionem SA reſolvi in attractiones ut AM & MS, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per MS exponitur, reducitur ad attractionem ut MN, auferendo attractionem ut NS Satelliti Primarioque communem; ut fuſe ad dictam Prop. LX. Lib. I oſtenſum eſt. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitatur: Prima nempe & præcipua illa eſt, quâ T trahit L; Secunda eſt illa, quæ eſt ut AM cum directione AM, hoc eſt, cum directione LT ipſi AM parallela. Unde Vis ex binis hiſce compoſita etiam dirigitur verſus T; corpuſque L, ſi ex hiſce ſolis compoſitâ agitaretur, areas circa T deſcriberet etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe eſt ut MN & cum directione ab M verſus N; hoc eſt, ab L verſus F, (poſitâ LF ad MN parallelâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hiſce compoſita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non deſcribet areas circa T temporibus proportionales, ſed Vis hæc per MN expoſita arearum deſcriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in ſemicirculi CGD quadrante CG motum corporis L circa T à C verſus G facti accelerat: poſt conjunctionem vero in G, in quadrante GD, cum rectæ LF directio ab L verſus F ſit in antecedentia, Vis ſecundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad



quadraturam in D pervento, MN evaneſcit (quoniam SK, SL, ac proinde etiam & SA, tunc æquales ſunt) & proinde Vis per illam ubique expoſitæ nulli hic ſunt effectus: Satelles igitur L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc deſcribit. Dum vero L quadrantem DB peragrat, SM deficit ab SN, & Vis perturbans deſcriptionem areæ per radium vectorem TL, quo minus ſit tempori proportionalis, quæ eſt ut MN, directionem ab M verſus N ſive ab L verſus F (hoc eſt, in conſequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat: poſt oppoſitionem vero in B, LF tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evaneſcat rurſus MN, ejuſque proinde effectus ceſſent. Rurſus, cum Vis MN perturbans deſcriptionem areæ quam radius TL verrit, ne ſc. hæc ſit tempori proportionalis, in tranſitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B ſit maxima, & hinc rurſus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evaneſcit; patet Satellitis ſic perturbati motum eſſe velociſſimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardiſſimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

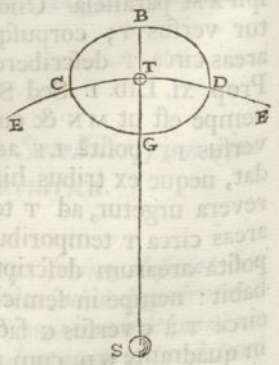
PROPOSITIO II.

IIſdem poſitis, Satellitis L *Orbita circa Primarium* T *deſcripta (cæteris paribus) magis curva eſt in* C *&* D *Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis* G *&* B.

Cum enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi inſitâ ſolâ deſcriberet, in illis quam in hiſce; hoc eſt, Satellitis Orbita minus curva eſt in Conjunctione & Oppoſitione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam cauſa provenit: Vis ut MN (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppoſitione ad G & B contraria eſt Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit: Minus ergo urgetur L verſus T ad G & B quam ad C & D; minuſque propterea à recto tramite deflectet in illis quam in hiſce. Satellitis igitur Via curvior eſt in Quadraturis C & D quam in Syzygiis B & G.

COROLLARIUM.

Ex prædictis ſequitur Satellitem L, (cæteris paribus) longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quaſi fit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: ſic enim Orbita curvior eſt illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diverſum erit in Orbita hac, ab illo quod fuiſſet in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut MN Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia eſt in hanc, alia in illam.



Quæ

Quæ hic dicta ſunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, ſi, excluſâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam ſi Excentrica ſit, fieri poteſt ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius abſit à Primario T, & ex illo ſpectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apſidem ſummam in Conjunctione vel Oppoſitione cum Sole verſantem tenet. Sed & hic etiam ſupra demonſtrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut MN movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam abſque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadverſa fuit ab Acutiſſimo Aſtronomo *Ed. Halleio*, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibuſdam Lunaris Theoriæ Emendationem ſpectantibus*. Sed & idem à D. *Picard* jam inde ab anno 1668 animadverſum teſtatur *Academiæ Scientiarum Gallicæ Hiſtoria* Anno 1698 edita.

SECTIO II.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Excentrica eſt à ſuo Primario.

Si corporis minoris L Orbis non ſit Circulus corpori magno T concentricus, ſed Ellipſis in cujus focorum altero T corpus conſtituitur, Vires corporis maximi S ita corpus iſtud L perturbabunt, ut loco Ellipſeos conſtantis & immotæ, quam per Prop. XXXIX. Lib. I. deſcriberet, deſcribat Ellipſin, cujus Excentricitas perpetuo mutatur: Orbitaque iſta corporis L ſic perturbati talis erit, ac ſi iſtud Ellipſin ſuam deſcriberet, interea dum ipſe Ellipſeos Axis (ac ſimul ipſa Ellipſis) motu angulari ſuper Primarii centrum prorſum vel retrorſum movetur, manente plano; hoc eſt, dialecto Aſtronomicâ, Satellitis Orbitam Excentricam deſcribentis motus à Sole ita perturbatur, ut dum hic Orbitam ſuam percurrit, ipſius Orbitæ Apſides nunc in conſequentia ferantur, nunc in antecedentia. Ad hoc probandum res altius eſt repetenda, & quædam Lemmata præmittenda.

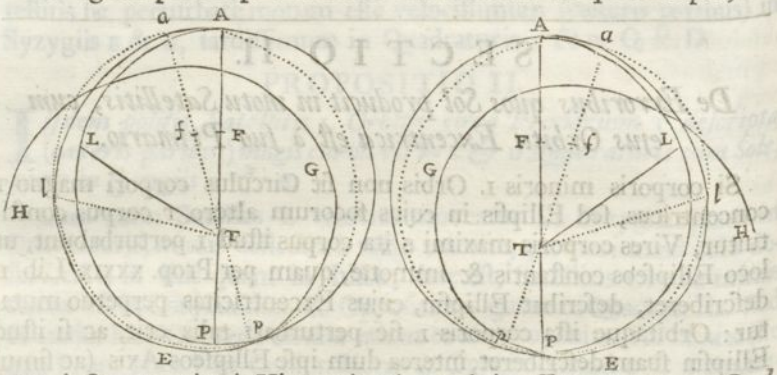
PROPOSITIO III.

INvenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri poſſit, dum corpus aliud in ſimili & æquali trajectoria quieſcente movetur.

Sit ALP trajectoria quieſcens, quam corpus ad centrum virium T tendens deſcribit, pergendo ab A per L ad P. Invenienda eſt lex Vis centripetæ ad T tendentis, quâ urgente, corpus aliud feratur in perimetro figuræ *alp* priori ſimilis & æqualis, interea dum hæc ipſa figura *alp* circa T revolvitur vel in conſequentia vel in antecedentia; ita ut dum corpus prius arcum quemlibet ut AL percurrit

in orbe quiescente ALP, posterius similem & æqualem *al* percurrat in orbe revolvente *alp*.

Per centrum T in plano ALT agatur semper T*l* ipsi TL æqualis, angulumque AT*l* angulo ATL perpetuo proportionalem efficiens; hoc est, ut hic angulus AT*l* sit ad correspondentem ATL ut alter quivis AT*l* ad suum ATL. Adeoque area, quam T*l* motu angulari circa T sic lata describit, proportionalis erit areæ quam TL describit. Sit A*l*EGH Curva quam punctum *l*, modo jam expositio motum, contingit: Et quoniam una cum L revolvitur corpus quod urgetur à Vi centripeta ad centrum T tendente, area ATLA (per Prop. XI. Lib.I.) est tempori proportionalis; quare & area AT*l*A tempori etiam proportionalis erit: sed & in plano immobili consistit, eodem nempe in quo corpus L circa T revolvitur; hoc est, puncti *l* is est motus, ut in plano immobili per T tracto perpetuo inveniatur, & areas AT*l*A, radio per T ducto descriptas, efficiat temporibus proportionales. Igitur per Prop. XII. Lib.I. manifestum est quod corpus, co-



gente justæ quantitatis Vi centripetâ, revolvi possit una cum puncto *l* in curva linea A*l*EGH, quam punctum *l* describit. Datur autem hæc linea curva A*l*EGH, quippe ex data linea ALPA modo constanti & dato genita: quæratur igitur (per Cor. Prop. XXXVII. Lib. I.) lex Vis centripetæ, quâ corpus in illa revolvi possit. Fiat angulus AT*a* angulo LT*l*, rectaque T*a* rectæ TA æqualis; & igitur angulus AT*l* angulo ATL æqualis erit. Describatur jam figura *al*T similis & æqualis ALT: adeoque punctum *l* est in perimetro figuræ ipsi ALPA similis & æqualis circa T revolventis. Corpus ergo una cum *l* latum, & figuram immotam A*l*EGH describens, describit etiam perimetrum *alpa* Orbis ipsi ALPA similis circa T revolventis; ita ut eodem tempore describatur arcus *al* in Orbe revolvente *alpa*, quo similis & æqualis AL in ALPA Orbe quiescente ab alio corpore descriptus est. Inventa ergo est lex Vis centripetæ quæsita. Q. E. F.

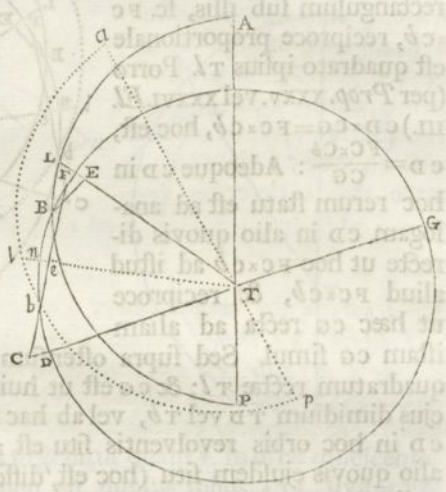
PROPOSITIO IV. LEMMA.

Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri possunt, modo Prop. præc. indicato, est in triplicata ratione communis altitudinis inverse.

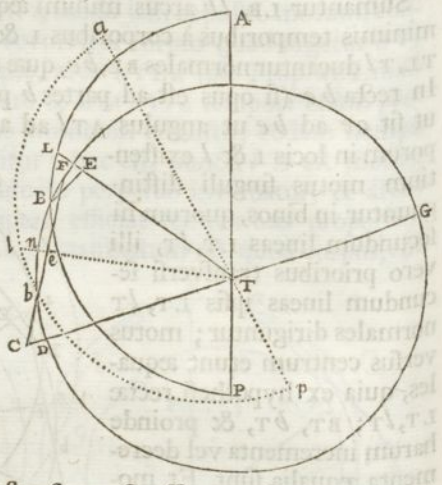
Manen-

Manentibus quæ in præcedente posita sunt, dico differentiam virium centripetarum, quibus corpora L & *l* agitantur, esse reciproce in triplicata ratione communis altitudinis TL vel T*l*; sive esse differentiam virium in punctis L & *l* ad differentiam virium in aliis quibusvis punctis orbis quiescentis & revolventis, ubi corpora eodem momento invenientur, ut cubus altitudinis sive distantiæ horum punctorum à centro virium T ad cubum rectæ LT vel *l*T.

Sumantur LB, *l b* arcus minimi æquales, qui proinde æqualibus minimis temporibus à corporibus L & *l* describentur. Ex B & *b* in TL, T*l* ducantur normales BE, *be*, quæ (sicut & LE, *le*) æquales erunt. In recta *be* (si opus est ad partes *b* producta) sumatur punctum c, ut sit c*e* ad *be* ut angulus AT*l* ad angulum ATL. Quoniam corporum in locis L & *l* existentium motus singuli distinguuntur in binos, quorum hi secundum lineas LT, *l*T, illi vero prioribus transversi secundum lineas ipsis LT, *l*T normales diriguntur; motus versus centrum erunt æquales, quia ex hypothesi rectæ LT, *l*T; BT, *b*T, & proinde harum incrementa vel decrementa æqualia sunt. Et motus transversus corporis *l* erit ad motum transversum corporis L ut motus angularis lineæ T*l* ad motum angularem lineæ TL; id est, ut angulus AT*l* ad angulum ATL, sive ut c*e* ad *be* vel BE. Et igitur eodem tempore, quo corpus L motu suo utroque pervenit ad B, corpus *l* reperietur in loco c. Atque hæc ita se habebunt, ubi corpora L & *l* æqualiter secundum directiones LT, *l*T moventur; hoc est, æqualibus viribus centripetis urgentur: Ast cum punctum D, locus corporis orbem revolventem describentis, (per Prop. præc.) reperiatur capiendo angulum *l*TD ad *l*T*b* in dicta ista constanti ratione (sc. ratione anguli AT*l* ad ATL) & rectam TD rectæ T*b* vel TB æqualem, (figurâ *alp* & rectâ *l*T hic sustinentibus partes, quas illic figura ALP & TA recta sustinebant;) differentia inter vires centripetas corporis in L vel *l* & corporis in D est ut ejus effectus CD; locorum nempe intervallum, per quod corpus in orbe revolvente latum, ipsius actione, dato illo temporis minimi spatio transferri debet. Comparanda igitur est hæc CD sive huic proportionalis differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & revolvente urgetur in hoc mobilis orbitæ situ & hac corporis distantia T*l* à centro, ad similem differentiam in alio rerum statu, ubi eadem (sive potius similia) omnia facta & constructa supponuntur quæ hic:



hic: Nempe centro T, distantiâ T*b* vel TD describatur circulus secans T*e* in N, *ce* in F, & CD in G: Sitque novissimum trilineum *lb*T tale, ut ejus area à radio vectore T*b* verratur æquali tempore, quo area hæc *lb*T ab hac T*b*: Unde (cum in æqualibus triangulis bases sint reciproce proportionales altitudinibus) hæc *eb* est ad alteram *eb* sicut altera T*l* ad hanc T*l*, hoc est, *eb* est reciproce ut correspondens T*l*; quare & *ce* (eandem perpetuo ad *be* rationem habens) erit etiam reciproce ut T*l*: adeoque harum aggregatum CF, & intervallum C*b* eidem T*l* reciproce proportionalia sunt; & proinde rectangulum sub illis, sc. FC×C*b*, reciproce proportionale est quadrato ipsius T*l*. Porro (per *Prop.* XXXV. vel XXXVI. *El.* III.) CD×CG=FC×C*b*, hoc est, $CD=\frac{FC\times Cb}{CG}$: Adeoque CD in hoc rerum statu est ad analogam CD in alio quovis directe ut hoc FC×C*b* ad istud aliud FC×C*b*, & reciproce ut hæc CG recta ad aliam istam CG simul. Sed supra ostensum est esse FC×C*b* reciproce ut quadratum rectæ T*l*; & CG est ut huic proxime æqualis DG, vel ut ejus dimidium TD vel T*b*, vel ab hac minime diversa T*l*: Adeoque CD in hoc orbis revolventis situ est ad similiter productam CD in alio quovis ejusdem situ (hoc est, differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri possunt, in altitudine TL vel T*l* est ad similem virium differentiam in alia quavis altitudine) reciproce ut quadratum prioris altitudinis ad quadratum posterioris, & reciproce ut altitudo prior ad altitudinem posteriorem simul; hoc est, reciproce ut cubus altitudinis prioris ad cubum altitudinis posterioris: hoc est, (breviter loquendo de una altitudine, cum de duabus inter se comparatis sermo intelligendus est,) dicta virium centripetarum differentia est in triplicata ratione communis altitudinis inverse. Q. E. D.



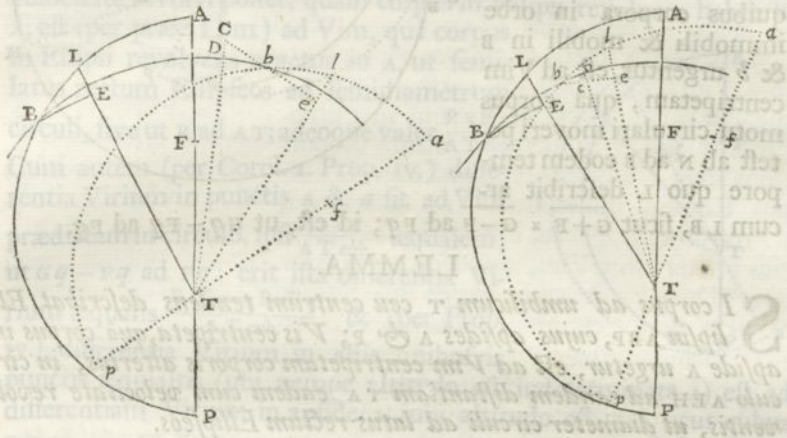
COROLLARIUM I.

Corpus ab apside summa versus imam, in orbe in consequentia revolvente, motum majore Vi centripetâ urgetur quam idem in orbe quiescente. Nam quoniam (in fig. præc.) in isto casu angulus AT*l* major est quam ATL, erit & *ec* major quam *eb*; quippe in eadem ratione cum prædictis angulis: adeoque punctum c est extra peripheriam circuli B*b*D. Sed corpus in orbe revolvente motum reperitur in puncto D; & supra ostensum est, si corpus *l* æquali Vi centri-

centripetâ urgeretur atque corpus L, perventurum illud ad c punctum; adeoque non tantum versus centrum T urgeretur.

Rursus, idem fiet si, reliquis manentibus, orbis revolvens moveatur in antecedentia majore celeritate quam est dupla ejus celeritatis quâ linea TL in consequentia fertur, ut in fig. 1. Quoniam in hoc casu *a* TA est plusquam duplo major quam ATL sive *a* T *l*, erit AT *l* major quam ATL, adeoque (ut prius) *e* c major quam *e b*, & punctum c extra circulum *b* DB; &, ob eandem quam prius rationem, Vis centripeta corporis in orbe revolvente *alp* moti etiamnum major quam Vis centripeta corporis moti in orbe quiescente ALP.

At si Orbis hic *alp* regreditur celeritate minore quam dupla ejus quâ linea TL progreditur, ut in fig. 2; corpus *l* ad apsidem imam de-

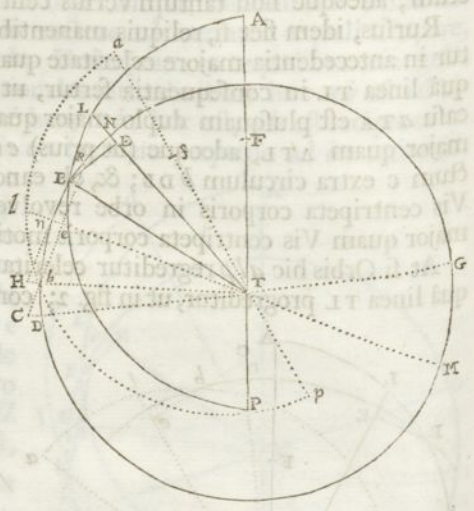


scendens minore Vi centripetâ urgebitur quam L in orbe quiescente. Nam quoniam angulus AT *a* non est duplus ipsius ATL sive *a* T *l*, erit AT *l* minor quam *a* T *l*, (hoc est, ATL,) & ideo *e c* quam *e b* minor; adeoque c punctum, ad quod *l* perveniret si pari Vi centripetâ urgeretur atque ipsum L, intra circumferentiam circuli B *b* D. Sed corpus in orbe revolvente motum superius ostensum est reperiri in D puncto remotiore à centro quam est c; minore ergo Vi centripetâ urgetur corpus *l* orbem *alp* describens, quam illud L quod fertur in orbe quiescente ALP. Atque contraria omnia contingent corpori ab ima apside ad summam ascendenti: & per omnia viciſſim.

Corollarium 2.

Hinc etiam differentia Virium centripetarum in orbe mobili & immobili (puta in B & *b*) est ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri potest ab N ad B eodem tempore quo corpus L in orbe immobili describit arcum LB, ut RC × C*b* ad *e b q*. Nam dictæ Vires sunt ut earum effectus CD & H*b* eodem minimo tempore producti: nascens vero H*b* æqualis est *ne*, & CD ostensa est æqualis $\frac{RC \times Cb}{CG}$: quare prædictæ Vires sunt ut $\frac{RC \times Cb}{CG}$ & *ne*, hoc est, ut RC × C*b* & CG × *ne*. Sed recta CG minime differt à recta M*e*, & (per

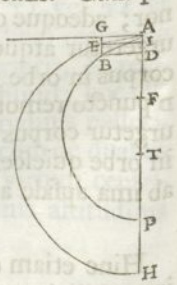
Prop. XXXV. *El.* III.) rectangulum ſub ME & *en* æquatur quadrato ab *eb*: prædictæ ergo Vires centripetæ ſunt ut RC × *cb* & *ebq*. Si jam capiantur cognitæ quantitates F & G in ea ratione ad invicem quam habet angulus ATL ad AT*l*, hoc eſt, quam habet *be* ad *ce*; erit CR ut G+F, & *cb* ut G−F: Adeoque differentia Virium centripetarum, quibus corpora in orbe immobili & mobili in B & *b* urgentur, eſt ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri poteſt ab N ad B eodem tempore quo L deſcribit arcum LB, ſicut $\overline{G+F} \times \overline{G-F}$ ad Fq; id eſt, ut $Gq-Fq$ ad Fq.



LEMMA.

SI corpus ad umbilicum T *ceu centrum tendens deſcribat Ellipſin* ABP, *cujus apſides* A *&* P; *Vis centripeta, quâ corpus in apſide* A *urgetur, eſt ad Vim centripetam corporis alterius, in circulo* AEH *ad eandem diſtantiam* TA *eadem cum velocitate revolventis, ut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos.*

Per A ducatur recta AG ad AT normalis, quæ tam circulum quam Ellipſin continget. Per punctum G ipſi A proximum ducatur recta GEB verſus T, circulum in E, Ellipſin in B interſecans. Cumque naſcentes arcus AB, AE ſint proxime æquales, corpora æquivelocia ex A ſimul digreſſa ad B & E ſimul pervenient; & illorum vires centripetæ ſunt ut harum effectus GB, GE eodem minimo tempore producti. Porro, ex natura circuli, $EIq = AI \times IH$, ſive AI × diam. & ex natura Ellipſeos, $BDq =$ lateri recto × AD (defectus quippe, ſive quantitas quâ BDq iſto rectangulo minus eſt, evaneſcit in caſu præſente, cum BD naſcitur;) EI vero & BD naſcentes lineolæ æquantur: Igitur AI × diam. circuli = AD × lat. rect. Ellipſeos: Adeoque AD ad AI, ſive GB ad GE, ſive Vis centripeta in Ellipſi ad Vim centripetam in circulo ſicut diameter circuli ad latus rectum Ellipſeos. Q. E. D.

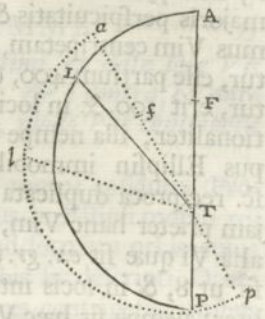


PROPOSITIO V. LEMMA.

SI Orbis ALP *Ellipſis ſit, cujus latus rectum* 2R, *umbilicum habens* T, *apſidem ſummam* A, *imam* P; *eique ſimilis & æqualis ponatur*

ponatur Ellipſis alp circa immotum umbilicum T *modo ſuperius deſcripto revolvens, & quantitates datæ* G *&* F *eandem habeant rationem quam anguli* ATl *&* ATL; *ſi altitudo corporis revolventis, ſive diſtantia à centro, vocetur* A: *Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipſi mobili revolvi poteſt, ut* $\frac{Fq}{Aq} + \frac{RxGq - RxFq}{A\,cub.}$; *& viciſſim, urgente hujuſmodi Vi centripetâ, in Ellipſi mobili feretur corpus.*

Cum Vis, quâ corpus in Ellipſi immobili ALP revolvi poteſt, ſit (per Prop. XXXIX. Lib. I.) reciproce ut quadratum diſtantiæ à centro ſive altitudinis A; exponatur Vis hæc per $\frac{Fq}{Aq}$, & Vis in apſide A erit $\frac{Fq}{ATq}$. Vis autem, quâ corpus in circulo ad diſtantiam TA ea cum velocitate revolvi poſſet, quam corpus in Ellipſi revolvens habet in A, eſt (per præc. Lem.) ad Vim, quâ corpus in Ellipſi revolvens urgetur in A, ut ſemilatus rectum Ellipſeos ad ſemidiametrum circuli, ſive ut R ad AT; adeoque valet $\frac{RxFq}{AT\,cub.}$. Cum autem (per Corol. 2. Prop. IV.) differentia Virium in punctis A & *a* ſit ad Vim prædictam in circulo, ipſi $\frac{RxFq}{AT\,cub.}$ æqualem, ut $Gq - Fq$ ad Fq: erit iſta differentia Virium æqualis $\frac{RxGq - RxFq}{AT\,cub.}$: & (per Prop. IV.) differentia Virium in aliis quibuſvis punctis æqualtis (ubi nempe altitudo eſt indeterminata A) eſt ad differentiam Virium in apſide A (ubi altitudo eſt TA) ſicut cubus ipſius TA ad A cub; adeoque in quavis altitudine valebit $\frac{RxGq - RxFq}{A\,cub.}$. Si igitur ad Vim $\frac{Fq}{Aq}$, quâ corpus revolvi poteſt in Ellipſi immobili ALP, addatur dicta differentia $\frac{RxGq - RxFq}{A\,cub.}$; componetur Vis tota $\frac{Fq}{Aq} + \frac{RxGq - RxFq}{A\,cub.}$, quâ corpus in Ellipſi mobili *alp* eodem tempore revolvi poteſt. Q. E. D.



COROLLARIUM. I.

Hinc ſi Vi centripetæ, quæ eſt in reciproca duplicata ratione diſtantiæ à centro, quâ corpus in Ellipſi immota revolvitur, ſuperaddatur alia quælibet Vis quæ eſt ut cubus diſtantiæ reciproce; corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides in conſequentia feruntur. Nam quia differentia, quæ eſt ut $\frac{RxGq - RxFq}{A\,cub.}$, in hoc caſu eſt poſitiva, G excedit F; hoc eſt, angulus ATl excedit angulum ATL; unde (per Corol. I. Prop. IV.) apſides vel feruntur in conſequentia, vel feruntur in antecedentia celeritate majore quam dupla ejus quâ corpus L in orbe immobili in conſequentia fertur: verum cum ultimum hoc in nullo corporum Cœleſtium locum habeat, ab hoc caſu abſtrahimus. At ſi à Vi, quæ eſt reciproce in duplicata ratione diſtantiæ,

auferatur Vis, quæ eſt reciproce in ejuſdem triplicata ratione; relinquetur Vis, quâ urgente corpus deſcribet Ellipſin cujus apſides regrediuntur: Differentia enim Virium $\frac{R \times G q - R \times F q}{A \text{ cub.}}$ eſt in hoc caſu negativa; & proinde G minor quam F, ſive angulus ATl quam ATL minor.

COROLLARIUM 2.

Atque hinc rurſus ſequitur quod ſi in orbe, à circulari non multum abludente, Vis centripeta in receſſu à centro decreſcat magis (ſive minor ſit) quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ; orbis apſides movebuntur in conſequentia. Sit enim immota Ellipſis ALP orbis deſcriptus à corpore, quod urgetur à Vi ad centrum T tendente, cujus ſumma apſis A duplo magis diſtat à centro T quam ima P; non quod talis orbis ad circularem accedat, ſed hanc rationem majoris perſpicuitatis & tantum exempli gratiâ ponimus. Supponamus Vim centripetam, quâ corpus in P urgetur, eſſe partium 400, & Vis, quâ in A urgetur, erit 100, & in locis intermediis proportionaliter; illa nempe Vis, quâ urgente corpus Ellipſin immobilem ALP deſcriberet, ſc. reciproca duplicata diſtantiæ à centro. Si jam præter hanc Vim, corpus in P urgeatur aliâ Vi quæ ſit *ex. gr.* ut 64, & in A Vi quæ ſit ut 8, & in locis intermediis proportionaliter; nempe ſit hæc Vis ſuperaddita inverſe ut cubus diſtantiæ à centro; in hoc caſu (per præc. Corol.) apſides in conſequentia ferentur. Verum Vis tota in P ſive ex binis compoſita eſt ut 464, & Vis in A ut 108, & in locis intermediis proportionaliter; hoc eſt, in receſſu à centro Vis centripeta minuitur magis quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ: nam ſi ea minueretur in illa ratione diſtantiæ duplicata tantum, Vis in A foret ut 116. Et licet requiratur ut Vis nova, ſuperaddita priori illi quæ eſt inverſe ut quadratum diſtantiæ, ſit ubique præciſe ſicut cubus dictæ diſtantiæ inverſe, ut orbis ellipticus circa centrum Virium in conſequentia revolvatur: ſi tamen Ellipſis hæc à Circulo non multum abludat & Vis talis integra corpus urgeat, quæ in receſſu à centro minuitur magis quam quadratum diſtantiæ corporis à centro augetur; orbis hujus apſides in conſequentia movebuntur. Nam quoniam, in orbe fere circulari, diſtantiæ à centro non multum differunt; Vis illa (cujus ſuperadditione fit ut integra Vis, quâ urgetur corpus, minuatur magis quam quadratum diſtantiæ à centro augetur) minuitur in ratione quæ non multum differt ab inverſa triplicata diſtantiæ.



Sequitur etiam, ſi in orbe, circulari proximo, Vis centripeta decreſcat minus quam pro ratione duplicata diſtantiæ auctæ, (hoc eſt, major ſit quam pro dicta ratione,) orbis apſides moveri in antecedentia. Nam eâdem manente Vi in P & A, quâ corpus Ellipſin immobi-

immobilem describit, si ab illa auferatur Vis reciproce proportionalis cubo distantiæ à centro; nempe ab illa in P Vis quæ est ut 64, & à Vi in A Vis ut 8, & in locis intermediis similiter; relinquetur ubique Vis, quâ urgente corpus (per Corol. præc.) describet Ellipsin cujus apsides in antecedentia moventur. Sed relinquitur in P Vis ut 336, & Vis reliqua in A est ut 92, & in intermediis distantiis similiter: adeoque in recessu à centro Vis centripeta minuitur minus (sive major est) quam pro ratione duplicata distantiæ auctæ: nam Vis minuta in duplicata ratione dictæ distantiæ foret in A partium 84. Unde, ob rationes hactenus expositas, si in orbe à circulo non multum abludente corpus urgeatur Vi, quæ in ejus recessu à centro minuitur minus quam in duplicata ratione distantiæ auctæ; orbis apsides in antecedentia ferentur. Sed & hæc patent ope Corol. 1. Prop. IV.

PROPOSITIO VI. LEMMA.

IN orbibus ellipticis, qui sunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apsidum; & è contra, ex dato apsidum motu invenire legem Vis centripetæ, modo Vis centripeta sit ut altitudinis dignitas aliqua.

Si ex data Vis centripetæ lege quæratur motus apsidum, Problema solvitur faciendo ut orbis, quem corpus in Ellipsi mobili revolvens describit in plano immoto, accedat ad formam orbis cujus apsides requiruntur, & inveniendo apsides orbis sic descripti. Orbes autem ad eandem accedunt formam, cum Vires centripetæ, quibus describuntur, in æqualibus à centro distantiis proportionales fiunt.

Sit (in quavis Fig. præced.) punctum A summa apsis, T centrum Virium. Vocetur AT maxima altitudo T, & alia quævis indeterminata A, harumque differentia X. Et Vis, quâ urgetur corpus in Ellipsi circa ejus umbilicum T revolvente, est (per præc.) ut $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$, sive ut $\frac{A \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$; & denique (substituendo T − X pro A) ut $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$. Vis centripetæ, cujus lex datur, valor ad similem fractionem reducatur; hoc est, talem cujus denominator est idem A cub. & numeratores (factâ homologorum terminorum collatione) statuendi sunt analogi; ex qua collatione eruetur ratio G ad F, sive motus apsidum quæsitus. Detur Vis centripetæ lex, puta sit hæc ut distantiæ à centro dignitas cujus exponens est data p, sive ut A^p, hoc est, ut $\frac{A^{p+3}}{A^3}$. Loco datæ $p+3$ ponatur n, & loco A in numeratore T − X; eritque Vis centripeta ut $\frac{\overline{T-X}^n}{A^3}$. Reducatur hujus fractionis numerator $\overline{T-X}^n$ ad seriem infinitam, nempe ad $T^n - n \times T^{n-1}X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2}X^2 -$ &c; conferantur termini hujus numeratoris cum terminis numeratoris præcedentis, nempe $T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$; nimirum dati cum datis, & non dati (sive in quibus indeterminata X reperitur)

cum non datis; & fiet $T \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$ ad T^n ficut $-Fq \times X$ ad $-n \times T^{n-1} X + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X^2$ &c; hoc eſt, ficut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1} + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} X$ &c. Cumque Ellipſis, de qua nunc agitur, ſit circulo finitima, in qua ſemi-latus tranſverſum & rectum, ſive T & R æquantur, & omnes altitudines ſive à centro diſtantiæ prope eædem, adeoque X illarum reſpectu fere nulla; hoc eſt, termini ab hac affecti evaneſcentes; per mutuam terminorum deſtructionem & evaneſcentium neglectum analogia prior mutabitur in hanc $R \times Gq$ ad T^n ficut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1}$; & ponendo etiamnum T loco R in primo termino, fiet $T \times Gq$ ad T^n ficut Fq ad $n \times T^{n-1}$; adeoque Gq ad T^{n-1} ficut Fq ad $n \times T^{n-1}$, & viciſſim Gq ad Fq ut T^{n-1} ad $n T^{n-1}$; id eſt, ut 1 ad n: adeoque G ad F, id eſt, angulus ATl ad angulum ATL, ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus, quem corpus in Ellipſi immota deſcribit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, & rectis æqualis ſit; erit angulus, quem corpus (quod urgetur à Vi centripeta proportionali altitudinis dignitati cujus exponens p ſive $n-3$) in orbe propemodum circulari conficit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam, ad duos rectos ut 1 ad $\sqrt{n}$; adeoque in phraſi arithmetica æqualis $\frac{180^{gr}}{\sqrt{n}}$: & æquali angulo repetito, corpus ab apſide ima ad ſummam redibit; & ſic in perpetuum.

Et vice verſâ, ſi Vis centripeta ſit ut aliqua altitudinis dignitas, inveniri poteſt dignitas illa ex motu apſidum. Nimirum, ſi motus angularis, quo corpus deſcendit à ſumma apſide ad imam, ſit ad motum angularem ſemi-revolutionis unius (ſive 180^{gr}) quo in Ellipſi immota à ſumma apſide ad imam deſcendit, ſive motus totus angularis, quo corpus ab apſide diſcedens ad eandem redit, ad motum angularem revolutionis integræ (ſeu 360^{gr}) ut unitas ad numerum $\sqrt{n}$; erit Vis centripeta ut altitudinis dignitas cujus exponens eſt $n-3$. Poſitâ enim Vi centripetâ ut A^{n-3}, per Prop. hujus partem priorem dicta iſta ratio inter motus angulares ſive inter G & F prodibit; & igitur hæc lex Vis centripetæ ex iſta ratione inter G & F pendet. Inventa ergo eſt lex Vis centripetæ quæſita. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hujus Problematis exempla aliqua dabimus in caſibus quibuſdam illuſtrioribus. Quæritur angulus, quem corpus conficit in deſcenſu ab apſide ſumma ad imam in orbe fere circulari, dum illud urgetur à Vi centripeta uniformi ſive eadem in omni altitudine. Quoniam in hoc caſu Vis centripeta eſt conſtans, ſive ut A^0, ſive ut A^{3-3}, eſt $n=3$, & $\sqrt{n}=\sqrt{3}$; adeoque angulus à corpore confectus ab apſide ſumma ad imam eſt $\frac{180^{gr}}{\sqrt{3}}$ ſive $103^{gr}.\ 55'$, & hoc angulo rurſus deſcripto ad apſidem ſummam redit, apſidibus velociter in antecedentia latis. Si vero Vis centripeta ſit ut ipſa altitudo ſive A^1, hoc eſt, ut A^{4-3}; erit $n=4$, & angulus inter apſidem ſummam & imam $\frac{180^{gr}}{\sqrt{4}}$, ſive 90^{gr}: hujuſmodi igitur orbis apſides in antecedentia feruntur

runtur eâdem celeritate angulari, quâ corpus orbem describens in consequentia fertur. Similiter, si Vis centripeta sit ut $A^{\frac{11}{4}}$ inverse, sive ut $A^{-\frac{11}{4}}$, sive ut $A^{\frac{1}{4}-3}$, erit $n=\frac{1}{4}$ & $\sqrt{n}=\frac{1}{2}$; adeoque angulus inter summam apsidem & imam, qui est $\frac{180^{gr}}{\frac{1}{2}}$, est 360^{gr}; hoc est, corpus, urgente hâcce Vi, de apside summa discedens, & subinde perpetuo descendens, perveniet ad apsidem imam ubi complevit revolutionem integram; dein perpetuo ascensu, complendo aliam revolutionem integram, redibit ad apsidem summam; & sic per vices in perpetuum.

Proponatur è converso motus apsidum datus, & quæratur lex Vis centripetæ: quæratur *ex. gr.* lex Vis centripetæ, quâ urgetur corpus quod revolutione integrâ & præterea alterius revolutionis parte dimidiâ de apside summa ad apsidem summam, alterno descensu & ascensu, redierit. Quoniam in hoc casu motus angularis quo corpus descendit à summa apside ad imam est 270^{gr}, erit quarta proportionalis ipsis 270^{gr}, 180^{gr}, & 1, sive $\sqrt{n}$, æqualis $\frac{2}{3}$, & ideo $n=\frac{4}{9}$; Ac proinde (per Part. 2. hujus Prop.) Vis centripeta est ut $A^{\frac{4}{9}-3}$; id est, reciproce ut $A^{3-\frac{4}{9}}$ sive $A^{2\frac{5}{9}}$. Rursus, quæratur lex Vis centripetæ, quâ corpus urgetur, quod ab apside summa ad apsidem summam conficit 363^{gr}; hoc est, quod fertur in orbe propemodum circulari, cujus apsis summa singulis corporis revolutionibus confecerit in consequentia 3^{gr}. Quoniam motus totus angularis, quo corpus ab apside summa discedens ad eandem redit, est ad motum angularem 360^{gr} ut 363 ad 360; $\sqrt{n}$, sive quarta proportionalis ipsis 363, 360 & 1, erit $\frac{360}{363}$; adeoque n erit $\frac{129600}{131769}$: & Vis centripeta ut $A^{\frac{129600}{131769}-3}$ sive ut $A^{\frac{-265707}{131769}}$; hoc est, inverse ut $A^{\frac{265707}{131769}}$, sive inverse ut $A^{2\frac{4}{242}}$. Vis igitur, quâ urgetur corpus describens orbem cujus apsides in una corporis revolutione moventur 3^{gr} in consequentia, in recessu à centro decrescit in ratione paulo majore quam duplicata, sed quæ plusquam 60 vicibus propius accedit ad duplicatam quam ad triplicatam.

COROLLARIUM.

Hinc patet, quod si Vis centripeta, quâ corpus urgetur in ejus accessu ad centrum, in triplicata altitudinis minutæ ratione aut minore crescat, corpus, si incipiat descendere, nunquam perventurum ad apsidem imam, sed ad centrum usque descendere; sin vero ab apside ascendat minimum, in infinitum ascensurum, neque unquam ad apsidem summam pervenire. Nam quoniam Vis centripeta est reciproce ut A^{3}, hoc est, ut A^{-3}, hoc est, $p=-3$; erit $n(=p+3)=0$, & $\sqrt{n}=0$; & angulus quo descripto ab apside summa ad imam pervenit, aut è contra, æqualis $\frac{180^{gr}}{0}$, sive infinitus: nunquam ergo ad alteram apsidem pertinget, sed post innumeras revolutiones vel descendet ad centrum vel ascendet in infinitum. Si vero Vis in recessu corporis à centro decrescat in majore quam triplicata ratione distantiæ, n erit negativa quantitas, & $\sqrt{n}$ impossibile

sibile quid; unde patet propositum. Et è converso patet, quod si corpus ab apside ad apsidem, alternis vicibus descendens & ascendens, nunquam appellat ad centrum; Vis in recessu à centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione minuetur: & quo minor fuerit angulus descriptus à corpore, dum ab apside ad apsidem redierit, eo longius ratio Virium recedet à ratione illa reciproca triplicata.

PROPOSITIO VII. LEMMA.

IN orbibus ellipticis, qui sunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apsidum, modo Vis centripeta sit ut summa vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum.

Reliquis manentibus, sint m, b & c quantitates datæ quælibet, quarum m est exponens dignitatis, qualis etiam est n, ut in præcedente; deturque hæc lex Vis centripetæ, ut illa sit ubique ut $\frac{bA^m+cA^n}{A^3}$; sive, ponendo T − x loco A, ut $\frac{b\times\overline{T-x}^m+c\times\overline{T-x}^n}{A^3}$. Reducendo hunc valorem ad seriem infinitam, erit Vis centripeta ut $\frac{bT^m-bT^{m-1}x+bm\times\frac{m-1}{2}T^{m-2}x^2+cT^n-cnT^{n-1}x+cn\times\frac{n-1}{2}\times T^{n-2}x^2\ \&c.}{A^3}$

Statuendi sunt analogi valor hic Vis centripetæ & valor prius inventus istius Vis, quà urgente corpus in Ellipsi mobili movetur, nempe $\frac{T\times Fq-x\times Fq+R\times Gq-R\times Fq}{A^3}$; hoc est, cum valores hi eundem hactenus habeant denominatorem, pars data numeratoris unius ad hujus partem alteram non datam & pars data numeratoris alterius ad ipsius partem non datam in eadem ratione ponendæ sunt; hoc est, $R\times Gq-R\times Fq+T\times Fq$ ad $-Fq\times x$, sicut bT^m+cT^n ad $-b\times mT^{m-1}x+b\times m\times\frac{m-1}{2}T^{m-2}x^2-c\times nT^{n-1}x+c\times n\times\frac{n-1}{2}\times T^{n-2}x^2$ &c. Cumque orbes fere circulares ponantur, erunt T & R æquales. Porro, applicando consequentes ad −x, negligendo terminos ab x (quippe infinite parvo) porro affectos, quia minimos; fiet $T\times Gq$ ad Fq sicut bT^m+cT^n ad $b\times mT^{m-1}+c\times nT^{n-1}$. Majoris simplicitatis gratiâ, ut nempe omnes ipsius T dignitates æquales deveniant, ponatur T unitas; eritque tum Gq ad Fq sicut $b+c$ ad $bm+cn$. Et inde G ad F, sive (in figura Prop. IV.) angulus ATl ad angulum ATL ut $\sqrt{b+c}$ ad $\sqrt{bm+cn}$, sive ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$. Et propterea, cum angulus inter apsidem summam & apsidem imam in Ellipsi immobili sit duobus rectis æqualis, erit angulus, quem corpus, Vi centripetâ quæ est ipsi $\frac{bA^m+cA^n}{A^3}$ proportionalis, in descensu ab apside summa ad imam aut è contra describit, ad duos rectos, ut 1 ad $\sqrt{\frac{bm+cn}{b+c}}$; & in phrasi arithmetica, angulus iste est $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}}\times 180^{gr}$. Si Vis centripeta sit ut differentia duarum dignitatum altitudinis, (puta ut $\frac{bA^m-cA^n}{A^3}$,) ponendo −c loco +c in valore supra invento, fiet angulus inter apsi-

dem

dem ſummam & imam, mobilis orbis fere circularis, æqualis $\sqrt{\frac{b-C}{b_m-C_n}} \times 180^{gr}$. Nec ſecus reſolvetur Problema in caſibus difficilioribus.

Scholium.

Si corpus Vi centripetâ, quæ ſit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in mota Ellipſi umbilicum habente in centro Virium, & huic Vi centripetæ addatur vel auferatur Vis alia quævis, cujus lex & quantitas datur; per hanc Prop. determinabitur motus apſidum ex data illa Vi oriundus: Nempe ſi à Vi ut $\frac{1}{A^3}$ auferatur Vis extranea, quæ eſt ut altitudo ſeu diſtantia à centro, nempe ut c A; Vis reliqua, quâ corpus urgetur, erit $\frac{A-CA^4}{A^3}$, ubi $b=1$, $m=1$, $n=4$: Adeoque angulus revolutionis inter apſides eſt $\sqrt{\frac{1-C}{1-4C}} \times 180^{gr}$. Ponatur *ex. gr.* Vim extraneam ablatam eſſe 357, 45 vicibus minorem quam Vis primaria, quâ corpus revolvitur in Ellipſi, quamque facilitatis gratiâ vocavimus 1; eritque proinde $c=\frac{1}{357,45}$ ſive $\frac{100}{35745}$, & $1-c=\frac{35645}{35745}$, & $1-4c=\frac{35345}{35745}$; adeoque $\frac{1-C}{1-4C}=\frac{35645}{35345}$ $=1,0084877\overline{54}$, & $\sqrt{\frac{1-C}{1-4C}}=1,004234$. Et igitur $\sqrt{\frac{1-C}{1-4C}} \times 180^{gr}$, ſive angulus inter apſides in orbe mobili, erit $1,004234 \times 180^{gr}$, ſeu $180^{gr},76228$, id eſt, $180^{gr}.\ 45'.\ 44''$: Inventus igitur eſt motus apſidum in una ſemi-revolutione, ſive dum corpus ab apſide ſumma ad imam deſcendit, ſc. $45'.\ 44''$ in conſequentia, & tantundem progreditur dum corpus ab ima apſide ad ſummam aſcendit; nempe ſingulis corporis revolutionibus apſis $1^{gr}.\ 31'.\ 28''$ in conſequentia fertur.

Et è converſo, ex dato angulo inter apſides determinabitur ratio Vis extraneæ, cujus lex datur, ad Vim quâ in immota Ellipſi moveretur: Puta, ſi corpus diſcedens de apſide ſumma & ad apſidem ſummam reverſum motu angulari conficiat angulum 315^{gr}, ipsâ apſide interim in antecedentia motâ 45^{gr}, & quæratur ratio Vis hujus ſuperadditæ, quæ eſt ut altitudo, ad Vim primariam quâ ſolâ corpus in Ellipſi immota moveretur. Nam quoniam Prop. hâc demonſtratum eſt angulum inter apſidem ſummam & imam eſſe $\sqrt{\frac{b+C}{b_m+C_n}} \times 180^{gr}$, ſive inter apſidem ſummam & ſummam eſſe $\sqrt{\frac{b+C}{b_m+C_n}} \times 360^{gr}$, *i.e.* (in caſu præſenti, ubi Vis ſuperaddita eſt ut altitudo,) $\sqrt{\frac{1+C}{1+4C}} \times 360^{gr}$; erit $315^{gr}=\sqrt{\frac{1+C}{1+4C}} \times 360^{gr}$. Et reſolutâ hâc æquatione, valor ipſius c reperietur $\frac{5}{44}$. Cum autem Vis iſta primaria, quâ in Ellipſi immota moveretur corpus, poſita ſit unitas; erit hæc ad Vim iſtam additam (quæ eſt ut altitudo, quæque facit ut apſides tam velociter regrediantur) ut 44 ad 5.

Corollarium.

Ex præced. Schol. & Corol. 2. Prop. v. ſequitur, ſi à Vi quæ eſt in duplicata ratione altitudinis inverſa, auferatur Vis, quæ eſt directe ut ipſa altitudo, relinqui Vim quæ in receſſu à centro decreſcit magis (ſive minor eſt) quam pro ratione duplicata altitu-

dinis auctæ, sive quæ in accessu ad centrum crescit magis (sive major est) quam pro ratione duplicata altitudinis diminutæ; nam tam in illo casu quam in hoc orbis apsides progrediuntur, & propterea duo illi casus coincidunt. Eodemque ratiocinio patet, si Vi quæ est in reciproca duplicata ratione distantiæ à centro, addatur Vis extranea, quæ est directe ut dicta distantia, conflari Vim, quæ in recessu à centro decrescit minus (sive major est) quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ, sive (quod idem est) quæ in accessu ad centrum crescit minus (sive minor est) quam pro duplicata ratione distantiæ diminutæ. Verum hæc etiam immediate consequuntur ex Corol. 1. Prop. IV.

PROPOSITIO VIII.

SI Planeta secundarius L *circa Primarium* T *describat Orbitam Ellipticam, cujus focus est* T; *hujus Axis major sive Apsidum linea motu angulari bis progreditur singulis Satellitis* L *revolutionibus; progreditur nempe cum* L *est in Syzygiis* G *&* B, *regreditur vero dum* L *est in Quadraturis* C *&* D *cum Sole.*

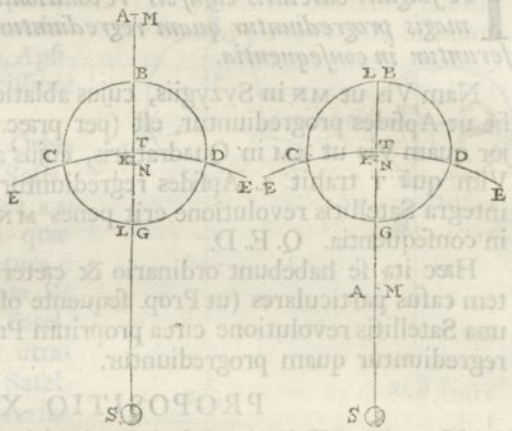
Designet S Solem, T Planetam primarium in Orbita DC à D versus C circa Solem motum, L Planetam secundarium, Orbitam ellipticam, cujus focus T, à C ad G versus D describentem. Cum in tribus hisce corporibus attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium sint (per ostensa in Lib. I.) inter se reciproce in duplicata ratione distantiarum ab eodem, recidimus in conditiones Prop. I. hujus Libri, (cujus constructionem hic supponimus,) in qua ostensum est Satellitem L duplici Vi acceleratrice urgeri, unâ ab L ad T, alterâ ab L ad S. Cumque Vis prior ab L ad T, ex mutua attractione corporum L & T orta, fit quadrato distantiæ reciproce proportionalis, (per Corol. 2. Prop. LI. Lib. I.) hâc Vi solâ corpus L describet Ellipsin focum in T habentem. Quoniam vero Vis posterior, quâ urgetur L quæque dirigitur ab L ad S, estque per ostensa ad Prop. I. ut AS recta, resolvitur in Vires binas, quarum altera est ut AM, altera ut MS, quæ semper ad MN reducitur, (ut supra ostensum est,) & cum harum rectarum directionibus; (quarum illa quæ est ut AM, licet eandem habeat directionem cum priori qua T trahit L, tamen eandem non observat legem: neque enim est AM reciproce ut quadratum rectæ LT distantiæ corporis L à T, sed fere directe ut ipsa LT; crescente enim LT, cæteris manentibus, in eadem fere ratione crescit & AM; nam SL ob longinquitatem corporis S est fere parallela ad ST;) Vis quâ L in Quadraturis C & D positum urgetur versus T, composita ex binis (prima nempe illa qua T trahit L, quæque est inverse ut quadratum distantiæ LT, & illa ut AM quæ est fere directe ut ipsa distantia LT; nam



tertia

tertia Vis MN in hoc casu nulla est,) non est ut Quadratum distantiæ LT inverse, sed in recessu à T decrescit in minore quam duplicata ratione distantiæ auctæ: & igitur cum Vi, quæ est Quadrato distantiæ à centro sive altitudinis reciproce proportionalis, quâ nempe T trahit L, addatur Vis extranea quæ est ut ipsa altitudo; componetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus Ellipsin describit, cujus Apsides in antecedentia moventur. Satellite igitur in Quadraturis versante, Orbis elliptici Apsides regrediuntur.

Quod si Satelles L sit in Conjunctione G vel Oppositione B cum Sole S, in quo casu Vis ut AM evanescit, præter Vim quâ T trahit L, quæque est reciproce ut Quadratum altitudinis TL; corpus L urgetur Vi ut MN, ab M versus N urgente, quæ non est ut Quadratum altitudinis TL inverse, sed crescente ipsâ crescens, & fere ut ipsa TL directe. Cum ergo à Vi Quadrato altitudinis reciproce proportionali, quâ T trahit L, auferatur Vis extranea (nempe ab actione Solis orta) quæ est fere ut ipsa altitudo; relinquetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus fertur in Ellipsi, cujus Apsides in consequentia moventur. Igitur quando Planeta secundarius in Syzygiis cum Sole versatur, Orbis elliptici ab illo descripti Apsides progrediuntur.



Satellite vero in locis versante inter Syzygias & Quadraturas cum Sole, pendet motus Apsidum ex utraque causa supra descripta conjunctim; nempe ex Vi extranea addititia ut AM & ablativa ut MN; adeo ut pro hujus vel illius excessu progrediantur illæ vel regrediantur: Bis igitur in qualibet Satellitis L revolutione circa T progrediuntur Apsides, & bis regrediuntur per vices. Q. E. D.

PROPOSITIO IX. LEMMA.

IN fig. Prop. præc. Vis MN *in Syzygiis est fere duplo major quam Vis* AM *in Quadraturis.*

In Syzygiis SM est ad SN in duplicata ratione SN ad SL: Distantia autem punctorum N & T præ ST distantia Planetæ à Sole evanescit, adeoque ST æqualis SN; est igitur SM ad ST in duplicata ratione ST ad SL: Sed quantitates arithmetice proportionales ut SB, ST, SG &c, ubi illarum intervallum BT vel TG est minimum respectu cujusvis ex illis ut SG, sunt etiam quasi geometrice pro-

 portionales,

portionales, & è contra; quare posità BM (in fig. 1.) & GM (in fig. 2.) æquali TB, erunt (in fig. 1.) MS, BS, TS & LS, & (in fig. 2.) MS, GS, TS, LS quamproxime geometrice proportionales continuè: adeoque (in utraque fig.) MS est ad TS in duplicata ratione TS ad LS. Sed MT est duplo major (ex constructione) quam TB, quæ (ex præc.) æqualis est AM in Quadraturis; & MN est fere æqualis ipsi MT: Et igitur MN in Syzygiis est quasi duplo major quam AM in Quadraturis. Q. E. D.

PROPOSITIO X.

IN singulis Satellitis cujusvis revolutionibus Apsides plerumque magis progrediuntur quam regrediuntur, & excessu progressûs feruntur in consequentia.

Nam Vis ut MN in Syzygiis, cujus ablatione à Vi quâ T trahit L fit ut Apsides progrediuntur, est (per præc. Lem.) quasi duplo major quam Vis ut AM in Quadraturis, cujus additione ad prædictam Vim quâ T trahit L Apsides regrediuntur: Et igitur excessûs in integra Satellitis revolutione erit penes MN, transferetque Apsides in consequentia. Q. E. D.

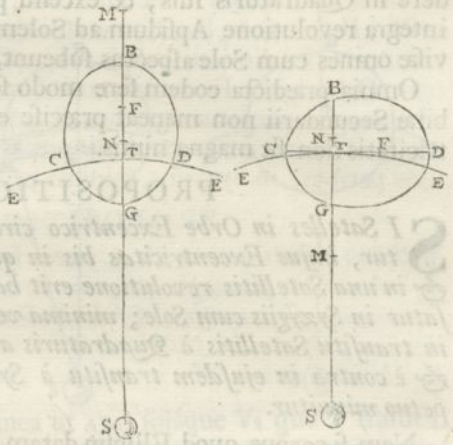
Hæc ita se habebunt ordinario & cæteris paribus: Dantur autem casus particulares (ut Prop. sequente ostendetur) in quibus, in una Satellitis revolutione circa proprium Primarium, Apsides magis regrediuntur quam progrediuntur.

PROPOSITIO XI.

IN una Satellitis L revolutione circa T, progressus Apsidum magis superat illarum regressum, cum hæ in Syzygiis cum Sole versantur, quam si inde longius distant; regressus vero Apsidum superat illarum progressum in una Satellitis revolutione, cum Apsides sunt in Quadraturis cum Sole: Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis suis, minus vero & tardius in Quadraturis recedunt; & excessu progressûs supra regressum, in una Apsidum revolutione ad Solem, feruntur in consequentia.

Quoniam Apsidum progressus vel regressus pendet (per Corol. 2. Prop. v.) à Vi centripeta Satellitis versus Primarium suum decrescente magis vel minus quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ in recessu à centro, sive transitu ab Apside ima ad Apsidem summam, ut & à contrario incremento in accessu ad centrum, sive reditu ad Apsidem imam; patet progressum vel regressum maximum esse, ubi ratio inter Vires in Apsidibus maxime recedit ab inversa duplicata ratione distantiarum. Ponatur eum esse situm Orbitæ Satellitis respectu Solis, ut ejus Apsides sint in Syzygiis cum Sole: Vis ergo extranea MN, quæ Satellitem in Syzygiis versantem urget, ablata à Vi, quâ Primarius trahit Satellitem, relinquit Vim in Satellite ad B, cujus ratio ad Vim similiter relictam in Satellite ad G magis recedit à duplicata ratione distantiarum inversa, quam si Apsides non essent in Syzygiis; quoniam ratio inter distantias TB, TG magis inæqualis

æqualis eſt, ſive longius à ratione æqualitatis diſtat, quam ratio inter alias binas quaſvis in hac Orbita: progreſſus ergo Apſidum in hoc caſu maximus eſt. Satellite vero ad c pervento, Vis extranea ut AM, addita Vi quâ T trahit Satellitem, non tantum inducit receſſum à ratione duplicata diſtantiarum inverſa in tranſitu à c ad D; quoniam diſtantiæ TC, TD æquantur: Quare hujus Vis additiæ effectus minor eſt; hoc eſt, Orbis Apſides minus in hoc caſu regrediuntur. Quoniam ergo Apſidibus in Syzygiis verſantibus, illæ velociſſime progrediuntur cum Satelles Syzygias tranſit, tardiſſimeque regrediuntur cum Satelles in Solis Quadrato eſt; patet, in integra Satellitis revolutione circa Primarium, Apſides in hoc caſu velociſſime in conſequentia ferri.



Sint nunc Apſides Orbis Satellitis in Quadrato Solis: In quo caſu Vis extranea AM jam ſæpius deſcripta, quæ Satellitem in Quadratura c verſantem urget, addita Vi primariæ quâ T trahit Satellitem, conficit Vim ex utraque compoſitam, quâ Satelles ad c ſitus tendit verſus T; cujus ratio ad Vim ſimiliter compoſitam, quâ Satelles ad D perventus verſus idem T urgetur, magis recedit à duplicata ratione diſtantiarum inverſa, quam ſi Apſides non eſſent in Quadraturis; quoniam ratio inter TC, TD magis inæqualis eſt quam ratio inter alias binas quaſlibet hujus Orbitæ: regreſſus ergo Apſidum in hoc caſu maximus eſt. Satellite vero ad G vel B pervento, Vis extranea MN Satellitem nunc urgens, ablata à Vi quâ T trahit Satellitem, tam magnum non inducit receſſum à ratione duplicata diſtantiarum inverſa, dum Planeta tranſit à G ad B, aut viciſſim; quoniam diſtantiæ TG, TB æquantur: unde Vis hujus ablatitiæ effectus in Apſidibus promovendis minor eſt; hoc eſt, Orbis Apſides tardius promoventur. Ideoque ex utraque hac cauſa, in hoc Orbis ſitu reſpectu Solis, dum Satelles integram revolutionem circa Primarium ſuum perficit, Orbis Apſides regrediuntur.

Porro, ſi is ſit motus Apſidum Satellitis circa T, iſque motus Primarii T circa Solem S, ut Apſides Orbis Satellitis in eodem fere ſint aſpectu ad Solem per tempus ſatis notabile, ſive dum ipſe Satelles aſpectus omnes ad Solem ſæpius mutat; ob diuturnitatem temporis quo velocitas progreſſûs & tarditas regreſſûs Apſidum continuantur, dum nempe Apſides prope Syzygias Solis hærent, ſatis notabiliter progredientur: Et ſimiliter ob diuturnitatem temporis quo Satellitis Apſides prope Solis Quadratum hærent, & conſequen-

ter quo velocitas regreſſûs tarditaſque progreſſûs continuantur, ſenſibiliter ſatis recedent.

Quoniam vero Vis extranea ablatitia MN, progreſſum Apſidum cauſans, Prop. IX. oſtenſa eſt quaſi duplo major quam Vis AM, quæ illas retrocedere cogit; & præterea Apſides diutius hærent in Syzygiis quam in Quadraturis, quia illic in conſequentia latæ cum Sole progrediuntur, hic in antecedentia latæ Solis Quadratum in conſequentia latum cito tranſeunt; patet Apſides velocius & diutius progredi in ſuis Syzygiis, tardius vero & non tam diu recedere in Quadraturis ſuis; & exceſſu progreſſûs ſupra regreſſum, in integra revolutione Apſidum ad Solem (hoc eſt, dum Apſides ex T viſæ omnes cum Sole aſpectus ſubeunt,) ferri in conſequentia.

Omnia prædicta eodem fere modo ſe habebunt, licet ſpecies Orbitæ Secundarii non maneat præciſe eadem, modo mutatio Excentricitatis non ſit magna nimis.

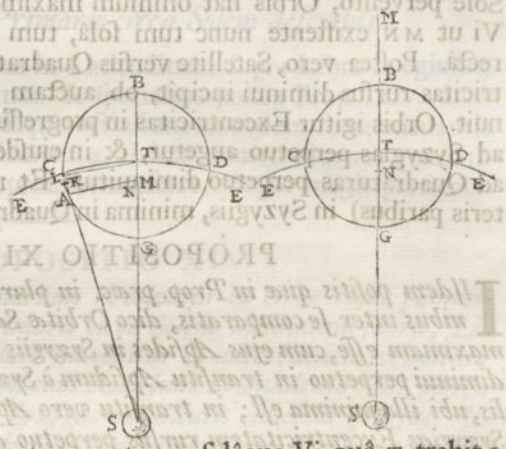
PROPOSITIO XII.

SI Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium ſuum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cum Satelles verſatur in Syzygiis cum Sole; minima vero, cum in Quadraturis: & in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejuſdem tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur.

Nam ſi corpus quod Ellipſin datam deſcribebat, (quod ſc. urgebatur à Vi centripeta ad focum alterum ceu centrum tendente, quæ eſt reciproce proportionalis quadrato diſtantiæ ab eodem,) in deſcenſu ab Apſide ſumma ad imam urgeatur à Vi centripeta, quæ augetur magis quam pro duplicata ratione diſtantiæ à centro ſive altitudinis diminutæ; manifeſtum eſt, quod corpus ſic verſus centrum impulſum magis urgeretur in hoc centrum, quam ſi urgeretur (ut prius) à Vi creſcente ſolum in duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; adeoque Orbem deſcriberet Orbe elliptico antea deſcripto (præterquam in ipſa Apſide ſumma) interiorem, & in Apſide ima propius accederet ad centrum quam prius; hoc eſt, Orbem Orbe priore magis Excentricum, ſive in quo diſtantia corporis in Apſide ſumma majorem habet rationem ad illius diſtantiam in Apſide ima, quam in priore. Si porro Vis in aſcenſu corporis ab Apſide ima decreſceret iiſdem gradibus, quibus in deſcenſu creverat; rediret corpus ad diſtantiam priorem: Sed ſi Vis centripeta decreſcat magis quam pro dicta ratione, corpus jam minus attractum aſcendet ad diſtantiam majorem, Orbemque deſcribet cujus Excentricitas adhuc eſt major. Similiter prorſus, ſi corpus in deſcenſu ab Apſide ſumma urgeatur Vi, quæ augetur minus quam pro duplicata ratione diſtantiæ diminutæ; patet corpus illud deſcripturum Orbem Orbe elliptico prius deſcripto (cum Vis erat reciproce ut diſtantiæ quadratum) exteriorem, præterquam in Apſide ſumma unde digreſſum eſt;

est; hoc est, minus Excentricum; & Excentricitatem hanc adhuc minui, si in corporis ascensu Vis centripeta decrescat minus, sive tardius quam antea creverat.

In figuris jam sæpius usurpatis ponatur Satelles L prope Quadraturam in c, in quo casu Vis ut MN evanescit, ac præter Vim quâ Primarius T trahit Satellitem L, quæ est reciproce ut quadratum distantiæ, Satelles urgetur Vi ut AM, quæ est ut ipsa distantia LT directe. Et Vis ex hisce conflata (per Cor. Prop. VII.) in recessu à centro decrescit minus quam pro duplicata ratione distantiæ auctæ, & in accessu ad illud crescit minus quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ: Adeoque corpus, si per integram revolutionem ab hac Vi versus centrum impelleretur, Orbem describeret minus Excentricum



quam si abesset Vis hæc extranea ut AM, solâque Vi quâ T trahit L quæ est ut distantiæ quadratum inverse urgeretur; & igitur, in revolutionis parte illa ubi ab hac Vi impellitur, describit partem Orbis minus Excentrici quam si abesset dicta Vis extranea ut AM.

Quod si Satelles in Syzygiis versetur ut in B vel G, Vi ut AM evanescente, à Vi qua T trahit L aufertur Vis ut MN; hoc est, à Vi quadrato distantiæ reciproce proportionali aufertur Vis ut ipsa distantia; Vis igitur reliqua quâ Satelles T nunc urgetur (per Corol. Prop. VII.) in accessu ad centrum crescit magis quam pro ratione distantiæ diminutæ, & in recessu à centro similiter magis decrescit; & præterea (per supra ostensa) si Satelles per integram revolutionem hâc Vi residuâ ad centrum impelleretur, Orbem describeret magis Excentricum quam est ille quem describeret, si solâ Vi attractrice corporis T urgeretur; & proinde multo magis Excentricum quam est ille quem describeret, si eâ Vi centripetâ urgeretur quâ in Quadratura ad c urgebatur: Unde in revolutionis suæ parte quando Vis extranea MN est maxima (hoc est, in Syzygiis) Satelles describit partem Orbis magis Excentrici quam cum ille in Quadraturis versatur; sive Orbis à Satellite descripti Excentricitas major est dum Satelles in Syzygiis versatur, minor dum in Quadraturis.

Porro, quoniam Vis extranea addititia ut AM maxima est, & Vis MN minima seu nulla Satellite in Quadraturis versante, Vis conflata ex hac & Vi qua T trahit L est (cæteris paribus) maxima, maximeque recedit à reciproca duplicata distantiarum; adeoque in hoc casu,

casu, Orbis portio descripta pertinebit ad Orbem minime Excentricum. Satellite à c versus B progresso, Vis extranea ablatitia ut MN simul crescit, effectusque suos proinde magis magisque edit; hoc est, Satellitem describere facit Orbis partem ad Orbem magis Excentricum pertinentem: quare in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias ejus Orbis magis magisque Excentricus evadit, donec Satellite ad ipsam Oppositionem vel Conjunctionem cum Sole pervento, Orbis fiat omnium maxime Excentricus, ablatitiâ Vi ut MN existente nunc tum solâ, tum maximâ & maxime directâ. Postea vero, Satellite versus Quadraturam pergente, Excentricitas rursus diminui incipit, ob auctam Vim AM quæ illam minuit. Orbis igitur Excentricitas in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & in ejusdem progressu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo diminuitur: Et maxima proinde est (cæteris paribus) in Syzygiis, minima in Quadraturis.

PROPOSITIO XIII.

IIsdem positis quæ in Prop. præc. in pluribus Satellitis revolutionibus inter se comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam esse, cum ejus Apsides in Syzygiis versantur; exinde vero diminui perpetuo in transitu Apsidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima est; in transitu vero Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rursus perpetuo augeri.

Probatur eodem modo quo Propositio penultima. Nam (per Corol. Prop. VII.) Vires Satellitis in Quadraturis crescunt vel decrescunt minus quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ: quare si Orbis Apsides sint in Quadraturis, dicta ratio incrementi ac decrementi totius in transitu inter Apsides est omnium minima. Similiter, Vires Satellitis in Syzygiis crescunt vel decrescunt magis quam pro duplicata ratione distantiæ minutæ vel auctæ; & propterea, si Orbis Apsides simul in Syzygiis versentur, dicta ratio totius incrementi ac decrementi Virium in transitu inter Apsides est omnium maxima; id est, ratio totius incrementi ac decrementi Virium minima est dum Apsides sunt in Quadraturis, maxima dum in Syzygiis; & propterea, in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias, in singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. Sed Prop. præc. ostensum est, quod si in singulis Satellitis revolutionibus augeatur ratio incrementi & decrementi Vis centripetæ, augebitur simul & Orbis Excentricitas; & è contra minuetur Excentricitas, si ratio illa decrescat: Et igitur in transitu Apsidum à Quadraturis ad Syzygias Orbis Excentricitas perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur; maxima ergo est Orbis Excentricitas dum Apsides in Syzygiis sunt, minima cum illæ in Quadraturis versantur. Et ob diuturnitatem temporis quo Apsides prope Quadraturas aut Syzygias hærent, fit Excentricitatis incrementum aut decrementum admodum sensibile, & inæqualitas

æqualitas inter Excentricitatem in uno casu eandemque in altero longe maxima. Q.E.D.

SECTIO III.

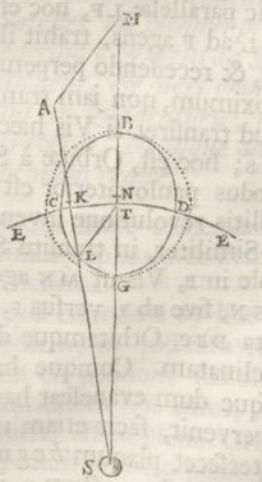
De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Planum Orbis ab illo circa Primarium descripti inclinatum est ad planum Orbis à Primario circa Solem descripti.

De Satellitum Erroribus in Latitudinem supra Libro I. egimus, generatim quidem Prop. LXI. & specialius postea Prop. LXIV. dum Præcessionis punctorum Æquinoctialium ex eodem fonte manantis rationem causamque indicaremus. Liceat tamen istorum quædam huc, quippe in locum proprium, transferre, aliaque magis particularia de Erroribus hisce explicare.

PROPOSITIO XIV.

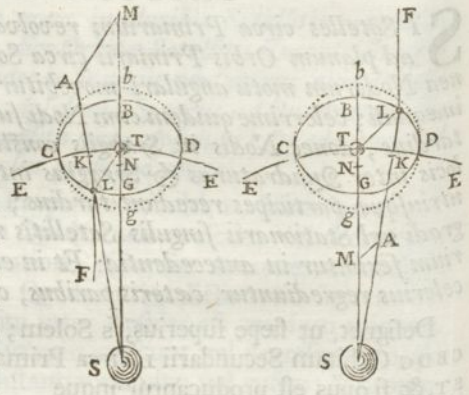
SI Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cum Nodi sunt in Quadrato Solis, postea tardius, donec Nodis in Syzygiis constitutis quiescat prorsus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriusque participes recedunt tardius; adeoque semper vel Retrogradi vel Stationarii singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellites revolutione celerius regrediuntur, cæteris paribus, cum Satelles est in Syzygiis.

Designet, ut sæpe superius, S Solem; ETE Orbitam Primarii T; CBDG Orbitam Secundarii L circa Primarium: Ducantur rectæ SL, ST, & si opus est producantur inque iis signentur K, A, M & N puncta, & jungatur AM. Ex Prop. LX. Lib. I. patet Errores omnes Satellitis L oriri ab ejus Viribus quæ sunt ut AM, MN, & cum harum rectarum directionibus. Vis autem in L secundum directionem rectæ AM (hoc est, secundum LT rectam) agens motum ipsius L in Latitudinem neutiquam perturbat, cum LT in plano Orbis CBDG jaceat. Porro, si directio Vis alterius ut MN etiam in plano Orbis CBDG jaceat, hoc est, si recta per L ducta & ad MN parallela in plano CBDG jaceat, neque hæc Satellitis motum in Latitudinem perturbabit. Ipsa vero MN, seu ST,



ST, cum ſit in plano Orbis SET, erit etiam in plano CBDG, ſi fuerit communis interſectio duorum iſtorum planorum, Orbium nimirum Primarii & Secundarii; hoc eſt, ſi Nodi fuerint in Syzygiis. Igitur Nodis in Syzygiis verſantibus, nullus orietur Error motûs in Latitudinem neque à Vi ut AM, neque à Vi ut MN, quæ ſolæ ſunt Vires Satellitis motum perturbantes; ergo nullus prorſus Error in Latitudinem. Unde Nodorum Linea ſimulque ipſi Nodi in hoc caſu quieſcunt, cum motus illorum ſit Error à perturbante Vi aliqua oriundus.

Ubi vero Orbis CBDG Nodi ſunt in Quadraturis c & D, Vis ut MN Satellitis motum in Latitudinem maxime perturbat; quoniam in hoc caſu recta MN (eique per L parallela LF, ſecundum quam exeritur Vis Satellitis L quæ eſt ut MN) omnium maxime ad planum Orbis CBDG inclinatur, tantum nempe quantum Orbium STE, CBDG plana ad ſe invicem inclinantur. In hoc caſu ſupponatur plani CBDG pars altera CGD ſupra planum hujus ſchematis (quod cum plano Orbis Primarii STE congruit) elevata, altera CBD infra illud depreſſa: Orbitæ huic CBDG æqualis, ſimilis & reſpectu centri T ſimiliter poſita concipiatur Orbita c*b*DG: In hoc igitur caſu, quamprimum Satelles L Nodum c tranſit, ut ad Conjunctionem cum Sole in G perveniat, Vis ut MN cum directione rectæ MN ſive huic parallelæ LF, hoc eſt,



ab L ad F agens, trahit illum ex Orbita CGD, quam alias percurreret, & recedendo perpetuo verſus S à plano CGD uſque ad Nodum proximum, non jam tranſit planum STE ſive CGD in puncto D, (ubi illud tranſiret ſi Vis hæc abeſſet,) ſed paulo citra illud reſpectu Solis S; hoc eſt, Orbitæ à Satellite (dum à Vi MN urgetur) deſcriptæ Nodus paulo citerior eſt quam D punctum, ubi in præcedente Satellitis revolutione inveniebatur.

Similiter, in tranſitu Satellitis à Nodo D ad Oppoſitionem cum Sole in B, Vis ut MN agens ſecundum directionem MN ab M verſus N, ſive ab L verſus F, facit ut Satelles L perpetuo recedat ab Orbita DBC, Orbitamque deſcribat ad planum SET ſive D*b*c minus inclinatam. Cumque hæc Vis in Satellitem L Vires ſuas exerat uſque dum evaneſcat hæc, nempe cum Satelles ad Quadraturam in c pervenit, facit etiam ut Orbita à Satellite revera deſcripta citius interſecet planum *b*cgD quam Orbita DBCG, ſive paulo propius ad *b* quam eſt punctum c, ibique Orbitæ Satellitis Nodum cum plano Orbis ſui Primarii conſtituat. Atque ſimile rurſus fiet dum Satelles

les ſecundo peragrat ſemicirculum CGD; Nodus nempe, ſive punctum in quo Satelles trajicit *b*cgD, eſt in antecedentia reſpectu puncti in quo illud poſtremâ vice trajecerat, atque ita porro; hoc eſt, Vis hæc MN Satellitem L cogit in Orbitam, cujus Nodi ſingulis ipſius L revolutionibus circa T in antecedentia vergunt: celerrime autem regrediuntur Nodi cum in Quadraturis c & D verſantur, quoniam (ut ſupra oſtenſum eſt) recta MN vel LF, ſecundum quam agit Vis ut MN Nodorum regreſſum efficiens, ad Orbitam CGDB in hoc caſu maxime recta ſeu perpendicularis eſt.

Porro, quæ de Nodorum ſitu inter Quadraturas & Syzygias intermedio aſſeruntur, per ſe patent, cum recta MN ad planum CBDG ſit in iſto caſu magis obliqua, minuſque propterea potenter Satellitem inde deturbet. Cumque Nodorum regreſſus pendeat à Vi MN, ille (cæteris paribus) maximus eſt cum hæc eſt maxima; hoc eſt, quando Satelles eſt in Syzygiis. Q. E. D.

Mutatâ Inclinatione Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii circa Solem, non mutatur motus Nodorum ſenſibiliter, niſi mutatio Inclinationis fuerit nimis magna; nam Vis Nodis motum inducens in iſto caſu non multum mutatur.

PROPOSITIO XV.

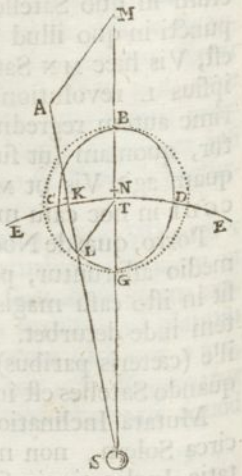
Iſdem poſitis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam eſſe cum Nodi ſunt in Syzygiis cum Sole; minimam vero (cæteris paribus) cum in Quadraturis: Et inſuper in hoc caſu minui dictam Inclinationem in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rurſus augeri in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis exiſtente, Inclinatio planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico inſuper in tranſitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein creſcere iiſdem gradibus quibus antea decreverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redire.



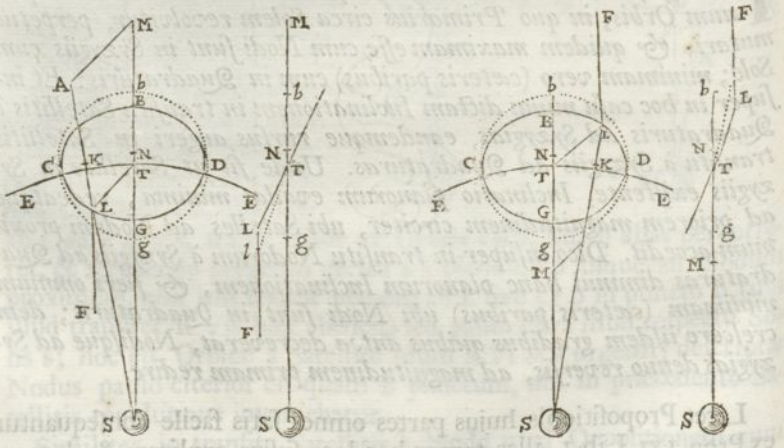
Licet Propoſitionis hujus partes omnes ſatis facile conſequantur ex Prop. LXI. Lib. I. illas tamen hoc loco fuſius explicare & demonſtrare libet, proprium cuique adſcribendo Schema.

Sint primo Nodi Satellitis L in Syzygiis cum Sole S, hoc eſt, Linea Nodorum producta tranſeat per Solem; in quo caſu recta MN (quæ ad Prop. LXI. Lib. I. demonſtrata eſt poſitione ſuâ oſtendere directionem, & magnitudine ſuâ quantitatem Vis iſtius, quæ ſola Satellitis motum in Latitudinem afficit) eſt in plano Orbitæ Satellitis L: Et igitur, utut illa Satellitis motum in dicto plano perturbet, Satellitem ad motum quemcunque extra dictum planum BCGD neutiquam impellit; hoc eſt, motum Satellitis ſecundum

Latitudinem omnino non afficit, ſed Satellitem perturbationis omnis, quoad ejus motum in latum, immunem prorſus & expertem relinquit, ut Orbem ſuum circa proprium Primarium deſcribat. Cumque Vis illa perturbans MN Inclinationem Orbis Satellitis ad Primarii Orbem ſuâ naturâ minuat ſemper, neque augeat unquam niſi per accidens, propter motum Nodorum in antecedentia ab illa factum; patet dictorum Orbium Inclinationem eſſe omnium maximam quando Nodi ſunt in Syzygiis.



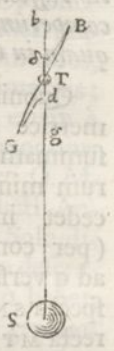
Poſitis jam Nodis in Quadrato Solis, Satelles, quamprimum Nodum C vel D tranſierit, impulſus Vi ut MN, & ſecundum directionem LF ab L verſus F, de plano Orbis CGDB (quem abſque hac deſcriberet) perpetuo trahitur, & Orbitam deſcribit, cujus planum ad planum Orbis Primarii $cgDb$ minus inclinatum eſt. Quod ut clarius pateat, referat (in aliis figuris annexis, oculo in Linea Nodorum producto accommodatis) ST planum Orbis Primarii circa Solem, TL planum Secundarii ad planum ST inclinatum angulo LTS vel hujus complemento ad duos rectos. Satelles in L,



Vi ut MN ab L verſus F, hoc eſt, de loco L in locum l tractus, deſcribit Orbitam, cujus planum Tl minore angulo lTS ad ST planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum eſt. Atque mutatio hæc Inclinationis Orbis Satellitis ad Orbem Primarii eſt (cæteris paribus) eo major quo major eſt Vis MN illam producens: Vis vero MN eſt major quo Satelles eſt Syzygiis G & B propior. Nodis igitur in Solis Quadrato hærentibus, Inclinatio Orbis Satellitis eſt minima quando Satelles eſt in Syzygiis. Rurſus, quoniam recta MN eique parallela LF (directio nempe Vis perturbantis & Inclinationem minuentis)

nuentis) magis recta eſt in planum Orbitæ Satellitis cum Nodi ſunt in Quadraturis, quam in alio quovis Nodorum ſitu; mutatio Inclinationis in hoc caſu erit maxima, adeoque Inclinatio planorum minima: Nam quo propius angulus FLT accedit ad rectum, eo majorem angulum rectula L*l* datæ longitudinis ſubtendit. Omnium igitur minima erit Inclinatio plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii, ubi Nodi ſunt in Quadraturis & ſimul Satelles in Syzygiis.

Porro, deſignet (oculo nempe in Linea Nodorum producta conſtituto, ut prius) STb planum Orbis Primarii T circa Solem revolventis; GTB planum Orbis Satellitis, dum hoc angulo minimo (nempe GT*g* vel BT*b*) ad illud inclinatur, quod contingit (ut ſuperius eſt oſtenſum) ubi Satelles ex T videtur in Syzygiis Solis. Cumque in præc. ſit oſtenſum Nodos Orbitæ Satellitis vergere in antecedentia, Orbita quam Satelles diſcedens à G (ubi ex T viſus conjungebatur cum Sole) porro deſcribit, occurret ipſi STb citra T reſpectu ipſius Solis, eritque linea G*d*; & Orbita quam deſcribit idem diſcedens à B ubi Soli opponebatur, nempe B♌ linea, occurret plano STb in ♌, ſc. ultra T reſpectu Solis. Patet jam G*d* vel B♌ lineam angulum majorem cum STb continere ad *d* & ♌, quam eſt ille quem GT vel BT cum eodem STb plano continet; æqualem circiter illi quem continebat Satellitis Orbita cum STb plano, cum Satelles proxime in Nodo verſaretur. Igitur, ubi Nodi ſunt in Quadraturis, Inclinatio plani Orbis Satellitis minuitur in tranſitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, & viciſſim augetur in Satellitis tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas; reditque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad Nodum proximum accedit.



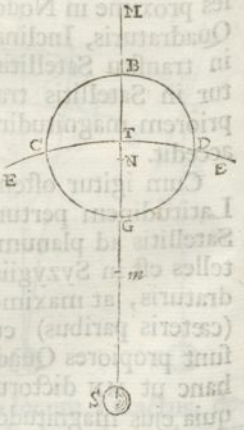
Cum igitur oſtenſum ſit quod Vis ut MN Satellitis motum in Latitudinem perturbans, & ſpeciatim Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii minuens, maxima eſt cum Satelles eſt in Syzygiis, & minima (quia nulla) cum ille eſt in Quadraturis, at maxime potenter ad hunc effectum producendum agit (cæteris paribus) cum Satelles eſt in Limite; patet quo Limites ſunt propiores Quadraturis cum Satelles eſt in Syzygiis, eo Vim hanc ut MN dictorum planorum Inclinationem minus minuere, quia ejus magnitudo nulla eſt cum Satelles eſt in ſitu ad hunc effectum producendum maxime commodo, & maxima cum propter Satellitis ſitum hic effectus ceſſat. Et ex altera parte cum ſit modo oſtenſum quod Vis ut MN, Nodos in antecedentia circumducendo, Inclinationem dictam rurſus auget, & hanc maxime potenter auget cum Satelles eſt prope alterutrum Nodum, & interim ipſa Vis ſit maxima cum Satelles eſt in Syzygiis; patet quo Nodi ſunt Syzygiis cum Sole propiores, eo Vim ut MN planorum Inclinationem magis augere. Et igitur cum Limites ſint ſimul Quadraturis

propinqui aut ab illis remoti, atque Nodi Syzygiis; patet quo Nodi propiores ſunt Syzygiis, eo Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii eſſe majorem, & quo propiores Quadraturis, eo minorem. Cumque (per Prop. præc.) Nodi in antecedentia ferantur, in Nodorum tranſitu à Syzygiis ad Quadraturas diminuitur hæc planorum Inclinatio, & fit omnium minima (cæteris paribus) ubi Nodi ſunt in Quadraturis; dein creſcit iiſdem gradibus quibus antea creverat, Nodiſque ad Syzygias denuo reverſis, ad magnitudinem primam redit. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

OMnes ſupra deſcriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quam quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbitæ Concentricæ quam quæ Excentricæ competunt, paulo majores ſunt in Conjunctione Satellitis cum Sole quam in Oppoſitione.

Quoniam (per *Prop.* XXV. *El.* V.) in quatuor magnitudinibus geometrice proportionalibus ſumma maximæ & minimæ excedit ſummam reliquarum duarum; auferendo utrinque ſummam duarum minorum, intervallum maximæ & minimæ proximæ excedet intervallum maximæ proximæ & minimæ. Cumque (per conſtruct. Prop. XIV.) Satellite in Conjunctione cum Sole ad G verſante, SM ſit ad SN, hoc eſt (ob parvitatem ipſius NT reſpectu SN) ad ST in duplicata ratione ST ad SG; recta MT excedit duplam TG: Nam maximæ proxima excedit SB. Cumque rurſus, Satellite in Oppoſitione ut ad B exiſtente, *sm* ſit ad ST in duplicata ratione ST ad SB; recta T*m* (propter eandem rationem) deficit à dupla TB: ideoque TM à fortiori excedit T*m*, hoc eſt, NM excedit N*m*. At NM, N*m* repræſentant Vires Satellitem in Conjunctione & Oppoſitione reſpective perturbantes: Major itaque eſt Vis perturbans in Conjunctione quam in Oppoſitione; & proinde majores ſunt illius quam hujus effectus. Cumque præter Vires per NM, N*m* repræſentatas (quæ ſolæ ſunt quæ Satellitis in ipſa Conjunctione & Oppoſitione poſiti motus perturbant) altera Vis ut AM (quæ prope Syzygias Satellitem perturbat) major ſit in Conjunctione quam Oppoſitione, nempe illic major quam radius LT, hic minor; patet omnes Inæqualitates Prop. præced. explicatas (cæteris paribus) paulo majores eſſe prope Conjunctionem Satellitis cum Sole quam prope Oppoſitionem cum eodem. Q. E. D.



SCHOLIUM.

Prop. præc. præciſe ſemper obtineret, ſi Orbita Satellitis Primario Concen-

Concentrica eſſet; ſin aliter, ſaltem locum haberet in integra revolutione Apſidum ad Solem. Verum Satellitum motus exactius obſervati hujuſmodi quid ſuadent, quod Satellitis Orbitæ circularis centrum ſemper paulo remotius eſt à Sole quam ipſius Planetæ primarii centrum, eo nempe fine ut Satelles Primarium perpetuo comitetur. Nam ſi Orbitæ Satellitis centrum cum Primarii centro congrueret, Satelles relicto Primario ad Solem caderet. Satelles enim Orbitam ſuam deſcribens facit ut Orbita hæc cenſenda ſit quaſi Annulus gravis, & Annuli hujus partis cujuſque gravitas ea eſt cenſenda quæ eſt Satellitis in ea verſantis, hujuſque gravis is locus qui eſt centri gravitatis ejuſdem. Cumque per Prop. XVI. Satellitis gravitas acceleratrix verſus Solem, ſupra gravitatem acceleratricem Primarii verſus eundem, magis augeatur in inferiori Orbitæ ſuæ parte prope Conjunctionem quam minuatur in ſuperiori prope Oppoſitionem, & tamdiu in illa moretur Satelles quam in hac; prædicti gravis Annuli ſive Orbitæ centrum gravitatis, ipſeque proinde Annulus, majore urgetur gravitate acceleratrice ad Solem quam Primarius; relicto igitur Primario, ad Solem propius accedet: quod etiam à fortiori obtinebit, ſi Orbitæ circularis centrum ſit Soli propinquius quam Primarii centrum. Orbitæ vero centrum ita à Deo O. M. collocatur pro cujuſque Primarii diſtantia à Sole, ut prædicti Annuli (ceu gravis conſiderati) gravitatis centrum tantum à Sole diſtet quantum ipſius Primarii centrum, ne alterum ab altero deſeratur: Quæ attemperatio in Orbibus Excentricis locum etiam habet, Satellitis morâ in quavis Orbitæ particula ad illius partis gravitatem æſtimandam adhibitâ.

SECTIO IV.

De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe Excentrico circa Solem.

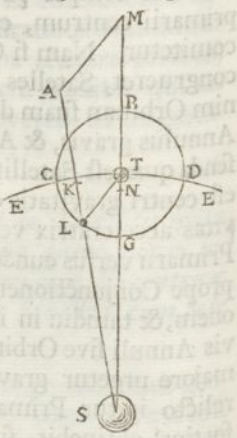
PROPOSITIO XVII.

SI ob diminutam & auctam per vices Diſtantiam inter Solem S *& Primarium* T *actio ipſius* S *augeatur ac diminuatur per vices; augebitur ſimul ac diminuetur Orbitæ Satellitis radius* LT, *& Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radii & ratione ſubduplicata, qua Primarii* T *Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur.*

Vis quâ Primarius T trahit Satellitem L (quâ nempe L in Orbe ſuo BCGD retinetur) augetur (ut ſæpe ſuperius oſtenſum eſt) cum L eſt in Quadraturis C vel D per additionem Vis extraneæ à Sole S oriundæ, quæ eſt ut AM; ac dum idem L in Syzygiis verſatur, Vis illa attrahens corporis T diminuitur per ablationem Vis ut MN. Et quia MN recta in Syzygiis (per Prop. IX.) oſtenſa eſt quaſi duplo major

quam

quam AM in Quadraturis, per Vires haſce extraneas à Sole oriundas Primarii Vis attrahens magis diminuitur quam augetur; adeoque ſimpliciter pro diminuta eſt cenſenda. Et quoniam Vis attrahens corporis T illa eſt quâ L in Orbe ſuo retinetur, ſi hæc paulatim langueſceret, Satelles L minus ſemper & minus attractus perpetuo recederet longius à T, & è contra, ſi Vis illa in Primario augeretur, accederet propius. Auctâ igitur actione corporis Solaris s per acceſſum Primarii T ad illud, augebitur Vis ablatitia, & conſequenter paulatim minuetur Primarii T Vis attrahens, & propterea augebitur Satellitis diſtantia TL; & è contra, diminutâ actione ipſius s per receſſum Primarii T ab eodem, minuetur ſimul MN, rurſuſque augebitur ipſius T Vis attrahens, accedetque rurſus Satelles ad Primarium. Atque hæc per vices contingent: Satellitis nempe Orbita dilatabitur Primario Perihelium occupante, & contrahetur rurſus eodem ad Aphelium redeunte. Porro, Vis in Primario attrahens L in diverſis diſtantiis poſitum, ſive Vis centripeta Satellitis L verſus T, eſt (per Prop. XXVI. Lib. I.) in ratione compoſita ex ratione ſimplici radiorum directe & ratione duplicata Temporis periodici ipſius L circa T inverſe: adeoque ſi radius maneat idem, inverſa ratio duplicata Temporis periodici eadem eſt cum ratione Vis centripetæ Satellitis L; hoc eſt, quadratum Temporis periodici augetur in eadem ratione qua Vis illa centripeta diminuitur, ſive ipſum Tempus periodicum augetur in ſubduplicata ratione qua dicta Vis centripeta diminuitur; & è contra, Tempus periodicum diminuitur in ſubduplicata ratione qua Vis centripeta augetur. Cumque præterea ea ſit lex attractionis in Primario T, ſive Vis centripetæ in Satellite L, ut ſit reciproce ut quadratum radii TL, & Vis extranea ablatitia ſit hujus reſpectu parva admodum; Vis reliqua, quâ L etiamnum verſus T tendit, eſt fere in duplicata ratione radiorum inverſe; adeoque (per Prop. XXVII. Lib. I.) manente eâdem abſolutâ Vi attractrice in T, ſed mutato utcunque radio, Quadrata Temporum periodicorum ſunt ut Cubi radiorum, & ipſa proinde Tempora periodica in ſeſquiplicata ratione radiorum. Igitur ſi neque maneat eadem Vis attractrix in Primario T, ſed per actionem Solis s augeatur hæc & diminuatur per vices, neque idem radius TL, (quem etiam mutari jam ſupra oſtenſum eſt;) Tempus periodicum augebitur etiam ac diminuetur in ratione compoſita ex binis prioribus rationibus: id eſt, ſi actio Solis s, quâ Vis attractrix Primarii T minuitur, augeatur ac minuatur per vices; & Tempus periodicum augebitur ac diminuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum & ratione ſubduplicata qua Vis attractrix corporis T diminuitur vel augetur. Q. E. D.



SCHOLIUM.

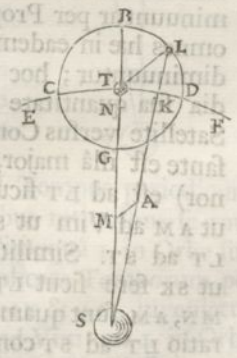
SCHOLIUM.

Si Vis attrahens Satellitem T aliunde quam per Vim extraneam à Sole oriundam augeatur, *v. g.* si novæ materiæ acceſſu ipſe Primarius major evadat, & inde (per Prop. XLIX. Lib. I.) ejus attractio in eadem ratione major; Satelles L & in minori Orbita revolvetur diminuto radio TL, & ejus periodicum Tempus minuetur in ratione compoſita ex ratione ſeſquiplicata radiorum directe, & ratione ſubduplicata Virium attractricium corporis T inverſe; ut ſupra: Similiterque, ſi Primarius per ablationem materiæ diminuatur, augebitur Satellitis Tempus periodicum. Vis enim compoſita vel reſidua, quâ Primarius auctus vel diminutus trahit Satellitem, eſt præciſe in duplicata ratione diſtantiæ inverſe, quod in caſu Prop. præc. tantum fere obtinet. Idemque reſpectu Primarii continget, quod de Secundario hic oſtenſum eſt, ſi Sol caſu aliquo augeatur vel diminuatur.

PROPOSITIO XVIII.

Iſdem poſitis, in Satellitis Syſtemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, ſive Satellitis Errores lineares in qualibet revolutione, ſunt ut Orbitarum radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores vero ejuſdem angulares, è Primarii centro ſpectati, ſunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum.

Nam Vires perturbantes, ſive Errorum productrices, AM, MN (cæteris ſtantibus) ſunt ut radius TL; & harum proinde effectus (ſive Errores) periodici (per Corol. Prop. XXIII. Lib. I.) ſunt ut Vires & quadrata Temporum periodicorum conjunctim; hoc eſt, ut radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim. Errores autem hi ſunt Errores lineares, menſurati nempe per diſtantias corporum à figurarum ſimilium locis illis, ad quæ corpora Temporibus iiſdem proportionalibus abſque Viribus iſtis pervenirent. Et propterea Errores angulares è centro Primarii T ſpectati; hoc eſt, anguli ſub quibus prædicti Errores lineares ex dicto centro apparent, ſunt in quibuſlibet revolutionibus Satellitis L ut quadrata Temporum revolutionum quamproxime; alterâ componentium rationum (nempe ratione radiorum) evaneſcente, quia Errores lineares ad diſtantiam radiorum ſpectantur.



SCHOLIUM.

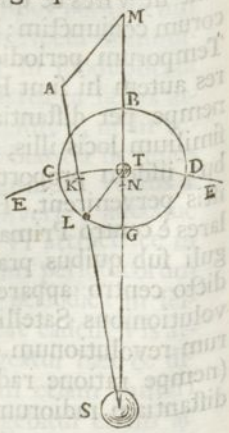
Licet omnes in Satellitis motu Errores angulares, è Primarii centro ſpectati, mutatâ Satellitis periodo mutentur, nempe motus Apſidum, regreſſus Nodorum aliæque tam in longitudine quam in latitudine ſupra explicatæ deviationes à Viribus extraneis Solis oriundæ; cum tamen in una Satellitis periodo horum Errorum quidam

dam insensibiles fere sint, & non nisi post plures revolutiones notabiles, aliique ab aliis Erroribus compensentur, adeoque Astronomis minus noti; unus saltem est Error, Prop. I. descriptus, quo Satellitis motus in Orbitæ Quadrantibus ante Syzygias acceleratur, in Quadrantibus vero post illas retardatur, qui singulis revolutionibus aut potius semi-revolutionibus perficitur: in Quadrato enim Solis cessat Error hic, cessante causâ. Error igitur hic, prout ex dicta Prop. I. deducitur, aut potius sicut per Corol. Prop. II. corrigitur, per Prop. hanc XVIII. (aucto aut minuto periodico ejus Tempore) in integra sua periodo augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter Quadraturas. Sed tempus inter Quadraturas non à sola periodo pendet, sed majus est aut minus pro Satellitis loco in propria Orbita Apsidi summæ aut imæ viciniori.

PROPOSITIO XIX.

SI Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes sc. supra descripti Errores tam in longitudinem quam in latitudinem & altitudinem, sunt reciproce ut Cubi distantiarum Primarii à Sole; hoc est, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati.

Quoniam Sol ponitur longinquus, distantia inter puncta T & N præ ST evanescit, sive SN, ST æquales sunt. Cumque Orbitæ CBDG Excentricitas (si quam habet) ad TS comparata etiam evanescat, erit SK itidem æqualis ST. Porro, minutâ vel auctâ TS, Orbita CBDG una cum lineis hinc pendentibus TL, MN, AM &c. augentur vel diminuuntur per Prop. præc. Et quidem ob longinquitatem Solis s omnes hæ in eadem proportione augentur vel diminuuntur; hoc est, recta AM (quæ in media sua quantitate æquatur ipsi TL, quippe Satellite versus Conjunctionem cum Sole versante est illâ major, versus Oppositionem minor) est ad LT sicut SK ad ST; adeoque Vis ut AM ad Vim ut SK in eadem ratione atque LT ad ST. Similiter, Vis ut MN est ad Vim ut SK fere sicut LT ad ST; hoc est, Vires ut MN, AM sunt quamproxime sicut Vis ut SK & ratio LT ad ST conjunctim; hoc est, sicut Vis ut $SK \times \frac{LT}{ST}$. Cumque Vis acceleratrix ad constans corpus Solare sit (per Prop. XLII. Lib. I.) inverse ut quadratum distantiæ ab illo, hoc est, in distantia SK ut $\frac{1}{SK^q}$; loco Vis ut SK posito $\frac{1}{SK^q}$, erunt Vires ut AM, MN sicut $\frac{1}{SK^q} \times \frac{LT}{ST}$; hoc est, sicut $\frac{LT}{SK^q \times ST}$. Sed supra ostensum est SK esse in hoc casu æqualem ST: Unde Vires ut AM, MN sunt sicut $\frac{LT}{ST^{cub.}}$. Quod si LT etiam pro constanti & immutata habeatur,

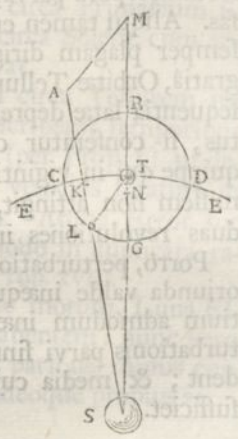


tur, erunt Vires perturbantes ut AM, MN; adeoque & harum Virium effectus, Errores nempe omnes (de quibus actum est in præcedentibus) sicut $\frac{1}{ST^{cub.}}$, hoc est, reciproce ut cubus distantiæ Primarii à Sole. Et vulgo notum est diametros apparentes Sphæræ datæ magnitudinis esse ut distantias inverse: Et igitur dictæ Vires perturbantes, Satellitisque Errores inde orti, sunt ut cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati. Q. E. D.

PROPOSITIO XX.

Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe suo circa Primarium retinetur.

In præcedentibus ostensum est quam rationem habeant Solis Vires Satellitis motum perturbantes ad Vim quâ Sol trahit Primarium, sive quâ Primarius in Orbe suo circa Solem retinetur: est nempe ea, quam rectæ AM, MN respective habent ad SN, sive AM, MT (coeuntibus punctis N & T) ad ST. Restat ut determinetur ratio inter dictas Vires perturbantes & Vim quâ Satelles L retinetur in Orbe suo CBDG circa Primarium T. Recta AM in media sua quantitate æqualis est TL; quare Vis mediocris ut AM est ad Vim ut SN vel ST, quâ T in Orbe suo retinetur, ut TL ad TS: Et (per Prop. XXVI. Lib. I.) Vis, quâ T retinetur in Orbe suo ETE, est ad Vim, quâ L retinetur in suo CBDG, in ratione composita ex ratione ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem. Et igitur, ex æquo, prædicta Vis mediocris ut AM est ad Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, in ratione composita ex rationibus TL ad TS, ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem; hoc est, (duabus prioribus rationibus se mutuo perimentibus,) Vis mediocris ut AM ad Vim, quâ L in Orbe suo circa T retinetur, est in prædicta ratione duplicata Temporum periodicorum. Quod si investigetur ratio inter MN & AM, invenietur ratio utriusque Vis perturbantis AM & MN ad Vim quâ L in Orbe suo retinetur. Immo licebit Vim AM non in mediocri sua quantitate, sed exactissime pro vario Satellitis L situ invenire, & inde rationem inter Vires perturbantes & Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, exactissime determinare.



Corollarium.

Si Sol ponatur longinquus, ut fit Planetis circum-solaribus, iis saltem qui Satellitio gaudent; AM erit semper æqualis TL, existentibus tum rectis MT, AL parallelis; & MN sive MT æqualis AL.

Quoniam vero SA eſt ad SK in duplicata ratione SK ad SL, & SL infinita reſpectu KL; erit AK (differentia ipſarum AS & SK) dupla KL (differentiæ ipſarum SK & SL) & AL ejuſdem tripla: Sed KL eſt ſinus rectus arcûs CL, diſtantiæ nempe Satellitis à proxima Quadratura c, poſito TL radio. In hoc igitur caſu datur perpetuo ratio Vis AM ad Vim MN, eadem nempe quæ radii ad triplum ſinum rectum Diſtantiæ Satellitis à Quadratura.

SCHOLIUM.

Eodem plane modo quo Sol extra Satellitis Orbitam conſtitutus ejus motum perturbat, idque multifariam, ut ex præcedentibus hujus Libri Propoſitionibus liquet; Planetæ ſuperiores inferiorum, Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Supra deſcripta enim Satellitum perturbatio à Sole oriunda provenit ex gravitate Satellitis cujuſque verſus Solem, qua (inter alia) fit ut Satellitis gravitas verſus ſuum Primarium non ſit amplius in reciproca duplicata ratione diſtantiæ ab eodem. Et actiones Planetarum in alios Planetas ſimiles producent effectus, utut longe minores, propter illorum corpora parva, ſi cum Sole conferantur, & diſtantias immenſas. Aliqui tamen erunt hi effectus, qui, ſi perſtent, & in eandem ſemper plagam dirigantur, ſenſibiles tandem evadent: exempli gratiâ, Orbitæ Telluris Apſides poſt plures annos ſenſibiliter in conſequentia latæ deprehendentur, licet admodum parvus ſit hic motus, ſi conferatur cum motu Apſidum Lunæ in conſequentia; quippe qui in viginti annis quatuor ſcrupula prima & ſcrupuli ſemiſſem non attingit, cum motus Apſidum Lunæ interim factus duas revolutiones integras & revolutionis quadrantem excedat.

Porro, perturbatio motûs Planetarum ab aliis Planetis & Cometis oriunda valde inæqualis erit, ob diſtantias corporum perturbantium admodum inæquales. Cum tamen effectus omnis ejus perturbationis parvi ſint, eorum inæqualitates quaſi inſenſibiles evadent; & media cujuſque quantitas ad calculum Aſtronomicum ſufficiet.

SECTIO V.

De Motu Lunæ è Terra ſpectatæ.

In præcedentibus Propoſitionibus fuſe oſtenſum eſt, quinam ſint Errores quos in Planetarum ſecundariorum motu Sol producit: In quorum omnium exemplum Lunam Telluris Satellitem afferemus, & ſummatim oſtendemus quibuſnam Inæqualitatibus afficiatur hæc, quomodo obſerventur & earum aliæ ab aliis diſtinguantur, item quomodo ex ipſis fontibus, nempe Solis Viribus illarum generatricibus, per calculum inveniantur: Et denique pro Motibus Lunaribus Tabulas condendi iiſdemque utendi methodum indicabimus, ubi obiter apparebit quas Lunæ Inæqualitates conſideraverint hucuſque Tabularum Conditores, quaſque neglexerint.

PRO-

PROPOSITIO XXI.

Lunæ Motum ejuſque Inæqualitates hactenus obſervatas, vel diſtinctas, vel cum aliis mixtas, ex ſuperioribus conſequentes deſcribere & explicare.

Quod Tellus corpus magnum & Planeta primarius, interea dum circa Solem fertur, poſſit Lunæ corpus minus circum ſe revolvens ſub Satellitis forma deferre in Orbe, cujus planum utcunque inclinatur ad planum Eclipticæ in quo Tellus circa Solem defertur; quodque Luna in Ellipſi umbilicum in Terræ centro habente quamproxime poſſit revolvi; patet ex Prop. LIX. Lib. I. ejuſque Corollariis: Atque hæc ſunt phænomena evidentiſſima omnium oculis expoſita: hinc enim & Lunæ Phaſes & Luminarium Eclipſes Propp. XVI, XVIII & XIX. Lib. I. explicantur. Actione autem Solis Lunæ Motus varie perturbabitur, iiſque afficietur inæqualitatibus quas aſſiduus & accuratior obſervatio detexit, quarum tamen effectus, ſi cum prioribus illis conferantur, evaneſcunt fere; unde fit quod in ſupra citatis Propoſitionibus Satellitis motus circa Primarium ſimilis quamproxime ſtatuitur motui Primarii circa Solem, cum accuratius obſervatus in ſingulis paululum differat.

Etenim primo, abſque Solis actione Luna circa Tellurem ita moveretur, ut radio ad Terram ducto areas deſcriberet temporibus proportionales: Per dictam vero actionem fit (per Prop. I.) ut deſcribat aream pro tempore majorem (hoc eſt, velocius feratur) in Syzygiis cum Sole quam in ejus Quadrato. Atque Error hic etiam mutatur, & quidem in qualibet ejus periodo in duplicata ratione temporis inter Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII.

Secundo, ſi Solis actio non perturbaret Lunæ motum, Luna Ellipſin deſcriberet umbilicum in Terræ centro habentem: nunc vero per Prop. II. patet Lunæ Orbitam fore (cæteris paribus) minus curvam in Syzygiis, curviorem in Quadraturis; adeoque propius accedere ad Terram in illis quam in his.

Tertio, Luna circa Terram Ellipſin immotam perpetuo deſcriberet, ſi Sol eam non perturbaret: nunc vero ex illius perturbatione fit ut Orbita hæc ab Ellipſi longiſſime recedat, nec niſi per Aſtronomorum ſolertiam ad hanc reduci queat. Ejus enim Orbita eſt Curva, quæ generatur quidem ex Ellipſi circa immotum umbilicum ſive Terræ centrum mota, majore interim ejus axe motu angulari nunc prorſum nunc retrorſum oſcillante; ut ex Prop. VIII. patet. Illa autem Curva immota AEGH (fig. Prop. III.) revera eſt Lunæ Orbita, quæ non magis eſt Ellipſis cenſenda; quam Helix eſt linea recta, quoniam generatur ex puncto in recta mota dum ipſa recta motu angulari circumfertur. Si tamen Aſtronomis veteribus morem (uti decet) gerentes Ellipſin pro Planetæ Orbita habeamus, ejus Linea Apſidum (per Prop. VIII) bis in qualibet Lunatione progreditur, cum nempe Luna eſt in Syzygiis, & bis regreditur, cum Luna tenet Quadraturas; progreſſuſque hic (per Prop. XI.) re-

greſſum ſuperat dum Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias tenent, at regreſſus viciſſim progreſſum dum illa in Quadraturis verſantur. Simpliciter ergo in priori caſu (ſi integram Lunæ revolutionem ſpectes) progreditur Apogæum; ſimpliciter regreditur in poſteriori: Cumque prior caſus diutius duret, in integra revolutione Apſidum circa Solem progrediuntur ſimpliciter.

Quarto, ſi nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo Ellipſis circa Terram à Luna deſcriberetur: nunc autem fit ut hæc perpetuo mutetur ſpecie; Orbitæ enim Excentricitas indies mutatur, & (per Prop. XII.) in qualibet revolutione fit maxima dum Luna in Syzygiis verſatur, minima dum hæc Quadraturas tenet; & in pluribus hujuſmodi Lunæ revolutionibus inter ſe comparatis, maxima eſt Excentricitas Orbitæ (per Prop. XIII.) cum Apſides Lunæ Syzygias tenent, minima cum Quadraturas. Quod ſi Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias teneant & ſimul Luna in Apogæo verſetur, hoc eſt, ſi Excentricitas ſit omnium maxima; Luna in Syzygiis & remotiſſima ſimulque tardiſſima fiet, contra ſupradicta ad paragr. 1. & 2. hujus Prop. Verum cum in iſtis ab Excentricitate abſtraheremus, & ibi dicta cæteris paribus obtinere tantum aſſertum ſit, hiſce nullo modo contraria ſunt. Sed neque in hoc etiam caſu tam lente Luna movetur, nec tanta eſt Orbitæ Excentricitas quanta foret, ſi Errores in citatis paragraphis explicatæ prorſus abeſſent.

Quinto, ſi Sol non perturbaret Lunæ motum, hæc Orbitam circa Terram deſcriberet in plano immoto conſiſtentem, ſicut Primarius quilibet circa Solem; quam eſſe præcipuam ſemitæ projecti proprietatem ex Lib. I. Prop. XI. conſtat: à Sole autem fit quod plani hujus poſitio varie mutetur, vel per mutatam ejus communem ſectionem cum Eclipticæ plano, hoc eſt, Nodorum Lineam, vel mutatam ejuſdem Inclinationem ad planum Eclipticæ fixum. Et per Prop. XIV. in una Lunæ revolutione circa Terram Nodi regrediuntur celerrime cum Luna Syzygias tenet, tardiſſime cum Quadraturas; in pluribus vero inter ſe comparatis, regreſſus Nodorum celerrimus eſt cum hi in Quadrato Solis verſantur, tardiſſimus (quia nullus) cum Syzygias tenent.

Sexto, ipſa etiam plani Orbis Lunaris Inclinatio ad Eclipticæ planum mutatur. Hæc quippe Inclinatio per Prop. XV. eſt, in eadem Lunæ revolutione, minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadraturis; in diverſis autem inter ſe comparatis, minima eſt cum Nodi Quadraturas tenent, maxima è contra cum hi Syzygias occupant.

Septimo, omnes ſupra deſcripti Errores ab actione Solis oriundi quolibet tempore minimo producti, hoc eſt, velocitates ſeu motus horarii Apogæi, Nodorum &c. Lunæ mutantur pro mutata Telluris diſtantia à Sole Errorum cauſa, idque (per Prop. XIX.) in triplicata ratione diſtantiæ Telluris à Sole inverſe, ſive in triplicata ratione diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo,

Octavo, ipsum etiam Lunæ Tempus periodicum mutatur, mutatâ distantiâ Telluris à Sole: est namque hoc minimum (per Prop. XVII.) Terrâ Aphelium tenente; maximum cum Terra est in Perihelio. Adeoque præter omnes inæqualitates supra recensitas in Lunæ motu, quæ istis temporibus incidunt, ipse motus Lunæ medius velocior est cum Terra est in Aphelio quam cum in Perihelio, & proportionaliter tardior vel velocior prout Terra huic vel illi propior fuerit.

Aliæ quædam forsan sunt nondum observatæ (saltem ab aliis nondum distinctæ) Lunæ inæqualitates, quibus ejus motus adeo perturbatur, ut nullo pacto ad regulam certam hactenus reduci potuerit; istæ *v. g.* de quibus Schol. Prop. XVIII. &c. Post hasce vero satis cognitas reliquæ facilius observabuntur, earumque causæ ex principiis prius positis deducentur.

PROPOSITIO XXII.

Distantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipsin Lunarem (sine ulla prævia observatione Lunæ) invenire.

Distantiæ Lunæ à Terra investigatio vulgaris (methodis Lib. I. & III. traditis inædificata) Lunæ Theoriam saltem aliqualem supponit, cum vicissim hæc ab illa pendeat, nec sine illa obtineri possit; sicut notat *Ptolemæus Cap.* XI. *Lib.* V. *Almagesti.* Ille per observationem Lunæ in Vertice & simul maximam Latitudinem habentis rem expedit. Hujusmodi Observatio paucarum est habitationum, certe non nostræ. Liceat igitur ad Geometriam recurrere, numque hæc opem ferre posset tentare, & Lunæ Parallaxin absque ulla prævia vel Theoria vel Observatione Lunari invenire.

Momento quo Cornua Lunæ (in hujus immersione in Telluris Umbram, aut emersione ex eadem) sunt circulo Æquinoctiali parallela, observentur Lunæ Altitudo apparens & (ope vicinarum Fixarum) illius Ascensio recta & Declinatio etiam apparentes. Dicta autem Lunæ deficientis Phasis optime distinguitur, si collimando Cornua reperiantur in recta perpendiculari ad Scioterici Gnomonem, Axi conversionis diurnæ parallelum, Æquatorem referente; in quo casu palam est Lunam & Telluris Umbram eandem habere Ascensionem rectam. In annexo schemate referat circulus ZPHO Meridianum, in quo P Polus, Z Zenith. Sit EQ Æquator, in quo principium numerationis Ascensionis rectæ sit V; sitque HO habitationis Horizon, & A Lunæ locus apparens, V verus tempore Observationis; quæ loca in eodem erunt verticali circulo, quoniam Parallaxis Phænomenon deprimit tantum.



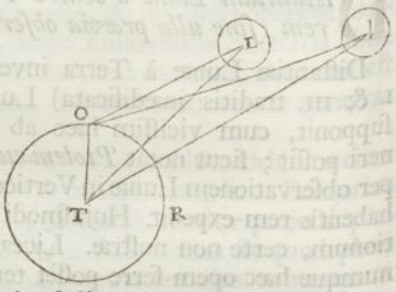
Per A & V ducti intelligantur Declinationum circuli PAB, PVD Æquatori in B & D occurrentes. Ex dato Solis loco dabitur ejus Ascensio

Aſcenſio recta, & conſequenter Aſcenſio recta puncti huic oppoſiti, nempe centri Umbræ; hoc eſt, VD: Dabitur igitur Aſcenſionis veræ VD & apparentis VB differentia BD, ſive (quem arcus hic menſurat) angulus BPD. In triangulo ſphærico APZ dantur tria latera; nempe PZ complementum Altitudinis Poli, ZA complementum obſervatæ Altitudinis apparentis Lunæ, & AP complementum obſervatæ Declinationis Lunæ apparentis; dabitur ergo ZAP angulus. Rurſus, in triangulo VAP dantur duo anguli modo inventi VAP & VPA, cum latere intercepto AP; invenietur igitur latus AV, Lunæ Parallaxis; quâ datâ, invenietur per Prop. XLVI. Lib. II. quæſita Lunæ Diſtantia à centro Terræ.

PROPOSITIO XXIII.

LUnæ Diſtantiam à centro Terræ, dato tempore, per obſervationem determinare.

Deſignet OR Terram, cujus centrum T; o locum Obſervatoris: Sitque L Luna in priore obſervatione, quando ipſius Diſtantiæ tam à Terræ centro quam ab Obſervatoris oculo (nempe rectæ TL, OL) per præcedentem determinatæ ſunt; & immediate ante vel poſt Defectum Lunæ iſtum quo obſervatio dicta facta fuit, obſervetur Lunæ in L diameter apparens. Sit jam Luna in alio quovis Orbitæ ſuæ loco, ut ad *l*: quæritur T*l* ejus Diſtantia à Telluris centro. Obſervetur Lunæ in *l* diameter apparens; eſtque (ut vulgo notum) o*l* ad OL ut apparens diameter Lunæ in L ad ejuſdem diametrum apparentem dum eſt in *l*; hoc eſt, in ratione data; datur ergo ipſa o*l*: Sed per Altitudinem apparentem Lunæ in *l* datur angulus *l*OT; in triangulo igitur *l*OT datis lateribus o*l*, OT cum angulo *l*OT, invenietur T*l* Diſtantia Lunæ à Terræ centro. Q. E. F.



Non eſt opus ut diametri apparentes in circuli partibus præciſe exprimantur; ſufficit ſi harum ratio ad invicem obſervatione innoteſcat: Nam arcus hi aut anguli non comparantur cum aliis angulis aut arcubus per circuli partes expreſſis, ſed tantum inter ſe; horum enim ratio inverſa eſt ratio Diſtantiarum Lunæ ab oculo temporibus obſervationum. Satis igitur eſt ſi illæ Micrometro Teleſcopio aptato obſerventur, & filorum Diſtantiæ, in æquales partes diviſæ & per illarum numerum expreſſæ, notentur.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Lunæ Inæqualitates & Errores per obſervationem determinare & inter ſe diſtinguere.

Lunæ loca apparentia determinantur ope vicinarum Fixarum, quarum loca prius exacte per Prop. xxix. Lib. II. cognita habentur; & loca vera ex apparentibus per Prop. lxviii. ejuſdem: Diſtantia autem à Terræ centro tempore quovis per præcedentem eſt nota: Omnia ergo quæ Lunæ Motum attinent, nota ſunt.

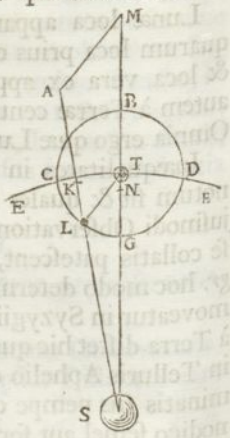
Inæqualitates in Motu Lunari Prop. xxi. recenſitæ, cum jam notum ſit & quales ſint qualeſque expectare licet, ex pluribus hujuſmodi Obſervationibus, continuo & per plures annos factis, inter ſe collatis pateſcent, harumque quantitates determinabuntur: *ex. gr.* hoc modo determinabitur, num (cæteris paribus) Luna velocius moveatur in Syzygiis cum Sole quam in Quadraturis; num longius à Terra diſtet hic quam illic; num Lunæ Motus medius ſit velocior in Telluris Aphelio quam in Perihelio &c. Aliquibus ſemel determinatis (iis nempe quæ à Syzygiis cum Sole pendent, & menſe Synodico ſemel aut forte bis definunt rurſuſque incipiunt) reliquæ facilius à ſe invicem diſtinguuntur, quæ vel à Telluris motu Annuo, vel à revolutione Apſidum & Nodorum Lunæ ad Solem pendent. Hiſce à ſe invicem ſeparatis, relinquitur Lunæ Inæqualitas, de qua generatim actum eſt Schol. Prop. xvi, cujus quantitas ex ejus periodo cognita per Obſervationes colligetur. Et tandem apparebit, comparando Periodum Lunarem hodie obſervatam cum illa ante plura ſæcula per obſervationes cognita, num Telluris Globus temporis decurſu auctus ſit (quod ſuſpicor) vel diminutus, & de incremento vel decremento interea facto per Schol. Prop. xvii. ſtatuetur geometrice. Quod ſi aliæ hactenus inobſervatæ Inæqualitates Lunæ Motum afficiant, prædictis demptis apparebunt illæ, inque lucem protractæ Aſtronomiam augebunt, Lunæ Theoriam perficiendo.

PROPOSITIO XXV.

Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, ſive rationem determinare inter Vires haſce perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem.

Iiſdem poſitis, Vires Solis perturbantes Lunæ motum repræſentantur per rectas AM, MN, & ob longinquitatem Solis recta MN non differt ab MT, eſtque tripla ſinûs recti arcûs CL diſtantiæ Lunæ à Quadratura, poſito TL radio; & AM æqualis eſt LT, ut Corol. Prop. xx. eſt oſtenſum. Similes etiam Vires, at minores, perturbant Motum Telluris, quia non ipſum Telluris centrum Orbem magnum circa Solem deſcribit, ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, ut Prop. lxiii. Lib. I. oſtenſum eſt; adeo ut Terra & Luna ſint quaſi Satellites circa dictum gravitatis centrum revoluti. Sed Vires utraſque ad Lunam referimus, propter demonſtrata ad Prop. L & LI. Lib. I. Porro, per Prop. xx. Vis Solis Lunam perturbans,

quæ eſt ut AM, eſt ad Vim, quâ Luna in Orbe ſuo retinetur, in duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem: Et Vis, quâ Luna in Orbe circa Terram immotam revolveretur ad Diſtantiam quâ nunc à Terra diſtat, (quæ per Prop. LI. Lib. I. æqualis eſt Vi, quâ nunc in Orbe ſuo retinetur circa prædictum gravitatis centrum,) eſt (per Corol. I. Prop. XXVI. Lib. I.) ad Vim, quâ eodem tempore circa Terram revolvi poſſet ad Diſtantiam quâ Luna à dicto gravitatis centro diſtat, ut Diſtantia Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ ab iſto gravitatis centro; nam Lunæ & Terræ Tempora periodica circa eorum commune centrum gravitatis eſt eadem: Et Vis prædicta, quâ Luna retineretur in Orbe ſuo circa Terram immotam ad Diſtantiam Lunæ à communi iſto gravitatis centro, eſt ad Vim quam Gravitatem dicimus (quæ eadem quidem eſt Vis, ſed ad minorem à centro diſtantiam, nempe ad Terræ tantum ſuperficiem propagata) in duplicata ratione Semidiametri Terræ ad prædictam Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ: Et igitur, Vis Solis ut AM eſt ad Vim Gravitatis in Terræ ſuperficie in ratione compoſita ex hiſce tribus rationibus; nempe ex duplicata ratione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus periodicum Terræ circa Solem, ex ratione Diſtantiæ Lunæ à Terra ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Lunæ & Terræ, & ex ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Diſtantiam Lunæ à communi centro gravitatis Terræ & Lunæ. Dantur autem rationes tres componentes; ergo datur & ex hiſce compoſita ratio inter Vim Solis ut AM & Gravitatis Vim. Sed & alterius Vis perturbantis MN aut MT ratio ad AM aut LT nota eſt, eadem nempe quæ tripli ſinûs arcûs CL Diſtantiæ Lunæ à Quadratura ad radium: Inventa igitur eſt ratio utriuſque Vis Solaris perturbantis Lunæ Motum ad Gravitatis Vim nobis familiarem.



Poterit abſque ſenſibili errore media Vis componens negligi, quippe ad rationem æqualitatis proxime accedens: Unde multo ſimplicior evadit ſolutio.

SECTIO VI.

De Tabulis Lunaribus et earum Uſu.

PROPOSITIO XXVI.

TAbularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ viſum expedite inveniendum deſtinatarum, Ordinem exponere.

Primo omnium conſtituitur Epocha ſeu Radix Motûs Lunæ; hoc

hoc eſt, (ut ſuperius Lib. III. explicatum,) aſſumpto puncto notabili Temporis medii numerati in Loco ad quem Tabulæ deſtinantur, è regione apponuntur mediæ Longitudines Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi aſcendentis dicto Tempori competentes. Similiterque, ad Lunæ Aſpectus cum Sole prompte inveniendos conſtituitur Radix Motûs medii Lunæ à Sole; hoc eſt, adſcribitur congrua dictæ Epochæ Diſtantia media Lunæ à Sole.

Secundo, Motus medii ipſius Lunæ, ejuſdem Apogæi & Nodi, pro Annis, horum decadibus, centenariis &c; item pro Menſibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas diſponuntur. Pariterque Motus medii Lunæ à Sole pro ſimiliter expanſis & collectis Annis, Menſibus, Diebus &c. in Tabulas diſponuntur; qui facile inveniuntur ſubducendo Motum Solis medium ex Motu medio Lunæ eidem tempori congruo.

Tertio, ponitur Correctio Motûs medii Lunæ pro Diſtantia Terræ à Sole. Nam Lunæ Motus medius ex præcedenti Tabula collectus in laxiore ſenſu medius eſt, eidem in plurium Annorum curriculo competens. At per Prop. XVII. Lunæ Tempus periodicum brevius eſt Terrâ Aphelium tenente; hâc autem inde diſcedente, Lunæ Tempus periodicum augetur, donec maximum fiat Tellure ad Perihelium perventâ. Locus igitur illius medius ſupra-inventus corrigendus eſt additione vel ſubtractione cujuſdam arcûs aut anguli pendentis ab Anomalia Telluris media: Locus tamen Lunæ ſic correctus medius adhuc manet. Tabula hæc Correctionis Motûs Lunæ medii à Terræ Anomalia pendentis conſtituitur ope Propp. XVII, XX & XXV.

Quarto, Correctiones (in phraſi Aſtronomica *Æquationes*) Loci medii Apogæi Lunaris. Atque hæ Æquationes ſunt tres: Prima pendet ab Aſpectu Apogæi & Solis; Prop. enim XI. oſtenſum eſt quod Apogæum progreditur dum eſt in Syzygiis, & regreditur dum eſt in Quadraturis cum Sole; Loco igitur Apogæi medio addenda vel ſubducenda eſt Æquatio hæc pendens à ſitu Apogæi reſpectu Solis: Hujus Æquationis quantitas proportionalis eſt quantitati Virium productricium per Propp. XI, XX & XXV. determinandæ. Secunda Apogæi Lunaris Æquatio menſtrua eſt, pendetque ab Aſpectu Solis & Lunæ. Nam licet prope Conjunctionem aut Oppoſitionem Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum progrediatur in integra Lunatione, tamen iſte progreſſus Apogæi non eſt æquabilis, ſed Lunâ in Quadris verſante tardius progreditur, vel forſan etiam regreditur; in Syzygiis verſante Lunâ, ejus Apogæum progreditur multo celerius. Et ſimiliter, licet prope Quadraturam Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum Lunare regrediatur ſi integram Lunationem ſpectes, tamen non regreditur æquabiliter, ſed Luna in Syzygiis facit illud aut progredi aut ſaltem regredi tardius. Hæc patent ex Prop. X; unde Locus Apogæi Lunæ, primo (per Correctionem præc.) æquatus, etiam per Æquationem hanc Menſtruam ſecundo corrigendus eſt. Æquationis hujus quantitas pro diverſis Lunæ

ad Solem Aſpectibus colligenda eſt ex Propp. VIII, XX & XXV. Sed & tertiâ opus eſt Æquatione ad Apogæi Locum plene rectificandum: Apogæi enim Motus, ſive progreſſivus ſive regreſſivus, major eſt vel minor pro minore aut majore Diſtantia Terræ à Sole; eſtque ejus velocitas (per Prop. XIX.) in triplicata ratione Diametri apparentis Solis: Adeoque hæc ab Anomalia Terræ media pendet, ſicut Motûs medii correctio, de qua ſupra. Ejus quantitas pro Anomaliæ gradu ope Propp. XIX, XX & XXV. elicitur.

Quinto, Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuæ mutationi obnoxia eſt, & mutationis hujus eadem ſunt Tempora quæ motûs progreſſivi & regreſſivi Apogæi. Quippe (per Prop. XIII.) ſi integram Lunationem cum integra Lunatione conferas, Excentricitas maxima eſt cum Apſides ſunt in Syzygiis, minima cum illæ ſunt in Quadris. Et in una Lunatione (per Prop. XII.) maxima eſt cum Luna Syzygias tenet, minima cum hæc in Quadris verſatur: *ex. gr.* Menſe quo Apſides Syzygias tenent, Excentricitas minuitur, cum ipſa Luna ad Quadram pervenit, quando minima eſt omnium in iſta Lunatione. Similiterque, Apogæo in Quadratura cum Sole verſante, Excentricitas hactenus parva minuitur, dum Luna à Syzygiis ad Quadraturas pervenit. Excentricitates igitur Orbitæ Aſpectui Apogæi Lunaris congruæ in Tabulas diſponuntur, & quidem commode inſeruntur è regione Æquationum ipſius Apogæi ab eodem Aſpectu pendentium, eandemque quaſi cum illis Tabulam conſtituunt. Porro, Excentricitates hæ rurſus corrigendæ ſunt per Æquationem Menſtruam pendentem à Diſtantia Lunæ à Syzygiis: Nam Lunâ in Syzygiis verſante (cæteris paribus) Excentricitas maxima eſt. Sed & Excentricitas ſic æquata rurſus ex Propp. XVIII & XIX. corrigenda eſt pro aucta aut minuta Diſtantia Terræ à Sole; Æquatioque hæc ab Anomalia Terræ pendet: Hæ autem tres Tabulæ ex reſpectivis Propoſitionibus ſupra-citatis cum XX & XXV. ſupputantur. Cumque eoſdem terminos eademque Tempora habeant prædictæ Excentricitatis mutationes cum Apogæi Motibus prædictis, duæ ultimæ hujus Æquationes, Menſtrua nempe & Annua, commode etiam in eandem Tabulam coaleſcent cum duabus ultimis Æquationibus illius. Correctiones hæ optime & commodiſſime fiunt additione aut ſubtractione particularum in Tabula diſpoſitarum pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis Solis, aut varia Telluris Diſtantia ab Aphelio; hoc eſt, ſub iiſdem titulis quibus Correctiones Apogæi Menſtrua & Annua prius diſpoſitæ fuerant.

Sexto, adjungitur *Tabula Æquationum Orbitæ* dicta, quâ, ex dato Tempore quo Luna Apogæum tenebat, invenitur angulus quo Luna ex Terra ſpectata ab Apogæo diſtat. Cum enim Luna in ſua elliptica Orbita temporaria eodem modo circa Terram in Ellipſeos foco poſitam moveatur, quo Primarius quivis circa Solem; hoc eſt, radio ad Terram ducto deſcribat aream tempori proportionalem; (ſaltem ab omni alia inæqualitate nunc abſtrahimus, ipſarum rationem in aliis Tabulis ad Lunæ Motum æquandum habentes;)

bentes;) datâ Orbitâ Locus ejus verus è Terra ſpectatus eodem modo ad datum Tempus elicitur, quo Primarii Locus è Sole ſpectatus: hoc eſt, datâ Excentricitate ſive ratione diſtantiæ focorum ad axem majorem, ex data Anomalia Lunæ media (quæ in area tempori proportionali conſiſtit) Anomalia coæquata eodem modo calculo elicitur hic quo illic; nempe ope Prop. III. Lib. III; vel, ſi approximatione uti libeat, Prop. aliqua ex inſequentibus in Lib. III. adhibenda eſt. *Wardi* approximatio ſufficit, in quo caſu Æquatio Orbitæ ſive Æquatio Excentrici (quæ & *Æquatio centri Lunæ* quandoque dicitur) per Prop. VI. Lib. III. pro gradu Anomaliæ Lunæ mediæ invenitur, & inventæ Æquationes pro ſingulis gradibus in Tabulas diſponuntur, addendæ vel ſubtrahendæ pro Orbitæ ſemiſſe ab Apogæo ad Perigæum, vel à Perigæo ad Apogæum. Quoniam vero Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuo mutatur, & pro qualibet Excentricitate Tabulam conſtruere impoſſibile foret; ideo communiter Artifices hujuſmodi Æquationum Tabulas conſtruunt ad ſingulos Anomaliæ mediæ gradus pro maxima & minima Excentricitate Orbis, quandoque etiam pro media; & Æquationem ſumunt ſimiliter proportionalem inter Æquationem majorem & minorem, atque Excentricitas Lunari Orbitæ competens eſt inter Excentricitatem maximam & minimam.

Septimo, ſubnectenda eſt Tabula indicans Inæqualitatem Lunæ illam, quam omni Satelliti competere oſtenſum eſt Prop. I. pro varia Lunæ Diſtantia à Syzygiis. Lunæ enim Motus in primo Menſis quadrante (ſive pergente Lunâ à Conjunctione ad Quadraturam proximam) retardatur, in ſecundo acceleratur, in tertio retardatur rurſus, & in quarto iterum acceleratur. Hanc Inæqualitatem in Lunæ motu primus deprehendit *Tycho*, & vocabulo ſatis apto *Variationem* dixit. At Variationis Tabula condenda eſt ex dictis in Corol. 2. Prop. II. pro Lunæ Orbita latiore inter Quadraturas, conſtrictiore ſive anguſtiore inter Syzygias, quam veram eſſe Lunæ ſemitam oſtenſum eſt Prop. II. ejuſque Corol. I. Variationis hujus quantitas maxima ex Prop. XX & XXV. elicitur, & quantitas cuique Diſtantiæ Lunæ à Syzygiis competens ex Prop. I & II. hujuſque Coroll. Cæterum Variatio rurſus corrigenda eſt ope Tabulæ per Propp. XVIII & XIX. conſtructæ: Terrâ enim Perihelium tenente, Lunæ Tempus periodicum augetur, atque inter alios Errores auctos ipſa hæc (de qua nunc agimus) Variatio in qualibet revolutione augetur in ratione duplicata Temporis inter Lunæ Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII. Hæc Correctio à Terræ Anomalia media pendet, ut & alia quâ augetur Variatio aut diminuitur in triplicata ratione Diametri apparentis Solis è Terra ſpectati.

Octavo, Nodorum Lunæ Æquationes tres in Tabulas ſunt diſponendæ. Harum prima pendet ab Aſpectu Nodorum cum Sole: Nam per Prop. XIV. Nodi in Syzygiis quieſcunt penitus; dum vero hæ prope Quadratum Solis hærent, velociſſime in antecedentia feruntur; atque hoc ſi Lunationem integram cum alia integra conferas. Nam

ſi unicam per ſe ſpectes, Nodi celerius regrediuntur (per Prop. XIV.) cum Luna Syzygias tenet: Atque hinc Nodorum Æquatio Menſtrua eſt neceſſaria, quæ ab Aſpectu Solis & Lunæ pendet. Æquatio tertia Annua eſt; Nodi enim (cæteris paribus) eo velocius regrediuntur quo Tellus Perihelio eſt propior, per Prop. XIX. Harum Æquationum quantitates (tum maximæ, tum cuilibet Aſpectui Nodorum vel Lunæ ad Solem, & Anomaliæ Terræ congruæ) determinantur per Propp. XX & XXV. una cum XIV & XIX.

Nono, ſimilibus Correctionibus opus eſt ad æquandam Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ: Hæc enim (per Prop. XV.) minima eſt cum Nodi ſunt in Quadraturis cum Sole, maxima cum Syzygias tenent; & in eadem Lunatione minima cum Luna eſt in Syzygiis, maxima cum in Quadris. Hæ igitur, cum eadem habeant Tempora cum Nodorum Æquationibus (de quibus hactenus) quoad Aſpectum tum Nodorum tum Lunæ cum Sole, commode in eandem coaleſcunt Tabulam. Et Inclinationis planorum Correctio commode fit per particulas Inclinationi minimæ addendas (ut prius de Excentricitate corrigenda) varias pro dictis Aſpectibus Nodorum & Lunæ ad Solem, (vel, in Artificum phraſi, pro Diſtantiis Nodorum & Lunæ à Sole,) vel fortaſſe aptius per particulas ab Inclinatione maxima ſubducendas: hæc enim Orbitæ Lunari naturalis videtur, quippe quæ illi competeret ſi Sol non perturbaret ejus motum. Sed & Inclinatio hæc Correctione Annuâ æquanda eſt, quæ proinde à Diſtantia Terræ à Sole ſeu Terræ Anomalia pendet, quæque in unam cum Nodorum Æquatione Annua coaleſcet Tabulam. Harum trium Æquationum quantitates maximæ & cuique Aſpectui ſive Diſtantiæ reſpective congruæ eliciuntur ex Propp. XV, XVIII, XIX, XX & XXV.

Decimo, Tabella eſt adhibenda quæ præcedentium omnium Menſtruarum Correctionum, ſive incrementorum & decrementorum, in Syzygiis factorum proportionem in Conjunctione & Oppoſitione cum Sole oſtendat. Nam (per Prop. XVI.) effectus omnes in Luminarium Syzygiis contingentes majores ſunt in Conjunctione, minores in Oppoſitione. Proportio ex Virium generatricium ratione ex præcedentibus elicitur.

Undecimo, adjungitur Tabula Latitudinis Lunæ pro ſingulis gradibus Diſtantiæ ejuſdem à Nodo. Hujus conſtructio Doctrinæ Sphæricæ ſoli innititur. In triangulo enim ſphærico rectangulo præter rectum datur hypothenuſa, nempe Lunæ Diſtantia à Nodo, & angulus ad Nodum, nempe Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum, (quæ & *Inclinatio Limitum* vocatur;) invenietur ergo latus huic angulo oppoſitum, nempe quæſita Latitudo Lunæ pro prædicta à Nodo Diſtantia. Quoniam vero Inclinatio plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum diverſis temporibus varia eſt, ideo communiter Tabula unica Latitudinis Lunæ ad minimam dictorum planorum Inclinationem conſtruitur, adjunctis particulis ad Latitudinem adjiciendis cum dicta Inclinatio eſt maxima. In Inclinationibus

clinationibus mediis, adjunctæ particulæ pars adjicienda est, quæ ad totam se habeat ut excessus Inclinationis datæ supra minimam ad excessum maximæ supra minimam; ut in casibus similibus fieri solet.

Duodecimo, subnectitur etiam Tabula ostendens Lunæ Locum ad Eclipticam reductum pro singulis gradibus Distantiæ Lunæ à Nodo. Hujus constructio etiam à Sphæricis pendet. In eodem enim triangulo, in quo prius Latitudo inventa est, latus tertium, sive distantia inter Nodum punctumque ubi Latitudinis circulus per Locum Lunæ transiens Eclipticam intersecat, est ipsa Lunæ Distantia à Nodo ad Eclipticam reducta: Et intervallum inter hanc & Lunæ Distantiam à Nodo in sua Orbita computatam *Reductio* dicitur, & in Tabulam secundum artem disponitur. Cumque hæc etiam varia sit pro varia Inclinatione Lunaris Orbis ad Eclipticam, (simili artificio quo prius,) excessus prædictæ Reductionis cum Limitum Inclinatio est maxima notatur, ut ejus pars proportionalis assumatur cum Limitum Inclinatio est inter minimam maximamque media: Nam ipsa Reductio aptatur ad Inclinationem minimam, ut prius Latitudo.

Sed & aliis Erroribus detectis, aliæ condendæ erunt Tabulæ ad Lunæ Motum plene & perfecte rectificandum, quod in Astronomia opus est longe difficillimum. Hæc interim impræsentiarum de Tabularum harum Ordine sufficiant.

PROPOSITIO XXVII.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ Locum è dato in Telluris superficie puncto visum expedite inveniendum, Ordinem exponere.

Quoniam Lunæ Locus è puncto in Terræ superficie spectatus sensibiliter diversus est ab illo quem occuparet si è centro spectaretur, quemque solum ex Tabulis præcedentibus deducere licet; ideo Tabulas ad illum quoque ex priori prompte colligendum condunt Artifices. Cum autem Parallaxis sit omnis illa inter dicta Loca differentia, hujus notitia sufficit. Et quia ex data Parallaxi horizontali Parallaxis alteri cuivis supra Horizontem Elevationi congrua facile invenitur, per Prop. XLVII. Lib. II; ideo solâ horizontali Lunæ Parallaxi opus est. At cum Lunæ Parallaxis horizontalis varia sit pro majore aut minore Distantia Lunæ à Terra, Parallaxium istarum Tabula est condenda: Parallaxis nempe uni Distantiæ competens per Prop. XXII. innotescit, & Lunæ à Terra Distantiæ in aliis Orbitæ suæ punctis respectu Distantiæ per dictam XXII. inventæ, ex Lunæ Orbita (ut supra ostensum est definita) determinantur; Parallaxes igitur horizontales Lunæ (quæ per Prop. XLVIII. Lib. II. sunt reciproce ut ejus Distantiæ à Terræ centro) pro ejus situ ad Apogæum & Perigæum suæ Orbitæ, hoc est, pro Anomalia ejus media, notæ fiunt & in Tabulam rediguntur.

Quoniam vero hujusmodi Tabula Parallaxium Lunæ horizontalium

lium pro una tantum Orbitæ forma inſervit; ideo pro Excentricitate maxima unam, aliamque pro minima condunt, & Parallaxin Lunæ horizontalem pro dato tempore aſſumunt in eadem ratione mediam inter Parallaxes maximæ & minimæ congruas, quâ Excentricitas dato iſti tempori congrua media eſt inter Excentricitatem maximam & minimam.

Parallaxis Lunæ horizontalis ſic inventa rectificanda eſt per Æquationem quandam ex alia Tabula deſumendam, cujus hoc eſt fundamentum. Ex Prop. II. conſtat Lunam (cæteris paribus) longius à Terra diſtare in Quadraturis quam in Syzygiis. Proportionem inter diſtantias haſce Lunæ à Terra, ex proportione Virium Solis qui effectum hunc producunt, ope Propp. XX & XXV. invenire licet. Tabula igitur ad æquandam Lunæ Parallaxin conſtat ex particulis ſubtrahendis à Parallaxi quæ in Syzygiis obtinet, prout Luna ad Quadraturam propius accedit, ubi (cæteris paribus) Parallaxis eſt minima, quia Luna maxime à Terra diſtat: Æquatio igitur hæc Menſtrua eſt, à Syzygiis Solis & Lunæ pendens.

Sed & Æquatione Annuâ afficitur hæcce Lunæ Parallaxis; minor quippe eſt cum Terra eſt in Perihelio, major cum in Aphelio, (cæteris paribus,) quia totum Syſtema Lunare in hoc caſu contrahitur, in illo dilatatur per Prop. XVII. Æquatio hæc ab Anomalia Terræ media pendet, & ope Prop. XVII. item XX & XXV. conſtruitur.

PROPOSITIO XXVIII.

AD datum Tempus Lunæ Locum, è data in Tellure habitatione viſum, ope Tabularum ſupra deſcriptarum determinare.

Tempus in habitatione data numeratum reducatur (per Prop. XXXII. Lib. II.) ad Tempus numeratum ſub Meridiano Loci cui Tabulæ accommodantur; ad quod (per Prop. XVII. Lib. III.) æquatum, inveniatur Solis Locus.

Ad Epocham in Tabula notatam, datum Tempus præcedentem, notentur Loca media Lunæ, Apogæi Lunaris Nodique aſcendentis, & colligendo horum trium Motus medios factos ab Epocha iſta ad Tempus datum, addantur primi duo ad prædicta Lunæ & Apogæi Loca, ut fiant eorundem Loca media ad Tempus datum; motus vero Nodi interea factus ſubtrahatur à Loco radicali (quoniam movetur in antecedentia) ut fiat ejus Locus medius; Locuſque medius Lunæ corrigatur per Æquationem iſtam à Terræ Anomalia media pendentem, de qua §. 3. Prop. XXVI.

Porro, Locus Apogæi medius corrigatur tribus Æquationibus, de quibus §. 4. dictæ Prop. XXVI. Dato enim Solis Loco & Apogæi Loco prope vero, datur Aſpectus Apogæi Lunaris cum Sole, indeque Æquatio hinc pendens. Similiter, quia tam Solis Locus verus quam Lunæ Locus prope verus innoteſcunt, innoteſcit & Lunæ ad Solem Aſpectus, indeque Apogæi Æquatio Menſtrua inde pendens. Et datæ Terræ Anomaliæ mediæ (prius ad Solis Locum determinandum neceſſariæ) congrua invenietur, in tertia Apogæi æquandi

quandi Tabula, Æquatio Apogæi Annua. Atque Æquatio hæc eſt vere Annua, à Telluris periodo circa Solem pendens: Perperam enim prima illa, pendens ab Aſpectu Apogæi Lunaris cum Sole, Annua à quibuſdam appellatur, cum non niſi poſt 400 dies abſolvatur ejus periodus; Sole nempe iſtud tempus requirente ut digreſſus ab Apogæo Lunari illud in conſequentia motum denuo aſſequatur. Similiter & Orbis Lunaris Excentricitas, ex dato Apogæi Aſpectu ad Solem ex Tabula excerpta, per Æquationem Menſtruam & Annuam corrigitur.

Invento igitur Lunaris Apogæi Loco vero Lunæque medio primo correcto, illo ab hoc ſubducto, relinquitur Lunæ Diſtantia media à ſuo Apogæo in conſequentia numerata, ſive Lunæ Anomalia media; cui (in Tabula § 6. Prop. xxvi.) invenietur Proſthaphæreſis congrua pro Orbitæ Excentricitate prius inventa, per quam Lunæ Locus medius, primo correctus, denuo rectificatus exhibebit Lunæ Locum correctiorem, quibuſdam *Æquatum* dictum.

Ex modo invento Lunæ Loco Æquato, & omnium primo determinato Solis Loco, Aſpectus Solis & Lunæ nunc ſatis notus eſt, & hinc pendens Variatio ex Tabula (de qua §. 7. Prop. xxvi. actum eſt) innoteſcet; ſed hæc ipſa duplici Æquatione Annuâ (de quibus ibidem) corrigenda eſt. Locus Lunæ æquatus per Variationem ſic correctam corrigendus eſt; exſurgetque Lunæ Locus correctiſſimus in ſua Orbita, ſive reſpectu ſuæ Apſidis.

Ad illum vero ad Eclipticam reducendum, primo omnium Loca Nodorum determinanda ſunt. Cum & Solis Locus verus & Nodorum prope verus ſive medius dentur; dabitur Aſpectus Nodorum cum Sole, & huic proinde Æquatio correſpondens ex Tabula, de qua §. 8. Prop. xxvi; per quam correctus Nodi Locus medius rurſus bis corrigendus eſt per Æquationem Menſtruam Annuamque, de quibus ibidem actum eſt.

Simul, ex eodem Aſpectu Nodorum ad Solem, excerpendus eſt Exceſſus Inclinationis Limitum ſupra eorundem Inclinationem minimam, (vel Defectus à maxima,) quo Inclinatio minima (vel maxima) corrigenda eſt ut correctior evadat: ſed quæ bis rurſus corrigenda eſt; nempe pro ipſius Lunæ Aſpectu ad Solem & Telluris Anomalia media; de quarum Æquationum Tabulis actum eſt §. 9. Prop. xvi. Si Lunæ Locus correctiſſimus in ipſis Syzygiis inquiratur, etiam correctionis, de qua §. 10. Prop. xxvi. ratio haberi poterit.

Quoniam vero innoteſcunt Nodi & Apogæi Lunaris vera Loca in Ecliptica, & Orbis Lunaris Inclinatio ad eandem, reſolvendo triangulum ſphæricum rectangulum, in quo præter rectum dantur angulus alter alterumque latus circa rectum, invenitur Diſtantia Apogæi à Nodo in Orbe Lunari computata; nempe hypothenuſa. Et ſupra inventus eſt Lunæ Locus in ſua Orbita ab Apogæo computatus: Et igitur non ignorabitur Diſtantia Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata. Cumque etiam data ſit Inclinatio dicti Orbis Lunaris ad Eclipticam; invenietur tum Lunæ Latitudo, tum ejus

Locus in Ecliptica, vel per resolutionem trianguli sphærici rectanguli inter Orbem Lunarem, Eclipticam circulumque Latitudinis comprehensi, vel expeditius per Tabulas Latitudinis & Reductionis, de quibus §. 11 & 12. Prop. XXVI. ubi dictum triangulum est hactenus resolutum, quarum usus satis est notus: namque Distantia hæc Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata *Argumentum Latitudinis* appellatur.

Inventus igitur est Locus Lunæ verus, sive è Terræ centro spectatus, tam in longum quam in latum. Qualem vero in dato Horizonte situm, hoc est, quam Altitudinem quemque Verticalem ad datum Tempus obtineat Phænomenon, cujus Longitudo & Latitudo dantur; Problema est solutu obvium ex Doctrina sphærica: est nempe conversa Propp. XXVI & XXVII. Lib. II.

Quod si Locus Lunæ apparens sive visus quæratur, in Tabula prima, de qua Prop. XXVII, adnotetur Lunæ Parallaxis Orbis Excentricitati Lunæque Anomaliæ mediæ prius cognitis congrua, quæ per Æquationem Menstruam & Annuam (de quibus in eadem XXVII. dictum est) corrigatur. Ex Parallaxi horizontali inveniatur (per Prop. XLVII. Lib. II.) Parallaxis inventæ prius Altitudini competens, quæ inde subtracta relinquit Altitudinem Lunæ visam: Et alia nulla est inter Lunæ Locum verum & visum differentia præter hoc Altitudinis decrementum sive Parallaxin, & communem illam ex Refractione ad Atmosphæram ortam, de qua Propp. LXIV & LXV. Lib. II. Qualem vero in Longitudine Latitudineque mutationem inducunt Parallaxis & Refractio, ex Propp. LXIII & LXVIII. Lib. II. colligetur. Inventus igitur est Lunæ Locus, tam verus quam è dato in Telluris superficie puncto visus, secundum Longitudinem & Latitudinem. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

QUasnam ex supra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucusque Tabularum Conditores, quasque neglexerint breviter recensere.

Primo, omnes Correctiones sive Æquationes Annuas à varia Distantia Telluris à Sole (Propp. XVIII & XIX. explicatas) negligunt, unamque considerant, quæ ab aucto & diminuto Tempore periodico Lunæ circa Terram pro diminuta vel aucta Terræ Distantia à Sole provenit; hoc est, quæ ab Anomalia Terræ media pendet. Immo hanc Inæqualitatem, licet à *Tychone*, *Keplero* & *Horoxio* observatam, aliis immiscebant: Propter hanc enim compulsi sunt, reclamante naturâ rerum, Tempus apparens ad medium aliter reducere in Lunæ Locis computandis, quam in computandis Locis Solis aliorumque Syderum; & speciatim *Tycho* eam Æquationis Temporis partem, quæ pendet à Terræ Anomalia media, (à qua & hæc Lunæ Inæqualitas similiter pendet,) omisit prorsus. At *Keplerus* & *Horoxius* ulterius progressi ad Tempus æquandum partem Physicam adhibent additiam cum vera & Astronomica sublatitia est,

eſt, & è contra. Acutiſſimus *Ed. Halleius* hanc Inæqualitatem (quam Lunæ ineſſe ad *Schol. Prop.* LXXXVI. *Opticæ Promotæ pag.* 128. ſuſpicatus eſt *Jacobus Gregorius*) ab aliis primus ſeparavit in Tractatu *Catalogo Fixarum Auſtralium* ſubnexo. Patet vero ex citatis Propp. XVIII & XIX. omnes Lunæ Inæqualitates duplici Correctione Annuâ indigere, ut veræ & accuratæ evadant.

Deinde, omnes Æquationes Menſtruæ ab Aſpectu Solis & Lunæ oriundæ negliguntur præter unicam Variationem. Verum quidem eſt harum aliquas ab aliis fere compenſari: *v. g.* Inclinationis Limitum variatio Menſtrua & Æquatio Menſtrua Nodorum ita ſe mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ negligi poſſint in determinanda Latitudine Lunæ; Æquationes autem Menſtruæ Motûs Apogæi, & differentiæ inter Excentricitatem minimam & maximam, item Nodorum & Inclinationis Orbis Lunaris ad Eclipticam, baſis ſunt & fundamentum reliquarum Inæqualitatum, quæ ab Aſpectu Solis & Apogæi, aut Solis & Nodorum pendent; ut ex Propp. X, XI, XII, XIII, XIV & XV. abunde patet. Æquatio item Menſtrua inter Novilunium & Plenilunium (de qua Prop. XVI. dictum eſt) negligitur.

Æquationes item illæ, tam quæ Motum Lunæ verum afficiunt quam quæ viſum, (de quibus Prop. II.) oriundæ à majori Diſtantia Lunæ à Terra in Quadraturis quam in Syzygiis, negliguntur prorſus: neque enim Diſtantiæ Lunæ à Terra diverſitas alia conſideratur, quam quæ ab Orbis Excentricitate provenit, quæque ab Anomalia media pendet; unde & Parallaxium horizontalium Æquatio Menſtrua (de qua Prop. XXVII. dictum eſt) etiam negligitur.

At Æquationes illæ quæ ab Aſpectu Solis & Apogæi Lunaris pendent, (de quibus Propp. XI & XIII;) ut & illæ quæ ab Aſpectu Solis & Nodorum, (Propp. XIV & XV. tractatæ,) ab Artificibus conſiderantur. Hæ enim ſunt longe maximæ, magnamque partem Inæqualitatum Motûs Lunæ conſtituunt.

Adhibentur igitur ad Tabulas condendas, præter Æquationes præcedentes ab Aſpectu Solis cum Apogæo Lunari vel cum Nodis pendentes, una Annua unaque Menſtrua, de quibus hactenus. Verum Æquationes Motûs Lunæ, in pleriſque Tabulis Lunaribus, titulos præ ſe ferunt à veris Periodis harum Inæqualitatum adeo abhorrentes, ut ſatis difficile ſit aſſerere quaſnam conſiderarint quaſque neglexerint earum Conditores. Quandoque etiam Inæqualitates aliis immiſcentur & cum illis confunduntur: *ex. gr.* Æquationem Excentrici (ſive Centri Lunæ) non pure ex Orbita data deducunt, ſed aliis quaſi contaminant; ut Inæqualitatis Variationis à Tempore inter Quadraturas pendentis parte eâ, quæ à ſitu Lunæ reſpectu ſui Apogæi provenit, de qua Schol. Prop. XVIII. Verum cum non ex cognitis cauſis Phyſicis harumque Periodis, ſed tantum ad Obſervationes attendendo, Tabulas condiderint; non mirum eſt ſi Inæqualitates non rite à ſe invicem diſtinxerint, illaſque ſub titulis diſpoſuerint alienis minuſve propriis.

SCHOLIUM.

Libet Lunæ Theoriam à D. *Newtono* in praxi uſurpatam hic adjungere, quâ difficillimum iſtud & ab Aſtronomis hactenus deſperatum conſecutus eſt celeberrimus Philoſophus; nimirum ut Lunæ Locum, etiam extra Syzygias, & in ipſis cum Sole Quadraturis, Cœlo adeo conſentientem ex calculo definiat, (ſicuti per plurima Lunæ Loca à Cl. D. *Flamſtedio* obſervata expertus eſt,) ut diſſenſus à Cœlo, etiam cum maximus, vix duo ſcrupula prima adæquet; plerumque adeo ſit exiguus, ut obſervandi incertitudini ſit jure imputandus. In hac Calculi forma, quam ipſis Auctoris verbis expreſſam Aſtronomis ſiſtimus, non attingit omnes omnino Inæqualitates quarum cauſæ ſuperius ſunt explicatæ, nedum illas de quibus adhuc tantum eſt ſuſpicio; ſed omiſſis iis quas ſe invicem compenſaturas novit, aliiſque minoris efficaciæ, eas duntaxat Æquationibus & Tabulis coercet, quarum majores ſunt vires & effectus ſenſibiliores.

Lunæ Theoria Newtoniana.

'Obſervatorium *Grenovicenſe* occidentalius eſt *Pariſienſi* $2^{gr}. 19'$, 'Uraniburgo $12^{gr}. 51'. 30''$ & *Gedano* $18^{gr}. 48'$.

'Solis & Lunæ Motus medios ab Æquinoctio verno in Meridi-'ano *Grenovicenſi* pono ſequentes: nempe *Anno* 1680 *Decembris* 'Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus medius Solis eſt $9^{ſig}. 20^{gr}.$ '$34'. 46''$. Apogæi Solis $3^{ſig}. 7^{gr}. 23'. 30''$. Motus medius Lunæ $6^{ſig}.$ '$1^{gr}. 35'. 45''$. Apogæi Lunæ $8^{ſig}. 4^{gr}. 28'. 5''$. Nodi aſcendentis Or-'bitæ Lunaris $5^{ſig}. 24^{gr}. 14'. 35''$. Et *Anno* 1700. *Decembris* Die 'ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus medius Solis eſt $9^{ſig}. 20^{gr}. 43'.$ '$50''$. Apogæi Solis $3^{ſig}. 7^{gr}. 44'. 30''$. Motus medius Lunæ $10^{ſig}.$ '$15^{gr}. 19'. 50''$. Apogæi Lunæ $11^{ſig}. 8^{gr}. 18'. 20''$. & Nodi aſcendentis $4^{ſig}.$ '$27^{gr}. 24'. 20''$. Viginti enim Annis *Julianis*, ſive diebus 7305, Solis 'motus eſt $20^{rev}. 0^{ſig}. 0^{gr}. 9'. 4''$. Motus Apogæi Solis $21'. 00''$. Lunæ 'Motus eſt $247^{rev}. 4^{ſig}. 13^{gr}. 34'. 5''$. Apogæi Lunaris Motus $2^{rev}. 3^{ſig}.$ '$3^{gr}. 50'. 15''$. Nodi Motus $1^{rev}. 0^{ſig}. 26^{gr}. 50'. 15''$. Omnes prædicti 'Motus ſunt à puncto Æquinoctii verni. Quod ſi ab illis ſubduca-'tur ipſius Æquinoctialis puncti Motus in antecedentia interea 'factus, ſc. $16'. 40''$; manebunt Motus reſpectu Fixarum in Annis '20. *Julianis*, nempe Motus Solis $19^{rev}. 11^{ſig}. 29^{gr}. 52'. 24''$. Apogæi 'Solis $4'. 20''$. Lunæ $247^{rev}. 4^{ſig}. 13^{gr}. 17'. 25''$. Apogæi Lunæ $2^{rev}. 3^{ſig}.$ '$3^{gr}. 33'. 35''$. Nodi Lunæ $1^{rev}. 0^{ſig}. 27^{gr}. 6'. 55''$.

'Secundum hunc computum Annus Tropicus eſt $365^{dier}. 5^{hor}. 48'.$ '$57''$. Annuſque Sydereus $365^{dier}. 6^{hor}. 9'. 14\frac{1}{2}''$.

'Motus Medii Luminarium ſuprapoſiti variis afficiuntur Inæ-'qualitatibus.

'Et primo ſunt Annuæ Æquationes dictorum Motuum medio-'rum Solis & Lunæ, & Apogæi Nodique Lunæ. Æquatio Annua 'Motûs medii Solis pendet ab Excentricitate Orbitæ Telluris circa 'Solem, quæ eſt partium $16\frac{1}{10}$, qualium mediocris Diſtantia Solis à

'Terra

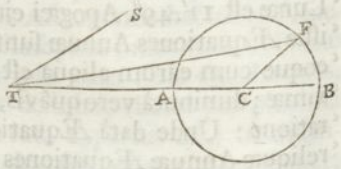
'Terra est 1000; indeque vocatur Æquatio Centri: estque, cum 'maxima, 1ᵍʳ. 56′. 20″. Maxima Æquatio Annua Motûs medii 'Lunæ est 11′. 49″. Apogæi ejus 20′. Nodique 9′. 30″. Atque quatuor 'istæ Æquationes Annuæ sunt semper sibi mutuo proportionales. Id- 'eoque cum earum aliqua est maxima, tres reliquæ sunt etiam ma- 'ximæ; diminutâ vero quâvis, minuuntur etiam & reliquæ in eadem 'ratione: Unde datâ Æquatione Annuâ centri Solis, dantur & tres 'reliquæ Annuæ Æquationes congruæ; illius igitur Tabula sufficit: 'Nam si Æquatio Annua Centri Solis Tempori cuivis congrua inde 'deprompta vocetur P, & fiat $\frac{1}{10}$ P = Q, Q + $\frac{1}{10}$ Q = R, $\frac{1}{5}$ P = D, D + $\frac{1}{10}$ D = E, '& D − $\frac{1}{10}$ D = 2 F; erit Æquatio Annua eidem Tempori congrua Lunæ 'quidem R, Apogæi Lunaris E, & Nodi F. Adnotandum, si Æquatio 'Centri Solis est addenda, Æquationem Lunæ prædictam esse sub- 'ducendam, Apogæi Lunaris Æquationem addendam, Nodi vero 'Æquationem subducendam; & è contra, si Æquatio Centri Solis 'est subducenda, addenda erit Lunæ Æquatio, Apogæi vero subdu- 'cenda, & Nodi addenda.

'Alia est Æquatio Motûs medii Lunæ, pendens à situ Apogæi 'Lunaris respectu Solis, quæ maxima est cum Apogæum Lunæ 'versatur in Octante cum Sole, & nulla cum illud ad Syzygias vel 'Quadraturas pervenerit. Æquatio hæc, quando maxima, ad 3′. 56″. 'ascendit, Sole in Perigæo versante; si vero Sol Apogæum teneat, 'non ultra 3′. 34″. In aliis Distantiis Solis à Terra Æquatio hæc 'maxima est reciproce ut Cubus istius Distantiæ. At cum Lunæ 'Apogæum est extra Octantes, Æquatio dicta evadit minor, estque 'ad maximam, positâ eâdem distantiâ Terræ & Solis, ut sinus du- 'plæ Distantiæ Lunaris Apogæi à proxima Syzygia vel Quadra- 'tura ad radium. Additur hæc Motui Lunæ, dum Lunæ Apo- 'gæum transit à Solis Quadrato ad Syzygiam; sed inde subducitur 'in transitu Apogæi à Syzygia ad Quadratum.

'Alia porro est Motûs Lunæ Æquatio, pendens ab Aspectu No- 'dorum Orbitæ Lunaris cum Sole; estque maxima cum Nodi in 'Solis Octantibus versantur, evanescitque cum hi ad Syzygias aut 'Aspectum Quadratum appellunt. Æquatio hæc proportionalis est 'sinui duplæ Distantiæ Nodi à proxima Syzygia aut Quadratura, 'cumque maxima ad 47″ ascendit. Additur hæc Motui Lunæ, dum 'Nodi transeunt à Solis Syzygiis ad ejusdem Quadraturas; & sub- 'ducitur in eorum transitu à Quadraturis ad Syzygias.

'A Solis Loco vero aufer Motum medium Apogæi Lunæ æ- 'quatum, ut supra est ostensum; residuum erit Argumentum An- 'nuum dicti Apogæi. Exinde computentur Lunæ Excentricitas & 'secunda Æquatio ejus Apogæi modo sequenti, [*qui in aliis qui- 'busvis intermediis Æquationibus computandis locum etiam habet*:] 'Referat T Terram; TS rectam conjungentem Terram & Solem; 'TACB rectam à Terra ductam ad Locum medium Apogæi Lunaris 'ut supra æquatum; angulus STA Argumentum Annuum dicti A- 'pogæi; TA Lunaris Orbitæ Excentricitatem minimam; TB ejus-

'dem Excentricitatem maximam. Biſeca AB in c, centro c per A 'deſcribe circulum AFB; fiat angulus BCF æqualis duplo Argu- 'mento Annuo: juncta recta TF erit 'Lunaris Orbitæ Excentricitas, angu- 'luſque BTF erit ſecunda Apogæi 'Lunæ Æquatio. Ad horum determi- 'nationem ſit mediocris Diſtantia 'Lunæ à Terra, ſive Orbitæ Lunaris 'Semidiameter, partium 1000000: Ejus maxima Excentricitas TB 'erit partium 66782, & minima TA earundem 43319; adeo ut 'maxima Orbis ejus Æquatio, cum ſc. Apogæum eſt in Syzygiis, 'ſit $7^{gr}. 39'. 30''$, vel forſan $7^{gr}. 40'. 00''$; (ſuſpicio enim eſt hanc mu- 'tari pro ſitu Apogæi in ♋ vel ♑;) cum vero illud in Solis Quadrato 'hæret, dicta maxima Æquatio ſit $4^{gr}. 57'. 56''$, & ut maxima Apo- 'gæi Æquatio ſit $12^{gr}. 15'. 4''$.



'Conſtructâ ex hiſce principiis Tabulâ Æquationum Apogæi 'Lunæ & Excentricitatum ejus Orbitæ ad ſingulos gradus Argu- 'menti Annui, unde Excentricitas TF & angulus BTF (ſc. Æquatio 'ſecunda & præcipua Apogæi) dato Tempori congruentes facile poſ- 'ſint depromi; ad Locum Apogæi Lunæ primo æquatum ut ſupra 'addatur Æquatio modo inventa, ſi Argumentum Annuum minus 'ſit 90^{gr}, aut majus 180^{gr}, minus vero quam 270^{gr}; ſecus vero ab eo 'ſubducatur: ſumma vel differentia erit Apogæi Lunaris Locus ſe- 'cundo æquatus; quo ſubducto ex Lunæ Loco tertio æquato, re- 'linquitur Lunæ Anomalia media dato Tempori congrua. Porro, ex 'hac Anomalia Lunæ media & modo inventa Orbis Excentricitate 'habebitur (ope Tabulæ Æquationum Centri Lunæ ad ſingulos 'Anomaliæ mediæ gradus, & aliquot Excentricitates *v. g.* 45000, '50000, 55000, 60000 & 65000 fabricatæ) Proſtaphæreſis ſive Æ- 'quatio Centri Lunæ, ut vulgo; quâ ſubductâ in priori Anomaliæ 'mediæ ſemicirculo, additâ vero in poſteriori ad Locum Lunæ 'hactenus ter æquatum, prodit Lunæ locus quarto æquatus.

'Maxima Lunæ Variatio, ſc. quæ contingit cum Luna eſt in 'Octantibus Solis, eſt fere reciproce ut Cubus Diſtantiæ Solis à 'Terra. Capiatur ea $37'. 25''$ cum Sol eſt Perigæo, & $33'. 4''$ cum 'in Apogæo: fiantque Variationis hujus in Octantibus differentiæ 'reciproce ut differentiæ Cuborum Diſtantiarum Solis à Terra, & 'exinde conſtruatur Tabula prædictæ Variationis Lunæ in Octanti- 'bus Solis (ejuſve Logarithmi) ad ſingulos denos vel ſenos vel qui- 'nos gradus Anomaliæ mediæ: Et pro Variatione extra Octantes, 'fiat ut radius ad ſinum duplæ Diſtantiæ Lunæ à proxima Syzygia 'vel Quadratura ita ſupra inventa Variatio in Octante ad Varia- 'tionem dato Aſpectui congruam, quæ addita Loco Lunæ ſupra 'invento in primo & tertio quadrante, (computando à Sole,) aut ab 'eodem ſubducta in ſecundo & quarto, exhibet Lunæ Locum 'quinto æquatum.

'Rurſus, ut radius ad ſinum ſummæ Diſtantiarum Lunæ à Sole &

'& Apogæi Lunæ ab Apogæo Solis (vel ſinum exceſſûs iſtius ſum-
'mæ ſupra 360gr) ita 2'. 10" ad ſextam Loci Lunæ Æquationem,
'ſubducendam ſi prædicta ſumma vel dictus exceſſus minor ſit ſemi-
'circulo, addendam ſi major.

'Fiat etiam ut radius ad ſinum Diſtantiæ Lunæ à Sole ita 2'. 20"
'ad Æquationem ſeptimam. Hanc aufer quando Lunæ Lumen au-
'getur, & (è contra) adde cum illud minuitur; & prodibit Lunæ Lo-
'cus ſeptimo æquatus, quique eſt Locus ejus in propria Orbita.
'Notandum Æquationem, quæ hic effertur per mediocrem quan-
'titatem 2'. 20", non eſſe ejuſdem ſemper magnitudinis, ſed augeri
'& minui pro ſitu Lunaris Apogæi. Nam ſi Apogæum Lunare
'conjunctum fuerit cum Solis Apogæo, prædicta Æquatio eſt circi-
'ter 54" major; ſin illi oppoſitum, tantundem minor: libratque
'inter maximam quantitatem 3'. 14" minimamque 1'. 26". Atque
'hæc obtinent ubi Apogæum Lunare eſt in Solis Syzygiis; ubi vero
'illud in Solis Quadrato hæret, minuenda eſt Æquatio prædicta 50
'circiter ſcrupulis ſecundis aut integro ſcrupulo primo, quando A-
'pogæum Lunæ & Solis Apogæum conjuncta ſunt; ſi vero ſunt
'oppoſita, propter Obſervationum penuriam affirmare nequeo au-
'gendane ſit illa, an minuenda. Immo de ſuprapoſitis incremento &
'decremento Æquationis 2'. 20", propter Obſervationum ſatis accu-
'ratarum defectum, certo ſtatuere non auſim.

'Si Æquationes ſexta & ſeptima augeantur vel minuantur in ra-
'tione reciproca Diſtantiæ Lunæ à Terra, hoc eſt, in directa ratione
'Parallaxis horizontalis Lunæ; accuratiores fient. Atque iſtud
'prompte fiet, ſi prius Tabulæ fuerint conſtructæ ad ſingula ſcru-
'pula dictæ Parallaxis, ſinguloſque ſenos vel quinos gradus cum Ar-
'gumenti Æquationis ſextæ pro Æquatione ſexta, tum Diſtantiæ
'Lunæ à Sole pro ſeptima.

'A Loco Solis vero aufer medium Motum Nodi aſcendentis
'Lunæ æquatum ut ſupra; reſiduum erit Nodi Argumentum
'Annuum; unde ejus Æquatio ſecunda computabitur modo ſe-
'quenti: In figura præcedente referat ut prius T Terram; TS re-
'ctam jungentem Terram & Solem: Referat porro TACB lineam
'ductam ad Locum Nodi aſcendentis Lunæ ut ſupra æquatum, &
'STA Argumentum Annuum Nodi. Capiatur TA ad AB ut 56 ad
'3, ſive 18⅔ ad 1. Biſeca BD in C, & centro C intervallo CA vel CB
'deſcribe circulum AFB, fiatque angulus BCF æqualis duplo Argu-
'mento Nodi Annuo ut ſupra invento; eritque BTF angulus Æ-
'quatio ſecunda Nodi aſcendentis, addenda in tranſitu Nodi à Solis
'Quadrato ad Syzygiam, ſubducenda in ejuſdem tranſitu à Syzygia
'ad Quadraturam. Atque ſic habetur Locus verus Nodi Orbitæ
'Lunaris: Unde ex Tabulis methodo vulgari conſtructis ſupputa-
'bitur Lunæ Latitudo & Reductio Lunæ ab Orbita ſua ad Eclipti-
'cam, poſitâ Inclinatione Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ 4gr. 59'.
'35" cum Nodi ſunt in Solis Quadrato; & 5gr. 17'. 20" cum iidem
'in Syzygiis verſantur. Ex modo inventis Longitudine & Lati-

'tudine

'tudine & data Obliquitate Eclipticæ 23gr. 29′, Lunæ Aſcenſio recta
'& Declinatio eruentur.

'Lunæ in Syzygiis mediocriter diſtantis à Terra Parallaxin ho-
'rizontalem pono 57′. 30″; Motum horarium 33′. 32″. 32‴; & Dia-
'metrum apparentem 31′. 30″: In Quadraturis vero mediocriter à
'Terra diſtantis Parallaxin pono 56′. 40″; Motum horarium 32′. 12″.
'2‴; & Diametrum apparentem 31′. 3″. Lunæ in Solis Octante me-
'diocriter diſtantis centrum diſtat à centro Terræ quaſi 60½ Semi-
'diametrorum Terræ.

'Solis Parallaxin horizontalem pono 10″; & 32′. 15″ apparentem
'ejus Diametrum in mediocri Diſtantia à Terra.

'Telluris Atmoſphæra, refringendo & diſſipando Solis Lumen,
'Umbram projicit, perinde ac ſi opaca foret, ad altitudinem mini-
'mùm 40 aut 50 milliarium Geographicorum: (Milliare Geogra-
'phicum appello partem ſexageſimam Gradûs magni Circuli in Tel-
'luris ſuperficie:) Umbra hæc in Eclipſi Lunari in Lunam incidens
'Telluris Umbram auctiorem reddit. Et ſingulis milliaribus At-
'moſphæræ Terreſtris reſpondent ſingula ſcrupula ſecunda in Lunæ
'diſco. Adeoque Umbræ Terreſtris Semidiameter in Lunæ diſcum
'projecta augenda eſt 50 circiter ſecundis, aut (quod eodem reci-
'dit) in Eclipſi Lunari Lunæ Parallaxis horizontalis augenda eſt
'in ratione circiter 70 ad 69.

Si plura Lunæ Loca accuratiſſime obſervata (præſertim circa Quadraturas) cum ejuſdem Locis ad eadem tempora ex ſuprapoſita Theoria ſupputatis conferantur; patebit tandem num aliæ ſint Æquationes ſenſibiles, quibus Theoria hæc eſt amplificanda.

PROPOSITIO XXX.

TEmpus mediæ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ proxime inſequentis ad datum Tempus determinare.

Conjunctio media eſt cum Locus Solis medius idem eſt cum Loco Lunæ medio in Ecliptica: Oppoſitio vero media cum ille huic opponitur. Quæratur ex Tabulis Motûs medii Lunæ à Sole Diſtantia media Lunæ à Sole dato Tempori (ad medium reducto) competens, quæ ſi nulla ſit, vel Signorum ſex, tunc erit ipſa Conjunctio aut Oppoſitio media; ſin minor, notetur defectus, (ſive arcus quem Luna percurrere debet ut Solem denuo aſſequatur ſi Conjunctio media deſideretur, vel ut à Sole ſex Signis elongetur ſi Oppoſitio,) & ex Tabula Motûs medii Lunæ à Sole in diebus, horis horæque partibus colligatur Tempus requiſitum ad iſtum arcum percurrendum; ſubducendo nempe ſemper ab arcu adhuc percurrendo arcum in Tabula repertum proxime minorem, Tempus quo ſubductus percurritur notando, Temporaque hæc in unam ſummam colligendo: hæc addita Tempori dato conficiet Tempus Syzygiæ mediæ quæſitum.

Quod ſi Tempora aliquot deinceps Syzygiarum mediarum quærantur, addatur Tempori ſupra invento Tempus revolutionis integræ

græ Lunæ ad Solem; invenietur Tempus Syzygiæ ejuſdem nominis proximæ. Atque hoc quoties libuerit facile repetetur, & Syzygiæ quotquot libet invenientur.

PROPOSITIO XXXI.

Tempus veræ Conjunctionis aut Oppoſitionis Solis & Lunæ, proxime inſequentis, ad datum Tempus determinare.

Conjunctio vera Solis & Lunæ contingit cum Locus Solis verus idem eſt cum Lunæ vero & correcto ad Eclipticam reducto; Oppoſitio vera cum ille huic opponitur. Invento (per præc.) Tempori Syzygiæ mediæ proxime inſequentis, (quod exactiſſime determinare neceſſarium non eſt, cum illud præterpropter cognitum ſufficiat,) quærantur (per Prop. XVIII. Lib. III. & Prop. XXVIII. Lib. IV.) Solis & Lunæ Loca vera congrua, quæ ſi coinciderint aut oppoſita fuerint, Syzygia media & vera coincidunt; ſin ſecus, notetur Diſtantia Lunæ à Sole, quâ nempe Luna Solem ejuſve oppoſitum vel nondum eſt aſſecuta vel hactenus præteriit. Ad inveniendum vero ſpatium Temporis, quo Luna arcum hunc vel percurret vel hactenus percucurrit, ſic commode procedere licet: Quærantur Solis Lunæque Loca horâ ante vel poſt Temporis punctum ad quod hactenus habentur; quo pacto habebuntur Solis Lunæque Motus horarii horumque proinde differentia, ſive horarius Motus Lunæ à Sole ad datum Tempus; hoc eſt, habebitur ſpatium Temporis (nempe Hora) neceſſarium ut Luna à Sole moveatur arcu cognito modo invento. Et igitur, ſuppoſito quod Sol Lunaque æquabiliter moveantur tantillo tempore quo Syzygia vera poſſit à media diſtare, habebitur Tempus requiſitum ut Luna à Sole moveatur arcu quo à Sole diſtat Tempore Syzygiæ mediæ. Tempus hoc, additum Tempori Syzygiæ mediæ ſi Luna Solem ejuſve oppoſitum nondum erat aſſecuta, aut eidem detractum ſi hæc illum hactenus præteriit, dabit Tempus Syzygiæ veræ quæſitum.

Quod ſi ſumma deſideretur exactitudo, (ut fit in Syzygiis Eclipticis,) ad Tempus Syzygiæ veræ modo inventum quærantur rurſus Solis Lunæque Loca, quæ ſi congrua ſint aut oppoſita præciſe, hactenus quæſito ſatis eſt factum; ſin ſecus, Tempus hoc rurſus corrigatur ſimiliter atque prius; nempe ex Syzygiæ veræ Tempore prope vero, hactenus invento, ejuſdem Tempus exacte verum eodem modo eliciatur atque dictum illud Tempus prope verum ex Tempore Syzygiæ mediæ ſupra invento.

Communiter Calculatores Motum horarium Lunæ à Sole invento Tempori Syzygiæ mediæ competentem non exquirunt, ut ſupra docuimus; ſed ex Tabulis depromunt, ubi Solis Lunæque horarii Motus diſponuntur pro Anomaliæ gradu quem reſpective tenent: nec male quidem in Sole; at in Luna, tot Inæqualitatibus obnoxia, cautius procedendum: Ulterior vero correctio tollit omnem Errorem, qui hinc oriri poſſit. Pari modo determinabitur Tempus alterius cujuſvis Aſpectûs Solis & Lunæ.

SECTIO VII.

De Eclipſi Lunæ.

Cum Lib. III. actum ſit de vero Motu Telluris circa Solem, cui per omnia reſpondet Solis circa Terram Motus apparens; & Lib. hoc IV. de Lunæ è Terra ſpectatæ Motibus variis; omniaque quæ ob Diurnum Telluris Motum circa proprium Axem in Cœlis apparent Lib. II. pertractata habeantur; quæcunque Soli Lunæve accidunt ex ſupra traditis facile deduci poterunt. Quoniam vero *Eclipſes Luminarium* Phænomena ſunt inter Cœleſtia admodum conſpicua, quarum contemplationi, cauſarum inveſtigationi & calculo plurimum (immo ipſos fere natales) debet Aſtronomia; illas aliorum exemplo ſeorſim tractabimus, præſertim cum hic plurimæ occurrant ſpeculationes dignæ quæ plene excutiantur. In hunc finem Lemmata quædam ad utramque Eclipſin præmittemus de Luminarium Semidiametris apparentibus, Terræ & Lunæ Umbris &c. quæ vulgo nomine *Diagrammatis Hipparchi* indigitantur, quia ex harum comparatione (quæ ex Diagrammate eſt ſatis manifeſta) *Hipparchus* Luminarium Magnitudines & Diſtantias definire eſt aggreſſus; ſicut antea ab *Ariſtarcho* factum in *Libro De Magnitudinibus & Diſtantiis Solis & Lunæ*, & poſtea à *Ptolemæo Cap.* XV & XVI. *Lib.* V. *Magnæ Conſtructionis.*

PROPOSITIO XXXII.

SOlis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempori congruas invenire.

Obſerventur Tempore quovis Solis Lunæque Semidiametri apparentes; cumque ex Theoriis Solis & Lunæ ſupra traditis horum Diſtantiæ à Terra tam Tempore Obſervationis quam alio quovis dato innoteſcant; eorum apparentes ſemidiametri etiam innoteſcent: Sunt enim dati corporis ſphærici Semidiametri apparentes reciproce ut ejus diſtantiæ ab oculo.

Artifices Tabulas condunt Semidiametrorum Solis & Lunæ apparentium pro Anomaliæ mediæ gradu (quiniſve gradibus) quem Luminare tenet. Cumque porro ſphæræ ſemidiameter, in eadem diſtantia à Terræ centro, major ſit quo Vertici propior eſt, quippe ſpectatori vicinioris; & differentia hujus in Horizonte & Vertice ſit in Luna ſenſibilis, in Sole non item: ideo Tabulas Incrementi Semidiametri Lunæ apparentis pro ſingulis (vel quinis) gradibus Elevationis Lunæ ſupra Horizontem etiam condunt.

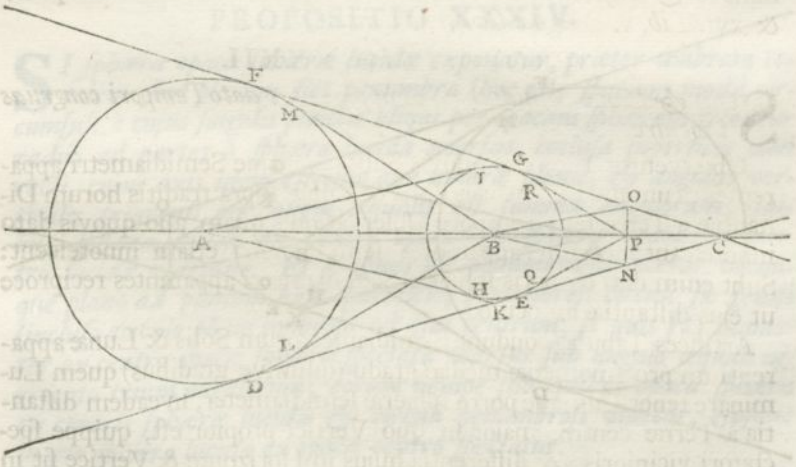
PROPOSITIO XXXIII.

SI ſphæra opaca lucidæ ſphæræ exponatur, fiet umbra totalis ſive plena (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi ad quod nullus lucidæ ſphæræ radius pertingit) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis eſt recta ſphærarum centra conjungens, baſis circulus ſphæræ opacæ partem illuminatam ab obſcura

ſcura diſterminans: & angulus verticalis trianguli per axem eſt proxime æqualis differentiæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus umbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, umbroſi circuli ſic geniti diameter ex centro opacæ ſphæræ videbitur ſub angulo proxime æquali intervallo duorum angulorum; quorum alter eſt aggregatum angulorum ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli umbroſi videtur, alter angulus in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Sint duæ ſphæræ centris A & B, quarum altera eſt lucida altera opaca: jungatur recta AB per quam traducatur planum, cujus communes ſectiones cum ſphæris ſint circuli DF, EG; ducantur rectæ DE, FG binos circulos ad partes eaſdem in D & E, F & G contingentes, & producantur donec cum AB etiam producta concurrant in C. Patet umbram totalem ſive plenam, quam alterutra ſphæra opaca ab altera lucente illuminata projicit, contineri ſub conica ſuperficie deſcripta per rectam DC circa axem AB rotatam; hoc eſt, ſuperficie coni recti cujus axis eſt recta ABC, baſis circulus cujus diameter eſt recta DF vel EG. Superficiei conicæ annumero cylindricam factam cum expoſitæ ſphæræ ſunt æquales.

Ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, & pro-



ducatur AH donec cum CD concurrat in K, & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt AKD, dempto KAB: Sed (propter ſuppoſitam magnam ſphærarum diſtantiam) angulus AKD eſt proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis eſt ABL, dempto KAB. Et ſumendo horum duplos, angulus FCD æqualis eſt angulo MBL, dempto IAH angulo.

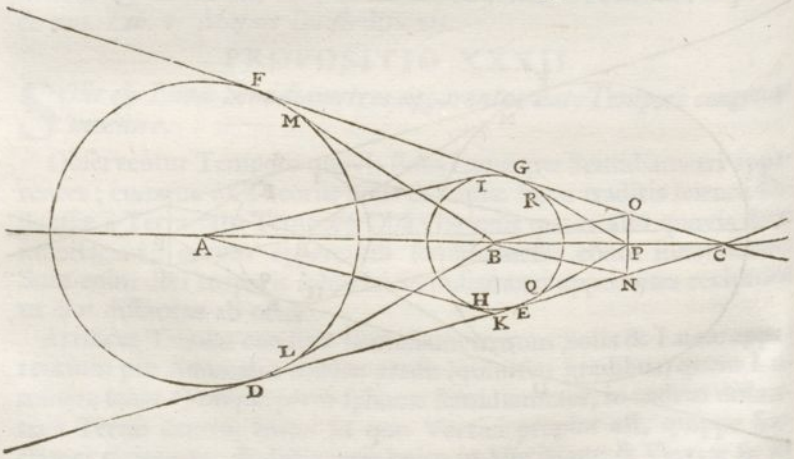
Ponatur alterutra ſphæra, *v.g.* EG opaca, & ſecetur conus umbroſus ECG utcunque plano baſis plano parallelo, fietque (per *Prop.* IV. *Lib.* I. *El. Conic.*) circulus, cujus diameter NO eſt rectæ DF vel EG

parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis eſt BNE, dempto BCN: Sed (ſi BN ſit fere æqualis BP, quod ſuppono) BNE eſt proxime æqualis BPQ, & modo eſt oſtenſum BCN eſſe æqualem ABL, dempto BAH; & igitur PBN æqualis eſt aggregato angulorum BPQ & BAH, dempto ABL angulo. Et ſumendo horum duplos, angulus OBN æqualis eſt aggregato angulorum QPR, HAI, dempto LBM angulo. Q. E. D.

Si EG ponatur ſphæra lucida & DF opaca, eadem obtinere deprehendentur, ſi ON & quæ hinc pendent ducantur ultra ſphæram DF reſpectu B.

SCHOLIUM.

Si ſphæra DF referat Solem; EG Terram, huic accenſendo quicquid ei circumfuſum eſt quod radiorum tranſitum impedit; ECG Umbram Terræ; & NPO partem Orbitæ Lunaris: Erit angulus ABL apparens Semidiameter Solis ex centro Terræ viſi; BAH Parallaxis Solis horizontalis; BPQ Parallaxis horizontalis Lunæ in diſtantia BP; adeoque BCE ſemiangulus verticalis Coni umbroſi æqualis differentiæ Semidiametri apparentis & Parallaxis horizontalis Solis; & PBN Semidiameter ex Terræ centro apparens Umbræ Telluris (ad Lunæ tranſitum) æqualis ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ minutæ Semidiametro apparenti Solis. Et igi-



tur, datis tribus ex hiſce quatuor non latebit quartus: *ex. gr.* hinc Solis Parallaxis, & proinde (per Prop. XLVI. Lib. II.) ejus Diſtantia, æſtimari poterit: Nam Parallaxis Lunæ horizontalis & Solis Semidiametri apparentis, Obſervatione notarum, differentia ſubducta à nota (per Eclipſis Lunæ Obſervationem) Umbræ Terreſtris ad notam Lunæ Diſtantiam Semidiametro apparenti relinquit Solis Parallaxin.

At ſi DF ſit Sol, EG Luna, & NPO portio Diſci Telluris (hoc eſt, plani Circuli in Terra maximi, cui normalis eſt recta Solis & Terræ centra conjungens) in quam Umbra incidit; Umbræ Semidiameter

ex

ex Lunæ centro B videtur ſub angulo PBN æquali ſummæ Semidiametrorum Lunæ ex Solis & Terræ centris apparentium, minutæ Semidiametro apparenti Solis è centro Lunæ viſi. Et quoniam, propter immenſam Diſtantiam Solis à Terra reſpectu Diſtantiæ inter Lunam & Terram, Solis Diameter ex Luna in eodem proxime angulo videtur quo ex Terra, & Lunæ Diameter ex Sole viſa pro nulla quaſi eſt habenda, quippe ſub-quadrupla fere Parallaxis Solis horizontalis; Semidiameter Umbræ Lunæ in Diſcum Telluris exceptæ videtur ex centro Lunæ ſub angulo æquali fere differentiæ angulorum, ſub quibus Solis & Lunæ Semidiametri ex Terræ centro apparent.

Verum, ſi Solis Semidiameter è Terra viſa major ſit Semidiametro Lunæ ſpectatâ ex eadem, apparens Semidiameter Umbræ (cum ſit æqualis minori poſt demptam majorem) negativa evadit; hoc eſt, poſt terminatam finitamque Umbram in Coni apice, circellus factus ex ſectione Coni, Umbroſo Cono ad verticem poſiti, ex Luna videtur ſub angulo æquali differentiæ angulorum, in quibus Sol & Luna ex Terræ centro apparent. Circellus autem hic circelli Umbroſi locum tenet: eſt enim totius circuli penumbroſi maxime obſcurus, & (Umbræ plenæ inſtar) æqualiter obſcurus; cujus nempe puncta ſingula illuſtrantur ab exceſſu Solaris Diſci ſupra Lunarem ex Tellure apparente: Nam præcedentia omnia vera ſunt de ON recta ultra c ducta.

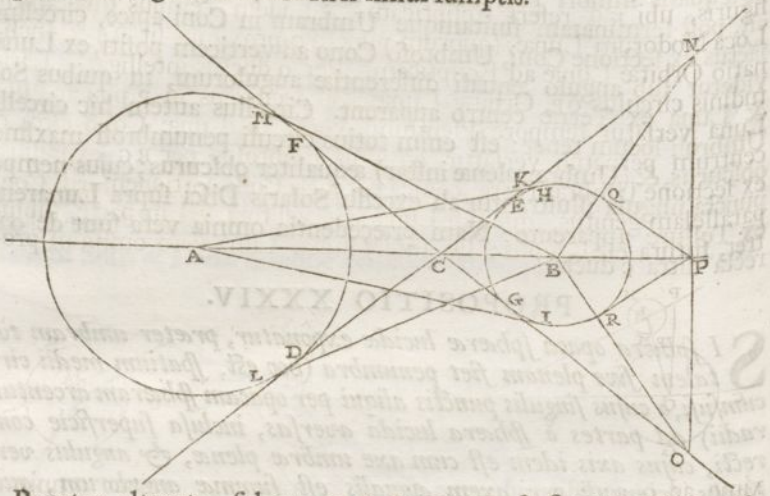
PROPOSITIO XXXIV.

Si ſphæra opaca ſphæræ lucidæ exponatur, præter umbram totalem ſive plenam fiet penumbra (hoc eſt, ſpatium medii circumfuſi, à cujus ſingulis punctis aliqui per opacam ſphæram arcentur radii) ad partes à ſphæra lucida averſas, incluſa ſuperficie coni recti, cujus axis idem eſt cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis eſt ſummæ angulorum, quibus ſphæra lucida ex centro opacæ & ſphæra opaca ex centro lucidæ videntur. Et ſi conus hic penumbroſus ſecetur utcunque plano ad planum baſis parallelo, penumbroſi circuli ſic geniti (incluſo circulo plene umbroſo ad ejus centrum, ſi quis ſit) diameter ex centro opacæ ſphæræ ſpectata videtur ſub angulo æquali aggregato trium angulorum; eorum nempe ſub quibus opaca ſphæra ex centris ſphæræ lucidæ & circuli penumbroſi videtur, ejuſque in quo ſphæra lucida ex opacæ centro ſpectatur.

Reliquis manentibus ut in præc. ducantur rectæ DE, FG circulos ad partes alternas contingentes, ſe mutuo in rectæ AB puncto c decuſſantes. Patet præter umbram totalem projici etiam circa hanc penumbram in partes à lucida ſphæra averſas, quia ſpatium omne intra ſuperficiem conicam, genitam à recta DE ultra ſphæram opacam producta circa axem AB rotata, tale eſt ut ab ejus ſingulis punctis quidam ſphæræ lucidæ radii arceantur per interpoſitionem opacæ; & ideo non tantum illuſtratur atque reliquum huic ſpatio conico circumfuſum, à quo nulli arcentur. Et ſpatii hujus

partes viciniores ipſi umbræ plenæ (in ejus meditullio poſitæ, à quo omnes arcentur radii à lucida ſphæra manantes) obſcuriores ſunt quam remotiores; quippe radiis à minore lucidæ ſphæræ parte provenientibus illuſtratæ: Superficies autem penumbram circumſcribens eſt coni recti, cujus axis eſt recta AB ultra ſphæram opacam protenſa, baſis vero circulus diametro DF vel EG deſcriptus.

Eodem prorſus modo quo in præc. ex A ducantur rectæ circulum GE contingentes in H & I, quarum AH cum ipſa DE producta concurrat in K; & ex B ducantur rectæ tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus ACD æqualis eſt AKD & BAK ſimul: Sed AKD eſt proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis eſt ABL & BAH ſimul. Et ſumendo horum duplos, angulus FCD æqualis eſt angulis MBL & IAH ſimul ſumptis.



Ponatur alterutra ſphæra, *v. g.* EG opaca, & ſecetur conus penumbroſus plano baſis plano parallelo, fietque circulus cujus diameter NO eſt rectæ DF vel EG parallela, cujuſque centrum P eſt in axe coni; ex quo ducantur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rectæ BO, BN. Per *Prop.* XXXII. *El.* I. angulus PBN æqualis eſt BNC & BCN ſimul ſumptis: Sed (ſi BN ſit fere æqualis BP, quod ſuppono) BNC eſt proxime æqualis BPQ, & modo oſtenſum eſt BCN eſſe æqualem ABL & BAH ſimul ſumptis; & igitur PBN æqualis eſt aggregato trium angulorum BPQ, BAH & ABL. Et ſumendo horum duplos, angulus OBN æqualis eſt aggregato trium angulorum QPR, HAI & LBM.

SCHOLIUM.

Si ſphæra DF referat Solem, EG Terram, & NPO partem Orbitæ Lunaris; Penumbræ Semidiameter ex centro Terræ viſa æqualis eſt ſummæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ auctæ Semidiametro apparenti Solis.

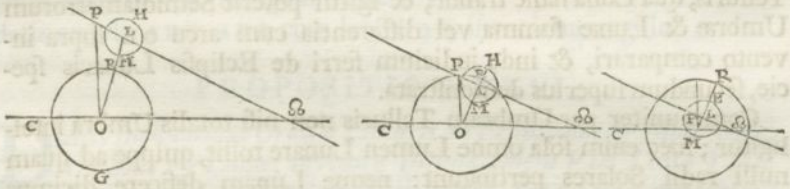
At ſi ſphæra DF referat Solem, EG Lunam, NPO portionem Diſci Telluris in quam Penumbra incidit; Penumbræ Semidiameter ex Lunæ centro videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum appa-

apparentium Lunæ ex centris Solis & Terræ, & Semidiametri apparentis Solis ex centro Lunæ: & proinde, propter rationes in Schol. Prop. præc. allatas, in angulo proxime æquali aggregato Semidiametrorum Luminarium ex Terræ centro visarum.

PROPOSITIO XXXV.

NUm dati Mensis Plenilunium futurum sit Ecliptico determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem (hoc est, sitne Partialis aut Totalis, cum aut sine Mora) definire.

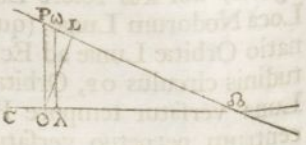
Inveniatur per Prop. XXXI. Plenilunii veri dato Mense contingentis Tempus, ad quod (per Prop. XVIII. Lib. II.) quæratur Locus Solis, dabiturque proinde punctum huic oppositum: Sit illud o in annexis figuris, ubi K☊ refert Ecliptica. Ad idem Tempus quærantur Loca Nodorum Lunæ, (quorum puncto o proximus sit ☊,) & Inclinatio Orbitæ Lunæ ad Ecliptica. Per o ductus intelligatur Latitudinis circulus OP, Orbitæ Lunæ ☊P occurrens in P puncto, ubi Luna versatur tempore Plenilunii veri. In Lunæ Cœlo circa o centrum perpetuo versatur circulus umbrosus per RG expressus, ex sectione Umbræ Terræ conica per dicti Cœli portionem basi Coni parallelam genitus, quem si Luna MH, vel tota vel in parte, subintret, futura est Eclipsis; sin aliter, nulla. Luna vero omnium pro-



xime ad o accedit, adeoque si in Umbram immergitur omnium maxime in Umbram immergitur, cum ejus centrum punctum L tenet, quod arcus circuli maximi OL in Viam Lunæ perpendicularis ostendit: punctum enim L propius ad o accedit quam aliud quodvis Viæ Lunaris punctum. Patet vero si OL arcus excedit OR & LM Semidiametros Umbræ & Lunæ simul sumptas, (ut in fig. 1.) Lunam ab Umbra illibatam in Via sua ☊P promoveri. Si OL ipsi dictarum Semidiametrorum summæ æqualis fuerit, Luna Umbram continget quidem, nec tamen illam subintrabit aut deficiet. Si arcus OL minor sit aggregato Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, major tamen quam illarum intervallum, (ut in fig. 2.) Luna deficiet; Defectus tamen non erit Totalis, sed Partialis tot Digitorum quot Unciæ Diametri Lunaris Disci in Umbram immerguntur. Si vero prædictus arcus OL ipsi dictarum Semidiametrorum intervallo æquetur, Defectus Totalis quidem erit, at sine Mora: Quamprimum enim Luna tota in Umbram immergitur, Lunari Disco circulum Umbrosum interius contingente, Luna ulterius paululum progressa denuo emergere statim incipiet. Quod si OL arcus minor sit quam prædictum Semidiametrorum Umbræ & Lunæ intervallum,

tervallum, tum integra Luna in Umbram immergetur, aliquâ Umbræ parte ultra Lunam protensa, (ut in fig. 3;) unde non solum Totalis erit Lunæ Defectus, sed aliquandiu durabit; hoc est, erit Totalis cum Mora, majori quidem aut minore pro arcûs OL magnitudine, Umbræ crassitie Lunæque velocitate.

Quomodo vero arcus OL sit inveniendus, sic patet: In triangulo sphærico ☊OP, rectangulo ad O, datur ☊O distantia Nodi à puncto Soli opposito, angulus ad ☊ Inclinatio Viæ Lunaris ad Ecliptica tempore Conjunctionis, unde invenientur angulus ad P & latus OP. Rursus, in triangulo POL præter rectum ad L dantur modo inventa latus & angulus, unde OL & PL eruentur. Promptissime autem invenitur OL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini ad argumentum Latitudinis æquale ipsi ☊O: Nam posito ☊ω æquali ☊O, patet ωλ arcum ad Eclipticam perpendicularem æqualem esse arcui OL; in triangulis etenim OL☊, ωλ☊ communem angulum ad ☊ habentibus omnia sunt æqualia. Porro, ad Tempus Plenilunii supra inventum datur (per Prop. XXXII.) Lunæ Semidiameter apparens, & (per Schol. Prop. XXXIII.) apparens Semidiameter Umbræ Telluris, qua Luna hanc transit; & igitur poterit Semidiametrorum Umbræ & Lunæ summa vel differentia cum arcu OL supra invento comparari, & inde judicium ferri de Eclipsis Lunaris specie, secundum superius demonstrata.



Communiter per Umbram Telluris non nisi totalis Umbra intelligitur; hæc enim sola omne Lumen Lunare tollit, quippe ad quam nulli radii Solares pertingunt: neque Lunam deficere dicimus nos Terricolæ, nisi istud accidat. Luna autem revera deficere incipit quamprimum Telluris Penumbram ingreditur, quippe quæ minus in hoc casu illustratur, opacâ Terrâ quodam Solis radios ab illa arcente. Sed & ipsius Penumbræ Terrestris effectus in Lunam nobis Terricolis manifesti sunt: inde enim fit quod Luna jamjam defectura prius hebetetur & palleat, præsertim in parte qua vicina est Umbræ. Nam (ut Prop. XVIII. Lib. I. explicatum est) priusquam totus Sol tegatur alicui parti Lunæ, hoc est, priusquam Luna totalem Umbram attingat, pars Solis ab ipsa per Terram intercipitur, & Solis pars major ab ejus Limbo Umbræ totali propiori: totus autem Sol clarius Lunam illustrat quam pars, & pars major clarius quam minor. Si igitur de hujusmodi Eclipsi Lunæ sermo sit, loco Umbræ totalis Terræ (de qua sola superius dictum) sumenda est Penumbra, cujus Semidiameter per Schol. Prop. XXXIV. innotescet.

COROLLARIUM.

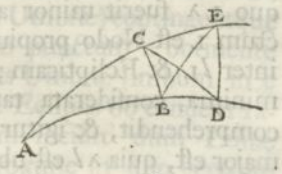
Hinc *Termini* qui vocantur *Ecliptici* pro Luna definientur. Si enim OL minor fit quam summa Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, aliqualis saltem erit Eclipsis. In triangulo igitur ☊LO datis præter rectum

rectum ad L angulo L☊O & latere OL, dictæ Semidiametrorum ſummæ æquali, invenietur latus ☊O, diſtantia nempe Lunæ à Nodo in Ecliptica computata; quâ obtinente, tempore Plenilunii veri, Luna illibato lumine Umbram præteribit: ſi vero dicto Plenilunii momento, Lunæ diſtantia à Nodo minor ſit quam ſupra inventus ☊O arcus; Luna Eclipſin patietur aliqualem: Ob parvitatem vero anguli ad ☊ & laterum trianguli ☊OP, OP parvo admodum intervallo differt ab OL; & igitur Termini Ecliptici ii tuto conſtituentur, quando Tempore Plenilunii veri Lunæ Latitudo eſt æqualis ſummæ Semidiametrorum Lunæ & Umbræ.

LEMMA.

Datis in ſuperficie ſphæræ arcubus BC, DE *circulorum maximorum, qui in datis angulis inſiſtunt ſuper* ABD *circulum etiam maximum, una cum arcu* BD, *invenire angulum* A, *quem circulus maximus per* C *&* E *tranſactus comprehendit cum* BD.

Ducantur circuli maximi BE, CD. In triangulo CBD datis lateribus CB, BD cum angulo interjecto CBD, dantur latus CD anguluſque CDB: Sed datur angulus BDE; ergo & CDE notus erit. In triangulo porro CDE datis lateribus CD, DE cum angulo CDE, innoteſcet & CED angulus. In triangulo tandem ADE datis angulis ADE, AED cum latere DE, invenietur angulus A.



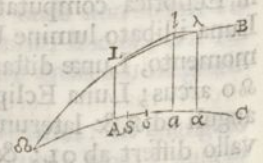
PROPOSITIO XXXVI.

Datis Inclinatione Orbitæ Lunaris ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lunæ, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circulum, datæ Lunæ diſtantiæ à Nodo competentem.

In præcedentibus oſtenſum eſt quomodo Viæ Lunæ abſolutæ, ſive Orbitæ, Inclinatio ad Eclipticam ad datum Tempus reperiatur. Verum in Luminarium Defectibus ſupputandis ſcire oportet Viam quam tenet Luna à Sole eive oppoſito puncto, quomodo nempe hæc ad Eclipticam inclinatur; & Lunæ Motus conſideratur qui à Sole fit, quaſi Sol ipſe immotus conſiſteret, aut potius quaſi Sol poſt aliquem motum in priſtinum locum retraheretur, unaque Luna tantundem, per rectas parallelas. In hoc caſu patet Viam, quam Luna à Sole in ſenſu jam explicato ingreditur, aliam eſſe à Via Lunæ abſoluta, aliterque ad Eclipticam inclinari.

Ad hanc Inclinationem exquirendam referat s c Eclipticam, LB Viam Lunæ abſolutam, ☊ Nodum. Sit s Sol aliudve quodvis Eclipticæ punctum, datam habens à Sole diſtantiam; L Locus Lunæ, cujus Latitudo LA. In temporis parte ſatis parva (Hora *e.g.* aut binis Horis) motus intelligatur Sol ab s ad σ, & Luna ab L ad λ. Retrahi jam ſuppo-

natur Sol ab ♈ ad s, simulque tantundem Luna, nempe ab λ ad *l* per rectam λ*l* parallelam & æqualem ♈ s; junctus intelligatur arcus L*l*, qui erit Via quam Luna à Sole mota percurrit, licet ejus Via absoluta sit circulus LB. Ad determinandam Viam hanc L*l*, dantur LA Latitudo puncti L in vera Lunæ Via dati, & *la* Latitudo puncti *l* eadem cum λα Latitudine puncti λ in vera absolutaque Lunari Via LB etiam dati, cum detur ejus distantia λL à dato L, Via nempe Lunæ dato tempore percursa: datur etiam Λ*a* differentia Longitudinum, nempe excessus datæ Λα supra *a*α vel s♈; dabunturque proinde (per præc. Lem.) angulus inter L*l* Viam Lunæ à Sole & Eclipticam, & angulus L*la* inter dictam Viam & Latitudinis circulum *a l* comprehensus. Q. E. F.



COROLLARIUM.

Quo minor est Motus Lunæ à Sole, eo (cæteris paribus) angulus inter Eclipticam & *l*L major est; nam, λ*l* eâdem manente, patet quo Lλ fuerit minor angulum λL*l* esse majorem: Et quo punctum L est Nodo propius, eo (cæteris paribus) major erit angulus inter *l*L & Eclipticam; nam quo L est propius ad ☊, λL portio minima, considerata tanquam recta, majorem angulum cum ☊c comprehendit, & igitur à fortiori *l*L: Sed & angulus *l*λL etiam major est, quia λ*l* est ubique ad ☊c parallela.

SCHOLIUM.

Artifices Tabulas condunt angulorum horum, quos Via Lunæ à Sole cum Ecliptica comprehendit, pro vario tum Lunæ à Sole Motu horario, tum Lunæ à Nodo distantia, ut Lunæ per Telluris Umbram, Umbræve Lunaris per Telluris discum, Via prompte & facile determinetur. Tabulas hasce supputant ad singula gradûs scrupula prima excessûs Lunaris Motûs supra Solarem in Horæ spatio: Sed cum in Eclipsibus præcipue inserviant, harum Tabulæ ad distantiam à Nodo tantum producuntur, in qua Luna versans in Umbram Terræ incurrere potest, aut Umbram suam in aliquam Telluris partem projicere.

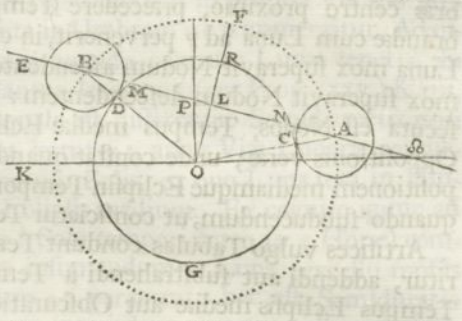
PROPOSITIO XXXVII.

MEdiæ Eclipsis Lunaris dato Mense contingentis Tempus determinare.

Referat ut prius ☊K Eclipticam; ☊E Viam Lunæ à Sole per præc. inventam pro Eclipsi Media, (si libet hanc habere, quasi obtineret toto Eclipsis tempore, quod tuto satis fit; alias licebit exactius procedere Viam hanc Lunæ à Sole sæpius quærendo;) ☊ Nodum hujus proximum; DRCG Umbræ Telluris sectionem circularem à Cœlo Lunari factam, in quam Luna deficiens incurrit, cujus centrum sive potius polus o. Eodem polo describatur alter circulus AFB umbroso circulo exterior, ita ut distantia AC inter horum circumferentias æquetur Semidiametro Lunæ apparenti.

Circuli

Circuli hi occurrant Viæ Lunari in M, N, A, B. Si ☊E non secat circulum AFB, nulla erit Eclipsis per præc. Ducti intelligantur arcus circulorum maximorum OA, OB circulo DCG in C & D occurrentes; item circulus Latitudinis OP Viæ Lunæ in P occurrens, ut prius. Si per O ducatur ORF arcus circuli maximi perpendicularis ad circulum ☊E, illi in L occurrens; erunt (ex *Element. Sphæric.*) arcus LB, LA, item LM, LN æquales. Adeoque Luna (quam Eclipsis tempore æquabiliter moveri supponimus) tantum temporis insumit pergendo ab A ad L quantum ab L ad B. Centris sive polis A, B, distantiis AC, AD descripti intelligantur circuli, qui Lunam rite referent (cum AC sit ad OC ut Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Umbræ) contingentque circulum DCG, puta in C & D. Lunæ centro punctum A obtinente Eclipsis Lunæ incipit, (quippe Lunæ limbus Umbræ limbum in C attingit,) & centro hoc ad B progressō finitur Eclipsis ob eandem rationem; & igitur Eclipsis istius Medium incidit dum Lunæ centrum punctum L tenet, idem nempe proxime in quo versante centro Lunam omnium maxime in Umbram immergi Prop. præc. ostensum est. Similiterque ostendemus Tempus, quo Lunæ centrum punctum L attingit, in Eclipsibus totalibus esse medium Obscurationis totalis, quando integra Luna in Umbram immergitur; ut verbo dicam, esse medium transitûs centri Lunæ ab N ad M, quia NL æqualis LM. Nodi Locus & Limitum Inclinatio pro immutatis habentur, non solum propter parvitatem temporis quo Eclipsis durat, sed quod Nodis in Syzygiis cum Sole versantibus hæc vere immutata manent, per Propp. XIV & XV. Problema igitur huc redit, ut determinetur Temporis punctum cum Lunæ centrum in L reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Oppositionis, hoc est, tempus quando centrum Umbræ erit in O, & Luna in P; nisi hæc duo coincidant, quod fit cum tempore veræ Oppositionis Sol Nodorum Lunarium alterutrum tenet, quo casu OL, PL & OP evanescunt: In præc. autem inventa est per resolutionem triangulorum ☊OP, OLP magnitudo arcûs LP. Inveniendum igitur est tempus requisitum ut Luna percurrat PL, & quidem non PL simpliciter, sed PL ultra Solis Motum in Ecliptica; (nam interea dum Luna transit à vera Oppositione ad punctum suæ Orbitæ centro Umbræ proximum, vel ab hoc ad illam, Sol eique proinde Oppositum punctum, Umbræ centrum, in Ecliptica procedit;) quod fit inveniendo Motus horarios Solis & Lunæ tempori Eclipsis congruos, & inde horum differentiam, Lunæ à Sole Motum horarium tempori Eclipsis



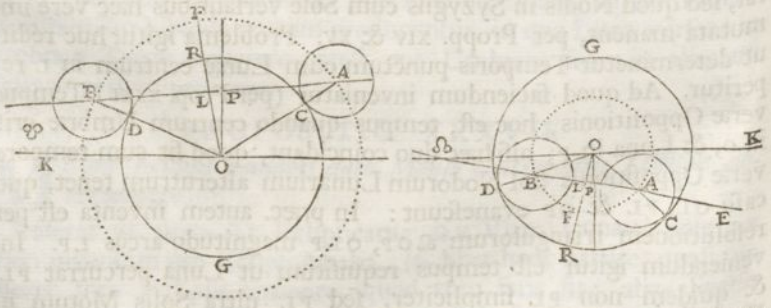
competentem, ut in Prop. XXXI; unde per analogiam invenietur tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur per arcum cognitum LP. Ex figurarum respectivis casibus adaptatarum inspectione patet tempus, quo Lunæ centrum est in L puncto Umbræ centro proximo, præcedere Tempus Oppositionis veræ celebrandæ cum Luna ad P pervenerit, in casu præsente; hoc est, cum Luna mox superavit Nodum ascendentem, quod obtinet etiam cum mox superavit Nodum descendentem: Sed cum Luna nondum assecuta est Nodos, Tempus mediæ Eclipsis posterius esse Tempore Oppositionis veræ; unde constat quando Tempus inter veram Oppositionem mediamque Eclipsin Tempori Oppositionis addendum sit quando subducendum, ut conficiatur Tempus mediæ Eclipsis.

Artifices vulgo Tabulas condunt Temporis, quo LP arcus percurritur, addendi aut substrahendi à Tempore Syzygiæ veræ, ut fiat Tempus Eclipsis mediæ aut Obscurationis maximæ. Tempus hoc varium est pro varia Motûs Lunæ à Sole velocitate & varia distantia à Nodo. Tabulas hasce, ut prius illas de quibus Schol. Prop. XXXVI, ad singulos gradus Terminorum Eclipticorum producunt.

PROPOSITIO XXXVIII.

TEmpus Initii & Finis Eclipsis Lunæ dato Mense contingentis, item Immersionis totalis Lunæ in Umbram determinare; indeque Durationem tam integræ Eclipsis quam totalium Tenebrarum definire.

Iisdem positis quæ in præcedente, nisi quod in schemate I. Luna deficiens versus Nodum descendentem vergere ponatur, patet Eclipsin incipere cum centrum Lunæ est in A, Lunæ limbo Umbræ limbum ad c (per *Prop.* IV. *Lib.* II. *Theod.*) contingente. In triangulo igitur ALO rectangulo ad L dantur præter rectum hypothenusa OA, summa nempe Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, & OL distantia



minima centri Umbræ à centro Lunæ Prop. XXXV. inventa; invenietur igitur arcus AL, adeoque Tempus requisitum ut Luna hunc (excessu motûs sui supra Solis motum) percurrat; hoc est, Semidurationis integræ Eclipsis. Sed ex præc. notum est Tempus mediæ Eclipsis; innotescent igitur ejus Initium & Finis.

Ad determinandum Initium totalis Immersionis Lunæ in Umbram

bram Terræ, reliquis manentibus ut ſupra, ſit in ſchemate 2, ubi Defectus Lunæ incidit dum Luna ad Nodum aſcendentem appropinquat, circulus AFB circulo umbroſo CDG interior; circulus centro A, diſtantiâ AC deſcriptus (per *Prop.* III. *Lib.* II. *Theod.*) tanget CGD interius, adeoque rite Lunam repræſentabit in propria Via E♌ progredientem, cum primum tota in Umbram GCD immergitur. Ad inveniendum Temporis punctum quando centrum Lunæ tenet A, in triangulo rectangulo ALO dantur latera OL (per Prop. XXXV.) & OA, quod per conſtructionem æquale eſt differentiæ Semidiametrorum Umbræ & Lunæ; innoteſcet igitur AL arcus Viæ Lunaris percurrendus motu Lunæ ſupra motum Solis, ex quo Luna tota in Umbram immergitur ad uſque Eclipſis medium. Ex cognito igitur ad Eclipſis tempus motu Lunæ à Sole tempori certo (*v. g.* Horæ) competenti, cognoſcetur tempus inſumendum ut Luna (exceſſu motûs ſui ſupra motum Solis) arcum AL percurrat; hoc eſt, Semiduratio totalium Tenebrarum. Sed per præcedentem notum eſt mediæ Eclipſis momentum, unde Initium & Finis totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ innoteſcent. Q. E. F.

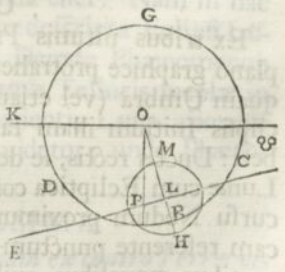
Scholium.

In reſolutione trigonometrica triangulorum OLP, ALO, BLO, ut & figurarum Lλλ, ALλα, in Prop. præc. poterunt illa pro rectilineis haberi (quod & communiter fit) ob parvitatem laterum: tantilla enim ſuperficiei ſphæricæ portio tuto poteſt cenſeri plana.

PROPOSITIO XXXIX.

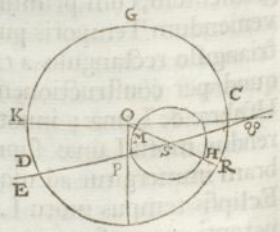
Quantitatem Eclipſis dato Menſe contingentis, tam in ejus medio, quam alio quovis dato Tempore definire.

Iiſdem poſitis, in annexo ſchemate Defectum Lunæ referente contingentem paulo poſt ſuperatum Nodum deſcendentem, invenienda eſt Quantitas Eclipſis mediæ partialis. Lunæ Diſcus Defectu medio centro L (jam ſæpius determinato) deſcriptus ſecet OR rectam in M. Cum igitur detur (in partibus circuli maximi in Sphæra Cœleſti) OR Semidiameter Umbræ, & Prop. XXXV. inventus ſit OL arcus, diſtantia minima centri Lunæ à centro Umbræ in partibus iiſdem; dabitur (per 4. *Dat.*) horum arcuum differentia LR: Sed datur LM Lunæ Semidiameter; unde (per 3. *Dat.*) MR horum ſumma data eſt in iiſdem; ejuſque ideo (per 1. *Dat.*) ratio ad integram Lunæ Diametrum MH, in partibus circuli itidem notam, etiam data eſt: & MR eſt pars Diametri Lunaris Eclipſi mediâ obſcurata; datur igitur ratio Diametri partis obſcuratæ ad integram; ergo & numerus Unciarum Unciæque partium Diametri obſcuratæ.



Non abſimiliter Eclipſis Quantitas ad datum Tempus ante vel

poſt Plenilunium verum viſa invenietur. Ex invento per methodum ſupra indicatam motu Lunæ à Sole horario, determinabitur arcus quo Luna diſtat à punctο P, ubi Plenilunium verum celebratur: Sit hic PS; ideoque centri Lunæ Locus ad Tempus datum eſt S. Jungatur arcus OS Lunæ Diſco in M & H, circuloque CDG in R occurrens. In triangulo ☋OP dantur præter rectum ad O latus ☋O anguluſque O☋P; unde invenientur latus OP (jam ſupra definitum) & angulus OP☋. In triangulo rurſus OPS dantur duo latera PO, PS & angulus interjectus OPS; unde dabitur etiam OS arcus, & proinde hujus notique arcûs SM differentia OM: Sed datur OR, & proinde ipſarum OR, OM differentia MR data eſt; omnes nempe in partibus circuli, ut ſupra: adeoque, ut in caſu priori, Quantitas Eclipſis in Unciis Diametri & Unciæ partibus expreſſa.



Si MR excedat Diametrum Lunæ integram (quem caſum ſchema annexum refert) Eclipſis dicitur tot Digitorum quot Diametri Lunæ Uncias MR continet; abuſive quidem & improprie, cum proprie loquendo Luna deficere nequeat pluribus Digitis quam ipſa habet in ſua Diametro; MR autem conflatur ex Lunæ Semidiametro MS & SR diſtantia minima Centri S ab Umbræ margine CDG, quæ (per *Elem. Sphæric.*) circuli maximi centra O & S conjungentis arcus eſt.

COROLLARIUM I.

Hinc facile determinabuntur Telluris Loca, ex quibus Eclipſis Lunaris data Phaſis ſpectari poteſt. Cum enim ad iſtam Phaſin deficientis Lunæ locus ex Prop. hac detur, & hora in dato Loco Telluris; dabitur (per Coroll. XXXVI. Lib. II.) Locus Terræ, cui Luna tum eſt in vertice. Omniaque Loca, quæ hinc abſunt minus quadrante circuli, hanc videbunt; quæ magis, non videbunt; quæ ipſo quadrante, in Horizonte videbunt.

COROLLARIUM 2.

Ex tribus ultimis Propoſitionibus Schema Eclipſis Lunaris in plano graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli Lunaris pars, quam Umbra (vel etiam Penumbra) Terræ una cum Luna ad Eclipſis Initium illam tangente occupat, pro plano tuto poſſit haberi: Ductis rectis, ſe decuſſantibus in angulo æquali illi quem Via Lunæ cum Ecliptica comprehendit, Circulos iſtos, earumque concurſu Nodum proximum referentibus; ſumatur in recta Ecliptica referente punctum à communi rectarum concurſu diſtans tot partibus æqualibus quibuſvis quot partibus circuli (*v. g.* ſcrupulis) Centrum Umbræ ſive punctum Soli oppoſitum diſtat à Nodo; centro hoc deſcribatur Circulus Terræ Umbram referens, hujus Semidiametrum tot prius aſſumptarum æqualium partium faciendo quot ſcrupulorum in Cœlo Umbræ Semidiameter revera occupat; ex hoc centro ducendo rectas tam ad Eclipticam quam ad Viam Lunarem

narem normales, ſignabuntur in Via Lunari puncta veri Plenilunii mediæque Eclipſis. Quod ſi eodem centro, extra intraque circulum hunc umbroſum, alii duo ducantur à priori diſtantes ſpatio tot prius aſſumptarum æqualium partium, quot prædictorum ſcrupulorum Lunæ Semidiameter apparens conſtat; horum circulorum interſectiones cum recta Viam Lunæ referente oſtendent in Schemate puncta, in quibus Lunæ centrum verſatur ad Initium & Finem Eclipſis totaliſque Obſcurationis. Cum porro Motus horarius Lunæ à Sole & Horarum in dato Loco numerus tempore veri Plenilunii, ut & incipientis, mediæ & finientis Eclipſis, ex præcedentibus dentur; recta Lunarem Viam repræſentans dividetur in partes æquales, quæ numeris inſignientur Horas denotantibus, in data habitatione numeratas, quibus Luna puncta Cœli homologa tenet. Et Lunæ deficientis Phaſis, quolibet tempore contingens, oculo commodiſſime ſubjicietur, ſi puncto in Via Lunari, numero Temporis dati inſignito, tanquam centro & intervallo Semidiametrum Lunæ apparentem referente deſcribatur circulus: hic, quâ parte intra circulum Umbram referentem cadit, repræſentabit Lunæ partem deficientem; quâ vero extra illum prominet (ſi modo prominet) partem illuſtratam oſtendet: adeoque Digiti Ecliptici per ſe patent, ut & ratio inter integrum Lunæ Diſcum & partem ejus lucidam (ſi qua eſt) nempe differentiam inter duo ſegmenta datorum circulorum, quæ ex circuli dimenſione innoteſcit.

SECTIO VIII.

De Eclipſi Solis.

Hactenus de Lunari Eclipſi dictum: Supereſt ut de Solari etiam agamus. Ac prius quidem hanc univerſaliter tractabimus, Umbramque Lunarem in Terram incidentem conſiderabimus, quomodo vere proprieque Eclipſis Terræ dicenda eſſet: Nam in hac Terra eaſdem vices gerit quas Luna in ſupra deſcripta Eclipſi Lunari, Lunaque eaſdem hic quas illic Terra. Deinde Phænomenon hocce Eclipſis Terræ conſiderabimus, quatenus Telluris incolæ in Lunari Umbra immerſo, Cœlumque ſuſpicienti, Luna aliquam Solis partem tegit, & quâ Sol ideo deficere videtur; unde Phænomeno huic Solis Defectûs nomen eſt inditum.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

SI Diſtantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ viſa ſit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Diſtantiam inter Terræ centrum centrumque Umbræ Lunaris in Terræ Diſcum exceptæ, viſam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Lunæ Cœlo occurrit: & proportionaliter ſi Diſtantia Solis & Lunæ major ſit vel minor.

Sit Terræ centrum T, Solis S, TS recta conjungens centra Solis &

& Terræ, normalis ad Discum Terræ DT, Cœlo Lunæ in M occurrens. Sit ☊L Orbita Lunæ, in qua L Luna; ☊M Ecliptica; LM Distantia ex T apparens inter Solem & Lunam, Lunæ Parallaxi horizontali æqualis. Juncta SL producatur donec Terræ Disco DT occurrat in V, ubi centrum Umbræ Lunaris in Discum Terræ exceptæ versatur. Dico angulum TMV æqualem esse STL Distantiæ apparenti Solis & Lunæ & Parallaxi Solis horizontali simul. Ducatur LR parallela MT, & jungatur MR. Quoniam angulus TMV æqualis est angulis TMR & RMV simul sumptis, angulus autem TMR (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) æqualis LRM, hoc est (ob viciniam punctorum R & T) LTM, & RMV (ob eandem rationem) ipsi RLV, sive (per *Prop.* XXIX. *El.* I.) LSM æqualis; erit TMV æqualis angulis LTM & LSM simul sumptis. Porro, quia angulus LTM supponitur Parallaxi Lunæ horizontali æqualis, & L Luna; erit Distantia punctorum L & M Semidiametro Terræ æqualis; (Parallaxis enim Lunæ horizontalis est angulus in quo Terræ Semidiameter videtur ad distantiam æqualem distantiæ Terræ & Lunæ:) adeoque LSM angulus est proxime horizontalis Solis Parallaxis, (angulus nimirum in quo apparet Terræ Semidiameter ad distantiam Solis & Terræ, hoc est, fere ad distantiam Solis & Lunæ,) & angulus LTM est Solis & Lunæ Distantia ex centro Terræ visa. Et igitur angulus TMV æquatur Distantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro visæ & Solis Parallaxi horizontali simul sumptis.



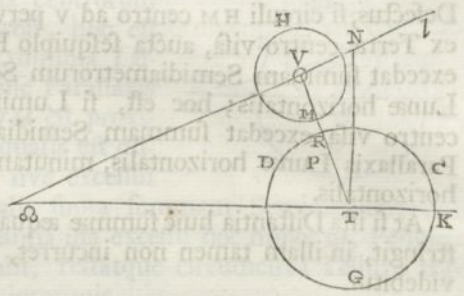
Eodemque modo si arcus LM sit semissis, sesquialter aut duplus Parallaxis Lunæ horizontalis; erit angulus TMV æqualis LTM & semissi, sesquiplæ aut duplæ Parallaxi Solis horizontali. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

NUm dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum, hoc est, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem definire.

Referat DCG Tellurem, in qua Poli revolutionis diurnæ sunt P punctumque huic oppositum latens. Hemisphærium in Schemate conspicuum idem sit cum illo à Sole illustrato; adeoque DCG circulus, cujus centrum T, Hemisphærium illuminatum ab obscuro disterminans, cujus planum est Terræ Discus. In planum Disci Telluris DCG excepta intelligatur Umbra Lunæ à Sole facta: erit hæc sic excepta formâ circulari, puta HM, cujus centrum V; quia conus penumbrosus est rectus, ejusque axis ad planum Disci perpendicularis fere: nam de casu quo V à T non multum distat nos tantum loquimur, cum in hoc solo Lunæ Umbra Terram attingere possit,

poſſit; hoc eſt, Solis aliqualis Eclipſis fieri. In hujus centro circellus eſt totaliter umbroſus, ſi Lunæ Umbra totalis hucuſque porrigitur: reliqua circumcirca corona eſt pene umbroſa, cujus partes circello prædicto propiores obſcuriores ſunt, per Prop. XXXIV. Patet quod, ſi Penumbra Tellurem non tangat, nulla futura eſt Eclipſis per univerſam Terram: Sin aliqua Telluris pars Penumbræ immergatur, ea aliqualem (proprie loquendo ſicut prius de Luna) patietur Eclipſin; ſive tractûs iſtius incolis Sol ob interpoſitam Lunam deficere videbitur. Patet autem Umbram in Terram incurrere, ſi circulus HM circulum DCG ſecet; alias non incurrere, cum circulus DCG ſit Telluris maximus.

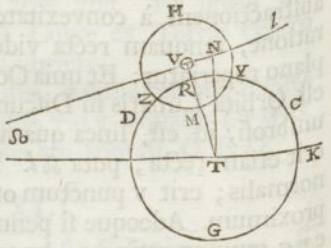


Ut autem dignoſcatur an in dati Menſis Novilunio circulus HM circulum DCG ſecet, concipiatur Telluris Hemiſphærium à Sole illuſtratum & circulum penumbroſum deſuper ſpectari ab Oculo, in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto, ubi Cœlum Lunæ interſecat, conſtituto; quo caſu Hemiſphærium iſtud, licet convexum, quaſi Diſci planum videbitur, ſicut nobis Lunam intuentibus accidit; diſtantiâ Oculi abſtractionem à convexitate naturaliter cauſante. Ecliptica, hâc ratione, tanquam recta videbitur, *v. g.* ♌TK, cum Oculus in ejus plano reperiatur: Et quia Oculus à plano Orbis Lunaris proxime abeſt, Orbita Lunaris in Diſcum excepta, ſive potius Via centri circuli umbroſi, id eſt, linea quam hoc in plano Diſci Telluris deſcribit, erit etiam recta, puta ♌*l*. Ex Terræ centro T ducatur TV in ♌*l* normalis; erit V punctum omnium in ♌*l* punctorum centro Terræ proximum. Adeoque ſi penumbroſus circulus HM Telluris Diſcum CDG omnino attingat, hunc attinget cum ejus centrum eſt in V: in quovis enim alio puncto circuli hi magis inter ſe diſtant. Et ob eandem rationem, ſi HM in CDG incurrat, maxime incurrit cum penumbroſi circuli centrum ad V pervenerit. Patet vero circulum HM circulum DCG non attingere, ſi centro ipſius HM ad V pervento VT excedat TR & VM ſimul ſumptas: Sed (per Prop. præc.) TV Oculo ut ſupra conſtituto apparet in angulo æquali Diſtantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro apparenti, auctæ angulo qui eſt ad Parallaxin Solis horizontalem ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ Parallaxin horizontalem; & TR eidem oculo apparet ſub angulo æquali Parallaxi Lunæ horizontali; & VM (per Schol. Prop. XXXIV.) ab eodem videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum Solis & Lunæ ex Terræ centro apparentium: Si igitur circuli penumbroſi centro ad V pervento Diſtantia Luminarium ex Terræ centro viſa, aucta angulo qui eſt ad horizontalem Solis Parallaxin

ut dicta Luminarium Diſtantia ad Lunæ horizontalem Parallaxin, major fuerit quam aggregatum Parallaxis Lunæ horizontalis & Semidiametrorum Luminarium; patet nullam in quavis Terræ parte futuram Solis Eclipſin. Cumque in Noviluniis, in quibus Eclipſis ſubeſt ſuſpicio, ſive in quibus HM tangit DCG, Diſtantia Luminarium viſa ſeſquialtera eſt Parallaxis Lunæ horizontalis, (nempe TV ſeſquialtera TR,) cum VM aggregatum Semidiametrorum apparentium Luminarium mediocrium ſubdupla quaſi ſit TR mediocris Parallaxis Lunæ horizontalis; nullus erit in tota Terra Solis Defectus, ſi circuli HM centro ad V pervento Diſtantia Luminarium ex Terræ centro viſa, aucta ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis, excedat ſummam Semidiametrorum Solis & Lunæ, & Parallaxis Lunæ horizontalis; hoc eſt, ſi Luminarium Diſtantia ex Terræ centro viſa excedat ſummam Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis, minutam ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis.

At ſi iſta Diſtantia huic ſummæ æqualis fuerit, Penumbra Terram ſtringit, in illam tamen non incurret, nec Sol deficere Terricolæ videbitur.

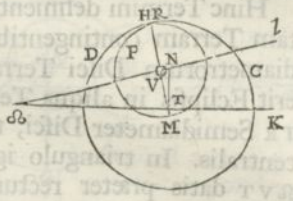
Si vero illa hâc ſit minor, hoc eſt, ſi Penumbræ centro in V verſante, Luminarium Diſtantia ex centro Terræ viſa deficiat à ſumma Semidiametrorum eorundem & Parallaxis Lunæ horizontalis, multata ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis; hoc eſt, ſi TV minor ſit quam TR & VM ſimul, aut circulus HM circulum DCG interſecet, (puta in Y & Z,) & interim ipſe circellus totaliter umbroſus in centro circuli HM aut non omnino contingat, aut tantum contingat DCG circulum; Solis pars deficere videbitur illis, qui illuminatam Hemiſphærii partem ſegmento YRZM circulo utrique communi incumbentem incolunt.



Quoniam vero circelli hujuſce plene umbroſi Semidiameter Oculo ut ſupra conſtituto apparet ſub angulo æquali Semidiametro Lunæ ex Terræ centro apparenti, diminutæ Semidiametro apparenti Solis ex eodem, per Schol. Prop. XXXIII; patet hunc (licet in V poſitum) Diſcum CDG non attingere, ſi Diſtantia Luminarium ex centro Terræ viſa una cum Solis Parallaxi horizontali (TV enim in hoc caſu non multum ſuperat RT) excedat Parallaxin Lunæ horizontalem & exceſſum Semidiametri apparentis Lunæ ſupra Semidiametrum apparentem Solis, vel hiſce ſit æqualis; hoc eſt, ſi dicta Luminarium Diſtantia excedat Semidiametrum & Parallaxin horizontalem Lunæ, demptis Semidiametro & Parallaxi horizontali Solis, vel illis ſit æqualis: At ſi illa ab his deficiat, tum ipſa totalis Umbra Terram delibabit, & totalem Solis Defectum efficiet incolis tractûs Terræ quem involvit; at ſine notabili mora, quia circellus hic parvus admodum eſt, cum Lunæ Diameter

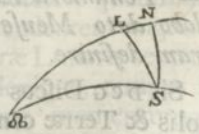
Diameter apparens parum excedat Diametrum apparentem Solis, ideoque communiter pro centro Penumbræ habetur. Immo quandoque circellus hic vere nullus eſt, Solis Diametro Lunæ Diametrum apparentem ſuperante. In utroque autem caſu aliquis Terræ locus totalem (vel centralem, licet non totalem) Solis Eclipſin patitur, cum Penumbræ centro in minima à centro diſtantia verſante, Diſtantia viſa Luminarium æquetur ſummæ Parallaxium horizontalium eorundem, aut ab illa deficiat.

Penumbra autem Lunæ integra Terram obumbrat primum, cum TV Diſtantia minima centrorum Terræ circulique Penumbroſi, hoc eſt (per Prop. præc.) Diſtantia minima Luminarium viſa minuta ſemiſſe Parallaxis Solis horizontalis, (nam VM eſt proxime æqualis ſemiſſi TR,) æqualis eſt differentiæ ipſarum TR, HV, ſive exceſſui Parallaxis Lunæ horizontalis ſupra ſummam Semidiametrorum Luminarium. Quod ſi Diſtantia iſta exceſſu hoc minor fit, Penumbra integra in Terram incidit, reſtatque circumcirca Telluris tractus ab omni Solis Defectu immunis.



Licet Lunæ Umbra Penumbrave in Diſci planum excepta ſit circulus, in ſuperficie Telluris ſphærica (ubi revera excipitur) circumſcribitur lineâ minime circulari, (niſi cum umbroſi coni axis per Telluris centrum extenditur,) immo non in eodem plano jacente; de cujuſmodi Lineis opuſculum Anno 1663 edidit *P. Courſier*, quod & de Umbra Telluris in ſuperficiem Lunæ ſphæricam excepta ſimiliter verum eſt. Verum in Eclipſi Lunæ tractanda non opus erat hujus meminiſſe, quia ejus ſphærica ſuperficies Obſervatori Terricolæ in ipſum Diſcum planum abit. At in Tellure domicilio noſtro res aliter ſe habet: Spectatores enim in Tellure omnes, eodem temporis puncto ejuſdem magnitudinis Solis Eclipſin paſſi, in hujuſmodi Linea jacent. Verum ejus determinatio non eſt hujus loci, nec ad Aſtronomiam proprie pertinet.

Diſtantia vero proxima inter Luminarium centra prope Novilunium ex Terræ centro viſa inveſtiganda eſt eodem prorſus modo, quo diſtantia proxima inter Lunæ Umbræque Terreſtris centra prope Plenilunium Prop. XXXV. inventa eſt; nempe (per Prop. XXXI.) inveniendo Conjunctionis veræ dato Menſe contingentis Tempus, quando ſc. Luna reperitur in N Sole in S verſante, poſito SN Latitudinis circulo, & ad idem Tempus quærendo loca Nodorum Lunæ, quorum ipſi S proximus ſit ☊, ut & Inclinationem Orbitæ Lunaris ad Eclipticam: quo pacto in triangulo ſphærico ☊SN rectangulo ad S dantur ☊S Diſtantia Nodi & Solis, & angulus ☊ Inclinatio Lunaris Orbitæ ad Eclipticam; unde invenientur latus SN anguluſque N. Rurſus, in triangulo SLN (quod propter parvitatem pro rectilineo poteſt haberi) præter rectum



ad L (nam SL ex conſtructione normalis eſt in Orbitam Lunarem, adeoque diſtantia proxima Luminarium, cum nempe Luna in L verſatur) dantur modo inventa latus SN & angulus N; unde SL diſtantia Luminarium minima eruetur, & etiam latus NL uſui poſtea futurum: Promptiſſime autem invenitur arcus SL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini Lunæ cum Latitudinis argumentum æquale eſt arcui ☊S diſtantiæ Solis à Nodo, cujus rationem oſtendimus Prop. XXXV. in caſu conſimili.

COROLLARIUM.

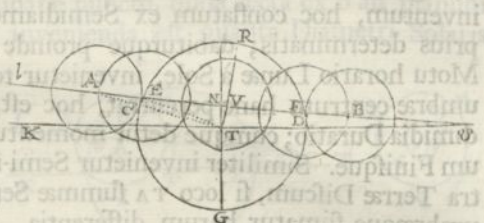
Hinc Termini definientur pro Solis Eclipſibus omnimodis per totam Terram contingentibus. Si enim TV minor ſit ſumma Semidiametrorum Diſci Terræ Penumbræque Lunæ, partialis ſaltem erit Eclipſis in aliqua Telluris parte. Quod ſi TV minor ſit quam TR Semidiameter Diſci, totalis erit alicubi Solis Defectus; ſaltem centralis. In triangulo igitur rectilineo in Terræ Diſco deſcripto ☊VT datis præter rectum ad V angulo V☊T & latere VT, dictæ Semidiametrorum ſummæ æquali, invenietur latus ☊V, Diſtantia nempe centri Penumbræ Lunaris à Nodo proximo ipſiuſve Lunæ à Nodo oppoſito, quâ obtinente Tempore Novilunii veri Lunæ Penumbra Terram pertranſibit, illam minime attingens: Si vero dicto Novilunii momento Lunæ diſtantia à Nodo proximo minor ſit quam ſupra inventus arcus ☊V, Lunæ Penumbra Terræ tractum aliquem involvet, & Sol Eclipſin pati aliqualem videbitur iſtius tractûs incolis. Similiter definientur Termini pro centrali Solis Eclipſi alicubi in Terra contingente, loco ſummæ Semidiametrorum Diſci & Penumbræ ipſam Diſci Semidiametrum ſumendo, ut ſupra eſt oſtenſum. Ob parvitatem vero anguli ad ☊ laterumque trianguli VNT, TN parvo admodum diſcrimine differt à TV; unde ii erunt quamproxime Termini pro Eclipſi Solis vel omnimoda vel totali alicubi contingente; diſtantiæ nempe Lunæ à Nodo proximo, quando Tempore Novilunii veri Lunæ Latitudo æqualis eſt vel ſummæ Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis minutæ ſeſquiplo Parallaxis Solis horizontalis, vel differentiæ Parallaxium horizontalium Lunæ & Solis.

PROPOSITIO XLII.

TEmpus Initii, Medii & Finis tam omnimodæ Eclipſationis à Penumbra Lunæ, quam Eclipſis Solis totalis in omni Telluris globo dato Menſe contingentis, indeque harum Durationem integram definire.

Sit DCG Diſcus Terræ centro T deſcriptus, viſus ex puncto rectæ Solis & Terræ centra conjungentis, ubi hæc Cœlo Lunæ occurrit. Plani Eclipticæ hujuſque Diſci communis interſectio, ſive Ecliptica in plano Diſci viſa, ſit ☊K recta; & TN huic perpendicularis erit communis ſectio planorum circuli Latitudinis & Diſci Terræ, in qua ſit N punctum, ubi Lunæ Orbitæ planique Diſci communis interſectio, ſive Orbita Lunæ in planum Diſci projecta, dictum Latitudinis

titudinis circulum interſecat. Cum oculum, Eclipſin hanc Terræ videntem, collocatum ſupponamus in recta Solis Terræque centra jungente; patet hunc una cum Sole motum iri, adeoque viſurum centrum Penumbræ Lunaris deſcribens in Diſco Terræ Viam iſtam à Sole, de qua fuſe actum eſt Prop. XXXVI. Ducta igitur concipiatur per N recta *l*N☊ faciens cum TN angulos hinc inde æquales illis, quos Via Lunæ à Sole cum Latitudinis circulo efficit tempore Novilunii veri; atque Via hæc Lunæ à Sole, ad Novilunium ſive mediam Eclipſin definita, manere ſupponatur per integram Eclipſin; quod proxime quidem fit: at ſi exactius procedere libeat, illam in aliis Lunæ à Nodo diſtantiis de novo licebit ducere. Ex T ducatur TV ad *l*☊ normalis; eritque V punctum ad quod cum centrum Penumbræ Lunaris pervenerit, illud omnium minime abeſt à Diſci centro T, omniumque maxime in Terram incurrit; ut Prop. præc. oſtenſum eſt. Porro (ex *Prop.* III. *El.* III.) V eſt etiam punctum medium portionis rectæ ☊*l*, quæ in circulo DCG aut alio quovis huic concentrico jacet; adeoque tale eſt ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in media Eclipſatione Terræ omnimoda, quæ durat dum Penumbræ centrum percurrit rectam AB, poſito TA excedere TR exceſſu AC Semidiametro circuli penumbroſi æquali; item tale ut Penumbræ centrum in illo reperiatur in medio tempore, quo ipſum Penumbræ centrum rectam EF peragrans Eclipſin Solis totalem & centralem in aliqua Telluris parte producit. Problema igitur huc redit, ut determinetur punctum temporis cum Penumbræ centrum in V reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Conjunctionis, quæ in N celebratur; cumque in triangulo TVN præter rectum ad V detur latus TN, & (per Prop. XXXVI.) angulus TNV, invenietur NV in iiſdem partibus in quibus TN aut TR datur; hoc eſt, notum fiet qualem angulum ad oculum NV ſubtendat. Sed ex dato Solis & Lunæ Motu horario datur Lunæ Motus horarius à Sole, ſive arcus quem Luna à Sole ſpatio Horæ percurrit, hoc eſt, tempus neceſſarium ut Luna à Sole per cognitum arcum moveatur; ideoque tempus innoteſcet quod requiritur ut Luna à Sole moveatur per arcum ſubtendentem angulum quem recta NV ſubtendit, hoc eſt, ut Penumbræ Lunaris centrum rectam NV in Terræ Diſco percurrat; hoc eſt denique, tempus interjectum inter momentum Conjunctionis veræ momentumque Eclipſationis mediæ, reſpectu totius Telluris: adeoque dato illo invenietur & hoc: Momentum enim mediæ Eclipſis Solaris reſpectu totius Telluris (ſimiliter atque mediæ Eclipſis Lunaris) præcedit Conjunctionem veram cum Sol Lunaque mox ſuperarunt Nodorum alterutrum, illum vero ſequitur cum Luminaria Nodos



nondum ſunt aſſecuta. Ad tempus iſtud promptius inveniendum inſerviunt Tabulæ temporis inter veram Syzygiam maximamque centrorum Diſci Umbræque approximationem interjecti, de quibus ad Prop. XXXVII. dictum eſt.

Invento autem tempore Eclipſis Mediæ, Initium ac Finis omnimodæ Eclipſationis, ſive momenta quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo attingit & ultimo deſerit, facile definientur. In triangulo enim rectangulo TVA dantur latera TV, TA, illud prius inventum, hoc conflatum ex Semidiametris Diſci & Penumbræ prius determinatis; dabiturque proinde AV, indeque ut prius, ex Motu horario Lunæ à Sole, invenietur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc percurrat, hoc eſt, omnimodæ Eclipſationis dimidia Duratio; cumque detur momentum Mediæ, nota ſunt Initium Finiſque. Similiter invenietur Semi-mora totius Penumbræ intra Terræ Diſcum, ſi loco TA ſummæ Semidiametrorum Diſci Penumbræque ſumatur harum differentia, prorſus ſimiliter atque in Immerſione totali Lunæ in Telluris Umbram in Eclipſibus Lunæ totalibus.

Semi-mora vero centri Penumbræ intra Terræ Diſcum (ſive totalis Umbræ, quæ, cum ſemper anguſta, ſæpe nulla ſit, pro centro habetur) invenitur inveſtigando EV ex datis TE, TV, tempuſque requiſitum ut Lunaris Umbræ centrum hanc percurrat, ut prius. Cum vero innoteſcant mediæ Eclipſis momentum & Semimora centri intra Diſcum, innoteſcit & tempus cum Umbra totalis Terram attingit deſeritque; hoc eſt, cum Eclipſis Solis totalis Terricolæ primo ultimoque contingit.

COROLLARIUM.

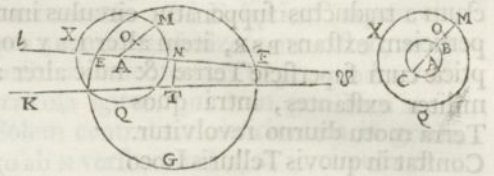
Hinc triangulorum rectilineorum ATN, ETN, VTN, FTN & BTN dantur omnes anguli; & hinc etiam Schema Eclipſis Diſci Terræ, qualis revera eſt hæc de qua agimus, in plano graphice deſcribetur, ut factum eſt in Eclipſi Lunæ Coroll. 2. Prop. XXXIX: Figura enim præcedens eſt illud ipſum Schema quod quæritur; illa igitur rite protrahatur. Cumque notum ſit quantas rectæ ☊☌ portiones Umbræ Lunaris centrum Horæ ſpatio peragret, & quænam in dato loco numeretur Hora, quando dictum centrum tenet N vel V vel aliud quodvis punctum in ☊☌ datum; patet quod ſi rectæ iſtius rite diviſæ punctis adſcribantur numeri, quibus Horæ in dato loco indicantur, perfectum eſſe Schema quæſitum pro dato loco.

PROPOSITIO XLIII.

Eclipſis Solaris Quantitatem reſpectu Spectatoris Terreſtris intra circulum Penumbroſum, qui eſt ſectio Penumbræ Lunaris per Diſcum Terræ, datum Locum occupantis determinare.

Sit EFG circulus diſterminans Terræ Hemiſphærium à Sole illuminatum ab obſcuro, cujus proinde planum idem eſt cum plano Diſci de quo ſupra. In hoc plano ſit KT♈ Ecliptica; ☊N♈ Via centri Penumbræ Lunaris; N punctum ad quod cum Penumbræ centrum

centrum pervenerit, fit Novilunium verum. Ponatur A esse Penumbræ hujus centrum quodam temporis puncto dum iter suum per rectam ♌♉ instituit, ipsumque circulum penumbrosum esse MQX; erit AN itineris Penumbræ pars ea quæ facienda est inter hocce temporis punctum & momentum Conjunctionis veræ, celebrandæ cum illud ad N pertigerit. Supponamus Observatorem intra hunc circulum constitutum, ut ad O, sive potius in Hemisphæricæ superficiei illuminatæ puncto, quod recta ex O ad planum Disci normalis ostendit; invenienda est quanta Diametri Solaris pars à Luna tegatur prædicto Observatori. Jungatur recta AO, & producatur donec circulo MQX occurrat in M; dico Solis Diametri partem à Luna tectam esse ad Diametrum integram ut OM ad AM.



Nam si Observator esset in M, Luna nullam prorsus Diametri Solaris partem ab illo tegeret: Observatori vero paulatim versus Penumbræ centrum A progredienti, Solaris Diametri pars major majorque per interpositam Lunam ab illo tegitur, donec tandem illo ad centrum A pervento, Sol totus (hoc est, ejus Diameter integra) ab eo tegatur, si modo Solis apparens Diameter Lunæ Diametrum apparentem non excedat, (quod hic suppono, quodque in harum magnitudinibus mediocribus fere obtinet,) & Lunæ totalis Umbræ vertex ad Terram usque pertingat, sive circulus penumbrosus MQX centrum habeat perfecte & totaliter umbrosum: Et ideo si Solis Diameter ut As in Uncias dividatur, ex data ratione inter AM & OM, quæ ex Loci intra circulum MQX situ dato innotescit, dabuntur Diametri Solis Unciæ sive Digiti obscurati horumque partes respectu Observatoris.

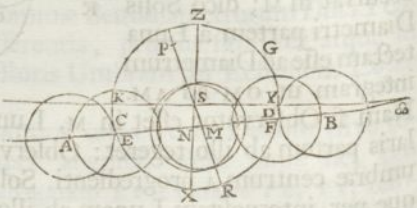
Quod si circulo MXQ concentricus sit (ut in fig. separata) circellus BC vel totaliter umbrosus, vel non mere umbrosus, sed reliquo obscurior & quidem æqualiter; hoc est, si Umbræ Lunaris centrum vel ultra Spectatorem protendatur, vel citra illum definat, loco rectæ AM sumenda est in priori casu recta BM Semidiametrorum AM & AB differentia; in posteriori CM illarum summa: est nempe Solis Diameter integra ad ejus partem Spectatori ad O à Luna tectam in casu priori ut BM ad OM, in posteriori vero ut CM ad OM. Nam in priori casu Spectator ad B Solem integrum videbit à Luna tectum, in posteriori Spectator in A positus circa obscuram Lunam circulum è Solari Disco residuum lucidum videbit, coronæ instar, cujus visa Latitudo æquatur Semidiametro Solari minutæ Semidiametro Lunari, eidem nempe cum Semidiametro AB è Luna visa; oportetque ut Spectator in C constituatur, ut Lunæ marginem Solis Discum interius contingentem cernat. Determinata igitur est in omni casu Eclipsis Solaris Quantitas. Q.E.F.

PRO-

PROPOSITIO XLIV.

PRæcipua Defectûs Solaris Phænomena recenſere, Telluriſque Loca deſcribere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit.

Repræſentet CGD Telluris Globum, ſuper Polum P alterumque latentem motu diurno ab Occidente in Orientem, ſive à c ſurſum verſus G revolutum. Globi hujus Hemiſphærium in Schemate conſpicuum idem ſit cum illuminato à Sole, adeoque Sol directe & perpendiculariter incumbat circuli CDG polo S. Per Polum P & punctum S traductus ſupponatur circulus immobilis extra Telluris ſuperficiem exſtans PSR, item alter KSY communis ſectio plani Ecliptice cum ſuperficie Terræ & huic alter ad angulos rectos ZSX, ſimiliter exſtantes, intra quos Terra motu diurno revolvitur. Conſtat in quovis Telluris Loco eſſe Meridiem, cum ille ad circuli PSR ſemiſſem hic conſpicuam appellit, quoniam Sol in hujus plano verſatur. Referat AB iter centri Penumbræ Lunaris ſemitam ENF in Telluris ſuperficie deſcribentis: licet Telluris Hemiſphærium illuminatum à Sole, cuique proinde Dies eſt, ſupra Schematis hujus ſuperficiem attolli ſupponatur; Via tamen AB ♌ à centro penumbroſi circuli peragrata concipitur in plano Diſci, ſuper quod dictum Hemiſphærium inſiſtit. Porro, licet PSR, KSY, ZSX ſint circuli in dicto Hemiſphærio illuminato, in S puncto Soli directe ſubjecto ſe mutuo decuſſantes, repræſentant etiam & rectas in Diſco Terræ circulis iſtis directe ſubjectas, in quas nimirum dicti circuli orthographice projiciuntur ab Oculo conſtituto in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto longinquo.



Patet Penumbræ Lunaris centro ad A pervento (quando nempe circulus penumbroſus tangit Terræ Diſcum in c) incolæ ad c poſito Eclipſin Solis incipere: Qui vero ad c conſiſtit, per revolutionem Terræ diurnam Hemiſphærium illuminatum ingredi incipit; hoc eſt, illi Sol oritur; Telluris igitur incolæ c, quem omnium Terricolarum Penumbra primum attingit, Sol oriens primo deficere videbitur in ſupremo ſeu occidentali ſui margine. Cum ipſum Penumbræ centrum Tellurem ad E attingit, incola ad E orientem Solem centraliter deficientem ſpectat, quippe Penumbræ centro ſubjectus. Qui punctum Telluris habitat, ubi Penumbra tota intra Terræ Diſcum recepta (ſi quidem id accidat) eundem interius tangit, illi Eclipſis Solis ad marginem infimum finitur in Ortu: ſicut illi qui punctum tenet, ubi Penumbra interius Diſcum ultimo tangit, jamjam ex parte ultra hunc protendenda, Eclipſis Solis ad limbum infimum incipit ipſo Sole occidente. Caſus hoſce duos in figura non expreſſimus, ne confuſio oriretur.

Cum

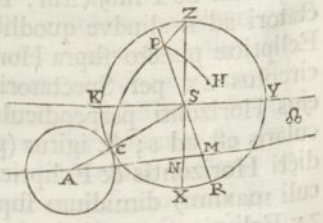
Cum circuli penumbrosi centrum ad ZSX rectam in Disco Ecliptice normalem, sive cum Penumbræ Lunaris axis ad circulum ZSX prædictæ rectæ respondentem, cujus nempe illa est Diameter, pervenerit in N; Telluris superficiei punctum, quod puncto N exstantis circuli ZSX subjicitur, Eclipsin Solis centralem patitur, & Spectatori ad N aliudve quodlibet circuli ZSX punctum posito Sol in Eclipticæ puncto supra Horizontem altissimo videtur. Cum enim circulus ZX per Spectatoris Zenith transeat ex hypothesi, erit ejus Horizonti perpendicularis: sed & Eclipticæ etiam perpendicularis est ad S; & igitur (per *Elem. Sphæric.*) distat quadrante ab dicti Horizontis & Eclipticæ concursu: sed Eclipticæ (utpote circuli maximi) dimidium supra quemlibet Horizontem exstat; unde ZX Eclipticæ occurrit in puncto ab oriente puncto per quadrantem distante, sive altissimo. Terricola igitur, qui tum punctum N in Telluris superficie tenet, Solem centraliter deficientem in gradu nonagesimo cernit: Qui vero ab N versus Z vel X, at in circulo ZSX, degit, Solem in gradu nonagesimo deficientem quidem cernit, si intra limites penumbrosi circuli versetur; sed plus minusve deficientem pro majori aut minori ejus distantia ab N, ut Prop.præc. ostensum est. Similiter, cum Penumbræ centrum circulum exstantem immobilem PSR in M attingit, Telluris incola, qui huic subjicitur, Solem ipso Meridie centraliter deficientem videt: Qui vero ab M versus alterutrum Polum sub prædicto Meridiano PR degunt, Solem ipso Meridie partialiter deficientem vident, si intra Penumbræ limites constiterint. Et ille quidem, qui versus Polum, borealem P ab M removetur, Solis partem australem deficientem videt, & è contra; quod & in casu priori & universaliter in omnibus casibus obtinet. Penumbræ centro tandem ad extremum Discum ad F pervento, qui illud ipsum punctum simul attingit Spectator, Solem occidentem (quia ex illuminato Hemisphærio in obscurum, Noctem cum Die commutaturus, transit) centraliter deficientem videt: At qui ad D ultimum Penumbræ Lunaris ictum patitur, Solem occidentem supremo sui limbo Lunæ contiguum quasi, & Eclipsis omnimodæ finem cernit.

PROPOSITIO XLV.

TElluris Locum (hoc est, ejus Longitudinem & Latitudinem) determinare, ubi Sol oriens supremo sui margine deficere videtur.

Iisdem manentibus quæ posita sunt supra, determinanda est Longitudo & Latitudo puncto c. Per Telluris punctum S, cui Sol perpendiculariter imminet, & punctum c productus intelligatur circulus maximus SC, qui, in schemate ut supra delineato, quasi recta apparebit. Ducantur etiam arcus circulorum maximorum PC, PZ. In triangulo sphærico PSZ dantur tria latera, sc. PS distantia Solis à Polo illuminato, SZ quadrans, & PS distantia Poli Eclipticæ Z (cum arcus SZ sit normalis ad Eclipticam KSY & in quadrantem protensus)

tenſus) à Polo Æquatoris P; innoteſcit igitur angulus ſphæricus inter arcus circulorum SP, SZ, qui idem eſt cum angulo rectilineo inter rectas SP, SZ in plano Diſci ductas; ſicut univerſaliter angulus in ſuperficie ſphæræ æqualis eſt angulo rectilineo, quem communes ſectiones planorum circulorum ſphæricum angulum comprehendentium cum plano tertio ad utrumque normali continent. Porro (per Corol. Prop. XLII.) datur angulus rectilineus NSA eique deinceps ZSc, adeoque hujus & ipſius ZSP ſumma vel differentia PSc, ſive angulus ſphæricus in ſuperficie Terræ à circulis SP, Sc comprehenſus: Dantur autem in triangulo ſphærico PSc præter angulum PSc modo inventum latera SP, Sc, quorum hoc eſt quadrans, illud diſtantia Loci c à Polo P, hoc eſt, Latitudinis ejus complementum; angulus igitur SPc etiam in triangulo hoc dabitur. Sed (per Prop. XLII.) datur Tempus quando Penumbra Lunæ Diſcum Terræ primo in c attingit, numeratum in determinato quodam loco: fit locus hic H, cujus Meridianus PH; dabitur igitur angulus SPH, quo nempe Meridianus vel Solem præteriit hactenus, vel nondum affecutus eſt. Dabitur igitur angulorum CPS, HPS ſumma vel differentia HPc, differentia Meridianorum Loci c & dati H. Inventa igitur eſt Loci c tam Latitudo quam Longitudo. Q. E. F.

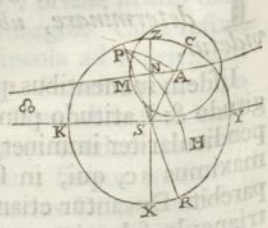


Similiter, invenietur Telluris Locus, ubi Sol occidens ſuperiori margine deficit, quem Lunaris Penumbra omnium ultimum deſerit.

PROPOSITIO XLVI.

Locum in Terra determinare Penumbræ Lunaris centro datâ Horâ ſubjectum, ſive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit.

Reliquis manentibus, cum datum ſit Tempus quæraturque Locus cui Sol centraliter tum deficit, & etiam Tempus Conjunctionis veræ datum, per Prop. XXXI; datur horum intervallum, adeoque ex Solis Lunæque Motu horario Motus Lunæ à Sole intervallo huic congruus. In triangulo igitur rectilineo SNA, in Telluris Diſco deſcripto, dantur (per Prop. XXXVI.) angulus SNA æqualis comprehenſo inter circulum Latitudinis & Umbræ Viam, latus SN ſinus Latitudinis Lunæ in vera Conjunctone, & AN Motus centri Peumbræ intervallo inter Tempus propoſitum Tempuſque Conjunctionis veræ congruus; dabuntur igitur latus SA & angulus ASN, vel hujus complementum ad duos rectos: Sed datur (ut Prop. præc. oſtenſum) ZSP; ergo dabitur PSA angulus rectilineus, & huic æqualis in ſuperficie ſphærica Telluris angulus ſphæricus PSA. Dantur



tur etiam trianguli ſphærici PSA latera bina SA, SP, hoc æquale diſtantiæ Solis à Polo P, illud modo ſequenti inventum: Rectis SC, SA in plano Diſci ductis reſpondent in ſuperficie ſphærica duo arcus à puncto S Soli directe ſubjecto incipientes, quorum SC eſt quadrans, SA eſt arcus, cujus ſinus rectus eſt SA recta; arcus igitur SA, trianguli PSA latus, eſt ille cujus ſinus eſt ad ſinum totum ut recta data SA ad datam SC; ac proinde arcus SA cognitus eſt. Cognoſcetur igitur in triangulo PSA latus PA complementum quæſitæ Latitudinis Loci A, item angulus SPA. Sed propter datum Tempus, in determinato Loco H numeratum, datur angulus SPH; dabiturque proinde HPA angulus, differentia Medianorum Loci determinati H quæſitique A.

Pari modo invenietur Terræ Locus, ubi Solis Eclipſis centralis incidit in ipſo Eclipticæ gradu nonageſimo ab oriente. Demonſtravimus in Prop. præc. hoc contingere illi qui per Terræ revolutionem diurnam in N invenitur, cum Penumbræ Lunaris centrum illud punctum occupat: & Prop. XXXI. oſtenſum eſt Tempus in Loco H numeratum quando hoc accidit, (idem enim eſt cum Tempore Conjunctionis veræ Luminarium;) eſt igitur caſus tantum particularis Problematis præcedentis.

Scholium.

Atque hinc definietur Telluris Tractus, quem Penumbræ Lunaris centrum in dati Menſis Eclipſi Solari tranſit; hoc eſt, Loca omnia quæ ſucceſſive Eclipſin Solis centralem patiuntur. Si (per Prop. XLVI.) quæratur Terræ Locus cui Sol centraliter deficiens oritur, atque deinde alius cui poſt dimidium Horæ Horamve integram centraliter deficit, & ſic denuo uſque ad Locum ubi occidens ſimiliter deficit; Loca illa in ſuperficie Globi Terreſtris lineis conjuncta Tractum quæſitum monſtrabunt. Quod ſi utrinque ad latera Lineæ hujus Zona quaſi ſignetur, cujus latitudo Penumbræ Lunaris Diametrum adæquat; ſignabitur omnis Terræ Tractus Penumbrâ involutus, quique aliqualem Solis Eclipſin ſentit. In Tractu hoc ſignabuntur Loca ubi præcipuæ Phaſes obtinent, ut ubi in nonageſimo gradu Sol deficit, ubi in Meridiano &c.

PROPOSITIO XLVII.

Locum in ſuperficie Terræ determinare ubi Solis Defectus vel Totalis eſt aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data verſus datum Polum à Luna occultabitur in ipſo Meridie.

Iiſdem manentibus quæ in Prop. præc. ſunt poſita, patet illud Telluris punctum, quod ad M ſimul cum Penumbræ Lunaris centro pertingit, Eclipſin Solis ipſo Meridie pati. Ad illud inveniendum advertatur in triangulo rectilineo NMS, in Diſco ut ſupra deſcripto, dari (per Prop. XXXVI.) angulum SNM, (nempe quem Via Lunæ à Sole cum circulo Latitudinis continet,) NS diſtantiam centrorum Diſci & Penumbræ ad Conjunctionem veram, angulumque NSM æqualem angulo ſphærico ZSP in ſuperficie ſphærica inter

Eclipticæ & Æquatoris ſecundarios SZ & PSR ad Solem comprehenſum; unde dabitur NM recta, & igitur tempus requiſitum ut Penumbræ centrum hanc motu ſuo à Sole peragret: Sed datur Tempus in dato Loco numeratum quo centrum iſtud punctum N occupat, idem nempe cum tempore Conjunctionis Luminarium veræ; igitur & Tempus in dicto Loco numeratum dabitur quando centrum Penumbræ eſt in M. Quæratur igitur (per Prop. præc.) Terræ Locus qui tunc temporis Solem centraliter deficientem ſpectat; erit hic idem ille cui Sol ipſo Meridie centraliter deficit.



Centro M deſcriptus concipiatur, in plano Diſci, circulus penumbroſus rectam PSR in C & D interſecans, fiatque ut integra Solis Diameter apparens ad datam partem non deficientem in Loco quæſito ita Semidiameter Penumbræ ad MO, ſumaturque MO verſus Polum oppoſitum ei verſus quem pars Solis deficiens jacet, (*ex. gr.* ſi verſus Polum in ſchemate annexo latentem pars Solis deficiens jaceat, ſumatur O verſus conſpicuum P;) erit punctum in Telluris ſuperficie, quod recta ex O ad Diſci planum normalis oſtendit, Locus quæſitus, in quo Sol ipſo Meridie parte datâ verſus Polum ipſi P oppoſitum jacente deficit; ut ex Propp. XLIII & XLIV. ſatis conſtat. Quod ſi loco umbroſi centri M vel circulus ſit totaliter umbroſus, vel nulla prorſus totalis Umbra, ſed circulus æqualiter illuſtratus, (ut in Schol. Prop. XXXIII,) loco Semidiametri MC ſumenda eſt differentia vel ſumma Semidiametrorum circuli CD alteriuſque iſtius interioris concentrici; ut dictâ Prop. XLIII. oſtenſum eſt. Ad Loci hujus O Latitudinem inveniendam, (nam Longitudo innoteſcit ex cognita Hora in dato Loco numerata, dum incolæ ad O fit Meridies) advertatur dari rectam SM, nempe latus in triangulo SNM, item MO, utramque (& proinde utriuſque ſummam vel differentiam SO) in partibus ipſius SZ Semidiametri Diſci Telluris; dabiturque proinde arcus huic in ſuperficie ſuperincumbens, cujus SO eſt ſinus: Sed datur arcus SP Solis à Polo P diſtantia; & proinde innoteſcet PO arcus, hujuſque complementum ad circuli quadrantem Loci O Latitudo quæſita. Q. E. F.

Si punctum O extra Telluris Diſcum KZYX cadit, Problema eſt impoſſibile. Similiter determinabitur Locus ubi Solis in nonageſimo gradu, vel orientis occidentiſve, Defectus eſt datæ magnitudinis, vel ubi ad datum Tempus, in dato Loco numeratum, datis numero Digitis Sol deficit. In poſteriori caſu innumera ſunt Loca, in utroque priori ad ſummum duo, quæ quæſito reſpondeant.

PROPOSITIO XLVIII.

NUm in dati Menſis Novilunio futura ſit Eclipſis Solaris in dato Terræ Loco viſibilis definire; & ſi futura eſt, Tempus maximæ Obſcurationis & Eclipſis Quantitatem determinare.

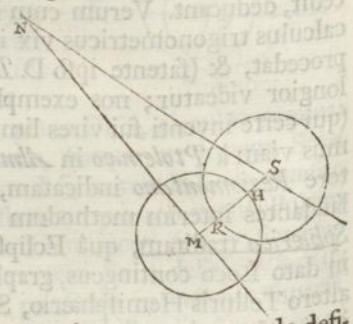
Hactenus

Hactenus Solis Eclipſin conſideravimus reſpectu totius Terræ, (vel potius, proprie loquendo, Telluris Eclipſin,) ſimiliter prorſus atque Lunæ Eclipſin ſupra: Nunc illam aggredimur conſiderandam quatenus ex dato ſuperficiei Terræ Loco ſpectatur. Ex quo *Keplerus* Lunæ Umbram in Terræ Diſcum exceptam ſpectandam Aſtronomis præbuit ex Lunari Cœlo, certatim contenderunt, ut Eclipſin Solis in dato Loco viſibilem, omniaque huc attinentia, ex eodem ſchemate Diſci Terreſtris, per quem Lunaris Penumbra incedit, deducant. Verum cum iſtud modo minus geometrico (cuique calculus trigonometricus vix indeficari poteſt) certe minus naturali procedat, & (fatente ipſo D. *De La Hire*, qui hunc adhibet) paulo longior videatur; nos exemplo ipſius *Kepleri* in *Tabb. Rudolphin.* (qui certe inventi ſui vires limiteſque ſatis noverat) alteram inſiſtemus viam à *Ptolemæo* in *Almageſti Lib.* VI. & optimo ejus Explicatore *Regiomontano* indicatam, ut illa quoque Lectori innoteſcat; laudantes interim methodum à Cl. *D. Flamſtedio* in *Doctrina* ſua *Sphærica* traditam, quâ Eclipſis Solaris, appulſuſve Lunæ ad Fixas in dato Loco contingens, graphice & pulchre protrahitur, Locis in altero Telluris Hemiſphærio, Soli aut Stellæ obverſo, orthographice in circulum ejus maximum projectis.

Deſignet CN Eclipticam, S Solis, L Lunæ Locum verum Tempore Conjunctionis veræ; inveniantur (per Prop. LXIII. Lib. II.) ad dictum Tempus (licet non ſumme accuratum) Solis Lunæque Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, quibus illorum Loca in Ecliptica diſtantiæque ab Ecliptica corrigantur: ita nempe ut ex veris præcedentibus, ſive è Terræ centro viſis Locis, evadant ex dato in ſuperficie Loco viſi (qui & ſimpliciter viſi nuncupantur) S & A. Alium à priore non deſignamus Locum Solis, ne confuſio in ſchemate oriretur, tum quod Solis Parallaxis tam parva eſt ut in calculo hoc negligi fere poſſit, tum præcipue quod Parallaxin Lunæ à Sole ſumendo (ut in dicta Prop. LXIII. Lib. II. oſtenſum eſt) poſſit Linea NC pro Via Solis viſa ſive Ecliptica paululum luxata haberi. Locus Lunæ apparens A ad Eclipticam reductus ſit C, ejuſque Latitudo AC. Ut autem determinetur punctum in quo Lunæ centrum à Solis centro proxime abeſſe Spectatori propoſito videtur, hoc eſt, quando Obſcuratio maxima (ſi quidem ulla) eſt futura; inveſtigetur ſitus Viæ apparentis Lunæ à Sole, ex præcedentibus quærendo rurſus, ad tempus parum ſatis diſtans ab illo quo Luna in A apparet, Loca Solis & Lunæ dato Spectatori viſa, & cogitando Solem ad Locum priſtinum S retractum ſimulque Lunam tantundem. Locus Lunæ ſic inventus ſit K, & ad Eclipticam reductus faciat illius Longitudinem in D & Latitudinem KD. Datis autem arcubus CA, DK & CD determinabitur (per Lem. Prop. XXXVI) Viæ Lunaris viſæ AN ſitus reſpectu Eclipticæ; punctum nempe N concurſûs cum Ecliptica anguluſque ANC. Ex Solis Loco S



in AN demittatur normalis SM, eritque M punctum omnium in AN ipsi S proximum: Ad quod inveniendum advertatur dari in triangulo NSM præter rectum ad M angulum N & hypothenusam NS, utrumque modo inventum, unde innotescent MS & MN; ideoque & MA, cum arcus AN notus sit. Quoniam igitur M est Viæ Lunaris visæ punctum quod à Sole S omnium minime distat; patet si ulla futura est Spectatori proposito Solis Eclipsis, tum certe futuram cum Lunæ centrum videtur in M, tumque etiam maximam Disci Solaris partem à Luna tegendam: patetque quod si supra inventa SM major sit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus SR & MH simul, tum nullam prorsus futuram proposito Spectatori Solis Eclipsin; sin SM quam SR & MH simul fuerit minor, tum aliquam saltem futuram. Sed ad dati Mensis Novilunium inventa est SM, & (in iisdem partibus, nempe partibus circuli) supra determinatæ sunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum necne.



Si aliqua futura est, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur esse SR & MH simul æquales MS & RH simul: Si ergo à nota summa Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus SM, relinquetur RH Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obscurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iisdem partibus expressæ habeantur.

Observatione autem constat Lunæ Diametrum apparentem minorem esse (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipsi quam in eadem ab Oculo distantia extra illam, (propter rationem Prop. XIX. Lib. I. indicatam,) atque differentiam esse fere sexagesimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda est ratio in Eclipsis Quantitate Phasibusque definiendis.

Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in M reperietur, advertatur dari tempus (quippe assumptum) quo Luna motu suo à Sole viso (sive apparente, composito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ visæ AN partem notam AK, sive potius Eclipticæ arcum notum CD percurrit, darique præterea arcum AM, nimirum arcuum cognitorum AN & MN summam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus necessarium, ut Luna motu suo à Sole viso percurrat AM: Sed datur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innotescet quo in M, ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F.

Ad Tempus inventum, quo Luna in M versatur, quærantur rursus Luminarium Loca, ut omnia recte peracta esse constet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

SCHO-

Scholium.

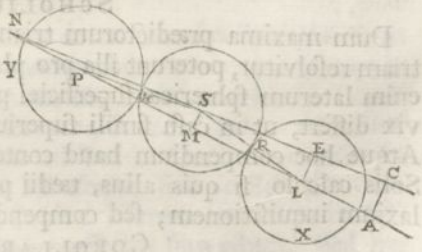
In praxi præcedente ſuppoſuimus Lunæ Motum à Sole in Via viſa AN eſſe æquabilem, quod non eſt verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via ſua vera LB toto Eclipſis tempore inſenſibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via viſa apparenter facto Parallaxis partes ſuas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuſe oſtenſum eſt,) ideo fit ut ab æquabili admodum diſcrepet. Adeoque ad determinationem Viæ viſæ AK aſſumendum eſt tempus poſterius illo quo Luna fuit in A, ſi c ſit poſt s; anterius vero, ſi c ſit ante s in ſerie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu ſuo à Sole ſecundum Eclipticam percurrat notum arcum cs; ſolo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex s ad Eclipticam excitetur perpendicularis sv, Viæ Lunæ viſæ in v occurrens, erit v punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore viſæ. Invenietur autem AV ſic: In triangulo NSV præter rectum NSV dantur latus NS & angulus N; quare notum erit latus NV; & cum notus etiam ſit arcus NA, non ignorabitur VA; ideoque tempus ad hunc percurrendum neceſſarium cognitum erit, ipſumque adeo Conjunctionis viſæ momentum. Quoniam vero puncta M & V parum diſtant, ideo Tempus Conjunctionis viſæ vulgo habetur pro momento maximæ Obſcurationis.

PROPOSITIO XLIX.

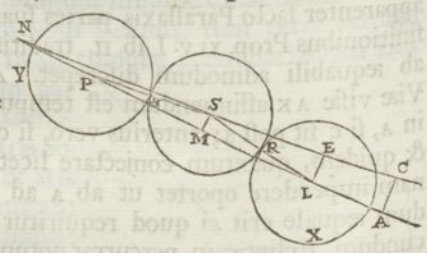
Tempus Initii & Finis Eclipſis Solaris dato Menſe contingentis & in dato Loco viſæ, adeoque Durationem integram determinare.

Cæteris manentibus ponatur Lunam XR, in Via ſua viſa AN procedentem, Solem HR contingere ad R: quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium S & L arcu circuli maximi SL jungantur. In triangulo SML præter rectum ad M dantur latera SM, SL, illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium SR, LR aggregatum; innoteſcet igitur ML arcus, per Motum Lunæ à Sole, ad viſum percurrendus inter Initium Eclipſis & momentum maximæ Obſcurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica reſpondens ab s retrorſum computatus, nempe SE. Ad determinandum tempus ad hoc requiſitum, quærantur ad aſſumptum tempus (Horam binaſve Horas, prout Duratio Eclipſis magna



eſt

eſt vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcûs SM dignoſcitur; atque hic rurſus eo accuratiora fient omnia, quo aſſumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipſis) ante cognitum Obſcurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad s provecto) faciant diſtantiam in Ecliptica computatam cs. Cognito tempore (quippe aſſumpto) quo arcus Eclipticæ notus cs Motu Lunæ à Sole percurritur; innoteſcet & tempus quo alter cognitus ES eodem Motu Lunæ à Sole deſcribitur; hoc eſt, tempus interjectum inter momentum Obſcurationis maximæ & Eclipſis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum eſt; igitur & hoc notum erit.



Si Motus Lunæ viſus æquabilis foret, æquali opus eſſet tempore à momento Obſcurationis maximæ ad Eclipſis Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis eſt LM, poſitâ Lunâ HY Solem RH in Eclipſis Fine contingere; & Obſcuratio maxima coincideret cum Eclipſi media, ut in Lunæ Eclipſi fit, ubi nulla eſt Parallaxis Lunæ ab Umbra Terreſtri; ſunt enim contiguæ. Verum quoniam ſecus fit, ut in Prop. præc. oſtenſum; ad inveniendum Tempus quando Eclipſis finitur, ſimiles rurſus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ ſuæ portionem Luna conficit in aſſumpto poſt maximam Obſcurationem tempore, & per analogiam inveſtigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipſi LM prius invento æqualis) Motu viſo Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obſcurationis maximæ ſupra invento dabit momentum Finis Eclipſis Solaris in Loco propoſito viſæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam reſolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum ſphæricæ ſuperficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in caſu ſimili ſuperius eſt dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipſium Solis calculo, ſi quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquiſitionem; ſed compendio hoc caute utendum eſt.

COROLLARIUM.

Atque hinc Solaris Eclipſis, reſpectu dati Loci, Typus ſive Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipſis contingentem Lunam comprehendens pro plano haberi poſſit, Ecliptica CN una cum Lunæ Via viſa AN, (quæ aliquando propter Parallaxis varietatem ſenſibiliter à circulo maximo rectave aberrabit,) punctiſque

S, M,

S, M, L & P ubi Solis Lunæque centra dictis temporibus verſantur, rite protrahentur modo vulgo cognito: Centriſque S & M deſcribendo circulos diametros habentes Luminarium Diametris tunc apparentibus proportionales, ex iiſdem partibus deſumptas ex quibus Eclipticæ Orbitæque viſæ partes prius erant deſumptæ, patebit Solis Phaſis tempore Obſcurationis maximæ. Cumque (per Prop. XXXVI. Lib. II.) detur angulus quem Ecliptica comprehendit cum verticali Solis, ipſeque verticalis ſitus reſpectu Meridiani; ſi Schema ſupra delineatum ad Meridiani planum ipſumque Horizontem debitis angulis modo inventis inclinetur, Schema maximæ Obſcurationis perfectum erit. Si porro Viam Lunæ viſam referens Linea A N in partes dividatur, quas Luna horis horæque partibus (poſito Sole interim immoto) peragrare videtur, & apponantur numeri quibus horæ iſtæ in Loco dato numerantur, (quod facile fiet, cum Tempora maximæ Obſcurationis, Initii & Finis punctis M, L & P adponenda ex præcedentibus innoteſcant;) Schema omnibus ſuis numeris abſolutum fiet: Phaſiſque datâ Horâ contingens ſtatim delineabitur, ſi centro datâ Horâ ſignato & diametro Lunæ Diametro apparenti æquali deſcribatur circulus; hic enim ex circulo centro S Solem repræſentante abſcindet ſegmentum ſimile ſimiliterque reſpectu Eclipticæ poſitum ei, quod Luna ex Sole dicto tempore tegit.

Quæ ad Eclipſium calculum neceſſariæ ſunt Tabulæ (præter deſcriptas Propp. XXVI & XXVII.) illarum fundamentum, deſcriptio & ordo (quatenus noſtrum finit inſtitutum) ſuis locis habentur; nempe de Luminarium Diametris apparentibus Prop. XXXII, de Inclinatione Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam Schol. Prop. XXXVI, & de Tempore inter Syzygiam veram mediamque Eclipſin Prop. XXXVII.

PROPOSITIO L.

Rationem reddere cur Lunares Tabulæ hactenus conditæ Lunæ Locum in Luminarium Eclipſibus, & generaliter in Syzygiis quibuſvis, accuratius oſtendant, quam in aliis Aſpectibus cum Sole, ſpeciatim in Quadraturis.

Præterquam quod ad Lunationes determinandas Syzygiæ Solis & Lunæ accuratius ſunt ab Aſtronomis obſervatæ quam aliæ quævis Phaſes, & ſpeciatim in Luminarium Defectibus Lunæ Locus reſpectu Solis exactiſſime ſit obſervatus, & inde Theoria ad Lunæ Loca in iſtis caſibus per calculum exhibenda ſpeciatim condita ſit & aptata; Inæqualitates omnes Menſtruæ, ſive in Syzygiis cum Sole complendæ, Lunæ ejuſque Orbitæ Motum afficientes in Syzygiis ceſſant; in reliquis Aſpectibus effectus ſuos edunt. Sed hæ omnes, (unicâ exceptâ Variatione,) dum Tabulæ Lunares conduntur, ab Artificibus negliguntur, ut Prop. XXIX. oſtenſum eſt; unde patet ratio cur Lunæ Locus ex Tabulis hiſce depromptus accuratior prodeat in Syzygiis quam in alio quovis Aſpectu cum Sole. Omnes autem hæ Inæqualitates majores ſunt quo Luna à Syzygiis remotior; hoc eſt, maximæ cum illa Quadraturas tenet: Lunaris enim Or-

bitæ Apſides, quæ abſolute loquendo progrediuntur, in Lunæ Quadraturis vel regrediuntur vel ſaltem tardius progrediuntur, per Prop. VIII. Similiter Nodi, quorum Motus abſolutus regreſſivus eſt, tardius regrediuntur cum Luna eſt in Solis Quadrato, per Prop. XIV: Et Orbitæ Lunaris Excentricitas ejuſque Inclinatio ad Eclipticam minores ſunt (per Prop. XII & XV.) cum Luna eſt in Solis Quadrato quam in alio quovis Aſpectu, cæteris paribus; unde Tabulæ Lunares hucuſque conditæ à vero Loco Lunæ in Solis Quadrato ſitæ determinando longiſſime abſunt. Rurſus, cum Diſtantiæ Lunæ à Terra majoris in Quadraturis quam in Syzygiis (de qua Prop. II. ejuſque Corol. actum eſt) nulla in Tabulis habeatur ratio, & hinc pendentes Lunæ Parallaxis & Locus viſus perperam è Tabulis eruuntur.

Porro, cum Inæqualitates Lunæ plurimæ pendeant ab Aſpectu Nodorum Lunaris Orbitæ cum Sole, & licet harum ratio in aliquibus Tabulis hactenus conditis habeatur, tamen id ſummâ exactitudine factum non eſt: Accuratius ergo, etiam ex dictis Tabulis, Lunæ Locus definietur cum Inæqualitates hæ ceſſant: ceſſant autem cum Nodi in Syzygiis verſantur; Nodi enim per Prop. XIV. tum quieſcunt, & Limitum Inclinatio tum maxima eſt per Prop. XV. In Luminarium porro Eclipſibus Nodi in Syzygiis aut prope illas hærent; unde patet ratio cur in hiſce Lunæ Locus accuratior Tabularum ope exeat: Tabularum enim errores in Nodorum regreſſu vario variaque Lunaris Orbis ad Orbem magnum Inclinatione, pro vario Nodorum ad Solem Aſpectu (qui aliquales certe ſunt) in hoc caſu locum non habent. Ceſſant enim Eclipſis tempore cauſæ productrices harum Inæqualitatum minus exacte in Tabulas diſpoſitarum; adeoque & errorum Tabularium effectus in Lunæ Loco ad utramvis Eclipſin (integrove fere Menſe ante & poſt alterutram Eclipſin) perperam definiendo etiam ceſſat. Quoniam igitur in Luminarium Eclipſibus prædictorum utrumque obtinet, Luna nimirum ipſa & Lunaris Orbitæ Nodi in Syzygiis conſtituuntur; Lunæ Locus tunc temporis ex Tabulis depromptus, pauciorum nempe Æquationum indigus quia paucioribus Inæqualitatibus obnoxius, magis accuratus & exactus erit quam in alio quovis vel Lunæ vel Nodorum ſitu & Aſpectu ad Solem, ubi Inæqualitates occurrunt, quarum vel nulla in Tabulis habetur ratio vel non accurata.

SECTIO IX.

De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.

PROPOSITIO LI.

Manente eâdem Diſtantiâ Planetæ primarii à Sole, ſi plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Orbibus excentricis ſimilibus, & ad planum in quo Primarius circa Solem revolvitur

vitur æqualiter inclinatis, Errores omnes angulares, in Satellitum motu è Primarii centro ſpectati & in quavis Satellitum revolutione geniti, ſunt directe ut quadrata Temporum periodicorum reſpective.

Quoniam corporum quorumcunque eadem eſt Vis acceleratrix verſus Solis aut Primarii centrum in iiſdem ab illo diſtantiis, palam eſt diverſorum Secundariorum circa Primarium revolventium eandem eſſe rationem atque ejuſdem Secundarii, cujus Orbita dilatatur & coarctatur quantum diverſorum iſtorum Secundariorum Orbitæ inter ſe diſtant. In hoc autem caſu patet (ex Prop. XVIII.) dictos Errores angulares, è Primarii centro ſpectatos & in qualibet revolutione genitos, eſſe directe ut quadrata Temporum periodicorum. Unde conſtat propoſitum. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Cum ſupradicti Errores integri, in diverſis diverſarum revolutionum Temporibus geniti, ſint ut quadrata dictorum Temporum; qui eodem & determinato Tempore gignuntur, erunt ut ipſa revolutionum Tempora, hoc eſt, ipſa Tempora periodica; ablatâ nempe utrinque alterâ componentium rationum, nempe ratione ſimplâ Temporum periodicorum.

Quoniam vero ſupradictorum Errorum aliqui, Motus nempe Apſidum & Nodorum, nunc in conſequentia fiunt nunc in antecedentia; ideo illorum Motus medii, notabili aliquo Tempore in eaſdem partes facti, in caſu præſenti erunt ut ipſa Satellitum Tempora periodica.

PROPOSITIO LII.

SI Primarii duo Planetæ circa Solem in diverſis ab illo Diſtantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, ſintque horum Orbitæ æquales, ſimiles ſimiliterque ad Primariorum ſuorum Orbes inclinatæ; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes ſc. Errores angulares, è centris Primariorum ſuorum reſpective ſpectati, ſunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

Quoniam enim quorumcunque Primariorum eadem eſt Vis acceleratrix verſus Solem in eadem Diſtantia, palam eſt Secundariorum iſtorum, circa diverſos Primarios in æqualibus Orbitis revolventium, eandem eſſe rationem atque ejuſdem Secundarii revolventis circa Primarium qui in Orbe adeo Excentrico circa Solem revolvitur, ut illius Diſtantiæ à Sole, in diverſis Orbitæ iſtius punctis, tantum inter ſe differant atque Primariorum binorum in caſu præſenti. In iſto autem caſu conſtat (per Prop. XIX.) dictos Errores tam in longum quam in latum, è Primarii centro ſpectatos, eſſe inverſe ut cubi Diſtantiarum Primarii à Sole. Et igitur Secundariorum, in Orbibus æqualibus, ſimilibus & ſimiliter inclinatis revolventium circa binos Primarios in diverſis Diſtantiis circa Solem

motos, dicti Errores angulares, è Primarii ſui centro reſpective ſpectati, ſunt inverſe ut cubi Diſtantiarum Primariorum à Sole. Sed per Propp. XL & XLII. Lib. I. quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem ſunt ut cubi Diſtantiarum mediarum eorundem à Sole: Et igitur Secundariorum Errores angulares omnes, è Primarii ſui centro reſpective ſpectati, ſunt inverſe ut quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

ERrores angulares Satellitum, in ſingulis ſuis revolutionibus circa Primarios reſpectivos geniti & ex horum centris ſpectati, ſunt in ratione compoſita ex directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

Nam per Prop. LI. ſi Diſtantiæ Primariorum à Sole eſſent æquales, prædicti Errores forent in directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa Primarios ſuos reſpective: Et per Prop. LII. ſi Diſtantiæ Satellitum à Primariis ſuis æquales eſſent, dicti Errores forent in reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem: Et igitur, licet neque Primariorum circa Solem Orbitæ ſunt æquales, neque Satellitum circa Primarios; prædictorum Errorum angularium, in ſingulis Satellitum revolutionibus reſpectivis genitorum & ex ſuorum Primariorum centris ſpectatorum, ratio componitur ex rationibus prædictis; nempe directa duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Simili ratiocinio (ex Prop. LII. & Corol. Prop. LI.) colligitur Motus medios Apſidum & Nodorum duorum Satellitum eſſe in ratione compoſita ex directa ratione Temporum periodicorum Satellitum circa ſuos reſpective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

PROPOSITIO LIV.

MOtus inæquales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolventium determinare.

Ex ſupra determinatis Motibus inæqualibus Lunæ è centro Terræ ſpectatis alterius cujuſvis Satellitis Motus analogi ope præmiſſorum Theorematum determinantur, ſi Forma Orbitarum Satellitum & Inclinatio Orbium ad plana, in quibus Primarii reſpectivi circa Solem feruntur, non multum abludant à Forma Orbitæ Lunaris & Inclinatione plani ejus ad planum Eclipticæ, ut in circum-Jovialibus & circum-Saturniis accidit: Parva autem horum differentia Motus ſenſibiliter non mutat, ut ad Propp. XI & XIV. adnotatum eſt.

Sint *ex. gr.* extimi Planetarum circum-Jovialium Motus determinandi: Patet ex Schol. Prop. præc. Nodorum dicti Satellitis Motum medium

medium regreſſivum eſſe ad Motum medium Nodorum Lunæ in ratione compoſita ex ratione Temporis periodici dicti Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa Solem; & proinde dari, cum dicta Tempora periodica obſervatione nota ſint.

Similiterque ex Motu medio Apſidum Lunæ progreſſivo eruetur Motus medius progreſſivus Apſidum Satellitis.

Eodem modo ex Prop. præc. Variatio dicti Satellitis eſt ad Lunæ Variationem ſupra inventam in ratione compoſita ex duplicata ratione Temporis periodici iſtius Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa eundem; hoc eſt (per dictam Prop. præc.) ut Motus toti Nodorum Temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem.

Et ſimiliter Æquationes maximæ Nodorum & Apſidum Satellitis ſunt ad Æquationes maximas Nodorum & Apſidum Lunæ reſpective, ut Motus Nodorum & Apſidum Satellitis Tempore unius revolutionis Æquationum priorum ad Motus Nodorum & Apſidum Lunæ Tempore unius revolutionis Æquationum poſteriorum.

Atque hæc omnia vera ſunt ſimiliter de alio quovis Satellite. Verum inventis ſemel dictis Inæqualitatibus in uno Satellitum, analogæ Inæqualitates in alio quovis circa eundem Primarium revolvente facilius determinantur per Prop. LI ejuſque Corol: non opus enim erit adhibere inverſam duplicatam rationem Temporis periodici Primarii circa Solem, cum Primarius maneat idem.

PROPOSITIO LV.

Motus Apſidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere.

Quoniam Lunæ Apſis in Syzygiis cum Sole progreditur, ut & Satellitis etiam Apſis per Prop. XI, ſed tardius propter breve periodicum Tempus Telluris circa Solem reſpectu periodici Temporis Saturni aut Jovis circa eundem; patet Lunæ Apſidem diutius in Solis Syzygia & prope illam hærere quam Satellitis Apſidem, utpote quæ Solem utrâvis Apſide celerius in conſequentia latum propius aſſequitur. Et ex altera parte utraque Apſis in Solis Quadrato regreditur, Lunæ autem celerius; ideoque breviore tempore in Solis Quadrato (cui fit obviam) permanet. Cumque ob primam cauſam breviore tempore progrediatur Satellitis Apſis quam Apſis Lunæ, & ob ſecundam longiore tempore regrediatur illa quam hæc, & utriuſque progreſſus abſolutus oriatur à majore progreſſu quam regreſſu; patet haſce duas cauſas conſpirantes Motum Apſidum Satellitis progreſſivum minuere magis quam pro aliarum cauſarum ratione. Huic ergo fundamento nixam adhibere oportebit Correctionem Motûs Apſidum ſupra inventi, dictumque Motum minuere pro cauſæ hujus permanentia & effectibus in ſingulis Jovis vel Saturni Satellitibus.

SCHOLIUM.

Determinatis Inæqualitatibus hiſce in Motibus Satellitum circa alium quemvis Primarium revolventium obtinentibus, facile erit (ad normam præcedentium de Luna) Satellitum horum Loca ad datum Tempus, Immerſionem in Primarii ſui Umbram, Emerſionem ex eadem, Umbræ Satellitis inceſſum per Primarii Diſcum aliaque illorum Motum attinentia calculo ſubducere, prout nempe è proprio Primario ſpectantur. Et Tabularum pro determinandis eorum Motibus illinc ſpectatis eadem erit Forma quæ Tabularum Lunarium ſupra deſcripta; ex quibus una cum ipſius Primarii Tabulis (Lib. præced. deſcriptis) Satellitum horum Phænomena prompte invenire licet. Sed quoniam Satellitum Eclipſes, dum in Primarii Umbram incurrunt, Phænomena ſunt maxime inſignia Terricolis obſervanda; Tabulæ ab Aſtronomis conduntur ad horum immediatum calculum, quarum fundamentum formaque facilis & ſimplex præcedentia intelligenti ſatis patent, exempliſque tantum opus erit ad hæc ſatis ſuperque illuſtranda; quæ tamen in Elementis hiſce Phyſicis & Geometricis, non Arithmeticis, locum non habent.

Advertendum eſt tamen rationem eſſe habendam diverſæ Diſtantiæ Telluris (Obſervatoris domicilii) à Phænomenis hiſce Immerſionis & Emerſionis Satellitum Saturni & Jovis: Hujuſmodi namque Phænomenon citius videtur cum Terra vicinior eſt illi, quam cum inde eſt remotior. Deſignet S Solem; CDEF Orbem magnum, ſive Telluris viam; GγH viam Jovis; γ Jovem Umbram γV projicientem; BAK Orbitam Satellitis Jovis. Terricola ad C poſitus cernat Emerſionem Satellitis ex Jovis Umbra ad A; nam ejus Immerſionem ad B, ſi Satelles Jovi propior ſit, aut Tellus poſt Oppoſitionem aut ante Conjunctionem Jovis & Solis, tum non cernet propter interpoſitum Jovis corpus: Quod ſi Spectator ibidem conſiſteret, poſt certum tempus ſimilis ejuſdem Satellitis Emerſio rurſus appareret, æqualique rurſus tempore elapſo alia rurſus Emerſio, atque ita denuo. Verum procedente Terrâ à C ad D, patet longiori opus eſſe tempore ut ſimile ſpectaculum ad hanc in D appellat; quanto nempe opus eſt ut Lux (ſpectaculum quaſi vehens) intervallum diſtantiarum AD, AC ſive diſtantiam CD percurrat. Pari ratione Satellitis Immerſio ad B, Telluris incolæ ad E conſtituto viſa, poſt determinatum tempus rurſus videbitur, atque ita porro; ſed Tellure ſpectaculo advenienti quaſi obviam factâ, dum ab E ad F movetur, Immerſionem dum in F conſiſtit Spectator citius videbit, quam ſi ad E conſtitiſſet. Atque hæc eſt diverſa Telluris Diſtantia à corporibus quorum Phænomena obſervantur, cujus habendam eſſe rationem diximus: propter diverſam enim hanc Diſtantiam citius aut ſerius videntur iſta, præter alias omnes Inæqualitates in ipſorum





corporum

corporum Motu revera contingentes. Et ex citiore & seriore hujusmodi Phænomenon apparentia, ad Terræ in Orbe annuo Motum comparata, viciſſim conſtat Lucis Motus ſucceſſivus, ejuſque velocitas hinc ex Obſervationibus colligitur.

SECTIO X.

De Motu Satellitum circa propria centra reſpective.

PROPOSITIO LVI.

LUnæ circa Tellurem delatæ Motum circa proprium centrum deſcribere.

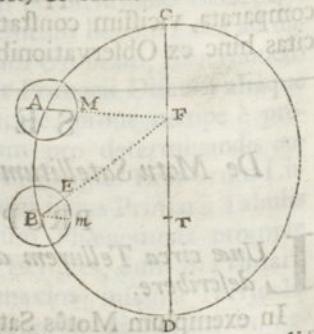
In exemplum Motûs Satellitum circa propria centra adducemus Lunam noſtram, cujus Motui aliorum Planetarum Satellitum Motus analogos eſſe æquum eſt credere; nam hoſce in adeo immenſa diſtantia poſitos minutim obſervare non datur. Lunæ Motus per omnia ſimilis eſt Motui Terræ circa proprium centrum interea dum hæc circa Solem defertur, præterquam in Axis inclinatione & revolutionis Periodo. Luna enim circa Terram mota etiam movetur circa ſuum Axem: Axis hic eſt ſibi ubique parallelus, ideoque non ad planum Orbis Lunaris normalis, (hoc enim propter Solis perturbantis actionem perpetuo mutatur,) ſed ad illud inclinatus, & ſitum ad immutatum Eclipticæ planum fere rectum obtinens. Lunæ Motus circa hunc Axem proprium (ſicut & Terræ circa ſuum reliquorumque Primariorum circa ſuos, ut Prop. xxx. Lib. I. oſtenſum eſt) uniformis & æquabilis eſt, eodem tenore perpetuo conſtans; ejuſque Periodus eadem eſt cum Menſe periodico, contra quam in Terra reliquiſque Primariis circa Solem delatis obtinet, quorum quivis plures circa Axem revolutiones perficit, dum Orbitam ſuam ſemel peragrat.

PROPOSITIO LVII.

EJuſdem Meridiani Lunaris (ſive circuli per Axem converſionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram deſcribit) umbilicum à Terræ centro diverſum perpetuo tranſit quamproxime.

Sit ABDC Ellipſis, cujus peripheriam Luna circa Terram mota deſcribit: In hujus Ellipſis foco altero T Tellus locatur, ad quem ductus radius (quem alibi ſupra Vectorem diximus) areas Ellipticas temporibus quibus deſcribuntur proportionales deſcribit. Et per Prop. V. Lib. III. ductis à duobus quibuſvis in Ellipſi punctis ad alterum Ellipſis focum F (à centro Terræ T diverſum) rectis AF, BF, eſt quamproxime angulus AFB ad quatuor rectos ſicut Tempus quo arcus AB à Luna percurritur ad integrum Tempus Lunæ periodicum. Si AM referat Meridiani Lunaris planum, quod (Lunæ centro ubivis *ex. gr.* in A exiſtente) productum per F tranſit; dico idem planum pariter productum per F tranſire, in quocunque Orbitæ

bitæ Ellipticæ puncto reperiatur Luna. Quoniam enim rotatio Lunæ circa proprium Axem uniformis est, & eandem habet Periodum quam Luna circa Terram; patet Meridiani planum quod in situ Lunæ A erat AM, cum Lunæ centrum ad aliud quodvis punctum ad libitum assumptum (ut B) pervenit, situm talem BE obtinere, ut posità B*m* parallelâ ad AM, angulus *m*BE sit ad quatuor rectos sicut Tempus quo Luna per arcum AB defertur ad integrum Tempus periodicum Lunæ: adeoque (per *Prop.* XI. *El.* V.) *m*BE est ad quatuor rectos sicut AFB ad quatuor rectos; unde (per *Prop.* IX. *El.* V.) *m*BE angulus æqualis est AFB. Cumque AF & B*m* sint parallelæ, erit BE in directum ipsi BF; hoc est, in situ Lunæ B ad libitum assumpto ejusdem Meridiani planum, quod in priori situ A productum per F transibat, productum etiamnum transit per F. In quocunque igitur Orbitæ puncto centrum Lunæ reperiatur, ejusdem Meridiani planum productum transit per F umbilicum à Terræ centro diversum. Q. E. D.



PROPOSITIO LVIII.

Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Lunæ Motu circa proprium centrum oriundos, describere.

Primo patet eandem fere Lunæ Faciem semper ad Terram converti, easdemque fere Lunares Maculas ab Observatore Terrestri spectari. Cum enim ejusdem Meridiani planum productum per alterum Orbitæ Lunaris focum F transeat, & Lunaris Orbita non sit valde excentrica, hoc est, F à T non multum distet, sive angulus FBT (cum maximus) non sit nimis magnus; patet eandem quam proxime Lunæ Faciem ad Terram converti.

Si vero accuratius inspectis Maculis Lunaribus Lunæ Facies Terræ obversa exactius consideretur, quod, Telescopii ope delineatâ illius figurâ, tandem fiet; patebit non præcise eandem à nobis videri. Et quidem cum ejusdem Meridiani planum AM non ad Terram T, sed ad alterum focum F dirigatur; constat Lunæ ad A existentis Hemisphærium è Tellure in T visum aliquantulum diversum esse ab illo, quod exinde videtur cum Luna ad B pervenerit, parte Hemisphærii Lunaris versus plagam D illic ab oculo in T tectâ quæ hic detegitur, parteque Hemisphærii alterius versus C hic ex visu sublatâ quæ illic apparuit. Atque Motus hic Lunæ è Terra apparens, quo quædam ipsius Maculæ in partem à Terra aversam se recipiunt dum aliæ ex parte aversa in visum Hemisphærium prodeunt, *Libratio Lunæ* apto satis vocabulo vocatur; & quidem quæ ob causam modo explicatam contingit, *Libratio in Longitudinem* dicitur, sc. à Lunæ Motu in longum sive secundum Zodiacum orta. Libratio hæc bis in quovis Mense periodico restituitur; quando nempe Luna in Apogæo

gæo c aut Perigæo d versatur: in utroque enim casu ejusdem Meridiani planum, quod protensum in f incidit, incidit etiam in t. Atque Libratio hæc ab Inæqualitatibus omnibus Motûs in longum afficitur, & inter reliquas ab illa qua Luna in Quadraturis cum Sole à Terra removetur, de qua dictum est Corol. Prop. II.

Porro, quoniam Axis super quem Luna in se convertitur non est ad Orbem Lunæ circa Terram descriptum perpendicularis, sed ad illum inclinatus; patet nunc hunc nunc illum Lunæ Polum ad Terram annuere, (similiter prorsus & propter similem causam atque Telluris Polus nunc hic nunc ille ad Solem annuit,) adeoque Lunæ Maculas nunc huic nunc illi Polo vicinas ex Terra spectari, hoc est, aliam Lunæ Librationem ex Tellure videri; quæ, cum à situ Lunæ respectu Nodorum Orbitæ suæ cum Ecliptica pendeat, (nam Axis ejus, ut supra dictum, est fere ad planum Eclipticæ normalis,) *Libratio in Latum* jure vocatur. Absolvitur & hæc spatio Mensis periodici, sive potius redeunte Lunâ ad similem respectu Nodorum situm.

Rursus, est & tertia Librationis Lunæ species, quâ fit ut licet alia ejus pars Terræ non obvertatur quam quæ ex duabus causis præcedentibus (Libratione nimirum in longum & in latum) obverti debet, tamen aliam à Sole illuminari contingit. Cum enim Axis Lunæ sit ad Eclipticæ planum proxime normalis, cum Luna ab Ecliptica versus Austrum recedit maxime (hoc est, cum in Limite Australi invenitur) Lunæ Polus boreus & etiam aliquæ ultra Polum Lunaris Globi partes à Sole illustrantur, dum interim ejusdem Polus australis aliquæque citra hunc regiones Lunares in tenebris versantur; in hoc igitur casu si contingat Solem in eadem plaga cum Lunæ Limite australi versari, Luna à Conjunctione cum Sole ad Nodum ascendentem procedens videbitur paulatim suas regiones Maculasve Polo suo boreo vicinas in Hemisphærium non illuminatum subducere, dum interim ab opposita plaga aliæ cum Polo australi ex tenebris in lucem prodeunt: contrariumque fiet semestri post, descendente Lunâ Novâ à Limite boreali; borealiores nempe Lunæ partes paulatim in lucem è tenebris prorepent, dum australiores in tenebris se abscondunt. Librationem hanc, sive potius prioris Librationis in latum effectus hosce, à luce Solis, adeoque Mense Synodico, pendere palam est.

Scholium.

Ex Propositione hac apparet, quam multiplicem Lunaris Globi Librationem è Tellure spectatam simplicissimus ejus motus circa proprium Axem Prop. LVI. descriptus producat: Præcedentes enim Librationis species, pro vario Lunarium Apsidum, Nodorum & Solis inter se situ (ex quibus pendent) varie mixtæ & combinatæ, intricatissimam istam Librationem Lunæ ab Astronomis observatam componunt.

Atque hæc omnia similiter in Jovis & Saturni Satellitibus obtinere admodum est probabile, si quidem eodem prorsus modo

Primarios hoſce Planetas circumeunt ſimulque cum illis circa Solem feruntur, perinde ac cum Tellure Luna; & quod evidentiſſimum iſtud Lunæ Phænomenon ab omni ævo obſervatum & celebratum, (de quo Prop. præc. initio dictum,) quod nempe eandem perpetuo Faciem ad Terram obverſam tenet, Jovialibus iſtis & Saturniis etiam conveniat. Obſervatum enim eſt Comitum Saturniorum extimum tum ſolum conſpici, cum Planetæ huic ad Occidentem poſitus eſt; ab Oriente vero ſemper eum latere: veriſimile eſt id inde evenire quod magnâ ſui parte obſcuriorem (hoc eſt, radios Solares undiquaque copioſe ſatis non reflectentem) ſuperficiem habeat Satelles hic, ſicut & noſtræ Lunæ in planitiebus quibuſdam ſatis amplis contingit; quæ pars obſcurior, cum ad nos converſa eſt, cerni nequeat præ luminis reflexi tenuitate. Cumque in Orbitæ ſuæ latere quod Orientem ſpectat, obſcurata reperiatur Luna hæc Saturnia, in altero nunquam; manifeſtum eſt indicium eandem Lunæ iſtius Faciem ſemper Saturnum reſpicere, quoniam ex eo illud contingere neceſſe eſt, ut cuivis patet. Quis jam dubitet, cum & illius omnium remotiſſimæ & noſtræ Lunæ Facies ſemper eadem Primario ſuo obvertatur, quin idem in cæteris quæ circa Jovem ac Saturnum revolvuntur etiam obtineat, licet Obſervationes manifeſtæ illud non evincunt?

SECTIO XI.

De Magnitudine & Denſitate Satellitum.

In inveſtiganda Satellitum Magnitudine ſupponemus & illos, ſuorum Primariorum (circa quos revolvuntur) reliquorumque magnorum Mundi corporum inſtar, ſphæricam (ex partium Gravitate verſus totum totiuſve centrum) ab initio, dum eorum materia fluida eſſet, induiſſe Figuram. Hoc in Luna Telluris noſtræ Satellite ex menſtruis Phaſibus, Eclipſibus aliiſque omnibus quæ excogitari poſſunt argumentis abunde patet, ut apud Phyſicæ & Aſtronomiæ Scriptores videre eſt: Hoc in aliis, Jovis nempe & Saturni Comitibus, etiam apparet; quamcunque enim Faciem Obſervatori Terreſtri obvertunt (obvertunt vero omnes) Diſco circulari perpetuo videntur, quod nulli Figuræ præter ſphæricam contingere poteſt.

Licet Planetarum Figura ſphærica ſit, ſi integrum aliquem ſpectes Planetam, hoc non impedit quin inæqualitates aliquæ (eæque, ſi cum rebus noſtris comparentur, ſatis magnæ) in illorum ſuperficiebus reperiantur, ex cauſis particularibus prope eorum ſuperficies in partes jam induratas & ſolidas vires ſuas exerentibus ortæ; quales & in Terra noſtra reperiuntur & in Luna, ſed quæ ipſorum Globorum reſpectu pro nullis merito habentur, eorumque rotunditati non officiunt.

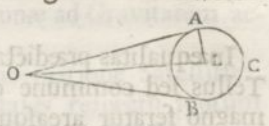
In inveſtiganda Satellitum Magnitudine & Denſitate, Lunæ noſtræ exemplum adducemus, ad cujus normam in reliquis procedere licebit.

PRO-

PROPOSITIO LIX.

Lunæ Magnitudinem definire.

Quoniam Lunæ Diſtantia anguluſque ſub quo apparet ex præcedentibus cognita habentur, hoc eſt (referente ABC Lunam, cujus centrum L, & O oculum) recta OL & angulus AOB, hujuſque proinde ſemiſſis AOL; in triangulo LAO rectangulo ad A invenietur LA Lunæ Semidiameter: vel brevius ſic: Diameter Lunæ eſt ad Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apparens cognita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem, uti patet. Luna autem ipſa eſt ad Terram (per *Prop.* XVIII. *El.* XII.) in triplicata ratione ſuæ Diametri ad Diametrum Terræ, ac proinde definitur. Q. E. F.

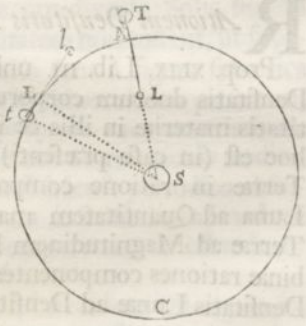


Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo ſimiliter definietur ex cognitis Diſtantia & angulo quem quiſque ſubtendit.

PROPOSITIO LX.

Quantitatem materiæ in Luna definire reſpectu Quantitatis materiæ in Terra.

Deſignet S Solem; ABC Orbem magnum, in cujus circumferentia commune centrum gravitatis Telluris T & Lunæ L circumfertur, ſicut Lib. I. explicatum eſt. Sit A centrum iſtud noto Tempore Novilunii cujuſdam; B idem illud centrum prope notum Tempus Quadraturæ *ex. gr.* inſequentis: Atque ex datis duobus hiſce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.) Solis Loca ex punctis A & B viſa: commune enim illud Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII. Lib. I.) ita Orbem magnum peragrat, ut areæ per radios ad Solem ductos abſciſſæ ſint temporibus proportionales. Obſerventur Loca Solis & Lunæ è Tellure in *t* viſa. Noti ergo ſunt anguli B*t*S, AS*t*: ſed prius innotuit ASB; ergo non latebit BS*t*. In triangulo igitur BS*t* datis angulis B*t*S, BS*t* & latere SB (Orbis magni lineâ ex Sole ductâ & poſitione datâ, in Terræ Diametris ex Solis Theoria & Parallaxi cognitâ) innoteſcet & *t*B latus in iiſdem notis menſuris: Sed ex Lunæ Theoria nota eſt *tl* Diſtantia Lunæ à Terra; nota ergo eſt (per I. *Dat.*) ratio inter *tl* & *t*B, adeoque & inter B*t*, B*l*. Porro, ex *Mechanicis* notiſſimum eſt eandem eſſe rationem gravitatis Lunæ verſus longinquum Solem ad gravitatem Terræ verſus eundem, hoc eſt (per Corol. Prop. XLVII. Lib. I.) Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra, atque rectæ B*t* ad B*l* rectam; definita ergo eſt ratio Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra. Q. E. F.



Temporum ad hanc Obſervationem inſtituendam alterum in Solis & Lunæ Syzygia, alterum prope Quadraturam eligitur, ut angulus BS*t* major fiat.

Idem ſimiliter & ex iiſdem principiis colligitur ex diverſa Semidiametro apparente Solis in Novilunio & Plenilunio; illa enim (cæteris paribus) in Novilunio minor eſt, in Plenilunio major.

SCHOLIUM.

Inæqualitas prædicta in Motu Terræ, exinde orta quod non ipſa Tellus ſed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur areaſque ad Solem deſcribat temporibus proportionales, ſeſe etiam in Planetarum locis obſervandis oſtendit. Eſt quippe menſtrua hæc Parallaxis Martis Achronychii duplo, & Veneris Soli conjunctæ & retrogradæ triplo major quam Solis, (cum in iſto caſu ille duplo, hæc triplo minus à Terra abſit quam Sol;) in cæteris inſenſibilis fere. Similis quoque inæqualitas in Saturni Joviſque (quos Satellites circumeunt) motibus obtinebit, præſertim cum omnes aut plerique Satellites ab una Primarii parte verſantur: ſed Primarii iſti reſpectu ſuorum Satellitum tam ingentes ſunt, ut Inæqualitas iſta fiat minus ſenſibilis.

PROPOSITIO LXI.

RAtionem Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Telluris definire.

Prop. XLIX. Lib. III. univerſaliter demonſtratum eſt, quod ratio Denſitatis duorum corporum componatur ex directa ratione Quantitatis materiæ in illis & inverſa ratione Magnitudinis eorundem; hoc eſt (in caſu præſenti) quod Denſitas Lunæ eſt ad Denſitatem Terræ in ratione compoſita ex ratione Quantitatis materiæ in Luna ad Quantitatem materiæ in Terra & ratione Magnitudinis Terræ ad Magnitudinem Lunæ: Sed per Propp. LIX & LX. dantur binæ rationes componentes; ergo datur ratio ex iis compoſita, nempe Denſitatis Lunæ ad Denſitatem Terræ. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

DEfinire rationem Gravitatis acceleratricis verſus Lunam in ejus ſuperficie ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus.

Ex ſupra oſtenſis patet, in paribus diſtantiis à centris corporum utcunque inæqualium, modo extra illa, Gravitates acceleratrices eſſe ut Quantitates materiæ in dictis corporibus; & in diſtantiis inæqualibus à centris corporum æqualium Gravitates acceleratrices eſſe inverſe ut quadrata dictarum diſtantiarum: Et igitur, licet neque diſtantiæ neque ipſa corpora æquantur, ratio Gravitatum acceleratricium verſus illa componitur ex ratione directa ipſorum corporum verſus quæ gravia tendunt & ratione inverſa quadratorum diſtantiarum ab illorum centris; hoc eſt (in caſu præſenti)

Gravitas

Gravitas acceleratrix verſus Lunam in ejus ſuperficie eſt ad Gravitatem acceleratricem verſus Terram in ſuperficie hujus in ratione compoſita ex ratione Maſſæ Lunæ ad Maſſam Terræ & ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Semidiametrum Lunæ, (nam diſtantiæ ſuperficierum à centris ſunt ſphærarum Semidiametri:) datur autem rationum componentium prior per Prop. LX. & poſterior per Prop. LIX; & igitur non latebit ratio compoſita, nempe ratio Gravitatis acceleratricis in ſuperficie Lunæ ad Gravitatem acceleratricem in ſuperficie Terræ.

Similibus Obſervationibus eâdemque ratiocinatione Satellitum Jovialium & Saturniorum Maſſæ & Denſitates reſpectu ſuorum Primariorum definientur: cumque horum Maſſæ & Denſitates reſpectu harum qualitatum in Tellure Propp. XLVIII & XLIX. Lib. III. definiantur; definitæ habentur Maſſa, Denſitas Gravitaſque acceleratrix ad ſuperficies Planetarum Syſtemate Solari contentorum.

SECTIO XII.

De Figura Satellitum & Primariorum ex mutua Gravitate oriunda.

Licet montes valleſque Terreſtres, & eminentiæ cavitateſque Lunares (quas evincunt illarum Umbræ pro diverſo Solis ſitu in has projici viſæ) corporum horum rotunditatem non tollant, ut ſuperius eſt dictum; quædam tamen univerſales ſunt à figura ſphærica deviationes non diſſimulandæ: *ex. gr.* illa in ſphæroidem prolatam, quam corporibus quibuſvis fluidis circa proprios axes rotatis competere oſtenſum eſt Prop. XXXI. Lib. I. Verum ob rotationis tarditatem in Globo Lunari, quippe quæ non niſi Menſe periodico abſolvitur, deviatio à figura ſphærica illinc orta inſenſibilis admodum erit, ſi cum ſimili deviatione in Terra comparetur, ut oſtendetur Prop. inſequente.

Propter aliam rationem Luna figuram ſphæroidem oblongam induit, cujus axis productus per Terræ centrum tranſit. Cumque hujuſce figuræ inſignes ſint cauſæ nec minores effectus, illam altius repetere æquum erit; præſertim cum eâdem operâ explicandum ſit Phænomenon Æſtûs Maris, quod inter ea quæ in Tellure contingunt celebratiſſimum eſt originiſque (ut oſtendetur) Cœleſtis.

PROPOSITIO LXIII.

Figuram Sphæroidem prolatam Lunæ definire.

Problema hoc eodem modo ſolvitur quo Prop. LIII. Lib. III, ubi aliorum Planetarum figura determinatur: Habetur enim ratio inter Diametros Lunæ & Terræ per Prop. LIX, item ratio Temporum revolutionis Lunæ & Terræ circa proprios Axes per Prop. LVI; habetur igitur (per Prop. XXVI. Lib. I.) ratio Vis centrifugæ in Æ-

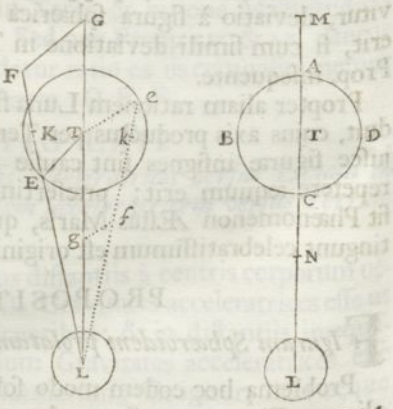
quatore Lunæ ad consimilem Vim in Æquatore Terræ: Sed datur (per Prop. LII. Lib. III.) ratio inter Vim centrifugam in Æquatore Terræ & Gravitatem in Terræ superficie, & ex Prop. LXII. datur ratio Gravitatis in Terræ superficie ad Gravitatem in superficie Lunæ; & igitur data erit ratio ex tribus hisce composita, nempe ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad Gravitatem versus Lunæ centrum quæ in ejus superficie obtinet, quæ (in dicta Prop. LII. Lib. III.) ostensa est eadem cum ratione excessûs Diametri Lunæ secundum ejus Æquatorem ad Lunæ Axem. Ideoque (per 6. *Dat.*) dabitur ratio inter Lunæ Axem & ejus Diametrum quamvis Axi normalem; hoc est, inter axes Ellipsis cujus rotatione circa axem minorem fit Sphæroïs prolata Lunæ similis.

Ratio prædicta rationem æqualitatis adeo appropinquat, ut Lunæ Figura sphæroides prolata, hinc oriunda, parum admodum differat à sphærica.

PROPOSITIO LXIV.

SI Telluris Globus ubique profundo Mari opertus esset, indueret hic Figuram sphæroidem oblongam fere, cujus axis productus per Lunam transiret.

Designet circulus centro T Tellurem, circulus centro L Lunam: Patet, quod si nulla esset actio Lunæ nec alterius cujusvis extranei corporis in Tellurem, hanc cum undique fluido operta sit sphæricam esse, nisi quatenus ab hac deviat propter rationes Prop. XXXI. Lib. I. indicatas, de qua deviatione hic non agitur. Verum, quoniam Telluris partes singulæ graves sunt in Lunam, & gravitas versus Lunam (sicut versus corpus aliud quodvis) est reciproce ut quadratum distantiæ ab illius centro; si (ut in Prop. LX. Lib. I. & Prop. I. Lib. IV. fuse explicatum est) recta LT exponat Gravitatem acceleratricem corporis in Terræ centro locati versus Lunam, sitque (in fig. I.) E quælibet Fluidi marini particula, si porro in recta LE (eave producta) sumatur LK æqualis LT, & LF quæ sit ad LK in duplicata ratione LK ad LE; exponet LF Gravitatem corporis ad E locati versus L, quæ (ut vulgo notum) dividitur in Vires ut FG & GL & cum iis directionibus: Si autem à Vi illa qua corpus ad E positum urgetur, quæ est ut GL, auferatur Vis ut TL quâ Terræ centrum unaque integra Tellus versus Lunam urgetur; relinquentur Vires ut FG & GT & cum directionibus FG & GT, quibus corpus ad E positum urgetur, præter Vim propriæ Gravitatis quâ E versus Terræ centrum tendit.



In

In fig. 2. reliquis manentibus fit C punctum Telluris cui Luna eſt in Zenith, & A cujus Nadir Luna tenet, B & D puncta circumcirca (ſive potius circulus) quibus Luna eſt in Horizonte. Liquet quod punctum G maxime diſtat à T cum punctum E eſt aut in C aut in A; in priori caſu G migret in M, in poſteriori in N. Cum vero punctum E invenitur in circulo BD, punctum G coincidit fere cum T, nullaque in fluidi partibus in dicto circulo BD verſantibus relinquitur Vis præter illam Gravitatis propriæ & alteram illam ut FG cum directione FG; ipſa vero FG in hoc caſu fit BT aut DT, puncto F cum K coincidente. Particulæ igitur fluidi ad C & A, cum præter Gravitatem propriam verſus centrum T urgeantur, illæ quidem Vi ut MT cum directione ab M verſus T, hoc eſt, à C verſus L; hæ vero Vi ut NT cum directione ab N verſus T, hoc eſt, ab A verſus M; non erunt tam graves verſus centrum T atque ſi Vis à Luna orta abeſſet: Sed particulæ ad C verſus Lunam attrahuntur magis quam Terra integra quæ in centro T locata intelligitur; & particulæ ad A verſus Lunam attrahuntur minus quam Terra integra in T, & proinde poſt Terram quaſi relictæ ſimiliter afficiuntur atque ſi ad partes contrarias verſus M traherentur: particulæ vero in circulo BD, cujus incolis Luna Horizontem tenet, graviores ſunt verſus T; nam præter Gravitatem propriam alia ut BT vel DT à Vi Lunæ oriunda ſuperadditur cum directione à B vel D verſus T. In locis inter A vel C & B vel D intermediis particulæ conditionibus utriſque præditæ ſunt, quarum hæc vel illa prævalet prout his vel illis ſunt viciniores; nempe quo propiores ſunt fluidi Terreſtris partes punctis C & A eo minus graves ſunt, actione nempe Lunæ (ſc. Vi ut GT) Vim propriæ Gravitatis verſus T minuente, & quo propiores ſunt punctis B & D eo graviores ſunt, eâdem actione Lunari Gravitatem propriam in hoc caſu augente per Vim ut FG. Cum vero Globus ABCD fluido ſatis profundo undique opertus ponatur, hoc eſt, cujus particulæ aliæ aliis facile cedunt, & motum quæque proprium libere peragit; patet fluidum ad A & C poſitum à fluido in B & D extrudendum, levius à graviore, uti per Hydroſtaticæ leges oportet. Exſtabit igitur fluidum ad A & C & prope illa ſive attolletur & ſubſidebit in BD circulo & prope hunc, donec illius major moles & altitudo ab hujus majore Gravitate compenſatæ æquilibrium efficiant; formabiturque Tellus, fluido undique ſatis profundo operta, in Figuram ſphæroidem oblongam quaſi, cujus axis eſt AC recta quæ producta per Lunam tranſit. Q. E. D.



Scholium.

Ob eandem rationem Fluidum Terreſtre Figuram induet ſphæroidem fere oblongam, cujus axis productus per Solem tranſit: Nam ſi in præcedente ratiocinatione corpus L non Lunam ſed Solem deſignet, patet propoſitum. At ſphæroidis hujus axis non tantum excedit diametros illi normales, quam in illa quam Luna producit. Quoniam enim Fluidi elevatio ad C ſub Luna L exinde provenit, quod hoc gravius ſit verſus Lunam quam ipſa Tellus quæ ad T

conſiſtere

consistere censetur, quippe vicinius; ejus vero elevatio in puncto A exinde, quod Terra ad T gravior sit ad Lunam quam Fluidum ad A, utpote vicinior; adeo ut Fluidum ad C à Luna prolectatum (ut *Kepleri* verbo utar) Tellurem post se relinquat, Fluidum vero ad A à Terra quasi relinquatur: si hoc à Solis actione proveniat, effectus non erunt adeo sensibiles, quia Terræ Semidiameter TC vel TA evanescit fere respectu Distantiæ immensæ inter Terram & Solem, quæ respectu Distantiæ inter Terram & Lunam (quæ triginta Diametros Terrestres vix excedit) satis fit sensibilis; & ideo fluidi ad C gravitas insensibiliter major versus Solem quam ad T, & ad A positi insensibiliter quam ad T minor; unde Figura sphæroides hinc facta parum supra ipsam sphæram elevabitur ad vertices C & A, parumque in circulo BD infra eandem deprimetur. Aliqua tamen erit hæc Fluidi Terrestris elevatio in C & A depressioque in BD circulo, propter immensas immensi corporis Solaris etiam longissime distantis vires.

PROPOSITIO LXV.

MAris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum orientis Figuris sphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem transeunt.

Primus (quod sciam) Æstûs Maris veram hanc causam attigit *Jo. Keplerus*, qui illam pluribus explicat in *Introductione ad Physicam Cœlestem commentariis de Motibus Stellæ Martis traditam*, ubi postquam cujusvis corporis Gravitatem in quodvis universaliter ostendit, sic scribit: *Orbis virtutis tractoriæ, quæ est in Luna, porrigitur usque ad Terras, & prolectat aquas sub Zonam Torridam, quippe in occursum suum quacunque in verticem loci incidit, insensibiliter in maribus inclusis, sensibiliter ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spacioſa reciprocationis libertas*; & in *Astr. Lun. Pag.* 70. sic: *At æstuum maris causæ videntur esse corpora Solis & Lunæ trahentia aquas maris.* Illam postea excepit & incrementis immensis ditatam suam jure fecit summus Philosophus D. *Is. Newton*, qui aquas Maris intumescere ostendit & sub Luna & loco huic opposito: *Keplerus* enim credebat quod *Impetus* præsente Lunâ *factus gignit per absentiam Lunæ, impetum alium; donec Luna rediens, fræna impetûs hujus recipiat, modereturque, & una cum suo motu circumagat.* Sphæroides igitur hæc figura, quâ ultra sphæram (duorum montium instar & sub Luna & in loco huic opposito) exstat, una cum Luna (quam sequitur) motu diurno circumacta, (sive potius, secundum rei veritatem, Tellus in Orientem rotata subducens se hisce eminentiis aquarum, quæ sub Luna motu proprio lente in Orientem lata immotæ quasi consistunt,) aquam in suo itinere bis intumescere facit totiesque detumescere spatio 25 horarum, quo Luna à cujusvis Loci Meridiano digressa ad eundem redit.

Quoniam vero (per Schol. Prop. præc.) Fluidum Terrestre tumet etiam

etiam in Locis quibus Sol in Zenith aut Nadir reperitur, licet multo minus quam ubi Luna fimiliter locatur; in Luminarium Conjunctione & Oppofitione conjungentur etiam prædictæ aquarum eminentiæ, fietque elevatio omnium maxima, maximaque etiam depreffio, cum Luminaria Horizontem fimul attingunt, quia aqua per utriufque Vim tunc elevatur, nunc deprimitur. In Luminarium Quadraturis Sol attollit aquam ubi Luna deprimit, deprimitque ubi Luna attollit; & ex Virium differentia aquarum elevatio omnium minima oritur, minimaque etiam depreffio. Inter Luminarium Syzygias & Quadraturas effectus producuntur inter prædictos intermedii, ut æquum eft.

Si Luna in Æquinoctiali circulo verfetur, aquarum eminentiæ binæ oppofitæ Æquatorem Terreftrem tenebunt, & utraque maximum illum Telluris circulum motu fuo defcribens magis agitabitur, & proinde ad littora appellens altius elevabitur ad illa; præterquam quod, Æquatoris Terreftris diametro majore exiftente quam recta quævis alia per Terræ centrum tradu&a & utrinque ad ejus fuperficiem terminata, aqua per Luminarium Vires (cæteris paribus) in illo ad majorem altitudinem elevabitur quam alibi. Et igitur cum Luminaria duo, in Æquatore conjun&a aut oppofita, Vires fuas ad Mare in Æquatore Terreftri elevandum jungunt, quod fit in Syzygiis Æquinoctio proximis, hoc eft, Menfe *Martio* & *Septembri* contingentibus; Æftus tum produ&i erunt omnium maximi & agitatiffimi, Æftufque, qui dictis Menfibus in Luminarium Quadraturis contingunt, erunt omnium minimi minimeque agitati; effectus quippe differentiæ Virium Lunæ ab Æquatore maxime declinantis (nempe quæ Soli in Æquatore pofito eft in afpectu Quadrato, ac proinde in Solftitialibus Zodiaci pun&is) & proinde Æftum minimum minimeque agitatum producentis, & Solis non declinantis Æftumque adeo maximum maximeque agitatum caufantis; cujus contrarium accidit circa Solftitia, cum Æftus minimi in Luminarium Syzygiis contingunt (minimi inquam illorum qui in Syzygiis contingunt) maximique (eodem fenfu) in eorum Quadraturis.

Rurfus, Æftus (cæteris paribus) maximi funt dum Luminaria funt in Perigæo, minimi dum in Apogæo; cumque iftud Lunæ accidat quovis Lunationis tempore, Soli autem Hyeme tantum, hoc prioribus junctum efficit ut Æftus maximi in Syzygiis & minimi in proximis Quadraturis præcedant Æquinoctium vernum & fequantur Æquinoctium autumnale.

Hucufque Æftuum proprietates confideravimus quatenus univerfum Telluris globum afficiunt: reftat nunc ut eas confideremus quæ à diverfarum habitationum Latitudine diverfa procedunt. In quem finem referat BEKAQH Tellurem, cujus centrum T, Poli A & B, hic borealis ille auftralis, EQ Æquator, & huic paralleli duo circuli CD, FG, quorum hic verfus Boream fit, ille verfus Auftrum. Fluidum Telluri circumfufum ad præfentiam Lunæ fe difponat

in ſphæroidem figuram oblongam, cujus axis KH productus ad partes H per Lunam tranſeat, ut Prop. præc. oſtenſum eſt; erit recta TH vel TK maxima aquæ Altitudo (computando à centro) & TM vel TN minima, eadem nempe cum Altitudine aquæ in quovis circuli NM puncto, *v. g.* X vel Y, ubi parallelis CD & FG occurrit. Rectæ TC, TF, TD & TG aquæ Altitudinem in reſpectivis punctis C, F, D & G deſignabunt; ductoque PO circulo ad circulum NM parallelo, erit recta TO æqualis Altitudini aquæ in punctis O, V, S, R & P, ubi dictus circulus PO cum Æquatore & parallelis reſpectivis concurrit. Hiſce poſitis, conſideremus Locum motu diurno parallelum CD deſcribentem: patet, cum Locus hic in D verſatur, Altitudinem Maris TD eſſe maximam, hoc eſt, Æſtum eſſe cum Luna L Meridianum tenet; poſtea vero Altitudinem aquæ ibi eſſe minimam, cum dictus Locus revolvendo ad punctum X pervenit, uti prius eſt oſtenſum; rurſuſque Æſtum eſſe cum Locus ad C appellit. Sed quia TD major eſt quam TC (nempe longiſſimæ TH propior) erit in caſu præſenti, cum Luna ad Polum elevatum declinat, Altitudo Maris major cum Luna eſt in Meridiano ſupra Horizontem quam cum Luna Meridianum infra eundem tenet. Similiter TG minor eſt quam TF, quippe minimæ TM propior; hoc eſt, in Loco parallelum FG motu diurno deſcribente Altitudo aquæ maxima, contingens dum Luna verſus Polum depreſſum A declinans Meridianum ſupra Horizontem tenet, minor eſt quam ejus Altitudo maxima, quæ fit dum Luna ad Meridiani alteram mediatatem pertingit.



Porro, Æſtûs prædicti alternis vicibus majoris & minoris (in Loco quovis extra Æquatorem poſito, prout Luna ad Meridiani partem conſpicuam aut latentem appellit) differentia major erit, ſi cum cauſis quibuſdam prius explicatis ſimilemque effectum ſortientibus conjungantur, *ex. gr.* Solſtitiorum tempore; tunc enim in Syzygiis utrumque Luminare ab Æquatore maxime declinat, à qua Declinatione Æſtuum alternationem pendere oſtenſum eſt. Atque effectus adhuc augebitur, ſi Orbitæ Lunaris Nodus aſcendens Æquinoctium vernum etiam occupat; tunc enim Luna Soli conjuncta, ultra Declinationem Solis Declinationi maximæ æqualem, Latitudinis maximæ (in Limite nempe) quantitate magis adhuc in Boream aut Auſtrum declinat.

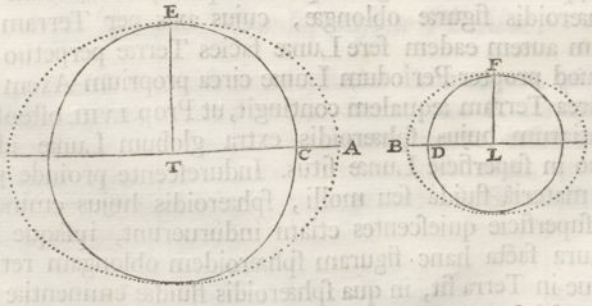
Hæc omnia ita ſe haberent, ſi globus Telluris undique aquâ ſatis profundâ tegatur: Verum propter Inſulas tam majores quam minores Æſtum inhibentes, atque hiſce intermedia Freta, item Vada Syrteſque, per quæ Æſtus ſunt propagandi, infinita fere oritur hujus

jus Phænomeni varietas. At omnium horum ſitu reſpectuque ad invicem probe notis, & Obſervationibus de Maris Æſtu exacte inſtitutis, nullum eſt dubium quin horum ratio ex prædictis facile & naturaliter fluat. Verum cum hæc non ſint noſtri inſtituti, immo hactenus oſtenſa non niſi tanquam Lemmata ad Lunæ figuram determinandam conſignentur, particularibus hujuſmodi proſequendis abſtinemus.

PROPOSITIO LXVI. LEMMA.

Si Globus Lunæ ubique profundo Mari noſtro ſimili opertus eſſet, indueret hic figuram ſphæroidem oblongam, cujus axis productus per Terram tranſiret: & Altitudo fluidi Lunaris, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ſupra ſphæram ſphæroidi inſcriptam eſſet ad Altitudinem analogam Maris noſtri in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è diametro oppoſitis, ſupra ſphæram inſcriptam ſphæroidi, in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ.

Quod fluidum Lunare in ſphæroidem figuram aſſurgeret, cujus axis per Terram tranſiret, patet iiſdem argumentis, quibus Prop. LXIV. probavimus fluidum Terreſtre hujuſmodi figuram induere. Cum enim Lib. I. ſatis ſit oſtenſa gravitas omnium corporum in omnia, merito cum *Keplero* in *Aſtr. Lunar.* quærendum eſſet; *Quid impedit igitur quin dicamus Terram etiam Lunares aquas trahere ſicut Luna Terreſtres?* Porro, ſi gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis eſſet gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, (hoc eſt, ſi æqualis eſſet materiæ quantitas in Luna & in Terra;) patet fluida æquidenſa, quibus iſti duo globi teguntur, ſe conformatura in figuras ſphæroides ſimiles. Nulla enim vel excogitari poteſt ratio, quare alterius globi fluidum in acutiorem ſphæroidem figuram attollatur: Nam præter ſolam molem, in caſu præſente, omnia hinc inde æquantur. Et cum omnia ad omnimodam Æqua-



litatem producendam neceſſaria ponuntur præter Molem, loco omnimodæ Æqualitatis producetur Similitudo ejus ſuccedanea. Figuræ in ſchemate deſignent figuras ſphæroides ſimiles in quas

Luna (cujus centrum L) Terraque (cujus centrum T) æqualis maſſæ fluida alterna elevarent; figurarum harum axes LB, TA in directum jacerent per Prop. LXIV. Si ſphæroidibus hiſce inſcriptæ concipiantur ſphæræ FD, EC axes in C & D interſecantes, erit ob figurarum ſphæroidum in caſu præſenti ſimilitudinem BL ad LF ut TA ad TE, & dividendo BD ad LF ſicut AC ad TE, & viciſſim BD ad AC ſicut LF ad TE; hoc eſt, ſi æqualis eſſet gravitas acceleratrix Terræ in Lunam atque Lunæ in Terram, elevatio fluidi Lunaris, in partibus proximis & remotiſſimis ſupra ſphæram inſcriptam, eſſet ad elevationem fluidi Terreſtris analogam, in locis Lunæ ſubjectis & hiſce oppoſitis, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ. Rurſus, ſi Terra ac Luna æquales haberent Diametros, Altitudines ſupra inſcriptas ſphæras, ad quas fluida æquidenſa elevarentur, eſſent ut gravitates acceleratrices in ipſa corpora trahentia; hoc eſt, ſphæroidis Altitudo, ad quam elevatur fluidum Lunare ſupra ſphæram, in partibus Telluri proximis & ab illa remotiſſimis, eſſet ad conſimilem Altitudinem ſphæroidis aqueæ ſupra inſcriptam ſphæram, ad quam elevatur fluidum Terreſtre, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Et igitur, licet neque gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis ſit gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, nec Diameter Lunæ Diametro Terræ æqualis; erit Altitudo fluidi Lunaris ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ad analogam Altitudinem, ad quam Mare noſtrum in partibus Lunæ ſubjectis & hiſce è Diametro oppoſitis ſupra inſcriptam ſphæroidi ſphæram elevatur, in ratione compoſita ex ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ & ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Figuram ſphæroidem oblongam Lunæ definire.

Superius oſtenſum eſt & Lunam aliquando fuiſſe fluido undique tectam (quod ex illius figura ſphærica patet) & fluidum hoc fuiſſe ſphæroidis figuræ oblongæ, cujus axis per Terram tranſit. Quoniam autem eadem fere Lunæ facies Terræ perpetuo obvertitur, (quod propter Periodum Lunæ circa proprium Axem ejus Periodo circa Terram æqualem contingit, ut Prop. LVIII. oſtenſum eſt,) eminentiarum hujus ſphæroidis extra globum Lunæ idem erit perpetuo in ſuperficie Lunæ ſitus. Indureſcente proinde paulatim Lunæ materiâ fluidâ ſeu molli, ſphæroidis hujus eminentiæ in Lunæ ſuperficie quieſcentes etiam induruerunt, ipſaque Luna ex molli dura facta hanc figuram ſphæroidem oblongam retinet; ſecus atque in Terra fit, in qua ſphæroidis fluidæ eminentiæ extra inſcriptam ſphæram, propter Telluris motum circa proprium Axem pernicem, circa Tellurem perpetuo rotantur fluiditatemque conſervant.

Ad

Ad ſphæroidis hujus figuræ ſpeciem determinandam, advertatur demonſtratum eſſe in Prop. præc. exceſſum axis ſphæroidis oblongæ ſupra diametrum huic normalem eſſe ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à viribus ſolius Lunæ factæ ſupra minimam in ratione compoſita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ: Sed datur utraque ratio componens, prior ex Prop. LXII, poſterior ex Prop. LIX; datur igitur compoſita, nempe ratio exceſsûs axis ſphæroidis Lunæ ſupra diametrum illi normalem ad exceſſum Altitudinis maximæ Maris noſtri à ſolius Lunæ viribus factæ ſupra minimam. Datur autem exceſſus hic per obſervationem; ergo & ille, nempe exceſſus axis ſphæroidis Lunaris ſupra Diametrum illi normalem: datur autem ipſa Lunaris Diameter per Prop. LIX; ergo & axis ſphæroidis figuræ quæſitus. Definita igitur eſt Lunæ figura ſphæroides oblonga. Q. E. F.

Lunæ figura ex ſphæroide prolata Prop. LXIII. definita, & oblonga hâc LXVII. determinata componitur: At ſi illius ſuperficies fluido tegeretur, tertia præterea eſſet figura ſphæroides oblonga facta à Solis Vi perturbante, cujus axis productus per Solem tranſiret, cujuſque proinde eminentiæ, ſemel in rotatione Lunæ ſuper proprium Axem, integrum Lunæ ambitum peragraret inſtar Æſtûs Maris noſtri. Hujus elevatio maxima, extra ſupra definitam figuram Lunarem, eſſet ad elevationem Maris noſtri, à ſola Vi Solis factam, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ, & proinde nota.

Quæ de Terra ejuſque Satellite Luna dicta ſunt, vera etiam erunt de Jove & Saturno & eorum Satellitibus, ſi vel nunc vel olim fluida fuerint ingentia iſta corpora: gravitas enim mutua corporum, conatus recedendi ab axe motûs in corporibus rotatis & fluidi natura eadem ſunt apud Jovem & Saturnum quæ apud Terram.

SECTIO XIII.

De Saturni Annulo, ejuſque Phaſibus.

Poſt traditas & demonſtratas methodos Geometricas, quibus hucuſque obſervatorum circa Planetas ſecundarios & eorum Phaſes rationes explicantur & quantitates determinantur, reſtat ut eadem fiant reſpectu Annuli ſive Fornicis Saturno circundati, qui ejus Satellitii pars eſt, ideoque locum hunc, poſt alia de Satellitibus explicata, ſibi vendicant.

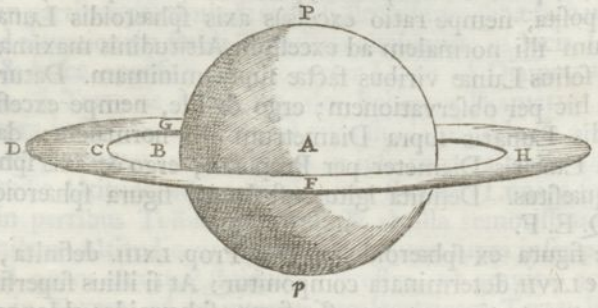
PROPOSITIO LXVIII.

Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm deſcribere.

Annulus, quo Saturnus cingitur, eſt tenuis, planus, nuſquam ipſi

Saturni globo cohærens, ut in figura depingitur; quorum ultimum hinc conſtat, quod Fixæ inter Saturnum Annulumque per GCB ſpatium cernantur.

Annuli Semidiameter eſt Saturni Semidiametri dupla ſeſquiquarta, & interſtitium inter Saturni globum & interiorem Annuli limbum GCH æqualis Annuli latitudini CD. Hujus ſuperficies duæ, GDFHC hic viſa alteraque latens huic parallela, planæ ſunt,



non tamen politæ ſpeculi inſtar, ſed lumen Solis in ſe incidens undiquaque reflectentes. Annuli craſſities, ſive diſtantia inter prædicta duo plana, ſenſibilis eſt licet non admodum magna: Solis radios in ſe incidentes aut non omnino aut parum admodum reflectit, vel ſaltem ſpeculi inſtar ab uno puncto divergentes & Terram non attingentes.

Annulus hic (qui propter gravitatem verſus Saturni centrum, Fornicis inſtar, æquali undique à Saturno intervallo ſuſtinetur) ſi omnino revolvitur, circa Axem ſuum ſive rectam ex centro ad ipſius facies parallelas normalem revolvitur, adeoque eminus ſpectanti propter ejus uniformitatem pro quieſcente habetur. Ipſum Saturnum circa eundem Axem ſuper Polos P, *p* etiam revolvi admodum eſt verifimile; adeo ut Annulus, in Æquatoris Saturnii plano producto, Planetam hunc circumſtet ad diſtantiam ab ejus ſuperficie paulo majorem quam eſt Diametri quadrans.

Hæc omnia ad Oculum melioris notæ Teleſcopio adjutum patent, & ope Micrometri menſurantur; id eſt, cum Saturni Globo comparantur.

Saturnus Annulo cinctus in Orbita ſua circa Solem eodem modo defertur atque Tellus in ſua, quem Prop. XXX. Lib. I. deſcripſimus; nempe Annulus, adeoque etiam Saturni Æquator forte in hujus plano & Axis parallelos feruntur; & planum Annuli eodem ſemper angulo, nempe 23½ graduum, ad immotum planum Eclipticæ inclinatur, ac proinde eodem ſemper ad planum Orbis Saturni.

Communis plani Eclipticæ planique Annuli Saturni interſectio Eclipticæ occurrebat circa Annum 1659, in 20½ grad. Virginis & 20½ grad. Piſcium, ex obſervatione *Chriſtiani Hugenii*: nam in iſtis punctis conſtitutus tum temporis Saturnus Anſis ſive Annulo

nulo orbatus ſpectabatur; in 20½ gradu Geminorum & Sagittarii, à prioribus ſc. remotiſſimis punctis, Anſæ maxime expanſæ & diductæ cernebantur, quippe Annuli circulus tum minime oblique ſpectatus latioris Ellipſeos ſpeciem induit. Quoniam vero puncta prædicta 20½ gr ♍ & ♓ non multum diſtant à punctis, ubi communis interſectio plani Æquatoris Terreſtris cum dicto Eclipticæ plano per Solem tranſiens Eclipticæ occurrit, & hæc duo plana æqualibus angulis ad planum Eclipticæ inclinantur; erunt hæc duo plana, nempe Æquatoris Annulique Saturnii, inter ſe fere parallela. Et igitur ſi ex Terra Annulus hic circularis oblique ſpectetur, indeque Ellipticus appareat, Ellipſis hujus major axis parallelus fere erit Æquatori Cœleſti.

Prædictam Rectam (quæ eſt communis interſectio plani Annuli Saturnii & plani Eclipticæ) motu angulari in antecedentia ferri veriſimillimum eſt. Quod ſi Annulus hic cum Æquatore Saturnio magnetice aliove quovis modo imperceptibili ſit connexus, (nam Obſervatione conſtat illum nuſquam cohærere,) ita ut horum plana in unum ſemper coincidant; Æquinoctiorum Saturniorum puncta retrocedent: Annulus enim eſt materia ad Æquatorem Saturni redundans; unde (per Prop. LXIV. Lib. I.) conſtat iſtorum punctorum motus in antecedentia eodem modo quo Æquinoctialium punctorum Terreſtrium. Quod ſi, Planetæ ſecundarii inſtar, Annulus motus ſuos peragat independenter à Saturni Globo, Lineæ prædictæ regreſſus ex Prop. XIV. Lib. IV. conſtabit.

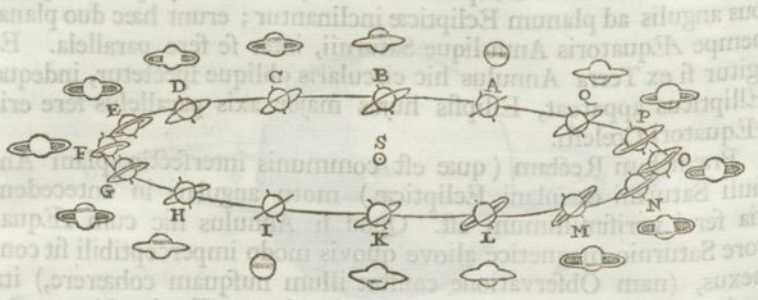
Porro angulus, quem Annuli planum cum plano Orbis Saturnii continet, major erit per Prop. XV, cum Saturnus in horum communi interſectione reperitur quam alibi; & minimus cum Saturnus inde maxime diſtat: verum mutationes hæ tam parvæ ſunt ut è Terra vix obſervari queant.

PROPOSITIO LXIX.

ANnuli Saturnii Phaſes è Sole ſpectatas deſcribere & definire.

Ab illis ordimur quæ fiunt cum Spectatoris oculus coincidit cum corpore illuſtrante, quippe & ſimplicioribus & ad alia gradum facientibus. Patet primum, Saturno ex Sole ſpectato ut in A vel I, (in ſchemate annexo ubi Saturnum cum Annulo quo cingitur parallelos delatum depinximus, cum ſpecie qua Diſcus apparet poſt illum reſpective,) neutram Annuli faciem videri, idque ob duplicem cauſam: Nam primo, cum in hoc caſu Annuli planum productum per Solem tranſeat, neutra ejus facies illuſtrabitur, Solis radiis utramque ſtringentibus tantum, adeoque videri nequit, quippe obſcura; deinde, cum Oculus etiam in Sole ponatur, hoc eſt, in planis videndis productis, facies illæ licet illuſtratæ non viderentur. Quod ſi Annuli Acies radios Solares in ſe incidentes undiquaque Planetarum more reflecteret, in ſitu prædicto exſtarent hinc inde *Brachia lucida* in recta ad Eclipticam angulo 23½ gr. inclinata: Cum vero

vero Acies hæc radios non remittat (ut Prop. præc. dictum) Brachia non apparebunt ultra Saturni Discum protensa; sed quâ lucidum Saturni Discum transit, lineam efficiet obscuram prædicto modo inclinatam, per Disci centrum traductam: Sed & linea hæc obscura etiam alias apparebit, nunc supra Disci centrum, nunc infra illud incurvata, prout Aciei obscuræ situs postulat.



Procedente Saturno ab A per B, C &c. versus E, vel ab I per K, L &c. versus N, paulatim attollitur Sol supra Annuli faciem, vel hanc vel illam, donec Saturno ad E vel N pervento, planum per Solem & Saturnum tractum, ad Ecliptica planum normale, Annuli plano etiam normale fuerit, & Sol supra planum Annuli circiter $23\frac{1}{2}^{gr}$. elevatus; in quo casu facies Annuli illa, quam Sol illustrat, omnium maxime illustratur, ob radiorum Solarium incidentiam tum maxime directam: Et Annuli limbus circularis Oculo in Sole etiam constituto ex Opticæ legibus Ellipsis apparebit, cujus major axis duplus sesquialter est minoris, sicut radius est fere duplus sesquialter sinûs $23\frac{1}{2}^{gr}$. Et porro, procedente Saturno ab E per F, G &c. versus I, aut ab N per O, P &c. versus A, paulatim minuitur Solis elevatio supra faciem illustratam, donec tandem neutram denuo illustret, sed utramque suis radiis stringat. In intermedio quovis situ facies illustrata minus aut magis illustrabitur pro minore aut majore distantia Saturni à situ A vel I, & circularis Annulus sub magis contractæ aut magis dilatatæ Ellipsis specie videbitur; ejus nempe major axis erit ubique ad minorem ut radius ad sinum anguli quo recta ex oculo ad ejus centrum ducta inclinatur ad Annuli planum. Prædictus angulus quo Sol (Oculusve in Sole positus) supra Annuli planum elevatur, in quovis Saturni situ (puta c) æqualis est angulo quo Sol supra planum Æquatoris Terrestris elevatur (hoc est, Solis Declinationi ab Æquatore) cum Tellus distat à puncto, ubi Terricolis Æquinoctium est, angulo æquali ipsi ASC adeoque per Tabulam Declinationis punctorum Ecliptica facillime inveniendus: Nam (per Prop. præc.) maxima Solis elevatio supra planum Æquatoris Terrestris æqualis est maximæ ejus elevationi supra planum Annuli Saturnii.

Saturno

Saturno prope punctum A hærente Annulus minime percipietur, non tantum quia Ellipsis axis minor in isto casu est admodum parvus, sed etiam præcipue quod ob radios Solis admodum oblique incidentes parum illustretur, & proinde Oculo vix sensibilis reddatur. Experientiâ vero constat ad illustrandam Annuli faciem, ita ut videri queat, opus esse ut Sol supra illius planum elevetur tribus ad minimum gradibus; ad istud vero requiritur ut Saturni Locus Heliocentricus distet à loco A vel I septem aut octo gradibus: & igitur toto illo tempore quo Saturnus ex Sole spectatus citra vel ultra punctum A vel I (jam sæpe descriptum) intra septem aut octo gradus hæret, hoc est, dum in Orbitæ suæ partibus oppositis quindecim istos gradus percurrit, quod totidem circiter menses durat, ejus Annulus & hinc nata Brachia & Ansæ non apparebunt, sed Saturnus rotundus & solitarius videbitur. Verum limites hi diversi erunt pro observantis Oculi diversa acie, diversisque Tubi quo utitur viribus. Atque hæc sunt præcipua Phænomena Annuli quo Saturnus cingitur è Sole spectati; hic modus illa determinandi.

Scholium.

Ob easdem rationes Viæ Satellitum circa Primarium quemvis revolventium è Sole spectatæ, nunc rectæ apparent nunc Ellipticæ: rectæ quidem, cum linea Nodorum Satellitis producta in Solem incidit; quando etiam Satelles è Sole visus maxime elongatus à suo Primario maxime etiam declinat à Via Primarii è Sole visa, quo casu Eclipsis istius Satellitis, in Primarii umbram incurrentis, centralis erit & proinde (cæteris paribus) maxime diuturna, & Umbra Satellitis, inferiorem Orbitæ suæ semicirculum percurrentis, in Primarium incidens per Disci centrum è Sole visum transit. Unde Solis & Satellitis Phænomena, è Primario visa, ad superiorum normam definientur. Extra hunc situm Satellitis Via è Sole visa Ellipsis apparebit, (circulus nimirum oblique spectatus,) cujus major axis est in Primarii Via visa. Hæc breviorem obtinebit axem minorem quo propior est Primarius istis punctis ubi prior Phasis contingit, longiorem quo ab illis remotior; adeoque omnium longissimum (hoc est, ipsa hæc Ellipsis, quam Satellitis Orbita circularis induit, erit latissima) dum Primarius in locis versatur inter prædicta loca mediis; nempe cum recta Solem Primariumque conjungens est ad Satellitis Orbitæ planum minime obliqua, in quo casu Satelles in maxima Elongatione à suo Primario videbitur in Primarii Via è Sole visa; in conjunctione vero cum Primario à dicta Via maxime in hanc vel illam partem declinat, prout in superiore vel inferiore Orbitæ suæ semicirculo versatur. Unde Satelles in superiore Orbitæ suæ parte ab Umbræ Primarii axe longissime aberit, & in inferiore Satellitis Umbra à centro Disci Primarii sui è Sole visi quam maxime etiam distabit; ideoque pro inclinatione plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii, proque Orbitæ Satellitis magnitudine, Eclipses illinc ortæ erunt (cæteris paribus) vel brevissimæ, vel forsan nullæ. In locis intermediis Satellitis

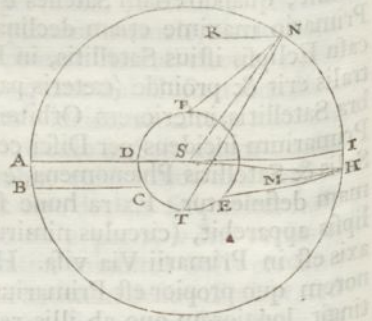
Via circa Primarium è Sole visa erit Ellipsis minus lata, prædictaque omnia miscebuntur. Atque Phases hæ omnes contingent bis in una revolutione Primarii circa Solem, si Nodorum Linea sibi semper parallela maneat; sin hæc moveatur, continget Phasium varietas omnis, ex quo ista Nodorum Linea producta in Solem incidit, donec rursus versus eundem dirigatur. Et è converso, ex istis Eclipsium vel longissimarum vel brevissimarum observationibus, lineæ Nodorum Satellitis positio & plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii inclinatio definientur.

PROPOSITIO LXX.

Annuli Saturnii Phases è Terra spectatas describere & definire.

Licet Annuli Saturnii Phases è Sole spectatæ sint fere eædem cum ejus Phasibus è Tellure spectatis, (quia Saturni locus Geocentricus ab ejusdem loco Heliocentrico, etiam cum maxime, vix distat sex gradibus,) & proinde per Prop.præc. definiendæ; cum tamen in quibusdam differant, præcipue Saturno rotundo apparente, illarum differentias breviter ostendemus.

Sit ut prius s Sol, ABIN Orbita Saturni, DCT Orbita Telluris annua; (neque enim ejus inclinationem ad Orbem Saturni, quippe admodum parvam, hic consideramus;) sintque A & I loca Orbitæ Saturni, in quibus Saturnus existit cum Annuli sui planum productum per Solem transit, & Æquinoctium in Saturno fit, si Annulus sit in plano Æquatoris & Saturnus circa proprium axem rotetur. Patet quod, Saturno in A vel I posito, Annulus non cernetur ab Oculo in Terra in quacunque Orbitæ suæ parte Tellus consistat: Nam cum neutra Annuli facies à Sole in hoc casu illustretur, neutra ab Oculo videbitur, licet satis supra illius planum elevato. Sola Annuli acies illustratur, quæ tamen non videtur, quia radios (saltem ad Terram pertingentes) non repercutit: hæc tamen, qua lucidum Saturni Discum transit, nigricans sive obscura linea apparet ob rationes Prop. præc. explicatas.



Porro si, Saturno ad B progresso, Tellus sit in Orbitæ suæ puncto c, tali ut BC sit parallela ad AI, Saturnus etiamnum rotundus apparebit: Nam licet Annuli facies altera à Sole in hoc casu illustretur, Oculus Telluri affixus in Annuli plano producto etiamnum reperitur, ideoque illam non videt, sed solam Annuli aciem obscuram sibi obversam habet. Hoc accidit quando Saturnus ex Terra spectatus ad easdem Fixas refertur, ad quas referebatur per Oculum in Sole positum cum Sol in Annuli plano producto reperi-

reperiretur; hoc eſt, quando Saturni locus Geocentricus idem eſt cum ejus loco Heliocentrico, cum Sol eſt in Annuli plano producto, quod ex Tabulis Aſtronomicis facillime dignoſcitur.

Rurſus, ponatur Saturnus in ſitu H, Tellus in E, ita ut Annuli planum, ſive potius hujus communis ſectio cum plano Orbis Saturni recta HM, ipſi IA parallela, producta inter Solem s & Terram E cadat, quod fiet ubi Saturni Locus Geocentricus & ejuſdem Locus Heliocentricus ſunt ad diverſas partes Loci ſupra Prop. LXVIII. deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem Terramve incidit, quod ex Tabulis Aſtronomicis, Ephemeridibus præſertim, ſtatim conſtat; nam SH recta Saturni Locum Heliocentricum oſtendens cadit ad unas rectæ HM partes, & EH oſtendens ejus Locum Geocentricum cadit ad alteras ejuſdem rectæ partes: In hoc, inquam, caſu Spectator Terreſtris Annulum non videbit, (præterquam quod linea nigricans lucidum Saturni Diſcum tranſit,) quia illam Annuli faciem, quæ Solis radiis exponitur, conſpicere nequit; quippe ab ipſo averſam. Obverſa etenim Terræ, in hoc caſu, eſt facies illa quæ nunc umbræ vices patitur.

Contra, cum rectæ TN, SN ad Saturnum ex Sole & Terra eductæ ad eaſdem prædictæ NR (communis ſectionis planorum Annuli Orbiſque Saturni) partes cadunt, ſicut fit cum Saturnus eſt in N; hoc eſt, cum Locus Saturni Geocentricus ejuſdemque Locus Heliocentricus ad eaſdem partes ſunt reſpectu Loci ſupra deſcripti, ubi Annuli planum productum in Solem incidit; tum eadem facies Annuli Soli & Terræ obvertitur, ac proinde (ſi per alias rationes Prop. præc. explicatas liceat) facies illuſtrata viſa Saturno Brachia Anſaſve præſtare videbitur: Nempe ſi Sol Annuli faciem ſatis illuſtret, ut ejus lumen Oculum afficiat; hoc eſt, ſi tribus gradibus aut amplius ſupra Annuli planum attollatur, ſive Saturnus octo gradus aut amplius à puncto A vel I abſit, & Terra etiam uno circiter gradu aut amplius ſupra eandem faciem elevetur, (nam etiam ſenſibili aliquâ opus eſt Oculi elevatione ſupra planum Annuli, ne Ellipſis, quam Annulus refert, tenuiſſimæ lineæ ſimilitudinem præferat, adeoque exiliorem emittat lucem quam quæ Oculum movere poſſit;) hoc eſt, ſi Saturni Locus Geocentricus tribus gradibus aut amplius diſtet à loco, ubi Annuli ejus planum productum in Terram incidit, videbitur Annulus, ſicuti Prop. præc. oſtenſum eſt.

Ad definiendam ſpeciem Ellipſis quam Annulus quovis tempore refert, advertendum eſt quod, cum illius planum inclinatum ſit ad planum Orbitæ Terræ 23^{gr} circiter ubi Annuli circulus maxime directe videtur, Linea Terram dictumque circulum conjungens ad circuli planum in dicto angulo inclinabitur; & proinde in iſto caſu circulus apparebit Ellipſis, cujus major axis eſt duplus ſeſquialter minoris. Porro, in alia quavis inclinatione rectæ Terram & Saturnum conjungentis ad circuli planum, (invenienda ex diſtantia Loci Saturni Geocentrici ab ejus Loco Geocentrico ubi Annuli planum productum in Terram incidit, ope Tabulæ Declinationis puncto-

rum Eclipticæ, ut ſupra) major ejus axis erit ad minorem ſicut radius ad ſinum rectum anguli modo inventi, quo Oculus ſupra planum Annuli elevatur. Atque hæ ſunt præcipuæ Annuli Phaſes è Tellure viſæ, & hi modi illas definiendi. Q. E. F.

Ejuſdem etiam ſpeciei eſt Ellipſis quæ interiorem Annuli circulum refert, quippe in eodem plano cum exteriore: Verum Ellipſis hæc non eſt eadem cum perforata figura; Annuli enim craſſities huic obſtat. Perforatæ hujus figuræ citerior ſemiſſis eadem eſt cum prædictæ Ellipſeos parte; ulterior vero eſt æqualis ſimiliſque Ellipſis pars axi paulo propius admota, ut ex figura Prop. LXVIII. patet.

SCHOLIUM.

Ad eundem modum ex figura viæ ſive ſemitæ Satellitis circa ſuum Primarium è Sole viſæ, per Prop. præc. determinata, determinabitur ejuſdem figura è Tellure ad Tempus propoſitum viſa. Patet enim Satellitem Telluris incolæ videri Rectam deſcripſiſſe, cum Tellus in Orbitæ Satellitis plano reperitur, licet Sol tum temporis in eadem non verſetur; & Ellipſin (quam in omni alio caſu refert) ad circulum maxime accedere, cum recta Terram & Primarium conjungens minime obliqua eſt ad planum Orbitæ Satellitis, licet recta à Sole ad Primarium ad idem planum tum temporis non ſit minime obliqua. Et è converſo, ex dictarum Phaſium obſervatione definietur ſitus Lineæ Nodorum, & Inclinatio plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ quam Primarius circa Solem deſcribit.

Porro, eadem vera ſunt de apparente ſemita Maculæ ſive alterius cujuſvis viſibilis notæ in Planetæ primarii ipſiuſve Solis ſuperficie & circa ejus Axem rotatæ, vel de talium notarum ſerie circulari: apparebit enim, ex Optices legibus, circulus hic nunc Recta nunc Ellipſis, prout Tellus in ejus plano producto verſatur vel extra illud.

ASTRO-

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER QUINTUS

De Cometis.

EXplicatis Planetarum tum primariorum cum ſecundariorum motibus, & Phænomenis inde ortis, ad alterius generis corporum nempe Cometarum motus explicandos progredimur, quorum plures ſpecies ab Auctoribus numerantur: illos quippe dividunt ſecundum colores varios quibus fulgere cernuntur, Planetaſque quos ita æmulantur, & Caudarum quas emittunt figuras. Nos qui Aſtronomica non Aſtrologica tractamus, horum unicum tantum genus agnoſcimus, qui pro diverſitate vaporis Caudam conſtituentis, ipſiuſque Cometæ ſitûs reſpectu Solis, diverſas iſtas facies oſtendunt.

In his tractandis primo Phyſica quædam expediemus, ut ad Geometrica, ipſam nempe Orbitam determinandam, accedamus poſtea. In Phyſicis tractandis opiniones quaſdam & Philoſophorum placita poſtea rejicienda recenſere neceſſe erit, ut amplectenda melius intelligantur. Quod autem iſtud, in Libris præcedentibus conſulto omiſſum, in hoc fiat, ignoſcet Lector: neque enim Cometarum Theoria Geometrarum curas hactenus adeo exercuit atque Fixarum Planetarumque.

SECTIO I.

Generalia de Cometis.

PROPOSITIO I.

PHiloſophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere.

Philoſophi vetuſtiſſimi iidemque Aſtronomi Cometas eſſe æterna Mundi Corpora credidere, Planetarum inſtar, gyros ſuos ſtatis temporibus complentia: Nam *Ariſtoteles Lib.* I. *Meteor. Cap.* 6. de Cometa verba faciens ait, Τῶν δὲ Ἰταλικῶν τινὲς καὶ καλουμένων Πυθαγορείων, ἕνα λέγουσιν αὐτὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ μετὰ πολλοῦ τινα χρόνου τὴν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι καὶ τὴν περιβολὴν ὀλίγου, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τὸν Ἑρμῆν ἀστέρα. *Italicorum autem quidam vocatorumque Pythagoreorum dicunt Cometam eſſe unum errantium ſyderum, ſed non apparere niſi poſt multum tempus, nec*

nisi parvo tempore exstare, quod accidit etiam Mercurio. Et *Plutarchus Lib.* III. *De Placit. Philos. Cap.* 2. ait, Τῶν ἀπὸ Πυθαγόρου τινὲς μὲ ἀστέρα φασὶν εἶναι ἢ κομήτην ἢ ὃν ἀεὶ φαινόμενον, ὀλίγοι τινὲς δὲ ὡρισμένου χρόνου περιοδικῶς ἀναπλήττει. *Pythagoreorum quidam Cometam dixerunt esse stellam ex earum numero quæ in cœlo non assidue quidem comparent, sed quæ statis temporibus peracto certo circuitu rursus solent exoriri.* Et *Seneca* in *Natural. Quæst. Lib.* VII. *Cap.* 3. sic inquit, *Democritus subtilissimus antiquorum omnium, suspicari ait se, plures stellas esse quæ currant* (hoc est, Cometas) *sed nec numerum illarum posuit, nec nomina, nondum comprehensis quinque syderum* (hoc est, Planetarum præter Solem & Lunam) *cursibus.* Et rursus, *Seneca* ibid. dicit *Apollonium Myndium peritissimum inspiciendorum naturalium* asserere *Cometas in numero stellarum errantium poni à Chaldæis, tenerique cursus eorum. Apollonius* hic (teste *Senecâ* ibid. *Cap.*17.) aiebat quod *proprium sydus Cometes est, sicut Solis aut Lunæ. Cæterum non est illi palam cursus: altiora Mundi secat; & tum demum apparet, cum in imum cursûs sui venit*; id ipsum nempe quod Prop. X. Lib. I. ostensum est. Cui sententiæ & ipse subscribit *Seneca Cap.* 22. his verbis: *Non existimo Cometen subitaneum esse ignem, sed inter æterna opera naturæ.* Solam ille & unicam methodum tradit *Cap.* 2. quâ Quæstio hæc solvi queat, *necessarium esse* dicens *veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi enim propter raritatem eorum cursus adhuc non potest, nec explorari an vices servent, & illos ad suum diem certus ordo producat.* Tandemque sic vaticinatur *Cap.* 25. *Veniet tempus, quo ipsa quæ nunc latent in lucem dies extrahat & longioris ævi diligentia. Ad inquisitionem tantorum ætas una non sufficit. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur.* Et *Cap.* 26. *Erit qui demonstret aliquando, in quibus Cometæ partibus errent, cur tam seducti à ceteris eant, quanti qualesque sint.*

Postea vero *Peripateticorum* Schola omnis Cometas non corpora Mundi æterna sed noviter producta & mox rursus interitura censens, ut Cœlorum ingenerabilitatem & incorruptibilitatem tueretur, illos ex exhalationibus compactos Terrestribus in regiones sublunares detrusit; quæ opinio invaluit magis post invectos in Cœlum solidos orbes, per quos Cometæ trajicere nequeunt.

Tandem vero *Tycho Brahe* & *Keplerus* ex Observationibus invenientes nullam esse Cometarum parallaxin diurnam, illos in sedes supralunares reposuere. Modus parallaxin Cometæ diurnam, si qua est, investigandi maxime commodus & facillimus est sequens: Per observationes plurium dierum ante & post factas definiatur semita inter Fixas quam teneret Cometa, si nulli parallaxi diurnæ subjiceretur. Si ergo ab Ortu ad Meridianum, vel inde ad Occasum usque, eum inter vicinas Fixas teneat Locum respective, quem ex supra determinata semita teneret, indicio est illum nulli parallaxi diurnæ esse obnoxium: Nam dum Horizonti propinquus est, si dictâ

dictâ parallaxi afficeretur, inferior appareret inter vicinas Fixas quæ nullam patiuntur; adeoque ad Ortum vergens Cometa orientalior, ad Occasum occidentalior quam pro Loco ex prioribus Observationibus isti temporis puncto congruo cerneretur. Neque modus hic refractionis Syderum incertitudini subjacet; nam proximarum Stellarum eadem quamproxime est refractio quæ Cometæ. Omnium vero commodissime Observatio hæc instituitur, si inveniatur Locus verus Cometæ in recta inter binas Fixas ducta, ita ut Fixæ hæ tum temporis ad parvam supra Horizontem altitudinem in eodem Almicantarath aut prope reperiantur, quod in tanta Fixarum multitudine facile erit, saltem si adhibeantur quæ Oculo Telescopio adjuto videntur: Nam si Cometa parallaxi diurnæ subjiciatur, extra rectam hanc & Horizonti propior videbitur; sin aliter, in recta cum Fixis etiamnum apparebit.

Cometarum sedes supralunaris ulterius confirmatur exinde quod Cometa Anni 1680 observatus fuerit à *D. Cassini* 22 aut 23 tantum gradibus à Sole distans, & interim pleno Orbe fulgens, quod prius de Cometa qui apparuit Mense *Aprilis* Anno 1665 etiam notaverat; unde certo concluditur, vel Cometas istos tum temporis non tantum Lunâ sed & Sole fuisse superiores, (cum Mercurius & Venus in ea à Sole distantia apparente pleno Orbe non fulgeant nisi tales fuerint;) vel illos esse corpora lucida ipsius Solis aut Fixarum instar, aut saltem pellucida & Solis radios transmittentia, quod de tam magnis corporibus vix dicetur, cum Maculæ Solares utut raræ texturæ opacæ satis sint. Cometas vero esse corpora opaca ex Umbris quas projiciunt ostendetur inferius.

PROPOSITIO II.

Philosophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recensere.

De Cometarum Orbitis inter Philosophos nondum plene constat: *Keplerus* siquidem & post hunc *Cartesius*, *Hevelius*, aliique Cometas in rectis trajicere statuunt. *Keplero* enim *Circuli* aliæve recurrentes Curvæ *in Cometarum vero motu nunquam placuerunt, ideo quod non sit verisimile eorum quæ nunquam redeunt motus esse circulares.* Jam vero credidit *Keplerus* in *Cometar. Physiolog.* *liquidi Ætheris immensam profunditatem ejus esse naturæ, ut Cometas ex seipso producat ne regio illa vacua sit, atque hoc fieri per facultatem animali vel vitali similem ad auræ ætheriæ defæcationem & purgationem, cum hæc certis regionibus crassescit. Coactâ igitur illâ crassâ pinguedine ætheris, quasi quodam excremento, velut in quoddam Apostema; fit ex natura loci, ut lumen illi accedat (cum Solis lumen ubique adsit) motusque ei instar Stellæ alicujus concilietur: Exemplum genuinum, quomodo Cometarum huic pingui & cœlesti materiæ & motus & lumen conciliatur, videre est in trajectionibus aeriis.* *Hevelius* vero Cometas oriri statuit ex Planetarum exhalationibus subtilioribus sibi mutuo in æthere casu

casu junctis & Disci formam retinentibus, cujus altera facies Soli obversa manet, postquam Cometa in linea spirali motus egressus est Planetæ Atmosphæram, ex qua prima sui rudimenta traxit.

Cartesius Cometæ cujusvis corpus posuit perenne Planetæ instar, quippe effictum, ut Planeta, ex Fixa aliqua (sive Sole) Maculis obducta & à vicino crescente vortice abrepta. At Cometam vult de vortice in vorticem perpetuo rectà fere progredi.

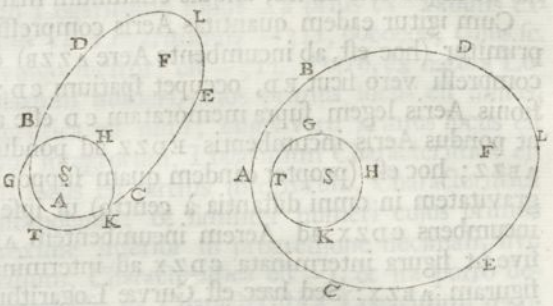
Qui vero Cometam perenne corpus statuunt, & semitam eandem denuo Planetarum ritu percurrere, ejus Orbitam talem esse volunt, ut Tellus vel intra circulum hunc licet summe excentricum contineatur (ut D. *Cassini* de Cometa An. 1577, quem eundem esse suspicatur cum eo Ann. 1680 & 1681) & Cometa hujus peripheriam æquabiliter percurrat, quod ipsis Planetis non conceditur; vel extra, ita ut Orbitæ convexitas Terram respiciat, cui propendere videtur idem D. *Cassini* in Theoria motûs Cometæ Anni 1664. Verum quidem est Orbitas hasce à D. *Cassini* ad Cometæ motum calculo subjiciendum præcipue adhiberi, nec physicum quid à cautissimo Viro super hac re definiri.

Ex plurium Cometarum Observatione quendam quasi Cometarum Tractum inter Fixas statuit D. *Cassini*, intra cujus limites plurimi (licet non omnes) Cometæ continentur, sicut Planetæ intra limites Zodiaci. Zonam hanc Cometicam Zodiaco æque latam, & illius instar Animalium figuris insignitam transire comperit per Antinoum, Pegasum, Andromedam, Taurum, Orionem, Canem minorem, Hydram, Centaurum, Scorpionem & Sagittarii arcum, & Zodiacum Cometicum appellavit.

Huc etiam spectat *Cometarum Systema* à Cl. D. *Jac. Bernoulli* An. 1682 editum, in quo ponit Planetam primarium quendam circa Solem rotatum ad *distantiam à Sole* 2583 *Semidiametrorum Orbis magni, spatio Annorum* 4 *& Dierum* 157, *etiamsi Saturnus ducenties quinquagies octies propior id non nisi* 30 *Annorum spatio præstet.* Circa Primarium hunc (*qui tum ob corporis exiguitatem, tum ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit*) ad diversas distantias diversi rotantur Cometæ, quorum tamen nullus ad usque Saturni Orbitam descendit; *itaque Cometæ*, ex mente *D. Bernoulli, nil aliud sunt quam prædicti invisibilis Planetæ primarii Satellites, qui tum demum videri incipiunt, cum ad Perigæum se demittunt nobisque proximi evadunt.*

Sententia de Cometarum Orbitis, quæ nobis verisimillima videtur, superius Prop. XXXV. Lib. I. explicata, præterquam quod simplicitati naturæ maxime est congrua, prædictarum opinionum facies fere omnes induere potest. Sit enim (fig. 1.) Sol, per S repræsentatus, communis focus Orbitæ Telluris fere circularis TGHK & Orbitæ Cometicæ admodum excentricæ ABDIEC; patet quod Cometæ Orbitæ suæ portionem EC vel BD percurrentis Phænomena satis belle explicabuntur per motum in Recta æquabilem, siquidem BD vel CE à Recta non sit multum diversa, & præterea Cometa in illa æquabi-

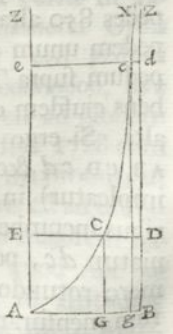
æquabiliter moveatur; cum trilinea æqualia ſuper illam conſtituta, quorum communis vertex eſt s, habeant baſes etiam proxime æquales. Vix tamen primo obtutu apparebit eundem eſſe Cometam qui prius EC deſcripſit, poſteaque BD, interpoſito Tempore notabili inter has duas apparitiones, quo ſc. arcum CAB deſcribens ſub radiis Solaribus delituit. Terrâ autem ut ad T conſtitutâ, Cometæ portionem Orbitæ ad A deſcribentis phænomenis Curva verſus Terram convexa melius conveniet; talis enim revera eſt in fig. 1. Verum convexa verſus Terram Curva Cometæ in Solis oppoſito conveniet nunquam in hac Theoria; concava tamen optime, ſi (ut in fig. 2.) SA Cometæ perihelia à Sole diſtantia Orbis magni Semidiametrum ST ſuperet: Cometæ enim ad A trajicientis phænomenis ex Tellure in T viſis optime reſpondebit Curva verſus T cava, quippe ſua.



PROPOSITIO III. LEMMA.

Si Aer ſeſe expandat ſecundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod ſpatia in quæ comprimitur ſunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris noſtri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terreſtris, impleret omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni, & longe ultra.

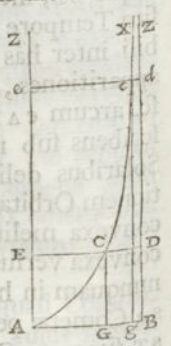
Legem expanſionis Aeris eam eſſe quæ hic ponitur, ſc. quod ſpatia in quæ comprimitur Aer datæ quantitatis ſunt reciproce proportionalia ponderibus comprimentibus, liquet ab Experimentis *Tranſact. Philoſ. Menſ. Julii An.* 1671. N°. 73. conſignatis. Hâc poſitâ referat ABZZ tubum erectum infinitum Aere plenum, cujus latera AZ, BZ ſunt invicem parallela & Horizonti perpendicularia, & fundus AB ſuperficiei Terræ inſiſtens: Patet Aerem ad AB comprimi per pondus totius incumbentis Aeris ABZZ, & Aerem ad ED (ad libitum ductam ipſi AB parallelam) comprimi per pondus incumbentis Aeris EDZZ. Concipiatur Aerem per totam rectam ED expanſum comprimi in ejus partem, puta CD, ut ejuſdem ſit denſitatis cum Aere AB, & hoc etiam ad aliam quamvis rectam ſimiliter ductam ut *e d* fieri, hoc eſt, Aerem omnem, qui prius per tubum ABZZ expandebatur, comprimi in ſpatium ABZX ita ut ejuſdem ſit ubique denſitatis. Curvæ ACcX, ſpatium ACcXZ*d*DBA ab una parte terminanti,



 recta

recta BZ erit asymptotos, quia in quantacunque supra Terram altitudine aliquis est Aer, qui proinde compressus, donec æquidensus sit atque Aer ad AB, aliquis etiamnum manet.

Cum igitur eadem quantitas Aeris compressi quantum AB comprimitur (hoc est, ab incumbente Aere AZZB) occupet spatium CD, compressi vero sicut ED, occupet spatium CD; patet per compressionis Aeris legem supra memoratam CD esse ad ED, hoc est, ad AB, ut pondus Aeris incumbentis EDZZ ad pondus Aeris incumbentis ABZZ; hoc est (propter eandem quam supponimus gravitatem in omni distantia à centro) ut ipse Aer incumbens CDZX ad Aerem incumbentem ABZX, sive ut figura interminata CDZX ad interminatam figuram ABZX: Sed hæc est Curvæ Logarithmicæ proprietas Geometris notissima; Curva igitur ACX est Curva Logarithmica, cujus asymptotos est BZ recta. Unde per *Probl.* III. *Appendic.* 3. *Lect. Geom.* XII. *Barrovii*, (ductis CG, *cg* ad BZ parallelis cum AB concurrentibus in G & *g*,) BG sive CD est eodem ordine inter BA & B*g* sive *dc* media Geometrice proportionalis, quo BD inter B*d* & nihilum est media arithmetice; adeoque O (seu nihil) BD & B*d* sunt sicut Logarithmi rectarum BA, DC & *dc* respective. Datis ergo BD, B*d*, BA & DC, facillime invenietur *cd*, quæ ut hactenus ostensum repræsentat quantitatem Aeris compressi, quantum ad Terræ superficiem fit, quæ in Altitudine B*d* supra Terram se expandet in spatium ipsi BA æquale; nempe faciendo ut sit DB ad *d*B, ut differentia Logarithmorum ipsarum AB & CD ad aliam, erit hæc differentia Logarithmorum ipsarum AB & *cd*: & proinde dato Logarithmo ipsius AB, non latebit Logarithmus ipsius *cd*, nec ipsa proinde *cd*.



Sit AB pedum 33, quanta nempe est Altitudo columnæ aqueæ, cujus idem est pondus cum æque crassa columna Aeris ad Atmosphæræ summitatem protensa: Cumque Aer juxta superficiem Terræ spatium occupet quasi 850 vicibus majus quam Aqua ejusdem ponderis, ut experimentis innumeris constat; columna Aeris pedes 850 alta ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ pedem unum alta. Et propterea si ascendatur ad altitudinem 850 pedum supra Terræ superficiem, columna Aeris loco isti incumbens ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ 32 pedes alta. Si ergo BD assumatur pedum 850, erit DC pedum 32: nam AB, CD, *cd* &c. exponent altitudines Barosc opii (quocunque fluido impleatur) in locis B, D & *d*; hæ enim sunt proportionales ponderibus incumbentis Aeris respective. Ut igitur ex præmissis inveniatur *dc*, posità B*d* Semidiametro Terræ æquali, nempe numero rotundo pedum 20000000, (nam secundum nuperam Gallorum mensuram est pedum 19615800,) instituatur operatio per regulam proportionis, inveniendo ipsis DB 850, *d*B 20000000, & differen-

differentiæ Logarithmorum ipſarum AB, CD ex Tabulis excerptorum, nempe 0, 0133639, quartam proportionalem 314, 0000000, nempe differentiam Logarithmorum ipſarum AB & *cd*, quâ ſubductâ ex 1, 5185139 Logarithmo ipſius AB prius ex Tabulis excerpto, manebit ipſius *cd* Logarithmus – 312, 0000000, cujus ſc. Characteriſtica (ut vulgo dicitur) eſt – 312. Porro, ex natura Logarithmorum Tabularium numeri, cujus primus locus eſt unitas, Logarithmi Characteriſtica eſt nihil; cujus vero primus locus eſt denarius, ſive ſecundus integrorum, Logarithmi Characteriſtica eſt unitas; cujus primus locus eſt tertius integrorum, Characteriſtica eſt binarius, & ſic aſcendendo; & ſimiliter numeri cujus primus locus eſt unitate proxime inferior in progreſſione decimali, ſive primus locus decimalium, Characteriſtica eſt – 1, & ita porro deſcendendo: unde è converſo, ex Characteriſtica Logarithmi innoteſcet locus quem occupat primus locus numeri; & hinc numeri, cujus Logarithmi Characteriſtica eſt – 312, locus primus eſt in 312^{mo} loco decimalium; ergo recta *cd* exponitur per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium. Calculo igitur ſubducto, patet Aeris noſtri portionem, expoſitam per numerum cujus primus locus eſt 312^{mus} decimalium, in altitudine Semidiametri Terreſtris ſeſe expandere in magnitudinem quæ exponitur per 33; hoc eſt, ſpatium à noſtro Aere occupatum eſſe ad ſpatium quod impleret, ſi eâ eſſet raritate quam in altitudine Semidiametri Terreſtris obtineret, ut unitas ad numerum notatum duobus ternariis cum annexis 312 cyphris. Verum hæc ratio immane minor eſt eâ, quam ad Fixarum ſphæram (ex mente *Ariſtarchi*) Arenæ granulum habere demonſtravit *Archimedes* in *Arenario*; majorem nempe ratione quam unitas habet ad numerum notatum unitate cum 63 cyphris annexis: Nos autem modo oſtendemus prædictam rationem eſſe multo minorem eâ, quæ eſt inter globum digitum unum latum & Saturni Orbem propius æſtimatum, quam eſt Fixarum ſphæra ab *Ariſtarcho*.

Semidiameter Terræ eſt, ut prius, numero rotundo 20000000 pedum: Quod ſi parallaxis Solis ſit 10″ (quæ eſt minima illi adhuc ab Aſtronomis tributa) cujus ſinus rectus eſt 485 partium poſito radio partium 10000000; erit Semidiameter Orbis magni 500000000000 pedum, nempe ad Semidiametrum Terræ ut radius ad ſinum parallaxis Solis; & igitur Semidiameter Orbis Saturni (per Prop. XLI. Lib. III. vix decuplo major) erit pedum 5000000000000, & illius Diameter pedum 10000000000000, ſive digitorum 120000000000000. Quare ſphæra Saturni eſt ad globum digitum unum latum ut præcedentis numeri cubus, ſive 1728 cum annexis 39 cyphris ad unitatem, ſive rotunde & ad maximum, ut numerus notatus per binarium cum 42 cyphris annexis eſt ad unitatem. Igitur, cum globus digitum unum latus multo majorem habeat rationem ad Saturni ſphæram, quam ad ſpatium quod Aer noſtro ſimilis impleret, ſi tam rarus eſſet atque Aer in altitudine Semidiametri Terreſtris ſupra Terram; patet globum iſtum Aeris,

cujus diameter eſt unius digiti, ea cum raritate quam haberet in altitudine Semidiametri Terreſtris, impleturum omnes Planetarum regiones ad uſque ſphæram Saturni & longe ultra. Q. E. D.

Si gravitas verſus Terram in receſſu à centro minui ſupponatur, uti revera fit; patet dictum Aeris noſtri globum digitum unum latum, in altitudine ſupra Terram Semidiametro Terræ æquali, adhuc majus ſpatium occupaturum.

PROPOSITIO IV.

Philoſophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare.

Cometæ Caudam à Sole dependere exinde patet, quod hæc à Sole ſit perpetuo averſa, quod tamen expreſſè primum à *Petro Apiano* obſervatum eſt in Cometis qui inter Annos 1530 & 1540 apparuerunt, illud licet 60 prius Annis à *Regiomontano* tantum non animadverſum fuerit. Cæterum quomodo Caudæ à Capitibus per Solis actionem oriantur, triplex eſt Opinio.

Primo cenſent *Apianus, Cardanus, Tycho, Snellius* aliique Solis radios per pellucidum Cometæ corpus ſive Caput propagatos in illo velut in lente vitrea refringi, ac jubaris ſpeciem poſt Cometam, ſive in plaga à Sole averſa, præbere ſpectandam. Verum iſtud Dioptricæ legibus adverſatur: Præterquam enim quod plerumque figura non reſpondeat, jubar hoc per Æthera purum propagatum Oculo ad latus poſito non erit ſenſibile; requiritur materia aliqua reflectens in regione Caudæ quæ jubar hoc ſenſibile reddat, eodem modo quo opus eſt pulveris aut fumi particulis in cubiculo obſcuro volitantibus ut jubar ſimile in eo contentum videatur ab Oculo extra radiorum viam poſito; & quo denſiores & craſſiores ſunt particulæ quibus medium inficitur, eo ſplendidius erit jubar, & è contra. Unde aliâ & craſſiore opus erit materiâ in regione Caudæ quam alibi in Æthere Caudæ circumfuſo, alias Cœlum totum à luce Solis illuſtratum æque ac Cauda ſplendeſceret; & igitur à Solis radiis per caput tranſlucidum propagatis non provenit Cometæ Cauda. Atque argumentum hoc æqualiter valet, ſive radii ponantur in Cometæ Capite ſimul & huic circumfuſa Atmoſphæra refracti, ſive in ſola Atmoſphæra, Capite opaco radiorum tranſmiſſionem prohibente, ſicut *Hevelius* obſervavit in Cometa An. 1665 qui Umbram projiciebat, & in pluribus aliis obſervatum fuiſſe tradidit idem Auctor *Lib.* VIII. ſuæ *Cometographiæ.* Cel. D. *Hookius* tamen Umbram hanc negat, ac fortius lucere aſſerit in ea regione ubi Umbra (ſi qua eſſet) appareret.

Secunda Opinio eſt *Carteſii* ejuſque ſequacium, qui Cometæ Caudam ortam volunt à refractione lucis in ejus progreſſu à Capite ad videntis Oculum. Si iſtud verum eſſet, Fixarum Planetarumque radii per eadem media propagati non tam à refractione immunes ad oculos noſtros appellerent quam obſervatione conſtat, nec Cometarum Caudæ tam liberæ à coloribus Iridis, refractionis

fractionis perpetuis comitibus. Neque difficultates has tollit *Carteſius* dicendo *Paragr.* 139. *Lib.* III. *Princip.* quod Fixarum ſcintillatio huc referatur, quodque harum Caudæ longiores eſſent ſi lux foret major; admotis enim Teleſcopiis, illarum ſcintillatio tollitur cum lux augetur. Porro, Planetarum Saturni, Jovis & Veneris, quorum Diametri apparentes plerorumque Cometarum ſatis longas Caudas emittentium Diametros adæquant vel etiam ſuperant, & lux lucem, nullæ ſunt Caudæ; & Cometarum caudatiſſimorum lux Capitum ſæpe tenuis admodum & obſcura eſt. Si vel Fixæ, (vel ipſi etiam Planetæ,) ut in Meteorologicis narrat *Ariſtoteles*, ab *Ægyptiis* comatæ nonnunquam ſint viſæ, hoc iis accidit non ut Cometis, ſed adſcribendum potius eſt nubium refractioni fortuitæ, quali *Carteſius* adſcribit Comam ab ipſo *Ariſtotele* circa Fixam in femore Canis viſam. Denique, ſi Cauda Cometæ ex refractione medii cœleſtis oriretur, hæc in iiſdem Cœli regionibus in eandem ſemper plagam pergeret, quod tamen non fit, ſed pro Solis ſitu in varias, ut dictum eſt.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda ſententiæ apud Auctores proprios inſpiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas eſt hæc D. *Jac. Bernoulli* in ſupracitato *Syſtemate Cometarum*. *Solem nempe concipit in medio Vorticis ſui tanquam ignem in foco accenſum, cujus calore circumfuſi Planetæ coquuntur, unde perpetuo magna ſubtiliſſimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipſo Sole egreditur, & à motu rapidiſſimo Vorticis Solaris ſurſum verſus circumferentiam propellitur; quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Vorticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia ſubinde nova materia affluit, paulatim condenſantur, & Planetis ſecundariis inviſi iſtius Primarii ſupra-Saturnii,* (de quo Prop. II. dictum eſt,) *dum circumferentiæ Vorticis Solaris proximi ſunt, adhærent; non ſecus ac cum ſuper igne focario ſuſpenſa eſt olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibuſque aſcendens camino, trabibus & quicquid ſolidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur: ſic inquit in modum fuliginis exhalationes viſcoſæ Planetis accreſcunt, illoſque undique ſatis denſiuſcule ambiunt ac cingunt; unde fit ut nuclei Cometæ extremitas ſeu limbus plerumque male terminatus & quaſi diffluens aut criſpus videatur fuliginis inſtar. Tum vero in progreſſu dum Satelles hic circa primarium ſuum volvitur, ſubinde novæ exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipſum immediate ambiunt, quod ob defectum ſolidi fundamenti nequeant tam arcte conſtipari) ei adhæreſcunt, longe lateque omni ex parte circa illum ſeſe extendentes, non quidem in modum globi, ſed lati diſci, cujus alterutra planities Soli obverſa maneat, radiique Solares cum diſco perpendiculares angulos efforment, unde manifeſta,* ut ait, *redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppoſitam vergat; nam quamvis totus ſimul à Sole illuminetur diſcus, non tamen niſi pars illa diſci, quæ noſtri reſpectu cis nucleum, & qui-*

quidem in eodem nobiſcum & cum Sole plano exiſtit, radios ad oculum noſtrum reflectit, reliquis ex adverſo & à latere Cometæ aliò repercuſſis.

Cometam ſpectanti opinio primum occurrens eſt Caudam à Capite oriri. Atque hæc eſt Opinio vetuſtiſſimorum Philoſophorum ipſiuſque *Ariſtotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuiſſimum ex Capite ortum, ſed accenſum hunc voluit. Sagaciſſimus D. *Hookius* ex Cometæ inſpectione ſequentem excogitavit Cometam ejuſque Caudam explicandi rationem, in *Cometa* An. 1678 *Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas verſus centrum circa quod prius rotabatur deſtructa eſt per motum quendam inteſtinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde ſuis ſedibus exceſſit in recta tangente Orbitam in puncto in quo verſabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (niſi quod propter materiam verſus centrum poſitam, ſive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene ſubiit, aliquantulum verſus Solem incurvetur) ſic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut ſal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menſtruo) diſſolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæ extimæ ſic mutatæ non tantum gravitatem amiſerunt, ſed & porro leves factæ ſunt Solis reſpectu; hoc eſt, Solem fugiunt. Unde cum in æthere abſorbeantur & in altum tollantur, & ſimul Solem fugiant, particulæ hæ igneæ ſpeciem præ ſe ferent innumerorum projectorum undique rectà ex Cometæ nucleo exeuntium, & verſus punctum longinquum Soli oppoſitum gravium; ideoque (per demonſtrata à *Torricellio Prop.* XXX. *Lib.* II. *de Mot. Projector.*) ſpeciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis eſt in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis eſt in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non detur, ſed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum inteſtinum iſta accipiat, gravitatis amiſſio & levitatis à Sole acquiſitio in aliis non ſunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & ſatis eſſe ad ejus phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illuſtretur radioſque Solis à ſui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, cauſam comminiſci neceſſe habent quare vapor ſeu exhalatio reflectens in partes Soli averſas ſolum abeat. *Keplerus* rem ſic explicat: *Coactâ Cometæ materiâ pingui & craſſâ in orbem, ex natura omnium rerum quæ uniuntur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante*, exiſtimat *ſequi aliquid de intima Cometæ materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometæ perlui, colari, atteri*, & materiam ſic congregari ad partes Cometæ à Sole averſas, quæ Solis radios reflectat Caudæque ſpeciem præbeat. *Jacobus Gregorius*, in Phyſicis quibuſdam *Matheſ. Part. Univerſ.* ſubnexis,

ſubnexis, *Cometam* vult eſſe *corpus quoddam humidum proprios ſuos vapores emittens, æthera ſemper pererrans, ad Solem eundem ſemper fere ſitum retinens*; quod & *Hevelius* tenet in ſua *Cometograph.* pag. 430. qui haud abſimiliter Caudam productam vult: nempe *Atmoſphæræ Cometicæ partes tenuiores vi caloris rarefieri, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averſam. Hiſce poſitis*, ex *Gregorii* ſententia *neceſſario ſequitur medietatem Cometæ à Sole averſam, & ab illo nunquam calefactam nec illuſtratam, craſſis & valde opacis infeſtari vaporibus, qui à vaporoſa illa Cometæ materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipſorum reſolutione, in immenſam altitudinem excreſcunt, & Solis radios non ſatis validos ad exhalationes diſpellendas undique reflectunt.* Celeberrimus D. *Newtonus* cenſet etiam *quod Cometæ Cauda nihil aliud eſt quam vapor longe tenuiſſimus, quem Caput ſeu Nucleus Cometæ per calorem ſuum emittit.*

Dum Cometa ad Perihelium ſuum deſcendit, vapores copioſiſſimi, qui illum in regionibus à Sole remotiſſimis ideoque frigidiſſimis verſantem prius inſederunt, calore Solis rarefacti aſcendunt; hoc eſt, in partes à Sole averſas abeunt: nam particulæ omnes in medio longe ultra Saturnum protenſo (aura ſc. ætheria) graves ſunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proinde ab hac propulſa ſurſum aſcendit, unaque reflectentes particulas ex quibus Cauda componitur ſecum vehit; non abſimiliter atque fumus aſcendit in camino per impulſum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometæ atmoſphæram aura ætheria eſt rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmoſphæræ Cometicæ ſecum rapientium à *Keplero* propugnatæ aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem aſcenſûs vaporis Caudam conſtituentis cauſam (præter impetum in primo aſcenſu acquiſitum) credam eſſe ſupradeſcriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa aſſurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfuſa denſior eſt & gravior. Atque Cauda tunc in altum ſublata, ſicut ipſe Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni ſectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim diſſipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immenſum protenſæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis ſufficiat; experientiâ edocti novimus in quantam fumi molem ſatis parva ligni aut carbonis foſſilis portio abeat, & ex præmiſſo Lemmate patet quam parva noſtri Aeris portio in immenſa ſpatia vi ſuæ elaſticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non ſint uſque adeo raræ texturæ, rariſſimas tamen eſſe, reſpectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod ſtellæ minimæ eas licet immenſæ

profun-

profundas & Solis radiis illuſtratas tranſluceant, cum Atmoſphæra Terreſtris illuſtrata, profunditatis immane minoris, vel lucidiſſimas inſenſibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans denſius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, ſed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

COROLLARIUM 1.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfuſa Atmoſphæra per Solis calorem elevetur, ſequitur illam creſcere prout Cometa verſus Perihelium deſcendit, & viciſſim minui in ejus receſſu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentiſſima ſtatim poſtquam Cometa in Perihelio ſuo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmoſphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam ſubminiſtrat) minuitur creſcente Caudâ, & eâ parte quâ Solem reſpicit anguſtior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipſe Cometa, cujus magnam partem conſtituere nudo Oculo videtur) apparet ſtatim poſtquam Cometa Perihelium ſuperavit, ubi quandoque fumo craſſiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam ſequitur quod, ſi Cauda Cometæ Telluris noſtræ Atmoſphæram attigerit, (aut etiam ſi iſtius materiæ per Cœlos tandem ſparſæ & diffuſæ pars gravitate ſuâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa conſtat huic præmiſtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri noſtro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue ſenſibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terreſtrium craſi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium ſeculorum ſuffragio & communi conſenſu conſequi obſervantur Cometarum apparitionem (quæque ſtatim pro falſis & ridiculis habere Philoſophos minime decet) contingere poterunt.

COROLLARIUM 3.

Cauda à Cometa ejuſque Atmoſphæra jugiter, vaporis inſtar, in altum aſſurgens, hoc eſt, in partes à Sole averſas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque ſemitam traducto) manebit: quippe nulla eſt ratio cur in æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus conjungat & poſtea continuet, alterum aſcenſûs recti à Sole non longinquo, alterum progreſſûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole averſa, ſed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta ſed incurvata, verſus partem anteriorem convexa, verſus alteram cava. Et licet vapor aſſurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris reſiſtentiam non tam velociter progredietur atque ipſum Caput. Atque quo altius aſſurgit vapor Caudam conſtituens indeque rarior fit, hoc eſt, quo longior eſt Cauda, eo majorem patietur ætheris reſiſtentiam; unde Caudæ præcedens latus, ſive verſus partes ad quas Cometa tendit, convexum

convexum erit, ſequens vero cavum, ipſaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præciſe averſa, immo nec directa ſed incurvata. Et hæc à Solis oppoſito deviatio & curvatura tanto minor eſt quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior eſt ad Cometæ ſemitam: Nam ſi Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe averſa & ipſa recta; unde in ipſo Perihelio Cauda maxime ab oppoſito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem & Cometam conjungens ſit tunc ad ejus Orbitam perpendicularis. Sed & ob ſupradictam ætheris reſiſtentiam, utut exiguam, convexa (hoc eſt, in ætherem incurrens) Caudæ facies ſpiſſior aliquanto & conſequenter lucidior videbitur & melius terminata quam cava, à qua lucem reflectentes particulæ, relictæ quaſi, in æthera diffunduntur. Porro, hæc Caudæ deviatio à Solis oppoſito & incurvatio (cæteris paribus) major eſt propter utramque cauſam prædictam ubi Cometæ Orbita curvior eſt: Nam ut Cauda ſit à Sole perpetuo averſa in hoc caſu, oporteret ejus extremum circumferentiam exteriorem & majorem deſcribere quam ipſum Caput, quod ex motu à Capite participato facere nequiret, quamvis nulla foret ætheris reſiſtentia quæ illum minueret. Caudæ igitur extremum à Cometa remotiſſimum, quia circumferentiam iſtam majorem tam brevi tempore non deſcribit atque Caput minorem, idque ob duplicem quam explicuimus rationem, magis in hoc caſu incurvabitur. Sed cum caſus hic incidat in Cometæ Perihelium, ubi Cauda prius in altum ſublata evanuit fere, & qui recens rectà aſſurgit vapor Caudam præcipue conſtituit; ideo non tam ſenſibilis erit incurvatio.

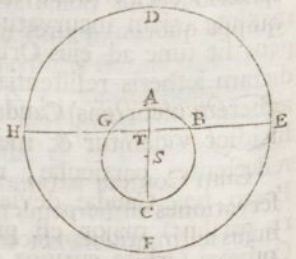
Corollarium 4.

Figura Corol. præc. deſcripta refert Caudam quæ revera per Ætherem à Cometæ Capite porrigitur; quo non obſtante, ſi Terra & ſimul Spectator in Orbis Cometæ plano reperiatur, Caudæ curvatura neutiquam percipietur, quia tota in plano iſto jacet: Et vel tota diſparebit cum ipſum Caput Caudam inter & Oculum verſatur, vel ſi Caput minus fuerit & Cauda verſus alterum extremum latior, Crinitus ſive Comatus crinibus circumquaque cinctus videbitur, (atque horum alterutrum ſub Oppoſitionem Solis & Cometæ continget,) vel denique in Solis oppoſito præciſe ſpectabitur Cauda. Si vero Spectator extra planum Orbitæ Cometicæ verſetur, Caudæ curvatura ſentietur; magiſque ſenſibilis evadet, quo recta à Terra ad Caudam ducta Orbis Cometæ (ipſiuſque adeo Caudæ) plano magis eſt normalis, & omnia curvæ Caudæ ſymptomata Coroll. præc. deſcripta ſenſibiliora fient. Atque hæ ſunt ſtatæ & ſolennes Caudæ Cometæ mutationes: nam quantum ad incertas iſtas & ſubitaneas, quas Auctores memorant, ortæ videntur à vaporum Atmoſphæræ noſtræ refractione fortuita Caudarum figuras detorquente; vel à motu nubium illas aliqua ex parte obſcurantium; aut à vicinis Stellis harumve congerie, aut Via Lactea pro Caudæ parte perperam ſumptis.

PROPOSITIO V.

PLures Cometæ videntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in Hemiſphærio oppoſito.

Deſignet S Solem; T Terram; circulus DEFH centro T deſcriptus Fixarum ſphæram, ſive illam potius quâ viſus terminatur. Quoniam Cometæ ſplendent luce Solis à ſe reflexâ, non videbuntur antequam à Sole ita illuſtrantur, ut Oculos noſtros luce iſtâ movere poſſint: & præterea cum Cometæ per Caudas ſuas ſint maxime conſpicui, has autem non emittant priuſquam ad Solem incaluerint aliquantulum; patet ad utrumvis conſequendum, opus eſſe ut Cometa ad definitam à Sole diſtantiam accedat. Sit ABCG ſphæra Soli concentrica ad iſtam diſtantiam deſcripta; talis nempe ut nullus Cometa, propter illuſtrationis defectum, videatur, priuſquam intra ſphæræ hujus ſuperficiem verſetur: Juncta recta ST producatur utrinque, donec dictæ ſuperficiei occurrat in A & C: Per T ducatur planum HE cui AC eſt normalis; hoc dividet ſphæram DEFH in duo Hemiſphæria, quorum HFE eſt Solem verſus, HDE Soli oppoſitum. Cometæ omnes in ſphæræ ſegmento BCG exiſtentes videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem; omnes autem qui verſantur in ſegmento BAG videbuntur in Hemiſphærio Soli oppoſito. Patet vero quod ſegmentum BCG majus eſt quam BAG, quia ſphæræ centrum eſt in illo: Plures igitur Cometæ videbuntur in Hemiſphærio verſus Solem quam in oppoſito. Q. E. D.



Sed & plures primo videbuntur ſive detegentur in illo quam in hoc, cum ſuperficiei ſphæræ pars BCG major ſit reliquâ BAG: detegi autem ſupponuntur quamprimum ſuperficiem hanc attingunt.

SCHOLIUM.

Quo minor ponitur ſphæra ABCG, hoc eſt, quo propius à Sole abeſſe oportet Cometam antequam videatur, eo Cometarum in Hemiſphærio Solem verſus viſorum numerus magis excedit numerum apparentium in oppoſito; quoniam tanto magis ſegmentum BCG excedit BAG ſegmentum. Et ob eandem rationem primo detectorum numerus in illo quam in hoc major eſt.

Si ponatur ABCG eſſe paulo minorem quam ſphæra Jovis, ſive quod Cometæ ſe prius videndos non præbeant quam ſint Soli paulo propiores quam Jupiter, hoc eſt, ſi ponatur SA ipſius ST quintupla; (nam Jovis diſtantia à Sole excedit quintuplum diſtantiæ Telluris ab eodem;) ſegmentum BCG erit propemodum duplum ſegmenti BAG, & ideo fere duplo plures Cometæ in Hemiſphærio Solem verſus videbuntur quam in Hemiſphærio oppoſito: At ſuperficies BCG eſt tantum ſeſquialtera ſuperficiei BAG, ideoque dimidio plures illic quam hic primo detegentur. Si ABCG ſphæra minor fuerit, *v. g.*

v. g. si SA sit sesquialtera distantiæ Martis à Sole, quadruplo plures Cometæ (& amplius) videbuntur in Hemisphærio Solem versus, quam in oppositio; sed primum in illo detectorum numerus erit duplus sesquialter detectorum in hoc. Advertendum ex hoc numero tollendos esse qui ob nimiam Solis viciniam videri nequeunt; & ex altera parte, qui non sunt Soli nimis vicini melius in Hemisphærio versus Solem videntur, quam qui in oppositio versantur; quippe quorum plures fortius illustrantur.

PROPOSITIO VI.

Cometæ Distantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æstimare.

Cum Cometa parallaxi diurnæ non sit obnoxius, neque ullæ observationes illinc pendentes ejus Distantiam patefacere possint; libet hujus æstimationem facere ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ. Et quoniam (per Prop. LVII. Lib. III.) illustrationes in diversis à Sole distantiis factæ sunt in reciproca duplicata ratione dictarum distantiarum, & porro (propter rationes in dicta Prop. allatas) quo remotius est lucidum eo pauciores radii ab illo provenientes Oculi pupillam subeunt, idque in duplicata ratione Distantiæ auctæ, sive in duplicata ratione diametri ejus apparentis diminutæ; hoc est, lucidorum æqualium splendores sunt in ratione duplicata diametrorum apparentium eorundem; igitur (in æstimatione hac minus accurata, abstrahendo à diversa magnitudine vera Planetæ & Cometæ) Lux Cometæ est ad Lucem Planetæ in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione duplicata Distantiæ Planetæ à Sole ad Distantiam Cometæ ab eodem: Et ideo quadratum Distantiæ Cometæ à Sole est ad quadratum Distantiæ Planetæ ab eodem in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione Lucis sive splendoris Planetæ ad Lucem Cometæ. Unde Distantia Cometæ à Sole est ad Distantiam Planetæ ab eodem in ratione composita ex ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione subduplicata Lucis Planetæ ad Lucem Cometæ. Sed ex observatione datur utraque ratio componens: Datur igitur composita ratio, nempe inter Distantias Cometæ & dati Planetæ à Sole. Et ex Prop. XLV. Lib. III. datur Distantia Planetæ à Sole; & igitur Distantia Cometæ à Sole non latebit.

Propter fumum crassum ipsamque Atmosphæram Cometicam Nucleum obscurantem, Nucleus (ipsumve Cometæ corpus solidum, de quo hic agitur) non tam lucidus apparet; & ideo ejus Distantia à Sole prius inventa minuenda est ut evadat vera.

SECTIO II.

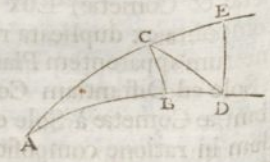
De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.

Præmiſſis Phyſicis de Cometis eorumque Caudis, ad illorum Orbitas ex Obſervatione determinandas, quod Lib. v. præcipuum eſt inſtitutum, progredimur. Ac primo oſtendemus, quomodo per methodum ſagaciſſimi Aſtronomi D. *Caſſini*, ex Obſervationibus aliquot initio apparitionis Cometæ alicujus factis, Via quam porro inter Fixas ingredietur & Loca quæ quotidie tenebit determinentur proxime: non quod hæc pro accuratis haberi velimus, ſed quod hinc prædici queat quo in Loco ad Tempus datum inveſtigandus ſit Cometa; num ſub Radiis Solis brevi ſit abſcondendus, quando Terræ proximus & velociſſimus ſit futurus; aliaque huc attinentia.

PROPOSITIO VII.

EX Obſervatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure viſis, illius Viam inter Fixas, hoc eſt, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire.

Referat CE Eclipticam, ſintque B & D bina Cometæ Loca obſervata. Per B & D traductus concipiatur circulus maximus Ecliptica ad A interſecans, qui per oſtenſa ad Prop. X. Lib. I. erit Cometæ Via, cujus ſitus reſpectu Eclipticæ ſic determinatur: Ducantur per B & D circuli Latitudinis BC & DE, item circulus maximus DC. In triangulo ſphærico DCE rectangulo ad E dantur latera CE & ED, hoc nempe Cometæ in B Latitudo, illud differentia Longitudinum Locorum Cometæ B & D; invenietur ergo latus DC. Rurſus, in triangulo DBC dantur omnia latera, nempe DC modo inventum, BC Latitudo Loci obſervati B & BD Locorum diſtantia obſervata; & ideo innoteſcet angulus CBD, hujuſque proinde complementum CBA. In triangulo denique BAC dantur præter rectum ad C latus BC & angulus ABC; non latebunt igitur latus CA & angulus ad A, quorum hic eſt Inclinatio Viæ Cometæ ad Eclipticam, illud eſt intervallum Nodi & puncti C in Ecliptica noti.

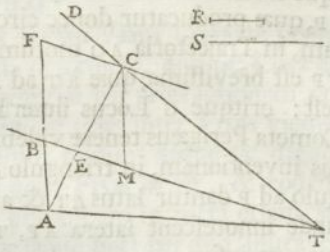


PROPOSITIO VIII. LEMMA.

DAtis poſitione tribus rectis TA, TB, TD *ex eodem puncto ductis & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum qualibet* (*ut* TA) *puncto* A *ducere rectam* AC, *cujus partes* AE, EC *inter dictas rectas interceptæ habeant rationem datam, nempe quam* R *habet ad* S.

EX A ducatur utcunque recta AB ipſi TB in B occurrens; in hac (eave producta) ad partes verſus quas jacet TD, ſumatur (per *Prop.* XII.

XII. *El.* 6.) BF quæ ſit ad AB ſicut S ad R; per F agatur FC ad BT parallela ipſi TD occurrens in C: erit juncta AC ea quæ quæritur. Eſt enim per *Prop.* II. *El.* 6. AE ad EC ſicut AB ad BF, id eſt (per conſtruct.) ut R ad S.



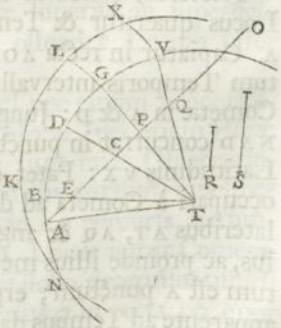
SCHOLIUM.

Rectæ AC poſitio & magnitudo per trigonometricum calculum facillime definiuntur: In triangulo enim ATB dantur latus AT, angulus ATB & angulus TAB ex ductu lineæ AB cognitus; unde innoteſcunt ABT angulus & latus AB: Datur igitur BF ad ipſam AB datam habens rationem, adeoque & huic parallela & proinde æqualis CM. Rurſus, in triangulo TMC cognitis angulo CTM (ab initio dato) & CMT ipſi FBM (hoc eſt, prius inventi ABT complemento ad duos rectos) æquali & latere CM, non latebit CT. In triangulo denique ACT datis lateribus TA, CA & angulo interjecto ATC, invenientur latus tertium CA angulique TAC & TCA; hoc eſt, magnitudo & poſitio rectæ AC.

PROPOSITIO IX.

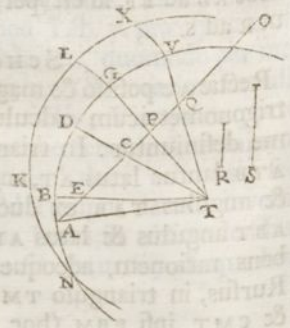
EX tribus Obſervationibus ſub initium apparitionis Cometæ factis Locum Perigæi, Tempuſque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometæ Locum invenire.

Referat T Terram, (quam hic in re minus accurata, ab illius motu abſtrahentes, ut quietam conſideramus,) ABDG circulum inter Fixas, per quem Cometa incedere videtur, ex Prop. VII. determinatum, in quo ſint tria Cometæ Loca obſervata A, B & D. Exponatur Tempus inter Obſervationes in A & B per R, & Tempus inter Obſervationes in B & D per S: Ductæ intelligantur rectæ TA, TB, TD, & per Lem. præc. per A agatur recta AO, cujus partes AE, EC inter binas rectas TA, TB, binaſque TB, TD interceptæ ſint ut R ad S: Erit hæc quamproxime Cometæ Trajectoria, præſertim in aliqua notabili Cometæ à Perihelio diſtantia. Nam in hoc caſu Via Cometæ eſt proxime recta, & Cometa per hanc æquabiliter incedit; ideoque ſpatia percurſa ſunt Temporibus proportionalia: Sed AE eſt ad EC ſicut Tempus quo Cometa viſus eſt moveri ab A ad B inter Fixas ad Tempus quo à B ad D progreſſus eſt; & hoc nulli rectæ ex A ad eaſdem partes ipſius T ductæ congruit præterquam ipſi AO: Hæc igitur eſt Cometæ Trajectoria proxime.



Dantur (per præc. Lem.) ſitus rectæ AO & magnitudo ipſius AC reſpectu

respectu AT; hoc est, in triangulo ACT dantur omnes anguli omniaque latera. Ex T in Trajectoriam rectam AO demittatur normalis TP, quæ producatur donec circulo ABD in G occurrat. Patet Cometam, in Trajectoria AO motum, in Perigæo versari ad P; recta enim TP est brevissima, quæ à T ad AO duci potest: eritque G Locus inter Fixas, quem Cometa Perigæus tenere videbitur. Ad cujus inventionem, in triangulo APT rectangulo ad P dantur latus AT & angulus PAT; unde innotescent latera AP, TP & angulus ATP ipsius PAT complementum ad rectum hujusque mensura arcus AG, adeoque Locus Perigæi in magno circulo inter Fixas quem Cometa describit, cum observatione cognitum sit punctum A. Hic Perigæi locus G ad Eclipticam NKL sic facile reducitur: Per G ducatur circulus Latitudinis GL Eclipticæ in L occurrens: & in triangulo NLG dantur præter rectum ad L angulus N (per Prop. VII. inventus) & NG summa (vel differentia) notorum arcuum NA, AG; unde innotescent NL Longitudo Perigæi à Nodo & GL Cometæ Perigæum tenentis Latitudo. Porro, notis rationibus rectarum AC & AP ad eandem AT, nota erit ratio inter ipsas AC & AP: Sed quia Cometa æquabiliter movetur, ratio inter Tempora quibus per AC, AP movetur eadem est cum ratione AC ad AP; & ex Observatione notum est Tempus quo ex A ad C motus est, idem nempe quod elapsum est inter Observationem primam in A & tertiam in D; & igitur notum erit Tempus quo Cometa revera ab A ad P, apparenter ab A ad G, movetur; hoc est, inter notum Temporis punctum & illud quo Perigæum attinget. Innotescet igitur Tempus quo Cometa in Perigæo versatur.



Præterea, quæratur intervallum inter datum Tempus ad quod Locus quæritur & Tempus alicujus Observationis, *v. g.* primæ in A. Capiatur in recta AO linea AQ, quæ sit ad AC sicut modo inventum Temporis intervallum ad notum intervallum Observationum Cometæ in A & D: Jungatur TQ, & producatur donec cum circulo NAD concurrat in puncto V, per quod traductus intelligatur circulus Latitudinis VX: Patet ex prædictis punctum Q in Trajectoria AO occupari à Cometa ad datum Tempus. In triangulo QAT ex datis lateribus AT, AQ & angulo intercepto TAQ invenietur ATQ angulus, ac proinde illius mensura (nempe arcus AV) innotescet: Sed notum est A punctum; ergo & V sive quæsitus Cometæ Locus in Via apparente ad Tempus datum. Loci autem hujus situs respectu Ecliptice invenitur, ex datis in triangulo NXV rectangulo ad X angulo VNX & latere NV, inveniendo NX Longitudinem Cometæ à Nodo, & XV ejusdem Latitudinem dato Tempori competentem.

Loco Observationis primæ & secundæ poterunt Observationes quælibet duæ, aut earum aliqua cum Loco & Tempore Perigæi superius

perius inventis in hac praxi assumi. Atque hoc modo Cometæ Ephemerides fabricari poterunt.

Scholium.

In re tam parum accurata sufficiet forsan Viam Cometæ primo apparentis in superficie Globi Cœlestis describere, ejusque Loca ad singulas medias Noctes habitationis propriæ per protractionem notare. Si enim initio apparitionis Cometæ situs inter Fixas vicinas observetur, collimando nempe per filum tensum atque sic dignoscendo quando in recta cum duabus notis Fixis jaceat, & eodem tempore inveniendo alias duas Fixas quibuscum in recta etiam jacet, quod in tanta Fixarum multitudine facile fiet; per duo (plurave) Loca observata in Globo notata (quæ quo à se invicem remotiora fuerint, eo accuratior erit praxis) transiens circulus maximus erit Cometæ futura semita. Circulus vero maximus per illa transiens commode invenietur attollendo deprimendove Polorum alterum & simul volvendo Globum, donec Loca omnia notata in Horizonte simul reperiantur; erit nempe quem Horizon tum in Globi superficie designat circulus quæsitus. Hujus ergo intersectiones cum Ecliptica erunt Orbis Cometici Nodi, & angulus quem Ecliptica cum Horizonte facit (mensuratus nempe per altitudinem gradûs nonagesimi) erit Inclinatio Orbis Cometici ad Eclipticam. Describatur circulus diametro æquali diametro Globi, *ex. gr.* ABD cujus centrum T, in cujus circumferentia assumptum punctum A referat Locum inter Fixas, in quo Cometa primo observatus est: Sumantur arcus AB, AD æquales distantiis notatorum in superficie Globi Locorum Cometæ à Loco primum observato, & jungantur TB, TD: Et per Prop. VIII. per A ducatur recta AO talis ut AE sit ad EC ut R ad s, hoc est (per constructionem) ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam. Demissâ ex T rectâ TP normali ad AO & productâ (si opus est) ad circumferentiam usque ad G; arcû ipsi AG æquali ex Loco primum observato in Viam Cometæ superius in superficie Globi designatam transposito, punctum G ostendet Locum inter Fixas quem Cometa perigæus tenebit.

Si porro recta AC dividatur (vel actu, vel ope circini proportionis *Galileani*) in tot partes æquales, quot Horæ (vel etiam Horæ scrupula, si schema sit satis capax) elapsæ sunt inter Observationem primam in A & tertiam in C; erit harum partium quælibet Cometæ æquabiliter moti Via Horæ spatio in AO percursa, harumque 24 Via spatio Diei naturalis, & sic porro. Locus igitur Cometæ inter Fixas, ad datum quodvis Tempus, in Globo determinatur, si tot prædictarum partium sumantur ab A versus O in recta AO, quot Horæ intercesserunt inter Tempus primæ Observationis & Tempus datum, *v. g.* AQ, & recta TQ centrum T finemque Q sumptarum partium jungens producatur in V, & arcui AV æqualis à Globi puncto quod respondet ipsi A in Cometæ Viam statuatur; ostendet hujus altera extremitas Cometæ Locum inter Fixas dicto Tempori

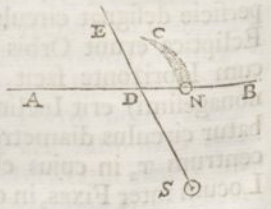
pori congruum. Similiter ad ſingulas medias Noctes Loca Cometæ in ſuperficie Globi protractione deſignabuntur: Unde Cometæ Longitudo, Latitudo, reliquaque (per praxes Lib. II. indicatas) facillime definientur. Quæ in Globo facta ſunt in Planiſphærio quovis cui Fixæ inſcribuntur ſimiliter fient.

Cometæ Via primo deſignata Locaque diverſis Temporibus congrua per Obſervationes ſubſequentes corrigentur: Neque enim in hac praxi calculove hoc nullus error exſpectandus eſt.

PROPOSITIO X.

Definire Tempus quo vapor è Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum aſcendit.

Deſignet S Solem; AB Trajectoriæ Cometicæ portionem, in qua ſit N Cometæ Nucleus ab A verſus B motus; C Caudæ extremum. Cumque per Corol. 3. Prop. IV. Cauda NFC non ſit à Sole exacte averſa, hoc eſt, NC non in directum cum SN, ſed vergens verſus partes A quas Cometa reliquit, cujuſque inclinatio obſervatione innoteſcit; ducatur SE ad NC parallela Trajectoriam interſecans ad punctum D poſt Cometam. Vapor, qui nunc Caudæ extremum C conſtituit, à Nucleo aſcendere cœpit cum Cometa punctum D tenebat; quoniam vapor cum motu aſcenſûs, ſive rectà à Sole, componit motum Cometæ progreſſivum ipſi ante ſeparationem à Capite impreſſum. Per Prop. præc. vero definietur (ſatis exacte ad hanc præ manibus inquiſitionem minus accuratam) Tempus quo Cometa punctum D tenuit, prius Tempore Obſervationis propoſito, quanto opus eſt ut Cometa rectam DN longitudine datam percurrat. Inventum igitur eſt Tempus quo vapor à Capite ad Caudæ extremum aſcendit.



Similiter definietur Tempus quo vapor ad datum Caudæ punctum aſcendit.

PROPOSITIO XI. LEMMA.

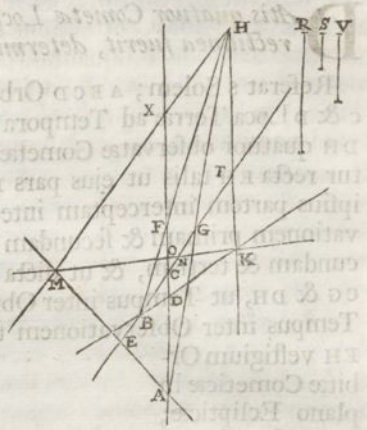
Datis poſitione quatuor rectis in eodem plano jacentibus, quintam ducere, quæ à quatuor iſtis ſecetur in tres partes datam rationem datumque ordinem inter ſe ſervantes.

Sint quatuor rectæ poſitione datæ AE, AC, BC & BD in infinitum productæ, & tres quantitates datæ R, S & V: Ducenda eſt recta ſecans quatuor primo datas in M, O, N & K, ita ut MO ſit ad ON ut R ad S, & ON ad NK ut S ad V.

Capiatur CG quæ ſit ad CE ſicut S & V ſimul ad R; capiatur etiam FC quæ ſit ad CD ut R & S ſimul ad V: junctæ rectæ AG, BF producantur donec concurrant; per illarum concurſum H ducantur HK ad DC & HM ad BC parallelæ, cum reſpectivis rectis concurrentes ut in ſchemate: ducta MK eſt ea quæ quæritur.

Nam

Nam propter parallelas HM & TN, eſt KN ad NM ut KT ad TH Sed quia HK parallela eſt ad FD, KT eſt ad TH ſicut DC ad CF, hoc eſt, per conſtructionem ut V ad R & S ſimul; & igitur KN eſt ad NM ſicut V ad R & S ſimul. Rurſus, propter parallelas HK & OX, MO eſt ad OK ut MX ad XH: Sed quia HM eſt parallela ad EG, eſt MX ad XH ut EC ad CG, hoc eſt, per conſtructionem ut R ad S & V ſimul; & igitur MO eſt ad OK ut R ad S & V ſimul. Sed hactenus eſt oſtenſum eſſe NK ad MN ut V ad R & S ſimul: Diviſim igitur tres rectæ MO, ON & NK eandem habent inter ſe rationem cum tribus quantitatibus R, S & V. Q. E. F.



De Problematis hujus limitationibus caſibuſque diverſis nihil hic dicimus, quippe quæ rem hanc tractanti ſatis per ſe ſunt manifeſta. Conſtructio hæc eſt illuſtris Viri D. *Chriſtophori Wren* Equitis, Geometræ Celeberrimi.

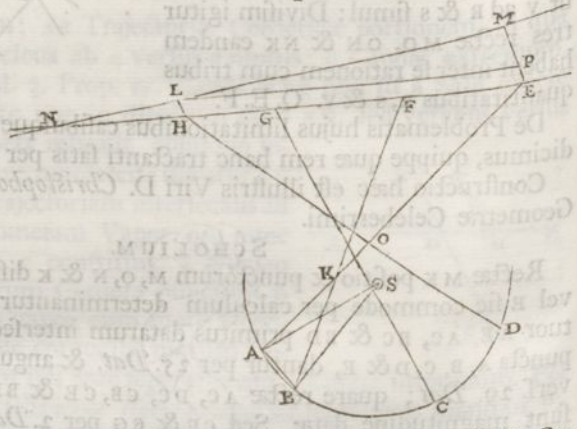
Scholium.

Rectæ MK poſitio & punctorum M, O, N & K diſtantiæ ab A, B, C, D vel E ſic commode per calculum determinantur. Rectarum quatuor AE, AC, BC & BD primitus datarum interſectiones omnes, ut puncta A, B, C, D & E, dantur per 25. *Dat.* & anguli ad illa per converſ. 29. *Dat*; quare rectæ AC, DC, CB, CE & BD (per 26. *Dat.*) ſunt magnitudine datæ. Sed CF & CG per 2. *Dat.* etiam dantur, cum datam habeant rationem ad CD & CE reſpective. In triangulo BCF datis lateribus CB, CF cum angulo interjecto BCF, dantur latus BF & angulus BFC, & huic proinde deinceps AFH. Similiter, in triangulo ACG ex datis lateribus AC & CG cum angulo ACG dabitur CAG angulus. In triangulo igitur AFH datis duobus angulis AFH & FAH ſupra inventis cum latere adjacente AF (ſumma vel differentia notarum rectarum AC & CF) notum erit latus AH. In triangulo demum AHM datis angulo HAM (ſumma vel differentia notorum angulorum CAE, HAC) anguloque AMH dato AEC æquali, item latere AH, innoteſcent latera HM & AM diſtantia puncti M à puncto noto A. Similibus prorſus gradibus invenientur latera BK & HK in triangulo BKH. In triangulo ergo MHK notis lateribus HM, HK & angulo MHK intercepto (æquali ECA primitus noto) innoteſcent anguli HMK, HKM & baſis MK: Datis autem angulis HMA, HMK, dabitur horum ſumma vel differentia AMK; hoc eſt, poſitio rectæ MK, cum recta AM ſit poſitione data. Simili modo AO vel BN vel BK, & anguli quos MK cum his efficit, per Trigonometriam inveniuntur.

PROPOSITIO XII.

Datis quatuor Cometæ Locis observatis, ejus Trajectoriam, si rectilinea fuerit, determinare.

Referat s Solem; ABCD Orbem magnum: Sintque puncta A, B, C & D Loca Terræ ad Tempora Observationum nota; AE, BF, CG & DH quatuor observatæ Cometæ Longitudines. Per Prop. XI. ducatur recta EH talis ut ejus pars EF inter AE, BF intercepta sit ad FG ipsius partem interceptam inter BF & CG, ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, & ut dicta FG sit ad GH ejusdem partem inter CG & DH, ut Tempus inter Observationem secundam & tertiam ad Tempus inter Observationem tertiam & quartam; eritque ducta EH vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ; hoc est, si per rectam Cometæ Trajectoriam traductum concipiatur planum ad planum Eclipticæ normale, erit recta hæc EH istorum planorum communis sectio. Cum enim in hypothesi in qua nunc versamur, Cometa æquabiliter moveatur in Recta; si à Rectæ istius punctis, in quibus Cometa versabatur Temporibus quatuor Observationum, ad planum Eclipticæ demittantur normales, incident hæ in Rectas AE, BF, CG & DH respective, quoniam hæ denotant Loca Cometæ in Ecliptica; eruntque hæc quatuor puncta in eadem recta, communi nempe sectione plani per Trajectoriam traducti ad planum Eclipticæ normalis cum dicto Eclipticæ plano; eruntque porro (per *Prop.* II. *El.* VI.) distantiæ inter hæc puncta ut distantiæ punctorum in quibus Cometa inveniebatur in propria Trajectoria, adeoque ut Tempora inter Observationes: Sed EH est unica Recta, cujus partes inter rectas AB, BF, CG & DH interjectæ sunt ut Tempora inter Observationes quatuor respective; & igitur EH Recta est vestigium Orbitæ Cometicæ in plano Eclipticæ.



Ut autem dati puncti hujus Rectæ distantia à Tellure cum Distantia mediocri Telluris à Sole ad datum Tempus conferatur, sic procedendum: In triangulo ASB dantur (per Prop. XVIII. Lib. III.) latera SA, SB Distantiæ Terræ à Sole ad data Tempora, & angulus interceptus ASB differentia Locorum Terræ è Sole visorum; quare non latebunt anguli SAB, SBA & recta AB chorda arcûs à Tellure interim

terim percursi, hoc est, chordæ illius ratio ad Semidiametrum Orbis magni. Rursus, in triangulo KAB dantur omnes anguli, quia dantur duo KAB, KBA, (hic nimirum summa vel differentia notorum angulorum SBA, SBK, ille similiter summa vel differentia notorum SAB, SAK;) quare datur ratio laterum AK & AB: Sed prius data erat ratio ipsarum SA & AB; ideoque non latebit ratio SA ad KA. Similiter prorsus ex duobus Terræ Locis A & D invenietur ratio inter SA & AO; quare nota erit ratio inter SA & KO, ipsarum AO & KO differentiam: Sed Propositione præcedente ostensum est, quomodo investigare licet rationem inter KO & KE; quare innotescet ratio inter SA & KE, ideoque ratio inter SA & AE etiam nota erit. Porro, in Prop. præc. angulus AEH etiam inventus est; inventa igitur est AE, distantia in recta positione data vestigii Trajectoriæ Cometicæ à Terra, in partibus Semidiametri Orbis magni expressa, hujusque inclinatio ad dictam rectam. Similiter BF vel CG vel DH cum Semidiametro Orbis magni conferetur, angulique ad F, G & H invenientur.

Ad ipsam Trajectoriam determinandam ex E ad planum Eclipticæ (quod idem est cum plano hujus schematis) erecta intelligatur EM tangens anguli Latitudinis Cometæ in Observatione prima, posito AE radio; eritque M Locus Cometæ in spatio Mundano ad Observationem primam, quoniam positio rectæ AE est ejus Longitudo, & angulus MAE ejusdem Latitudo. Similiter ad H erigatur ad idem Eclipticæ planum normalis recta HL æqualis tangenti Latitudinis quarto observatæ ad radium DH; eritque L Locus Cometæ in spatio Mundano ad datum Tempus istud quartum: & ideo juncta recta ML est ipsa Cometæ Trajectoria rectilinea quæsita, in quam demissa normalis ab s ostendet Cometæ Perihelium. Patet Distantiam puncti M ab A, sive rectam AM, esse ad AE rectam ut secans Latitudinis in Observatione prima ad radium, & DL esse ad DH ut secans Latitudinis quarto observatæ ad radium: Ipsa vero LM invenitur in triangulo LPM, per L ductâ LP ipsi HE parallelâ cum ME concurrente in P: Nam præter rectum ad P dantur latera LP, PM, illud æquale prius notæ HE, hoc æquale differentiæ cognitarum ME, HL; quare non latebit LM, recta à Cometa æquabiliter percursa Tempore noto, dum sc. Tellus ab A ad D moveretur.

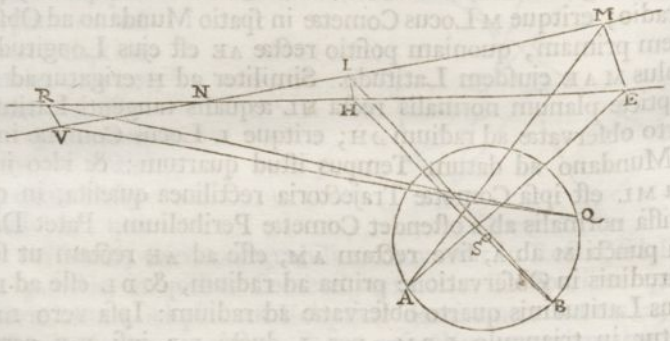
Porro, ad inveniendum Nodum, Tempus quando Cometa Nodum tenebit, Viæ Cometicæ Inclinationem ad Eclipticam, & hujusmodi alia, producatur ML donec cum EH concurrat, puta in N; erit NH ad HL ut HE ad PM, adeoque cognita; item LN ad LH ut LM ad MP, ideoque etiam data: Capiatur Tempus quod sit ad Tempus inter Observationem primam & quartam ut NL ad LM; erit hoc Tempus inter Observationem quartam & momentum quando Cometa Nodum tenebit; nam in motu æquabili (qualem hunc Cometæ supponimus) Tempora sunt sicut spatia percursa. Sed & Locus Cometæ Nodum tenentis dabitur: Cum enim detur punctum N, & propter Tempus cognitum inter Observationem quartam &

momentum quando Cometa eſt in Nodo detur etiam Locus Terræ ad iſtud momentum; dabitur (per 26. *Dat.*) poſitio rectæ puncta hæcce conjungentis, hoc eſt, Longitudo Cometæ in Nodo verſantis. Porro, quoniam dantur Diſtantia Nodi à puncto H (Loco Cometæ quarto obſervato) & Latitudo Cometæ ad dictum H punctum, (ſc. in triangulo ſphærico rectangulo duo latera circa angulum rectum;) dabitur Inclinatio hypothenuſæ ſive Viæ Cometicæ ad Ecliptícam.

PROPOSITIO XIII.

Iſdem poſitis, ad datum Tempus Locum Cometæ è Terra viſum invenire.

Per Prop. præc. determinetur veſtigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ, nempe EHNR, ipſaque in ſpatio Mundano Orbita MLN, punctis N, H, E, M & L eadem quæ prius denotantibus: Capiatur ER ad EH ut ſpatium inter Obſervationem primam Tempuſque datum, ad quod Cometæ Locus quæritur, ad Tempus inter Obſervationem primam & quartam: Inveniatur porro (per Prop. XVIII. Lib. III.) Terræ Locus ad Tempus propoſitum, ſc. Q punctum. Rectæ QR, cujus utrumque extremum punctum Q & R notum eſt,



poſitio (per 26. *Dat.* data) dat Cometæ Longitudinem quæſitam. Porro, capiatur RV ad RN ſicut ME ad EN, eritque Latitudo Cometæ ad Tempus datum angulus cujus radius eſt QR & tangens recta RV.

Atque Motûs Cometæ Ephemerides hoc modo conſtruentur vel graphice vel per calculum.

SCHOLIUM.

Similiter invenietur Diſtantia Cometæ à Terra, vel in Perigæo vel ad Tempus datum, tam curtata quam in ſua Trajectoria, in partibus Diametri Orbis magni expreſſa; angulus item quem Cometæ Trajectoria continet cum recta Cometam & Terram jungente; vel quem Orbitæ veſtigium in plano Eclipticæ continet cum recta à Terra ducta ad Locum Cometæ in Ecliptica.

COROLLARIUM.

Hinc Magnitudo vera tam ipſius Cometæ Nuclei, quam huic circum-

circumfusæ Comæ Atmosphæram referentis determinabitur: Notis enim Cometæ Distantiâ, & Diametro apparente Nuclei & circumfusæ Nucleo Atmosphæræ per Observationem, horum Magnitudo innotescet eodem modo quo Planetarum Magnitudo ex similibus datis eruta est Prop. XLVI. Lib. III. Porro, Caudæ Magnitudo similiter innotescit: Ex cognitis enim Solis & Cometæ Locis notus erit angulus quem Cauda efficit cum recta Terram & Cometam jungente, & Observatione innotescit angulus ad Terram quem Cauda subtendit; ex quibus & data Cometæ Distantia à Terra (latere sc. ad dictos angulos adjacente) nota fiet Caudæ longitudo: Ejus crassities similiter invenietur atque ipsius Cometæ.

SECTIO III.

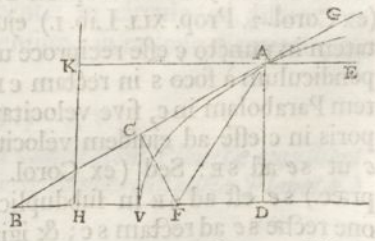
De vera Cometæ Trajectoria determinanda.

Propositionibus aliquot præcedentibus quomodo Cometæ Trajectoria à Phænomenis non nimium abludens investigetur ostendimus, non solum quod hujusmodi Trajectoria plurium Cometarum Locis proxime determinandis sufficiat, quodque Cometam in Recta revera ferri censuerint Philosophi principes aliquammulti, sed etiam quod hæc viam sternant ad veram Trajectoriam Parabolicam vel Ellipticam ex Observationibus describendam, quod in sequentibus faciemus, præmissis prius Propositionibus aliquot de Cometæ Motu in Coni sectione ad ejus pleniorem notitiam facientibus, Lemmatibusque necessariis.

PROPOSITIO XIV. LEMMA.

SI Parabolam VA, *cujus vertex* V, *axis* VD, *tangat recta* GAB *in puncto* A, *ad quam ex Parabolæ foco* F *demittatur normalis* FC; *erit hæc media proportionalis inter rectas* FA *&* FV.

Recta contingens & Parabolæ axis producantur donec concurrant, puta in B: per A ducatur AE parallela, & AD perpendicularis ad axem; eritque (per Prop. XXXV. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) BV æqualis VD, & (per bene notam Parabolæ proprietatem Catoptricam) GAE angulus æqualis FAB angulo: Sed GAE æqualis est ABF; unde FAB æqualis est FBA, & ideo FB æqualis FA, & AC æqualis CB: ergo (per *Prop.* II. *El.* VI.) juncta VC parallela est ad AD, hoc est, normalis ad BF. Unde (per *Prop.* VIII. *El.* VI.) CF est media proportionalis inter BF & VF: Sed ostensa est AF æqualis BF; & igitur CF est media proportionalis inter FA & FV. Q.E.D.



COROLLARIUM 1.

Hinc ſequitur in eadem Parabola eſſe FC in ratione ſubduplicata ipſius FA, ſive eſſe hanc FC ad aliam quamvis FC in ſubduplicata ratione hujus FA ad alteram FA dictæ alteri FC congruam: Nam cum VF conſtans ſit & invariata, erit FCq ut ipſa FA, ideoque ipſa FC recta in ſubduplicata ratione rectæ FA.

COROLLARIUM 2.

Si in FV producta capiatur VH æqualis VF, & agatur infinita HK ad VC parallela, in quam ex quovis Parabolæ puncto A demittatur normalis AK; erit hæc æqualis FA diſtantiæ puncti A à foco. Et è converſo ſi AK, normalis ab A in HK rectam, æqualis fuerit rectæ AF; erit punctum A ad Parabolam ſupra deſcriptam, cujus focus F & vertex V.

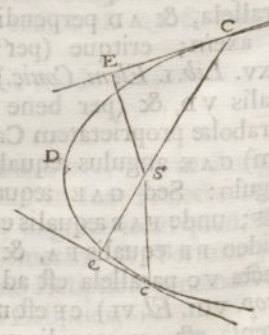
Primum hinc patet quod BV æqualis ſit VD (per *Prop.* XXXIII. *Lib.* I. *Conic.*) & HV per conſtructionem æqualis VF, & ideo BF æqualis HD: ſed prius oſtenſa eſt AF æqualis BF, & per (*Prop.* XXXIV. *El.* I.) KA ipſi HD æqualis; unde KA & FA æquantur.

Secundum vero hinc: ex hypotheſi AK æqualis eſt AF, quare punctum A eſt in recta perpendiculari ad junctam FK ex puncto ejus medio excitata. Si jam Parabola vertice V & foco F deſcripta non tranſeat per A, tranſeat per aliud quodvis rectæ KA (ejuſve productæ) punctum, puta α: quare (per ſupra oſtenſa) Fα æqualis eſt Kα; unde punctum α eſt in prædicta perpendiculari ad FK ex ejus puncto medio excitata. Dicta igitur perpendicularis occurret rectæ KA in duobus punctis A & α, quod eſt abſurdum; Parabola igitur foco F & vertice V deſcripta tranſibit per A, ſi fuerit AK æqualis AF.

PROPOSITIO XV.

SI corpus moveatur in Parabola, (dum urgetur à viribus ad Parabolæ focum tendentibus, quæ ſunt quadrato diſtantiæ à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabolæ puncto eſt reciproce in ſubduplicata ratione diſtantiæ à Parabolæ foco.

Sit DC Trajectoria corporis Parabolica, cujus focus eſt S: Patet (ex Corol. 2. Prop. XLI. Lib. I.) ejus velocitatem in puncto C eſſe reciproce ut SE perpendiculum à foco S in rectam CE tangentem Parabolam in C, ſive velocitatem corporis in C eſſe ad ejuſdem velocitatem in *c* ut *Se* ad SE: Sed (ex Corol. 1. Prop. præc.) *Se* eſt ad SE in ſubduplicata ratione rectæ *Sc* ad rectam Sc; & igitur velocitas corporis in C eſt ad ejus velocitatem in *c* in ſubduplicata ratione rectæ *Sc* ad rectam Sc; hoc eſt, corporis velocitas eſt inverſe in ſubduplicata ratione ejus diſtantiæ à foco. Q. E. D.



PRO-

PROPOSITIO XVI.

Iisdem positis, velocitas corporis in quovis Parabolæ puncto est ad velocitatem corporis revolventis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam descripto, ut diameter quadrati ad ejusdem latus.

Nam (per Corol. 1. Prop. XLI. Lib. I.) velocitas corporis in Parabola moti in minima à foco distantia (hoc est, in vertice Parabolæ) est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione principalis lateris recti Parabolæ ad duplam distantiam verticis à foco: Sed Parabolæ latus rectum principale æquale est quadruplo distantiæ inter Parabolæ focum & verticem; & igitur velocitas corporis in Parabola ut dictum est moti, dum in vertice ejus versatur, est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione quaternarii ad binarium, sive binarii ad unitatem; hoc est, in ipsa ratione quam diameter quadrati habet ad ejusdem latus. Rursus (per Prop. præc.) velocitas corporis, in alio quovis ad libitum assumpto puncto versantis, est ad ejus velocitatem in vertice in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem: Et (per Prop. XXVII. Lib. I.) si corpora, quæ urgentur à viribus quadrato distantiæ à centro reciproce proportionalibus, describant circa datum centrum circulos ad easdem distantias cum prædictis punctis in Parabola, erit corporis in circulo per assumptum istud punctum transeunte gyrantis velocitas ad velocitatem corporis gyrantis in circulo per verticem Parabolæ traducto in subduplicata ratione distantiæ verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem; hoc est, in eadem ratione in qua mox ostensæ sunt velocitates corporis in Parabola lati ad easdem distantias. Et igitur permutando velocitas corporis in Parabola moti ad punctum pro lubitu assumptum est ad velocitatem gyrantis in circulo ad eandem distantiam ut velocitas corporis in Parabola moti ad verticem ad velocitatem revolventis in circulo ad distantiam dicti verticis; hoc est, ut supra ostensum, in ratione diametri quadrati ad ejusdem latus. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Velocitas cujusvis Cometæ est ad velocitatem Planetæ cujuslibet primarii in subduplicata ratione duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem.

Ex Libro primo constat Cometæ semitam circa Solem, etiamsi Elliptica sit, propter magnam Ellipseos istius excentricitatem esse fere Parabolam in cujus foco est Sol; eâ saltem ejus parte, quâ in regionem Planetariam immersa Observationi nostræ subjicitur, à Parabola sensibiliter non differre: Et ex Libro tertio palam est Planetarum primariorum Orbitas propter parvam excentricitatem à Circulis

Circulis Soli concentricis parum abludere. Unde ex Prop. præc. patet velocitatem Cometæ esse ad velocitatem Planetæ primarii ad eandem cum Cometa distantiam revoluti in subduplicata ratione binarii ad unitatem. Et velocitas hujus fictitii Planetæ ad velocitatem alterius cujusvis Primarii ad distantiam quamvis gyrantis (per Prop. XXVII. Lib. I.) est in subduplicata ratione distantiæ dicti ultimi hujus Primarii veri à Sole ad distantiam ficti illius, hoc est, distantiam ipsius Cometæ ab eodem: Et igitur ratio velocitatis Cometæ ad velocitatem Planetæ cujusvis primarii, ex binis prædictis composita, æqualis est subduplicatæ rationi duplæ distantiæ Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc velocitas Cometæ comparari poterit cum velocitate cujuslibet Primarii (*v. g.* Telluris) circa Solem delati, si nota sit ratio inter distantiam Cometæ à Sole & mediocrem dicti Planetæ distantiam ab eodem.

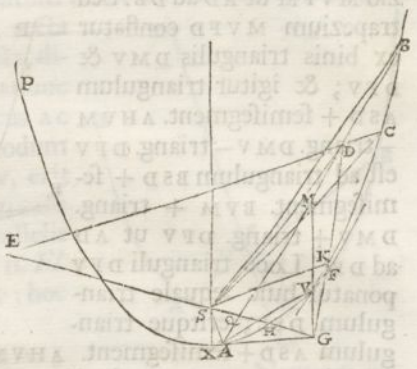
PROPOSITIO XVIII.

Sit Parabola quælibet PAB *cujus focus* S, *hujusque arcus quivis* ACB *cujus chorda* AB *bisecta in* M *puncto, per quod ducatur recta* MV *ad axem Parabolæ* SX *parallela Parabolæ occurrens in* V, *& producatur ad* G, *ita ut* MV *dupla sit ipsius* VG; *jungatur* GS *secans* AB *in* Q, *& producatur ad* E, *ita ut* SE *dupla sit ipsius* SG: *si Cometa describat arcum Parabolicum* ACB *circa Solem* S (*ut in Prop.* XXXV. *Lib.* I.) *recta* EC, *conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum* (*ut ad* C) *& punctum* E *superius determinatum, secabit chordam* AB *in* D, *ita ut* AD *sit quamproxime ad* DB *ut Tempus quo Cometa describit arcum* AC *ad Tempus quo arcum* CB *describit.*

Jungantur rectæ SB, SD, SC, GA & AV; ducatur etiam GD Parabolæ in K occurrens. Quoniam MV est ipsi SX parallela, secabit hæc (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *El. Conic.*) omnes rectas ipsi AB parallelas à Parabola terminatas in duas partes æquales, adeoque segmentum Parabolicum sub curva AVB & recta AB comprehensum in duas portiones æquales sive semisegmenta AHVM & BCVM dividet. Per V ducatur VF ad AB parallela, (quæ per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *El. Conic.* Parabolam in V continget,) rectæ GD occurrens in F, & ductæ concipiantur rectæ SF, CF.

Quoniam ex constructione est MV ipsius VG dupla, & ES ipsius SG etiam dupla, erit MV ad VG sicut ES ad SG: Sed propter parallelas VF & MD, est (per *Prop.* II. *El.* VI.) DF ad FG ut MV ad VG; & igitur DF est ad FG sicut ES ad SG. Recta igitur SF rectæ EC parallela erit per *Prop.* II. *El.* VI; & ideo triangula DSC, DFC (per *Prop.* XXXVII. *El.* I.) æqualia: Sed triangulum DFC est proxime æquale trilineo DKC propter viciniam punctorum F & K; triangulum igitur DSC trilineo DKC proxime æquale erit. Porro, triangulum MAG est (per *Prop.* I. *El.* VI.) trianguli MAV sesquialterum, cum eundem habeant verticem A & basis GM sit sesquialtera basis VM: Triangulum

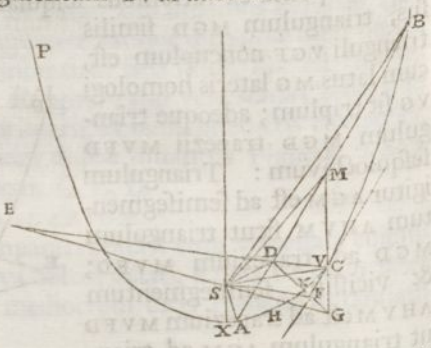
gulum vero AVM (per *Prop.* XXIV. *Archimed.* de *Quadrat. Parab.*) ſubſeſquitertium eſt ſemiſegmenti AHVM; ideoque AGM triangulum ſemiſegmenti AHVM eſt ſeſquioctavum, in ratione nimirum compoſita ex rationibus ſeſquialtera & ſubſeſquitertia. Rurſus, triangulum MGD ſimilis trianguli VGF noncuplum eſt, cum latus MG lateris homologi VG ſit triplum; adeoque triangulum MGD trapezii MVFD ſeſquioctavum: Triangulum igitur AGM eſt ad ſemiſegmentum AHVM ſicut triangulum MGD ad trapezium MVFD; & viciſſim ſemiſegmentum AHVM eſt ad trapezium MVFD ut triangulum AGM ad triangulum MGD, hoc eſt (per *Prop.* I. *El.* VI.) ut AM recta ad rectam MD. Sed trapezium MVFD eſt proxime æquale portioni ſegmenti Parabolici MVKD ſub rectis KD, DM, MV & curvæ Parabolicæ particula VK comprehenſæ: Et igitur ſemiſegmentum AHVM eſt proxime ad portionem MVKD ut AM recta ad MD rectam. Quare ſemiſegmentum AHVM auctum portione MVKD (hoc eſt, area Parabolica AHVKDA) eſt ad ſemiſegmentum eâdem portione multatum (hoc eſt, portionem BCKDB) ſicut AM & MD ſimul ad MB minutam ipſâ MD, ſive ut AD ad DB; & triangulum ASD eſt ad triangulum BSD (per *Prop.* I. *El.* VI.) etiam ut AD ad DB; ergo ſpatium SAHVKDS eſt ad ſpatium SBCKDS ſicut AD ad DB. Si jam priori ſpatio addatur trilineum DKC, & à ſumma auferatur triangulum DSC, dicto trilineo per jam oſtenſa æquale, conficietur ſpatium SAHKCS dicto priori æquale. Similiter, ſi poſteriori ſpatio addatur triangulum DSC, & à ſumma auferatur illi æquale trilineum DKC, conficietur ſpatium SBCS dicto poſteriori æquale. Recta igitur AD eſt ad DB rectam proxime ut ſpatium SAHVCS ad ſpatium SCBS. Sed ſpatium SAHVCS eſt area quam Cometa radio ad Solem ducto verrit dum arcum Parabolicum AC deſcribit, & ſpatium SBCS eſt area quam idem Cometa ſimiliter verrit dum arcum CB deſcribit; & areæ hæ (per Prop. XI. Lib. I.) ſunt ut tempora quibus Cometa arcus AC & CB deſcribit: Recta igitur AD eſt ad DB rectam proxime ut tempus quo Cometa deſcribit arcum Parabolicum AC ad tempus quo arcum CB deſcribit. Sed punctum C (Cometæ locus) ſumptum eſt ad libitum: univerſaliter igitur recta EC rectam AB ita dividit in D, ut AD ſit proxime ad DB ut tempus quo Cometa deſcribit arcum AC ad tempus quo arcum CB deſcribit. Q. E. D.



SCHOLIUM.

Si punctum C coincidit cum arcûs Parabolici vertice V, tum erit accurate AD ad DB ut tempus quo Cometa deſcribit arcum AC

ad tempus quo arcum CB describit. Nam (in schemate annexo casui huic accommodato) est (ut prius) triangulum ASD ad triangulum BSD ut AD ad DB, & etiam semisegmentum AHVM minutum trapezio MVFD est ad semisegmentum BVM auctum eodem trapezio MVFM ut AD ad DB: Sed trapezium MVFD conflatur ex binis triangulis DMV & DFV; & igitur triangulum ASD + semisegment. AHVM − triang. DMV − triang. DFV est ad triangulum BSD + semisegment. BVM + triang. DMV + triang. DFV ut AD ad DB. Loco trianguli DFV ponatur huic æquale triangulum DSC; eritque triangulum ASD + semisegment. AHVM − triang. DMV − triang. DSC ad triangulum BSD + semisegment. BVM + triang. DMV + triang. DSC sicut AD ad DB; hoc est, area ASCHA est ad aream CSBC, sive (per Prop. XI. Lib. I.) tempus quo Cometa describit arcum AC ad tempus quo arcum CB describit, sicut AD recta ad rectam DB: idque accurate; nam non assumptum est spatium curvilineum rectilineo proxime æquale ut in Prop. factum, cum punctum c diversum esset ab V.



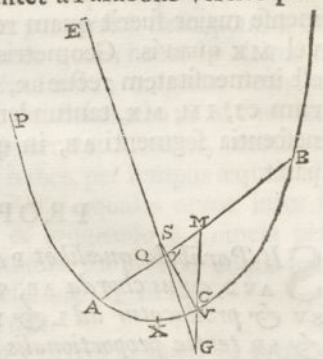
COROLLARIUM I.

Hinc sequitur quod quo propius fuerit punctum c segmenti vertici V, eo magis accurate dividitur chorda AB per rectam EC in duo segmenta AD, DB habentia rationem temporum quibus Cometa percurrit arcus AC, CB: nam si coincidit cum V, illud exacte fit; sin secus, proxime. Advertendum tamen quod error minor erit si c distet ab V versus B, quam si ab eodem versus A tantundem distet; quoniam Parabolæ portio VA, vertici principali X propior, curvior est & à tangente recta VF citius declinat, quam portio VB ab X remotior. Atque hinc fit quod si quærantur tria temporis momenta quibus Cometa in Parabolæ punctis (qualia sunt A, C & B) versatur, talibus ut recta EC secet chordam AB in D, ita ut AD sit ad DB accurate ut tempora bina inter terna momenta intercepta, oporteat dicta tempora esse fere inter se æqualia. Nam in Trajectoriæ Parabolicæ portionibus Observationi nostræ subjectis, punctum D (ubi recta verticem V & punctum E conjungens secat chordam AB) non procul distat à chordæ medio puncto M. Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus esse altero: Patet enim Cometâ in V existente, ubi accuratissime fit quæsitum, esse DB rectam majorem quam AD, hoc est, tempus quo Cometa (per Prop. XV. tum tardior) describit arcum BC majus tempore quo idem Cometa velocior describit arcum AC. Tutius autem assumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet

clinet potius versus B quam A, propter rationem supra allatam; nempe quod error minor erit si c distat ab V versus B, quam si inde distat versus A.

Corollarium 2.

Si segmenti vertex V non multum distet à Parabolæ vertice principali X, nec punctum c ab V, recta SC, ex ipso Parabolæ foco S educta, dividet chordam AB in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus AC & CB describit. Quod si SV admodum fuerit magna respectu ipsius MV, erit MQ ipsius Qγ tripla: Nam in isto casu rectæ SQG, SγV sunt pro parallelis habendæ; adeoque (per *Prop.* II. *El.* VI.) MQ est ad Qγ sicut MG ad GV; hoc est, ex constructione, ut 3 ad 1.



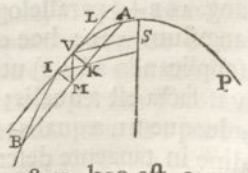
Corollarium 3.

Iisdem manentibus, erit QE æqualis 3QS + 3MV: Nam per constructionem SE = 2SG, adeoque GE = 3SG, hoc est, GE = 3SQ + 3QG; si ergo ab utraque parte auferatur QG, erit QE = 3SQ + 2QG: Sed ob QG, γV parallelas, QG est ad γV sicut MG ad MV, hoc est, sicut 3 ad 2; quare 2QG = 3γV: & γV æqualis MV, cum anguli γMV, Mγ V sint æquales, quia rectæ SV & MV æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in V, quæ (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) est chordæ AB parallela, ideoque 3MV = 2QG; & igitur QE = 3QS + 3MV. Si positio rectæ AB paululum mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

Si in Parabola BAP, *cujus focus* S, *ductâ chordâ* AB *abscindatur segmentum* AVB, *cujus vertex* V, *diameter* VM *chordæ occurrens in puncto medio* M, *& ex* M *ad* AB *excitetur normalis* MI *rectæ* LV *ad* AB *parallelæ occurrens in* I, *& compleatur parallelogrammum* VIMK; *coeuntibus punctis* V *&* M, *sive nascente segmento* AVB, *diagonalis* IK *producta in* S *incidit.*

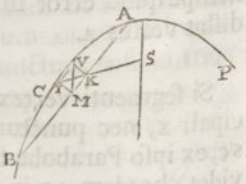
Nam (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Elem. Conic.*) recta LI Parabolam in V contingit, unde angulus SVL æqualis est angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI est rectangulum, angulus KIV est æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per *Prop.* XXVIII. *El.* I.) IK parallela est ad VS, atque hoc semper: coeuntibus igitur punctis I & V, hoc est, coeuntibus punctis M & V, recta IK producta per focum S transit. Q.E.D.



Corollarium.

Hinc sequitur, quod si ab aliquo Parabolæ puncto C, segmenti

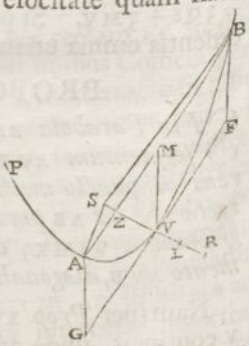
ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interſecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum V ſegmenti vertex proxime, ſi diſtantia foci immenſe major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis. Geometris enim notum eſt immenſitatem rectæ SK, reſpectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præſtare eodemque redire cum evaneſcentia ſegmenti AB, in quo caſu propoſitum ex hactenus dictis patet.



PROPOSITIO XX.

SIt Parabola quælibet PAB, *cujus focus* S; *Parabolæ arcus quivis* AVB, *cujus chorda* AB, *vertex* V, *diameter* MV; *jungatur recta* SV *& producatur ad* L *&* R, *ita ut* VL *ſit pars tertia ipſius* MV, *&* SR *tertia proportionalis ipſis* SV, SL; *Cometa, quo tempore deſcribit arcum Parabolicum* AVB *circa Solem* S, *ſi progrederetur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in diſtantia à Sole æquali* SR, *deſcriberet lineam chordæ* AB *æqualem.*

Recta SV chordæ AB occurrat in Z: Cumque ſint anguli FVM, GVZ æquales, ideoque & hiſce alterni in duabus parallelis AB, GF, ſc. ZMV, MZV etiam æquales, & rectæ VZ, VM æquales ſunt. Porro (per Corol. 5. Prop. XLI. Lib. I.) ſi Cometa Parabolam PAB deſcribens, quo tempore deſcribit arcum AVB, velocitate quam habet in V progrederetur æquabiliter in recta tangente VF; area, quam radio ad Solem ducto deſcriberet, æqualis eſſet areæ Parabolicæ AVBSA: Cumque SV eodem angulo inclinetur ad tangentem VF quo SZ ad AB, ſpatium contentum ſub longitudine in tangente (ut dictum eſt) deſcripta & SV eſſet ad ſpatium contentum ſub recta AB & SZ ut area Parabolica AVBSA ad triangulum ASB; hoc eſt, ut triangulum ASB + ſegment. Parabolic. AVB ad triangulum ASB; id eſt, ut triang. ASB + $\frac{2}{3}$ parallelogrammi AGFB ad triangulum ASB; hoc eſt, ut AB × $\frac{1}{2}$ ZS + AB × $\frac{2}{3}$ MV ad AB × $\frac{1}{2}$ ZS; hoc eſt (applicando ad AB) ut $\frac{1}{2}$ ZS + $\frac{2}{3}$ MV ad $\frac{1}{2}$ ZS, ſive ut ZS + $\frac{4}{3}$ MV ad ZS. Sed VL facta eſt æqualis $\frac{1}{3}$ MV, & prius oſtenſa eſt ZV æqualis ipſi MV; adeoque ZL æqualis $\frac{4}{3}$ MV. Et igitur ſpatium contentum ſub longitudine in tangente deſcripta & SV eſſet ad ſpatium contentum ſub AB & ZS ut SZ + ZL ad SZ; hoc eſt, SL ad SZ. Et applicando hujus analogiæ antecedentes ad SV, & conſequentes ad SZ, erit longitudo in tangente deſcripta ad chordam AB ſicut $\frac{SL}{SV}$ ad $\frac{SZ}{SZ}$ ſive unitatem; hoc eſt, ut SL ad SV. Porro (per Prop. XV.) velocitas Cometæ Parabolam



bolam describentis, in distantia à Sole sive altitudine SV, est ad ejusdem velocitatem in altitudine SR in subduplicata ratione SR ad SV; hoc est, ut SL ad SV: Et longitudines eodem tempore percursæ per mobilia æquabiliter lata sunt ut velocitates; longitudo igitur in tangente descripta est ad longitudinem æquali tempore (nempe quo Cometa arcum Parabolicum AVB percurrit) descriptam à Cometa æquabiliter lato, ea cum velocitate quam habet in altitudine SR, ut SL ad SV. Cum igitur longitudo dicta in tangente descripta eandem habeat rationem (nempe quam SL habet ad SV) ad chordam AB atque ad longitudinem quam percurreret Cometa, motus ea cum velocitate quam in altitudine SR habet, per tempus æquale illi quo idem Cometa arcum AVB describit; æquales erunt inter se istæ longitudines, nempe chorda AB & longitudo à Cometa percursa ea cum velocitate quam in altitudine SR habet, eoque tempore quo idem Cometa arcum AVB describit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Si SV sit magna admodum respectu VL, tres geometrice proportionales SV, SL & SR erunt etiam arithmetice proportionales proxime; hoc est, LR erit æqualis VL sive trienti ipsius MV, adeoque VR bessi ipsius MV proxime æqualis. Et igitur Cometa æquabiliter motus, ea cum velocitate quam habet in altitudine sive distantia à Sole æquali $SV+\frac{1}{3}MV$ eoque tempore quo describat arcum Parabolicum AVB, percurreret longitudinem dicti arcûs chordæ AB æqualem.

PROPOSITIO XXI.

IN eadem figura, si Cometa è quiete demitteretur ex altitudine LS *ut caderet versus Solem* S, *& eâ vi centripetâ nec auctâ nec minutâ deinde urgeretur quâ in* L *urgebatur; Cometa hic semisse temporis, quo arcum Parabolicum* AVB *describat, descendendo percurreret rectam rectæ* MV *æqualem.*

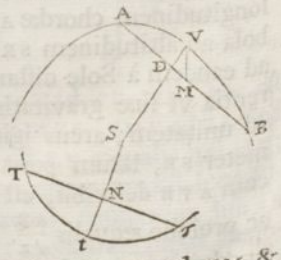
Per Prop. præc. quo tempore Cometa describit arcum Parabolicum AVB, si moveretur æquabiliter velocitate quam habet in Parabola ad altitudinem sive à Sole distantiam æqualem SR, describeret longitudinem chordæ AB æqualem: Sed velocitas Cometæ in Parabola ad altitudinem SR (per Prop. XVI.) est ad velocitatem corporis ad eandem à Sole distantiam gyrantis in circulo, in cujus circumferentia vi suæ gravitatis retinetur, in subduplicata ratione binarii ad unitatem; arcus igitur quem corpus in circulo, cujus semidiameter SR, latum percurrit tempore quo Cometa arcum Parabolicum AVB describit, est ad arcûs Parabolici chordam AB ut 1 ad $\sqrt{2}$, ac proinde æqualis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$. Sed (per Corol. 1. Prop. XXV. Lib. I.) corpus quodvis è quiete demissum versus Solem, eâdem vi centripetâ perpetuo urgente, (ut hic supponitur,) semisse temporis quo percurrit arcum circuli distantiâ à Sole istâ unde deciderat tanquam radio descripti, cadit per spatium æquale quadrato semissis dicti arcûs

circularis (hoc est, quadrato semissis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$) ad circuli diametrum sive 2SR applicato; hoc est, quadrato $\frac{AM}{\sqrt{2}}$ applicato ad 2SR, sive $\frac{AMq}{4SR}$. Spatium igitur per quod corpus è quiete ex altitudine RS demissum cadendo percurrit, semisse temporis quo Cometa arcum Parabolicum AVB describat, æquale est $\frac{AMq}{4SR}$. Sed (per Prop. XLII. Lib. I.) vis centripeta sive gravitas acceleratrix versus Solem ad distantiam SL est ad gravitatem acceleratricem versus eundem ad distantiam SR ut SRq ad SLq; hoc est, ob proportionales SR, SL, SV, ut SR ad SV: Et igitur cum Cometa motu omni privatus & ex R demissus, semisse temporis quo arcum Parabolicum AVB describat, cadat versus Solem per spatium æquale $\frac{AMq}{4SR}$; idem pari tempore ex L similiter demissus cadendo versus Solem percurret spatium quod est ad $\frac{AMq}{4SR}$ ut SR ad SV; hoc est, spatium æquale $\frac{AMq}{4SV}$. Porro, ex Parabolæ natura 4SV est latus rectum diametri VM; hoc est, rectangulum sub 4SV & VM æquale est quadrato ipsius AM, ideoque $\frac{AMq}{4SV}$ ipsi VM rectæ est æqualis: Cometa igitur motu omni privatus & demissus de altitudine LS ut versus Solem s cadat, si Vi acceleratrice sive gravitate uniformi urgeatur æquali illi quâ in dicta altitudine SL urgebatur, semisse temporis quo arcum Parabolicum AVB describat, cadet per rectam rectæ VM æqualem. Q. E. D.

PROPOSITIO XXII. LEMMA.

Si ex puncto S, *Parabolæ* AVB *foco & Circuli* T*t*τ *centro, ducantur æquales rectæ* SV *&* S*t*, *ducantur item rectæ* AB, Tτ, *chordæ arcuum quorum vertices* V *&* *t*, *secantes rectas* SV, S*t in punctis* D *&* N, *ita ut* VD *&* *t*N *sint æquales & admodum parvæ respectu rectarum* SV *&* S*t*; *erit chorda* AB *ad diametrum quadrati, cujus latus est chorda* Tτ, *in subduplicata ratione rectæ* S*t ad* SD *rectam.*

Per V ducatur VM Parabolæ axi parallela, chordæ occurrens in M, quæque (per *Prop.* XLVI. *Lib.* I. *Conic.*) erit segmenti AVB diameter, cujus parameter est quadrupla rectæ SV, adeoque $AMq = 4SV \times VM$. Cumque sit (per *Prop.* XXXV. *El.* III.) $TNq = \overline{tS+SN} \times tN$ = (quia $St = SN$) $2St \times tN$; erit $AMq : 4SV \times VM :: TNq : 2St \times tN$, ideoque (sumendo antecedentium quadrupla & permutando) erit $ABq : T\tau q :: 4SV \times VM : 2St \times tN$. Sed (per offensa in demonstratione Prop. XX.) VM = VD, & ex hypoth. VD = *t*N; applicando igitur præcedentis analogiæ tertium terminum ad VM & quartum ad *t*N, erit $ABq : T\tau q :: 4SV : 2St$; hoc est (propter SV & S*t* ex hypothesi æquales) $ABq : T\tau q :: 2St : SV$; id est, ut $2St$ ad SV sive SD: & duplicando consequentes, $AB q : 2 \times T\tau q :: 2St : 2SD$; hoc

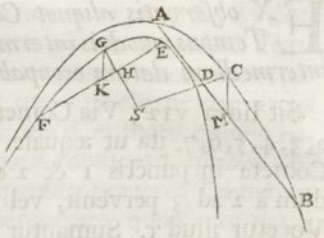


hoc eſt, ut s*t* ad sd: Ideoque ab ad $\sqrt{2} \times$ tτ in ſubduplicata ratione s*t* ad sd. Q.E.D.

PROPOSITIO XXIII. LEMMA.

Si communi foco s *deſcribantur duæ quævis Parabolæ* acb, egf, *in quibus ductæ chordæ* ab *&* ef *abſcindant ſegmenta quorum vertices* c *&* g, *eâ lege ut ductis rectis* sc *&* sg *prædictas chordas in* d *&* h *ſecantibus, ſit* cd *æqualis* gh; *dico* ab *eſſe ad* ef *in ſubduplicata ratione rectæ* sc *ad rectam* sg.

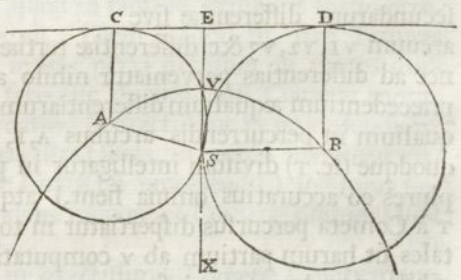
Per c ducatur cm ſegmenti acb diameter, & per g recta gk ſegmenti egf diameter, chordis reſpectivis in m & k occurrentes. Harum diametrorum parametri æquantur quadruplis sc, sg, ut ſuperius oſtenſum; eritque (per *Prop.* xlix. *Lib.* i. *Conic.*) $am^q = 4sc \times cd$, & $ek^q = 4sg \times gh$: Unde am^q eſt ad ek^q ſicut $4sc \times cd$ ad $4sg \times gh$, hoc eſt (ob æquales cd & gh) ſicut sc ad sg; & igitur am eſt ad ek in ſubduplicata ratione sc ad sg. Unde eſt ab (ipſius am dupla) ad ef (ipſius ek duplam) in ſubduplicata ratione sc ad sg.



PROPOSITIO XXIV.

Circa datum focum Parabolam deſcribere, quæ per data duo puncta tranſeat.

Sit datus focus s, puncta duo data per quæ Parabola incedere debet a & b. Centris a & b, diſtantiis as & bs ducantur duo circuli, & ducatur (per *Conſtr. Prop.* cxviii. *Lib.* vii. *Pappi Collect. Math.*) recta cd utrumque contingens, in quam ex s puncto demittatur perpendicularis se, quæ biſecetur in v. Vertice v, axe vx rectâ & latere recto æquali quadruplæ rectæ vs (per *Prop.* lii. *Lib.* i. *Conic.*) deſcribatur Parabola: Erit hæc quæſita.



Quod s ſit deſcriptæ Parabolæ focus conſtat exinde, quod in axe Parabolæ diſtat ab illius vertice quartâ parte lateris recti, quæ eſt notiſſima foci Parabolæ proprietas. Quod vero hæc per puncta a & b tranſeat, ſic patet: Parabolæ axis vx ultra verticem productus eſt ad e, ita ut ve ſit æqualis vs diſtantiæ foci à vertice; & per e ducta eſt ced recta ad axem Parabolæ perpendicularis, & punctum a tale eſt ut as ejus diſtantia à foco æqualis ſit ac, quæ (per *Prop.* xviii. *El.* iii.) perpendicularis eſt ex a ad cd rectam: Unde (per Corol. 2. Prop. xiv.) Parabola ſupradeſcripta per a tranſit, & propter ſimiles rationes tranſit etiam per b. Q.E.F.

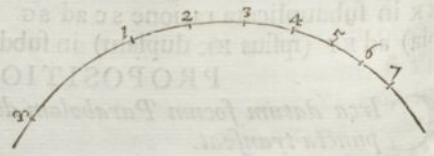
Potuiſſet

Potuiſſet hoc Problema ſolutum cenſeri per Prop. xxv. Lib. III. ut ibidem notatum; verum propter inſignem ejus uſum, hunc locum illi concedimus. Duo data puncta in Parabola idem hic præſtant atque tria illic in Ellipſi, quoniam uni puncto æquivalet data in omni Parabola ratio inter latus rectum & tranſverſum. Non opus eſt apponere calculum trigonometricum, quo Parabolæ vertex, parameter &c. determinantur: hæc enim ex ſubnexis Prop. XXVI. Lib. III. ſatis ſunt manifeſta.

PROPOSITIO XXV.

EX obſervatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare.

Sit linea v123 Via Cometæ apparens, ſintque Loca obſervata 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ita ut æquale Tempus labatur inter momentum quo Cometa in punctis 1 & 2 obſervatus erat, ei quod elapſum eſt dum à 2 ad 3 pervenit, vel à 3 ad 4, vel à 4 ad 5, & ita denuo. Vocetur illud T. Sumantur horum Locorum à puncto fixo v computatorum v 1, v 2, v 3, v 4, v 5 &c. (ut Aſtronomis ſolenne eſt) differentiæ primæ, ipſi ſc. arcus 12, 23, 34, 45, &c. quas vocabimus A, B, C, D, E, F: Sumantur rurſus eorum differentiæ ſecundæ ſive differentiarum primarum differentiæ G, H, K, L, M; tum harum differentiarum ſecundarum differentiæ ſive arcuum v1, v2, v3 &c. differentiæ tertiæ P, Q, R, S; & ita denuo, donec ad differentias perveniatur nihilo æquales, nempe immediate præcedentium æqualium differentiarum differentias. Temporum æqualium in percurrendis arcubus A, B, C &c. inſumptorum unumquodque (ſc. T) diviſum intelligatur in partes æquales quotvis, (quo plures eo accuratius omnia fient,) atque arcus quolibet Tempore T à Cometa percurſus diſpertiatur in tot partes in quot T dividitur, tales ut harum partium ab v computatarum ſimiles differentiæ ſint nihilo æquales atque ipſarum v1, v2, v3, v4 &c; & eodem ordine progrediantur verſus eaſdem partes auctæ vel minutæ, utque harum una in medio ſita toties contineatur in integro arcu, quoties Tempus cui hic contingit in integro tempore continetur, quod in Calculo Aſtronomico verſanti perfacile erit: *ex. gr.* ſi datorum arcuum v1, v2, v3, v4 &c. differentiæ tertiæ deprehenſæ fuerint nihilo æquales, tum ab v ad diviſiones ipſorum A, B, C &c. computatorum arcuum differentiæ tertiæ ſint etiam nihilo æquales; ſi illic differentiæ tantum quartæ æquentur nihilo, hic differentiæ quartæ etiam evaneſcant, & ita in cæteris; & puncta diviſionis



v 1. v 2. v 3. v 4. v 5. v 6. v 7.
A . B . C . D . E . F .
G . H . K . L . M .
P . Q . R . S .

arcuum

arcuum erunt Loca Cometæ ad momenta Temporis analoga: Intermedii vero arcus poterunt tuto cenſeri à Cometa æquabiliter percurri.

Etenim hoc modo fiet ut arcus quilibet 12, 23, 34 vel 45 percurratur à Cometa ſecundum eandem legem moto atque arcus totus 17: ex conſtructione enim prædictorum arcuum quilibet ejuſque pars quævis tot partes continens quot 17 arcus continet 12, 23, 34 &c. ſimiliter dividitur atque ipſe arcus in punctis 2, 3, 4, 5, 6; & cum Tempora inter momenta, quibus Cometa ad puncta hæc appellit, ſint æqualia, ſicut & illa quibus arcus 12, 23, 34, 45 &c. deſcribuntur; patet Cometam ad inventa puncta appellere Temporibus notis congruis, ſiquidem Cometa eodem tenore movetur dum arcuum horum quemlibet deſcribit, quo movebatur dum arcus præcedentes & ſubſequentes deſcriberet, quod in motu quovis naturali obtinere patet. Notis vero Temporis momentis, quibus Cometa ad puncta cognita appellit, & ſuppoſito præterea Cometam intermedios parvos arcus æquabiliter percurrere, quod tuto fiet ſi hi arcus (ipſorum ſc. 12, 23, 34, 45 &c. partes) ſatis ſint parvi, hoc eſt, ſi T in ſatis multas partes diviſum ſupponatur; dato quolibet Tempore intermedio inter momenta quibus Cometa tenebat puncta 1 & 7, innoteſcet Locus quem Cometa tenet: Et viciſſim Tempus innoteſcet quando ad datum inter 1 & 7 Locum appellit.

Scholium.

Artifices communiter prædictum Tempus T conſtituunt Diem naturalem. Quod ſi Cometam obſervare non detur præciſe poſt 24 Horas elapſas, ejus Locum unâ alterâve Horâ ante vel poſt obſervatum reducunt ad finem Diei naturalis, ſupponendo motum interea factum eſſe æquabilem, quod in tantillo Temporis ſpatio errorem ſenſibilem inducere nequit. Diem naturalem, ſive Tempus per T in Prop. deſignatum, in hac praxi dividunt in partes quatuor ſive ſenas Horas, quod ſatis eſſe ducunt, niſi Cometæ motus ſit valde acceleratus vel retardatus, & exactiſſime ſit procedendum; in quo caſu illud (ſaltem ſenas iſtas Horas, in quibus invenitur datum Tempus ad quod Cometæ Locus eſt inveniendus) in Horas ſingulas diſpertiunt, tutoque tandem ſupponunt Cometæ motum Horâ unicâ factum eſſe æquabilem.

Accidit plerumque quod, in exactiſſimis Cometæ Obſervationibus, Locorum à fixo initio computatorum differentiæ tertiæ, quæ in ſchemate per P, Q, R, S deſignantur, ſint nihilo æquales, ſive quod illorum differentiæ ſecundæ G, H, K, L, M, hoc eſt, ipſorum arcuum A, B, C, D, E, F differentiæ primæ ſint invicem æquales: Ideoque arcum à Cometa ſpatio 24 Horarum percurſum dividunt Artifices in 24, tales ut qui Horæ duodecimæ contingit arcus ſit pars vigeſima quarta arcûs ſpatio Diei naturalis à Cometa ex obſervatione percurſi; ſive potius (cum arcus hic non ſit præciſe in medio, ſed una cum arcu Horæ ſequenti congruo locum medium inter ſe partiantur) ut arcus bini Horis hiſce binis contingentes ſimul ſumpti partem

efficiant duodecimam arcûs ſpatio diurno deſcripti, utque harum partium differentiæ primæ ſint etiam invicem æquales, ſive differentiæ ſecundæ nullæ, tandemque ut earum majores ſint ad eandem plagam, reſpectu minorum, ad quam ſunt in arcubus A, B, C, D, E, F, & cuique Horæ tribuunt eodem ordine unam ex dictis partibus. Sic enim fiet ut Cometa eodem tenore, ſimiliterque acceleratus vel retardatus, deſcribat arcum quemvis ſpatio unius Diei quo deſcripſit arcum 15 ſpatio quatuor Dierum: Nam quatuor tantum requiruntur Dierum invicem proximorum Obſervationes ut innoteſcat num arcuum 12, 23, 34, 45 differentiæ primæ ſint invicem æquales. Et ſi Tempus propoſitum intra alios quaternos Dies cadat, rurſus inveſtigant quænam differentiæ invicem æquentur, & ſimiliter procedunt atque prius.

Non ſolum modus hic adhibetur ut Cometæ Locus in Via ſua apparente ad datum Tempus intermedium determinetur, ſed etiam (diviſo motu Cometæ ut communiter fit in Longitudinem & Latitudinem, Aſcenſionem rectam & Declinationem, vel ejuſmodi alias) ut ex obſervatis aliquot ejus Locis ſecundum harum utramvis inveniatur illius Locus ſecundum eandem, ad Tempus intermedium datum: etenim hic ſupponitur tantum quod Cometæ motus, ſecundum quamvis directionem conſideratus, eodem tenore progreditur quovis Die uno, quo in pluribus ante & poſt illum Diebus.

Hæc Methodus per differentias procedendi etiam in aliis pluribus (*ex. gr.* Tabulis ad minores diviſiones ſupputandis) uſus habet inſignes, de quibus fuſe actum à R. P. *Gabriele Mouton Lugdunenſi*, qui hujuſmodi interpolationes perficere docet in Libro *De Obſervationibus Diametrorum Solis & Lunæ apparentium.*

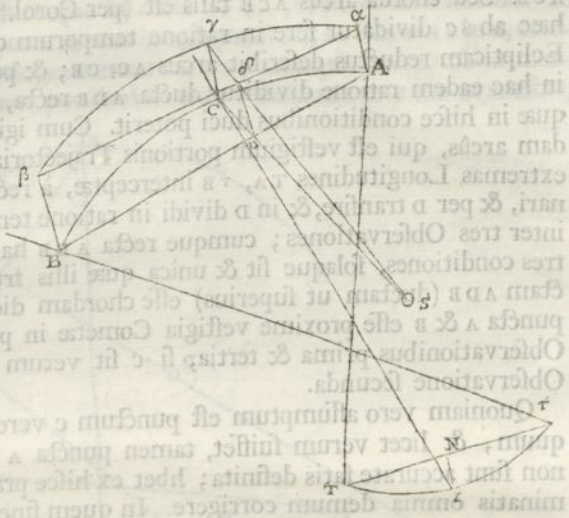
PROPOSITIO XXVI.

Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex obſervationibus determinare.

Deſignet s Solem, T *t* τ Orbitam Telluris: ſeligantur tres Cometæ Obſervationes æqualibus fere temporum intervallis ab invicem diſtantes, ita tamen ut tempus iſtud ſit paulo majus ubi Cometa tardius movetur: ſintque puncta T, *t* & τ Loca Terræ ad dicta tempora; hoc eſt, T Locus Terræ in Obſervatione prima, *t* ejus Locus in Obſervatione ſecunda, & τ in tertia. Quod ſi tales Obſervationes non dentur, inveniendus eſt (per Prop. XXV.) Cometæ Locus ad tempus in dictis conditionibus cum aliis duobus temporibus quibus Loca congrua ſunt obſervata. Jungatur T τ, ad quam ex *t* demittatur normalis *t* N: Sint rectæ T A, *t* C, τ B tres obſervatæ Longitudines; dantur igitur poſitione tres hæ rectæ. In harum media *t* C capiatur utcunque punctum C pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ: Ex C ad Eclipticæ planum erigatur normalis recta C γ æqualis tangenti notæ Latitudinis Cometæ in Obſervatione ſecunda, poſito *t* C radio: Jungantur γ s, C s, in quarum ultima verſus s ſumatur C D quæ ſit ad *t* N notam (quippe noti arcûs T *t* ſinum verſum) ut

ſolidum

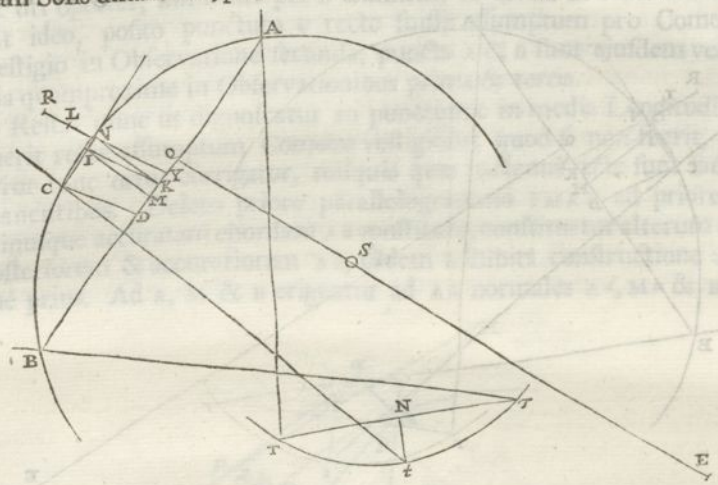
ſolidum, cujus baſis eſt quadratum ipſius s*t* & altitudo sc recta, ad cubum rectæ sγ: Per punctum D agatur (per Prop. VIII.) recta ADB ipſis TA, τB occurrens in A & B, ita ut AD ſit ad DB ut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter ſecundam & tertiam; & erunt A & B quamproxime veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione prima & tertia, ſi modo punctum c recte aſſumptum ſit ejus Locus in Obſervatione ſecunda. Quoniam ex hypotheſi c eſt veſtigium Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & cγ tangens Latitudinis obſervatæ ex *t* ad radium *t*c; patet punctum γ eſſe Cometæ Locum in ſpatio Mundano, & γs diſtantiam Cometæ à Sole in Obſervatione ſecunda. Per D ducatur Dδ ad cγ parallela, quæ (per *Prop.* VIII. *El.* XI.) normalis eſt ad Eclipticæ planum & in plano trianguli scγ invenitur: occurrat hæc ipſi sγ in δ. Ratio rectæ $\gamma\delta$ ad rectam *t*N componitur ex ratione $\gamma\delta$ ad cD & ratione cD ad *t*N: Sed (per *Prop.* II. *El.* VI.) $\gamma\delta$ eſt ad cD ut γs ad cs, & cD eſt ad *t*N ut s*tq* × sc ad cubum rectæ sγ; unde $\gamma\delta$ eſt ad *t*N in ratione compoſita ex ratione sγ ad cs & ratione s*tq* × sc ad cubum rectæ sγ: & ratio ex binis iſtis compoſita eadem eſt cum ratione s*tq* ad sγq; & igitur $\gamma\delta$ eſt ad *t*N ut s*tq* ad sγq. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) *t*N eſt proxime ſpatium per quod Terra è quiete demiſſa vi ſuæ gravitatis decideret verſus Solem dum dimidium arcûs Tτ deſcribit, ſi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ in loco *t* urgetur; quippe *t*N eſt proxime æqualis quadrato arcûs T*t* ad Orbis magni Diametrum applicato: Et ex Lib. I. gravitas acceleratrix verſus Solem in loco *t* eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem in loco γ ut sγq ad s*tq*, nempe in reciproca duplicata ratione diſtantiarum à Sole; ſpatiaque eodem tempore, urgentibus illis viribus, deorſum verſus Solem percurſa ſunt in eadem ratione cum viribus; & igitur recta $\gamma\delta$ eſt ſpatium per quod Cometa è quiete ex γ demiſſus verſus Solem decideret, ſemiſſe temporis quo Terra deſcribit arcum Tτ, ſi eâdem ubique gravitate acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ urgetur in loco γ; ideoque $\gamma\delta$ erit proxime ſpatium



quod Cometa casu versus Solem revera describeret, semisse temporis quo Terra describit Orbitæ suæ arcum $\tau\tau$, hoc est, semisse temporis quo Cometa describit Trajectoriæ suæ arcum interceptum inter duas Longitudines T A & T B; & igitur punctum A est in arcûs istius chorda. Et ideo si tam arcûs Trajectoriæ prædicti $\alpha\tau\beta$, inter binas extremas observatas Longitudines T A & T B intercepti, quam puncti A concipiantur vestigia in plano demissione normalium ad Ecliptice planum signata, nempe A C B & D; erit punctum D in chorda arcûs A C B. Sed chorda arcûs A C B talis est (per Corol. 2. Prop. XVIII.) ut hæc ab s c dividatur fere in ratione temporum quibus Cometa ad Eclipticam reductus describit arcus A C, C B; & per constructionem in hac eadem ratione dividitur ducta A D B recta, estque hæc unica quæ in hisce conditionibus duci poterit. Cum igitur oporteat chordam arcûs, qui est vestigium portionis Trajectoriæ Cometicæ inter extremas Longitudines T A, T B interceptæ, à rectis T A, T B terminari, & per D transire, & in D dividi in ratione temporum binorum inter tres Observationes; cumque recta A D B habeat omnes hasce tres conditiones, solaque sit & unica quæ illis fruitur; constat rectam A D B (ductam ut superius) esse chordam dicti arcûs, adeoque puncta A & B esse proxime vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observationibus prima & tertia, si C sit verum ejus vestigium in Observatione secunda.

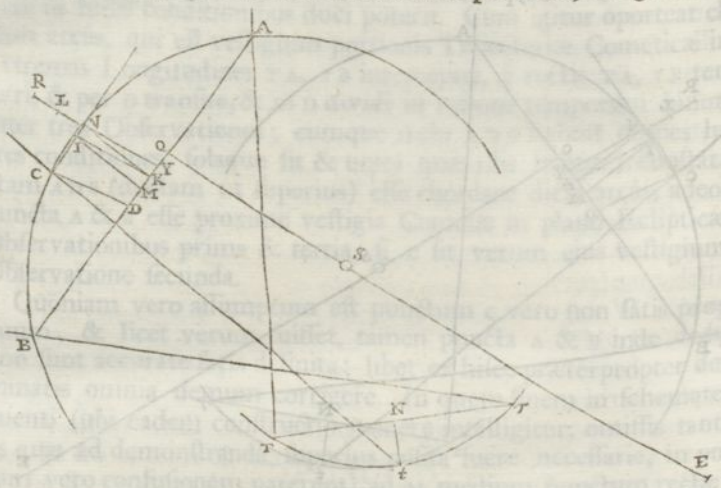
Quoniam vero assumptum est punctum C vero non satis propinquum, & licet verum fuisset, tamen puncta A & B inde deducta non sunt accurate satis definita; libet ex hisce præterpropter determinatis omnia demum corrigere. In quem finem in schemate sequenti (ubi eadem constructio manere intelligitur, omissis tantum iis quæ ad demonstranda superius posita fuere necessaria, in posterum vero confusionem parerent) ad M medium punctum rectæ A B ipsi A B erigatur normalis M I, cui occurrat in I recta C I, acta per C ipsi B A parallela; jungatur S I secans A B in K, & compleatur parallelogrammum M I V K, & sumatur M Q tripla ipsius M K: Jungatur Q S & producatur ad E donec Q E sit æqualis 3 Q S + 3 I K. Puncto E determinato, deleta intelligantur signa (sive literæ) A, M, D & B; jungatur C E, in qua versus E sumatur nova C D in duplicata ratione rectæ s c ad rectam æqualem ipsi S V + ¼ I K, & per punctum D noviter inventum (ope Prop. VIII.) ducatur nova A B ad T A & T B terminata, talis ut A D sit ad D B ut tempus inter Observationem primam & secundam ad tempus inter Observationem secundam & tertiam: Erunt puncta A & B magis accurate quam prius vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observationibus prima & tertia, si punctum C recte assumptum sit ejus vestigium in Observatione secunda. Concipiantur demissa à singulis Trajectoriæ Cometicæ punctis perpendicula ad planum Eclipticæ, sive (quod eodem redit) intelligatur super planum Eclipticæ normaliter erecta superficies cylindrica per Cometæ Trajectoriam transiens; punctis à dictis perpendiculis signatis in Eclipticæ plano conficietur (sive communis sectio

sectio dictæ superficiei cylindricæ cum plano Eclipticæ erit) Curva Parabolica ACB cujus focus S, vel ab hac parum abludens: hujus arcûs ACB inter rectas TA, TB comprehensi chorda (ex supra ostensis) est quamproxime recta AB prius ducta, cujus medium punctum M. Cumque in dicto arcu sumptum sit punctum C non procul à segmenti ACB vertice, (nam in hunc finem capta sunt tria Observationum tempora, æqualibus fere intervallis ab invicem distantia, ita tamen ut tempus istud sit paulo majus ubi Cometa tardius movetur,) ductaque sit recta ad BA parallela cum normali ad AB ex M excitata concurrens in I, & juncta sit SI secans AB in K, completumque parallelogrammum IMKV; cumque porro, ob immensam Solis distantiam, punctorum M & V distantia præ illa evanescat,



hoc est, coeant dicta puncta; (per Corol. Prop. XIX.) V est vertex segmenti ACB. Si jungatur VS secans chordam in Y, erit (ob immensam puncti S distantiam) VY fere parallela ad IK, adeoque KY æqualis IV, & ideo ipsi MK: Sed ex constructione est MQ tripla ipsius MK, unde & ipsius KY tripla est, adeoque & reliquæ YQ etiam tripla; & igitur (per Corol. 2. Prop. XVIII.) juncta QS talis est qualis QS in Prop. XVIII. ejusque Corollariis, hoc est, in QS producta ad partes S reperitur punctum E, à quo ducta quævis recta, chordam AB arcumque ACB secans, chordam secat in segmenta eandem habentia rationem cum temporibus, quibus adjacentes arcus à Cometa describuntur. Porro, ex constructione est QE æqualis 3QS + 3IK, & IK æqualis MV, (sunt utique diametri ejusdem parallelogrammi rectanguli;) unde QE æqualis est 3QS + 3MV. Et igitur (per Corol. 3. Prop. XVIII.) punctum E supra determinatum illud ipsum est, ex quo ducta utcunque recta chordam AB dividit in segmenta eandem habentia rationem, quam tempora quibus arcûs AB binæ partes ab eadem recta producta notatæ à Cometa describuntur, quod prius perperam (licet non nimis erronee) de ipso foco S supposuimus.

Deletâ igitur (ad vitandam confuſionem) priore CD verſus S ductâ, acta eſt nova verſus E, quæ eſt ad priorem ut quadratum ipſius SC ad quadratum ipſius SV + ½IK, hoc eſt (propter æquales IK & MV) ad quadratum ipſius SV + ½MV, & SC eſt quamproxime æqualis SV: Quare nova CD eſt ad priorem CD ut quadratum ab SV ad quadratum deſcriptum ab SL, poſitâ VL triente ipſius MV ſive IK, ut in conſtructione Prop. XX & XXI. Sed (ex Prop. XLII. Lib. I.) gravitas acceleratrix verſus Solem in loco L eſt ad gravitatem acceleratricem verſus eundem in loco C (vel V) ut quadratum ab SC (vel SV) ad quadratum ab SL: Et ut gravitates acceleratrices verſus Solem in diſtantiis diverſis, ita ſunt (manentibus dictis viribus) ſpatia eodem quocunque tempore cadendo verſus Solem percurſa; & igitur nova

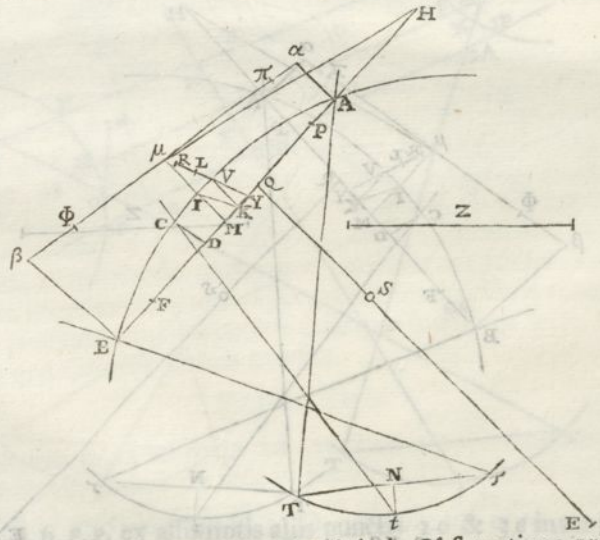


CD eſt ad priorem CD ut ſpatium cadendo percurſum verſus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco L urget, ſemiſſe temporis quo Cometa deſcribit arcum inter longitudines TA & TB interceptum, ad ſpatium eodem tempore cadendo percurſum verſus Solem, urgente vi acceleratrice quæ in loco C urget. Sed hujus analogiæ conſequentes æquantur, æquantur igitur & antecedentes; hoc eſt, noviter ducta CD æquatur ſpatio à grave cadente verſus Solem percurſo, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum ACB in Ecliptica deſcribit, urgente gravitate acceleratrice, quæ in diſtantia SL à Sole obtinet, uniformiter continuatâ. Sed (per Prop. XXI.) ſpatium per quod corpus verſus Solem decidit, ſemiſſe temporis quo Cometa arcum AVB deſcribit (conſideramus enim nunc motum Cometæ tanquam in Ecliptica plano factum, loco Trajectoriæ Cometicæ ejus veſtigium in plano Eclipticæ intuentes) cum urgetur ab uniformiter continuata gravitate acceleratrice verſus Solem quæ in loco L obtinet, æquale eſt VY ſegmento rectæ VS inter verticem V & chordam AB interceptæ; adeoque quamproxime æquale ipſius CE ſegmento CD inter punctum C (ipſi V proximum) & chordam AB intercepto. Unde

punctum

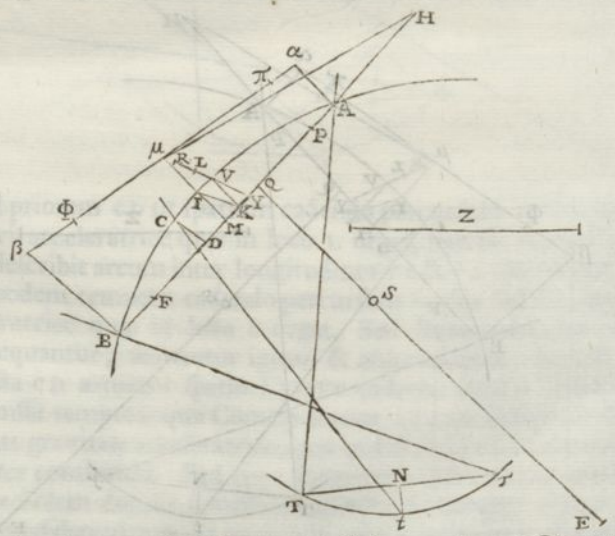
punctum D eſt in chorda AB multo accuratius quam antea; hoc eſt, chorda arcûs, qui eſt veſtigium in plano Eclipticæ portionis Trajectoriæ Cometicæ inter Longitudines TA & τB interceptæ, per punctum D ultimo determinatum quamproxime tranſit. Porro (per Prop. XVIII.) chorda prædicta per D tradueta eum inter TA, τB ſitum obtinere debet, ut AD ſit ad DB ſicut tempus quo Cometa deſcribit Eclipticæ arcum inter Longitudines TA & tc ad tempus quo arcum inter tc & τB interjectum deſcribit: Sed AB ita (ope Prop. VIII.) acta eſt per D, ut AD ſit ad DB in eadem illa ratione, nempe ſicut tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam; rite igitur acta eſt AB & uti oportet, nimirum per D tranſiens, & diviſa in D uti dictum. Et ideo, poſito punctum c recte fuiſſe aſſumptum pro Cometæ veſtigio in Obſervatione ſecunda, puncta A & B ſunt ejuſdem veſtigia quamproxime in Obſervationibus prima & tertia.

Reſtat nunc ut dignoſcatur an punctum c in media Longitudine fuerit recte aſſumptum Cometæ veſtigium; quod ſi non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hactenus recte ſunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo IMKV ad priorem minuſque accuratam chordam AB conſtituto, conſtituatur alterum ad poſteriorem & accuratiorem AB, eâdem adhibitâ conſtructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad AB normales Aα, Mμ & Bβ,



quarum Aα ſit tangens notæ Latitudinis in Obſervatione prima ad radium TA, & Bβ tangens Latitudinis in Obſervatione tertia ad radium τB: Jungatur αβ, cui occurrat Mμ in μ. Si erigatur trapezium ABβα normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ AB, ſunt (ut prius oſtenſum) puncta α & β Loca Cometæ in ſpatio Mundano, ſi punctum c ſit ejus veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione ſecunda, & planum tranſiens per tria puncta s, α & β eſt planum Trajectoriæ

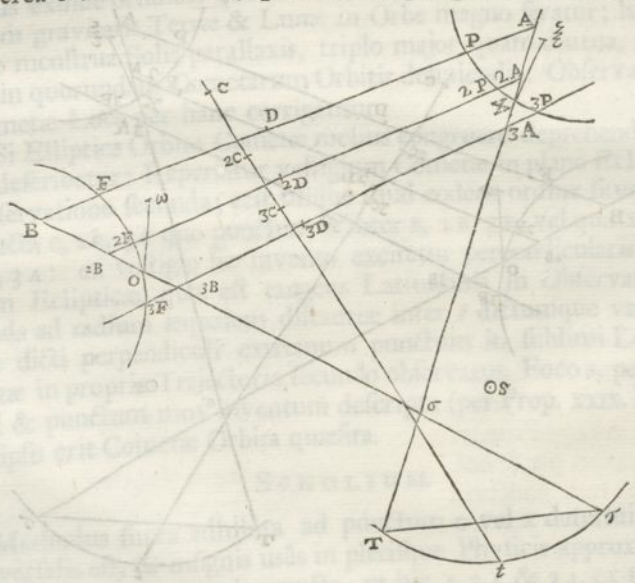
Trajectoriæ Cometicæ: Ideoque recta $\alpha\beta$ est chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percursæ inter Observationem primam & tertiam, & $s\alpha$, $s\beta$ sunt distantiæ Cometæ à Sole in Observatione prima & tertia respective; hoc est, distantia vera cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole est hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia à Sole vestigii illius puncti in plano Ecliptice, alterum vero perpendiculum ex isto vestigio normaliter ad planum Ecliptice excitatum & ad punctum Trajectoriæ terminatum. Cum quædam ex istis perpendiculis sint longiora ut $B\beta$, quædam breviora ut $A\alpha$, sumatur medium inter hæcce, sc. hic $M\mu$; & universaliter loquendo distantia cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole erit proxime hypothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est distantia analogi puncti in vestigio Trajectoriæ descripto, & alterum ipsa recta $M\mu$. Quo posito, in MA (eave producta) sumatur MH æqualis $sv + \frac{1}{3}IK$, hoc est, æqualis sR, posità LR æquali Lv, & jungatur $H\mu$; erit hæc quamproxime æqualis puncti Trajectoriæ (cujus v est vestigium) distantiæ à Sole auctæ besse rectæ interjectæ inter punctum istud & chordam arcûs Trajectoriæ, ipsam sc. $\alpha\beta$ in erecto trapezio $AB\beta\alpha$; id est, recta $H\mu$ æqualis est rectæ in plano Trajectoriæ Cometæ, analogæ ipsi sR in ejus vestigio in plano Ecliptice; hoc est, $H\mu$ æqualis est rectæ sR in Parabola Prop. XX. Per Corol. Prop. XVII. conferatur velocitas Cometæ, dum in Parabolica sua



Trajectoria movetur ad distantiam à Sole æqualem rectæ $H\mu$, cum velocitate Telluris circa Solem, & definiatur linea quam Cometa dicta cum velocitate æquabiliter motus percurreret toto tempore quo Tellus arcum $T\,t\,\tau$ describit, sive toto tempore quo Cometa arcum ACB in Ecliptica percurrit, in partibus arcûs $T\,t\,\tau$ à Tellure interim percursi; quod facillime fit modo sequenti: Calculo subducatur longitudo arcûs $T\,t\,\tau$ à Tellure descripti inter Observationem primam &

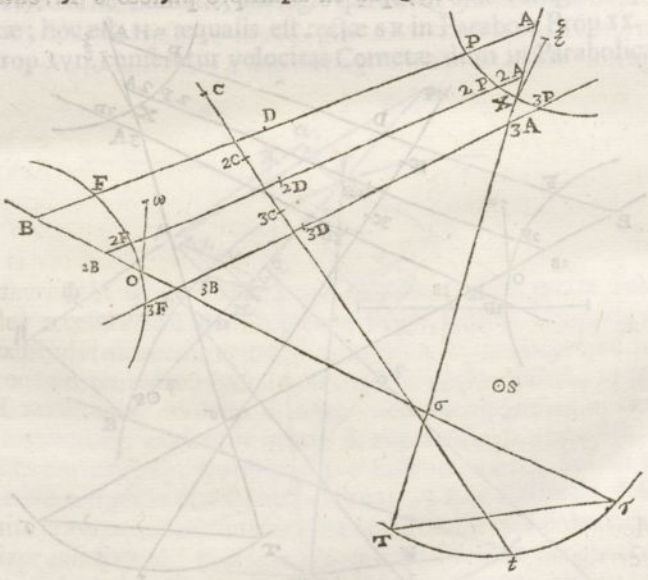
& tertiam, posito quovis numero rotundo pro mediocri distantia Terræ à Sole; longitudo (puta z) quæ est ad hunc arcum in subduplicata ratione Diametri Orbis magni ad rectam notam $H\mu$, quæque proinde datur, est ipsa longitudo quæsita, nempe quam Cometa æquabiliter latus ea cum velocitate quam Trajectoriam suam Parabolicam describens habet ad distantiam à Sole æqualem ipsi $H\mu$ percurreret tempore, quo Cometa arcum cujus chorda $\alpha\beta$ revera percurrit: Nam (per Prop. XVII.) velocitas Cometæ ad dictam distantiam $H\mu$ est ad velocitatem Telluris in ratione supradicta. Sed (per Prop. XX.) dicta longitudo Z æqualis est chordæ arcûs quem Cometa revera isto tempore describit; igitur si deprehendatur Z æqualis chordæ $\alpha\beta$, certissimum est indicium punctum C in Longitudine secundo observata recte fuisse assumptum pro vestigio Cometæ; adeoque A, C & B esse tria Loca sive vestigia Cometæ in plano Ecliptica.

Quod si Z non deprehensa fuerit æqualis rectæ $\alpha\beta$, hoc est, si punctum C non sit recte assumptum in *l* C Longitudine secundo observata; capiantur in $\alpha\beta$ (eave producta si opus sit) $\alpha\varphi$, $B\pi$ æquales ipsi Z, capiantur etiam AF, BP æquales $\alpha\varphi$, $B\pi$, ita ut F & φ ad easdem partes rectæ $A\alpha$, item P & π ad easdem partes rectæ $B\beta$ jaceant. Præterea eâdem methodo, quâ ex assumpto puncto C inventa sunt



puncta A, B, D, F, P, ex assumptis aliis punctis 2 C & 3 C inveniantur nova 2 A, 2 B, 2 D, 2 F, 2 P & 3 A, 3 B, 3 D, 3 F, 3 P, ut in schemate annexo, ubi iisdem manentibus iisdemque literis notatis atque supra, ea tantum omittuntur de quibus postea non est sermo. Quod si Z minor fuerit quam $\alpha\beta$, aut AF vel BP minor quam AB (ut in annexo schemate accidit) punctum 2 C sumendum erit ipsi σ puncto (in quo TA & TB concurrunt) propius; & ita porro, ita ut saltem

3A 3F major fiat quam 3A 3B: Si vero è contra AF major fuerit quam AB, ſumenda erit ♉2C major quam ♉C; atque ita porro, ita ut ſaltem 3A 3F minor fiat quam 3A 3B. Per puncta F, 2F & 3F deſcribatur circulus, qui rectam τB ſecabit inter B & 3B, puta in o, ſi puncta nova 2C, 3C ſumpta fuerint ſecundum prius tradita. Similiter, per puncta P, 2P & 3P deſcribatur circulus rectam TA in X interſecans; erunt puncta o & X Loca Cometæ ad Eclipticam reducta ſive Cometæ veſtigia in Obſervatione prima & tertia. Nam ſupra fuit demonſtratum puncta A & B eſſe veſtigia Cometæ in plano Eclipticæ in Obſervatione prima & tertia, ſi c ſit ejuſdem veſtigium in Obſervatione ſecunda: idemque ſimiliter obtinet in 2A, 2B & 2C; item in 3A, 3B & 3C. Demonſtratum quoque eſt c eſſe revera veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda, ſi Z æqualis ſit αβ; hoc eſt, ſi rectarum AF & BP quælibet ſit æqualis ipſi AB; hoc eſt demum, ſi puncta B & F coincidant, item A & P. Et igitur ſi, reliquis manentibus, puncta B & F coincidant, tale B erit veſtigium Cometæ in Obſervatione tertia: Similiter coincidentibus A & P, erit tale A ejuſdem veſtigium in Obſervatione prima. Ad quam coincidentiam conciliandam per tria puncta legitime reperta F, 2F & 3F traductus eſt circulus, hoc eſt, linea ſimpliciſſima per tria puncta tranſiens, re-



ctam τB in o interſecans. Cum igitur punctum o ſit tam in loco punctorum B, nempe recta τB, quam in loco punctorum F, nempe circulo; quando punctum B reperitur in o, punctum F in illo etiam reperietur, hoc eſt, in iſto caſu puncta B & F coincident; & ideo punctum o eſt verum Cometæ veſtigium in plano Eclipticæ in Obſervatione tertia, quippe cui conveniunt omnes conditiones requiſitæ. Similiter & ob eaſdem rationes, punctum X eſt verum Cometæ

metæ vestigium in Observatione prima. Igitur si ex puncto o ad planum hujus schematis, Eclipticæ planum referens, erigatur perpendicularis recta o ω, æqualis tangenti notæ Latitudinis in Observatione tertia ad radium τ o; erit ω Cometæ Locus verus in sua Trajectoria. Similiter, x ξ perpendicularis ad planum Eclipticæ ad punctum x excitata, æqualis tangenti Latitudinis in Observatione prima ad radium τ x, ostendet punctum ξ alterum Cometæ Locum in propria Trajectoria. Foco s per puncta ω & ξ (per Prop. xxiv.) describatur Parabola; erit hæc Cometæ Trajectoria quæsita. Quoniam vero duæ sunt Parabolæ foco s descriptæ, per puncta bina ω & ξ transeuntes, utra ex hisce sit nostri Cometæ Trajectoria, patebit ex alia quavis Cometæ Observatione: Locus enim ejus ex altera harum Parabolarum deductus Loco observato conveniet, ex altera vero nequaquam. Ex Observationibus igitur determinavimus Trajectoriam Cometæ in Parabola moti. Q. E. F.

Licebit etiam in τ A vel in τ B puncta ad libitum eligere sicut in t c hic factum, & puncta in reliquis duabus hinc resultantia similiter tractare atque puncta in τ A, τ B superius tractata sunt.

In præcedente investigatione, sive Arithmetica sive Graphica sive ex utraque composita, nulla habita est ratio Parallaxis menstruæ Solis exinde oriundæ quod non Terræ centrum sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur; hæc namque menstrua Solis parallaxis, triplo major quam diurna, sensibilis est in quorundam Cometarum Orbitis definiendis: Observata igitur Cometæ Loca per hanc corrigantur.

Si Elliptica Orbita Cometæ melius congruere deprehendatur, illa sic describetur: Reperiatur vestigium Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione secunda; erit utique illud eodem ordine situque inter puncta c, 2 c, 3 c quo punctum o inter B, 2 B, 3 B, vel quo x inter A, 2 A, 3 A: ex vestigio sic invento excitetur perpendicularis ad planum Eclipticæ, quæ est tangens Latitudinis in Observatione secunda ad radium æqualem distantiæ inter t dictumque vestigium; erit dicti perpendiculi extremum punctum in sublimi Locus Cometæ in propria Trajectoria secundo observatus. Foco s, per puncta ω, ξ & punctum mox inventum descripta (per Prop. xxix. Lib. iii.) Ellipsis erit Cometæ Orbita quæsita.

Scholium.

Methodus supra adhibita ad punctum o vel x determinandum universalis est, & insignis usûs in plerisque Physicis approximandis. Convenit plerumque tria puncta, ut hic A, 2 A & 3 A, ex tribus assumptis c, 2 c & 3 c secundum artem reperta, ita esse posita ut punctum quæsitum inter illorum extrema A & 3 A jaceat, (quæ est ratio cur è tribus punctis P unum ex altera parte correspondentis puncti A collocatum volumus:) sic enim certius & proximius determinabitur quæsitum punctum per intersectionem circuli cum recta A 2 A in qua illud necessario versatur, quam si quæsito existente

ultra A & 3 A illud determinandum veniat per interſectionem rectæ cum circulo ultra puncta A & 3 P; ob ſimilem prorſus rationem atque ex obſervatis aliquot Cometæ (alteriuſve cujuſvis ſecundum quamvis regulam moti) Locis ejuſdem Locus & Tempus intermedium quodvis certius definitur, quam ad Tempus aliquod ante primam Obſervationem aut poſt ultimam.

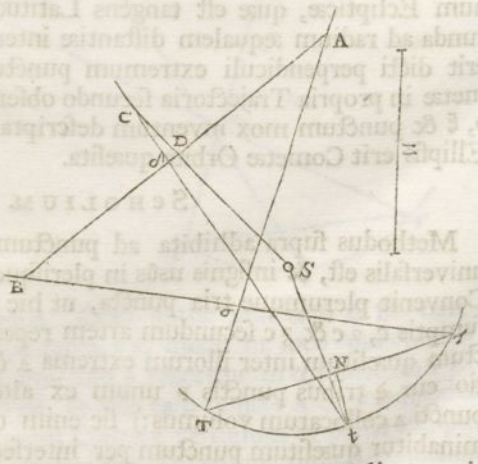
Aliquando ſuffecerit, in hujuſmodi inveſtigationibus, duo puncta qualia ſunt P & 2 P determinare, (ſi nimirum horum utrumque à vero non procul abſit,) & illa rectâ conjungere, cujus interſectio cum altera A 2 A verum punctum quæſitum determinabit. Atque hic rurſus puncta P & 2 P ad contrarias puncti quæſiti partes jacere commodum erit.

PROPOSITIO XXVII.

PUnctum determinare quod primâ, ſecundâ & tertiâ vice pro Cometæ veſtigio in plano Eclipticæ aſſumere commodiſſimum erit.

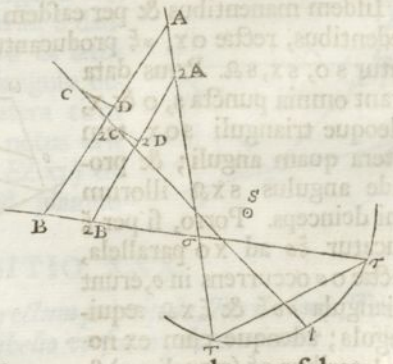
Problema præcedens univerſaliter conſtructum eſt: Verum in praxi non quælibet puncta c, 2 c pro veſtigio Cometæ in Obſervatione ſecunda commode aſſumuntur, ſed veris proxima eligenda, ſi illa præterpropter internoſcere quovis modo conceſſum fuerit. Hoc autem ope Prop. XII. fiet per quatuor Cometæ Obſervationes. Ducta etenim recta, cujus partes tres inter quatuor rectas poſitione datas interceptæ eam habeant rationem quam temporis intervalla tria inter quatuor Obſervationes interjecta, non multum diverſa erit à Trajectoriæ Parabolicæ portione à Cometa tum percurſa. Adeoque hujus interſectio cum recta, Longitudinem in Obſervatione ſecunda referente, aptiſſime pro veſtigio Cometæ in iſta Obſervatione ſecunda aſſumetur.

Quod ſi angulus innoteſcat præterpropter, quem veſtigium Orbitæ Cometæ continet cum recta Terram & Cometam in Obſervatione ſecunda conjungente, ſive huic (per *Prop.* XVII. *Lib.* I. *Conic.*) æqualis A ∧ *t*, quem chorda A B continet cum *t* c recta, quod fiet vel ope Prop. IX. vel accuratius per Schol. Prop. XIII; tum punctum c primo aſſumendum hoc modo determinabitur: Ducatur recta A B ad rectas poſitione datas T A, T B utrinque terminata, rectam *t* c etiam poſitione datam in angulo æquali dato ad ∧ interſecans, quæ ſit ad √2 × T T chordam (hoc eſt, proxime ad ⅔ T T) in ſubduplicata ratione



one s*t* ad s𝒩; & agatur per s recta SDc, cujus pars Dc à cruribus anguli A𝒩c interjecta æquetur rectæ *t*N, quod eſt Veterum Problema univerſale de *Inclinationibus*, conficiturque per eorum Methodum, vel per §. VII. *Lect. Optic.* V. aut §. III. *Lect. Geom.* VI. *Barrovii*: Punctum c ſic determinatum eſt illud ipſum quod commode primâ vice uſurpatur pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ. Ponatur c eſſe veſtigium Cometæ in plano Eclipticæ, & arcum Parabolicum per A, B & c tranſeuntem eſſe veſtigium arcûs Trajectoriæ inter Obſervationem primam & tertiam deſcripti: Quoniam igitur in hypotheſi quod gravitas acceleratrix verſus Solem eadem ſit vel æqualis in diſtantia Telluris à Sole atque in diſtantia Cometæ ab eodem, (hoc eſt, in hypotheſi gravitatis quam *Galilæus* fovit, quæque à vero non multum abeſt,) cD & *t*N ſunt æquales; quippe ſpatia cadendo verſus Solem eodem tempore percurſa à Cometa & à Tellure, erit (per Prop. XXII.) AB chorda Parabolæ ad √2×TT chordam circuli, cujus centrum cum foco Parabolæ congruit, in ſubduplicata ratione rectæ s*t* ad sD rectam. Sed facta eſt AB ad √2×TT in ſubduplicata ratione s*t* ad s𝒩, & etiam AB ſecat rectam *t*c in angulo debito, & porro cD æqualis eſt ipſi *t*N: Recta igitur AB habet proxime omnes conditiones requiſitas ut fiat chorda arcûs qui eſt veſtigium Trajectoriæ Cometicæ interjectæ inter Longitudinem primam TA & tertiam TB; punctumque proinde c habet omnes conditiones ut fiat proxime veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda. Recte igitur aſſumitur punctum c veſtigium Cometæ (poſtea quidem corrigendum) in dicta Obſervatione ſecunda.

Determinato puncto c primâ vice aſſumendo, quæ deinde aſſumuntur puncta (nempe 2c & 3c) non ſunt abſque conſideratione aſſumenda; nec ſufficit Prop. præc. data cautio, quod nempe punctum 2c ſumendum ſit propius puncto σ cum linea z minor eſt quam AB, & è contra: Sed cum eo tandem deveniendum ſit, ut AB rite ducta æqualis ſit congruæ Longitudini z; in *t*c capiatur punctum 2c, eâ lege ut diſtantia σ2c ſit ad diſtantiam σc in ratione compoſita ex ratione z ad AB & ratione ſubduplicata sc ad s2c. Cauſa, cur prior ratio componens adhibetur, manifeſta eſt ex prædictis: nam cum invenienda ſit AB quæ ſit congruæ z æqualis, ſi illa hâc ſit major aut minor, minuenda erit aut augenda donec æquales fiant; forent autem æquales per ſolam priorem rationem componentem, ſi z eſſet conſtans & invariabilis: cum vero pro diverſa AB diverſa perpetuo proveniat longitudo z, ideo ſecunda componentium neceſſaria eſt. Conſtat autem (ex Prop. XXIII.) quod in Parabolis, arcuum AcB, 2A2c2B, in quibus æ-



quantur CD, 2C2D ad focum tendentes inter verticem & chordam interceptæ, ipſæ chordæ ſunt in ſubduplicata ratione rectarum sc, s2c; & ſuperius eſt oſtenſum rectas CD, 2C2D eſſe fere æquales, (ſpatia nempe per quæ Cometa cadendo verſus Solem in diverſis ab illo diſtantiis eodem tempore percurreret,) & etiam veſtigium Cometæ in Obſervatione ſecunda proximum eſſe vertici arcûs ACB, ſc. veſtigii portionis Trajectoriæ à Cometa inter Obſervationem primam & tertiam deſcriptæ. Sed & punctum 2c hoc modo inventum non pro accurato Cometæ veſtigio in plano Eclipticæ venditatur, ſed pro fere vero & ab accurato non nimis remoto.

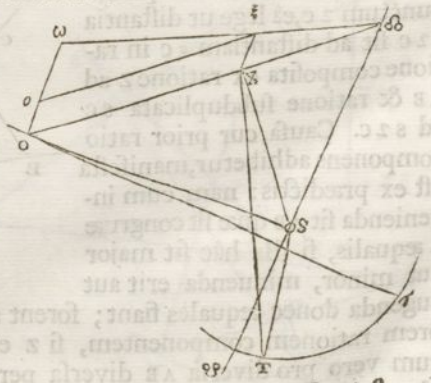
Eâdem methodo determinabitur punctum 3c ex 2c quo 2c ex c, ſi tria puncta invenire libeat ut Prop. præc. factum; ſed hoc modo operando vix ultra ſecundam operationem neceſſe erit procedere: Et recta conjungens bina puncta F & 2F, ex aſſumptis c & 2c per præc. determinata, ſecabit TB in puncto o (cui propinqua admodum ſunt) accurato Cometæ veſtigio in Obſervatione tertia, rectaque P2P ſimiliter ipſam TA ſecabit in puncto x ejuſdem Cometæ veſtigio in Obſervatione prima, ut ſupra oſtenſum eſt oportere fieri cum c & 2c ſunt punctis veris proxima. Determinatum igitur eſt punctum quod (in praxi Prop. præc.) primâ, ſecundâ & tertiâ vice commodiſſime aſſumitur pro veſtigio Cometæ in plano Eclipticæ.

In punctis c & 2c modo prædicto præterpropter determinandis, non raro in Operationibus graphicis methodo tentativâ procedendum erit, ubi accuratior aut ſaltem plene Geometrica deficit; neque opus eſt Curvas minus parabiles, quibus in conſtructione opus eſſet, hic adhibere.

PROPOSITIO XXVIII.

Poſitionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempuſque quando Cometa Nodos tenet, determinare.

Iiſdem manentibus & per eaſdem literas deſignatis atque in præcedentibus, rectæ ox, ωξ producantur donec concurrunt in ☊: jungatur so, sx, s☊. Prius data erant omnia puncta s, o & x, adeoque trianguli sox tam latera quam anguli; & proinde angulus sx☊ illorum uni deinceps. Porro, ſi per ξ ducatur ξo ad xo parallela, rectæ oω occurrens in o, erunt triangula ωoξ & ξx☊ æquiangula; adeoque cum ex notis lateribus oξ (æquali ox) & oω (differentia notarum rectarum ωo & ξx) una cum angulo recto ωoξ innoteſcunt reliqua latera & anguli, innoteſcent & anguli trianguli ξx☊: Sed datur in hoc triangulo latus unum xξ;



dabuntur

dabuntur igitur & reliqua, nempe x☊ & ξ☊. In triangulo deinde ☊xs dantur latera xs, x☊ cum angulo interjecto sx☊; non latebit igitur angulus xs☊. Sed, ut prius dictum, datur positio rectæ sx, sive angulus quem hæc facit cum Tx, cujus positio est Observatione nota, (nam in triangulo xTs dantur latera Ts & Tx, & angulus xTs distantia inter Locum Solis cognitum Locumque Cometæ primo observatum, unde Txs innotescit;) & igitur positio rectæ ☊s♈ nota erit, sive Nodorum Loca è Sole visa. Quod si rectæ oω, xξ fuerint æquales, Nodorum Linea parallela est ad ox, ideoque positione cognita.

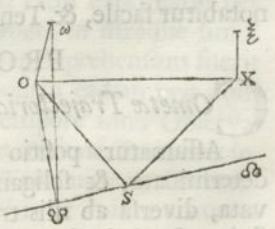
Ad determinandum Tempus quo Cometa Nodum tenet, fit ωξ Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI. descripta per puncta ω & ξ, in cujus plano reperiuntur rectæ sω, sξ, fitque superius reperta Nodorum Linea ☊s♈ Trajectoriæ in ☊ & ♈ occurrens; erit (per Prop. XIV. Lib. I.) intervallum temporis inter Observationem primam & momentum quando Cometa ad Nodum ☊ appellit ad intervallum temporis inter Observationem primam & tertiam ut area ωξ☊s ad aream ωξs: Sed arearum ωξ☊s & ωξs ratio est nota; (quippe ipsæ areæ cognitæ sunt ex *Prop.* XXIV. *Archimed. de Quadrat. Parab.*) igitur & Tempus quo Cometa Nodum ☊ tenet. Pari modo innotescit Tempus quo Cometa ad Nodum alterum ♈ appellit. Q. E. F.



PROPOSITIO XXIX.

INclinationem plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ determinare.

Iisdem manentibus, ex puncto o ad ♈s☊ Nodorum Lineam ducatur perpendicularis o♈, & jungatur ω♈. In triangulo ωs♈ præter rectum ad ♈ dantur (ex Prop. præc.) angulus os♈ & latus os; innotescit igitur o♈. In triangulo deinde rectangulo ωo♈ dantur latera circa rectum oω & o♈; & proinde notus erit angulus o♈ω, qui (per *Def. 6. El.* XI.) est Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.



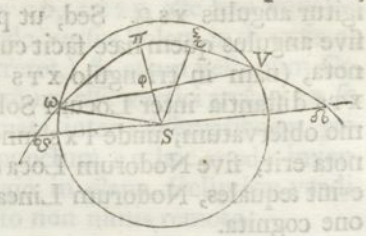
PROPOSITIO XXX.

TRajectoriæ Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempusque quo Cometa in Perihelio versatur, determinare.

Foco s per puncta ω & ξ describatur Trajectoria Cometæ per Prop. XXVI; centro s per horum alterutrum (puta ω) describatur circulus Trajectoriæ denuo in v occurrens; jungatur ωv, ad quam ex s puncto demittatur perpendicularis sφ, quæ producatur donec Parabolæ occurrat in π; erit π Trajectoriæ Perihelium, & proinde

proinde ipſius $s\pi$ quadrupla eſt ejuſdem Latus rectum principale.

Primum patet; nam cum focus s in Parabolæ axe reperiatur, circulus centro s deſcriptus Parabolam (ſi omnino) in duobus punctis ſecabit ab axe æqualiter remotis, & proinde interſectiones conjungens recta ωv erit axi normalis: unde $s\varphi$ eſt axis, & π Parabolæ vertex ſive Trajectoriæ Perihelium, & quadrupla $s\pi$ parameter diametri cujus π eſt vertex, (hoc eſt, ipſius axis,) ſive Latus rectum principale.



Capiatur Tempus cujus intervallum ab Obſervatione prima, cum Cometa eſſet in ω, eſt ad intervallum Temporis inter Obſervationem primam & tertiam ut area $\omega\pi s$ ad aream $\omega\xi s$; eritque illud ipſum Tempus quo Cometa Perihelium tenet.

Caſuum varietatem, quando nimirum Tempus quo Cometa Perihelium tenet eſt ante Obſervationem primam & quando poſt illam, Artificis judicio perm'ttimus, ſicut & innumera alia Problema hoc, de Cometæ Trajectoria ejuſque partibus definiendis, attinentia.

SCHOLIUM.

Hinc etiam Cometæ Perigæum ejuſque Tempus determinabitur: Nam cum detur Tempus (nempe quod interjicitur inter Obſervationem primam & tertiam) quo data area $\xi\omega s$ à Cometa radio ad Solem ducto deſcribitur, dabitur area uno Die ſimiliter deſcripta; cumque detur ξ Locus Cometæ in Obſervatione prima, dabuntur Loca Cometæ in propria Trajectoria ad Dies ſingulos. Sed & dantur Loca Telluris in Orbita ſua ad eoſdem, & (ex præcedentibus) ſitus mutuus inter Telluris Orbitam & Cometæ Trajectoriam; unde Locus ubi Cometa eſt Terræ proximus, hoc eſt, Cometæ Perigæum notabitur facile, & Tempus quo iſtud contingit.

PROPOSITIO XXXI.

Cometæ Trajectoriam per Prop. XXVI. *inventam corrigere.*

Aſſumatur poſitio plani Trajectoriæ Cometæ Prop. XXVI. determinata, & ſeligantur tria Loca Cometæ exactiſſime obſervata, diverſa ab illis tribus ex quibus Trajectoriam prius erat definita, & ab invicem quam maxime diſtantia: Commodum erit ut horum unum à Cometæ Perihelio non multum diſtet. Vocetur Tempus inter Obſervationum harum primam & tertiam interjectum s: Capiatur numerus c, qui ſit ad 1 ut Tempus inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Obſervationem ſecundam & tertiam: Ex his Locis apparentibus, calculo trigonometrico ad normam præcedentium, inveniantur Loca tria Cometæ in prædicto Trajectoriæ plano aſſumpto tanquam accuratiſſimo; hoc eſt, inveniantur tria prius definiti plani puncta in quibus Cometa eandem Longitudinem Latitudinemque haberet, quam revera habere

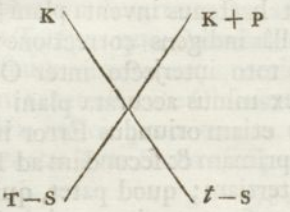
habere deprehenditur; & (per Prop. XXIX. Lib. III, vel forsan per Prop. XXIV. Lib. V.) calculo determinetur Sectio Conica transiens per ista tria puncta, cujus umbilicus congruit cum centro Solis, ejusque areæ rectis ad Solem ductis & curvæ portionibus terminatæ determinentur, harumque proinde ratio: sit nempe ejus area inter Observationem primam & secundam ad ejusdem aream inter Observationem secundam & tertiam ut G ad I; & eadem erit ratio inter Tempora quibus areæ hæ radio ad Solem ducto describerentur à Cometa. Porro, ex cognita semitæ hujus ejusque partium omnium magnitudine, respectu semitæ Telluris ejusque partium, cognoscitur (ex Prop. XLI. Lib. I.) velocitas quâ Cometa illam describit; ideoque Tempus quo Cometa areas duas supra inventas describeret; vocetur illud T. Si T = S, & G = C, erit hactenus inventa plani Trajectoriæ positio vera & accurata, nullâ indigens correctione; sin secus, erit T − S Error in Tempore toto interjecto inter Observationem primam & tertiam, ortus ex minus accurata plani Trajectoriæ positione, & G − C erit exinde etiam oriundus Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam; quod patet, quia in utroque casu unitas assumitur pro consequente in terminis binis exprimentibus rationem inter Tempora bina.

Augeatur alterutrius Nodi Trajectoriæ Longitudo (per Prop. XXVIII. inventa) dicta K, 20 aut 30 scrupulis primis quæ dicantur P, servatâ priore Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & similiter atque prius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus accuratissimis respondeant, & Trajectoria per illa transiens cujus focus cum Solis centro conveniat, & hujus areæ duæ inter tres Observationes per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio exprimatur per *g* ad I, & etiam Tempus totum *t* quod Cometa in utraque simul ista area describenda insumeret. Si Tempus *t* deprehensum fuerit æquale S, & *g* ipsi C, assumpta hæc plani positio eadem erit cum vera; sin aliter, erit *t* − S Error in integro Tempore inter Observationem primam & tertiam, & *g* − C Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, uterque oriundus ex minus accurata positione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

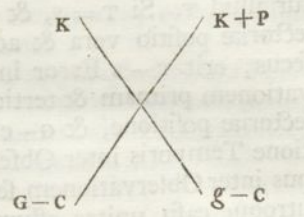
Augeatur per Prop. XXIX. inventa Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ dicta I, 20 aut 30 scrupulis primis quæ vocentur Q, manente interim Longitudine Nodi primitus per Prop. XXVIII. inventâ, & similiter atque superius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus respondeant, ut & Trajectoria per illa transiens cujus focus idem est cum Solis centro, ejusque areæ duæ inter tria Loca observata per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio eadem sit cum ea quam γ habet ad I: Inveniatur etiam Tempus totum τ, quod Cometa in utraque simul ista area per rectam ad Solem ductam describenda

inſumeret. Si τ deprehendatur ipſi s æquale, & γ ipſi c etiam æqualis, aſſumpta hæc plani Trajectoriæ poſitio eſt vera & ipſi rei congrua; ſin ſecus, erit τ − s Error in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam, & γ − c ſimiliter Error in ratione Temporis inter Obſervationem primam & ſecundam ad Tempus inter Oſervationem ſecundam & tertiam.

Inſtituatur Operatio igitur per Regulam Falſæ Poſitionis, cujus Operationis ſchema hic adnectitur, ubi κ eſt una Poſitio Longitudinis Nodi, & T − s Error hinc ortus in Tempore toto inter Obſervationem primam & tertiam interjecto; κ + P altera Longitudinis Nodi Poſitio, & t − s Error dicti Temporis totius inde ortus: Fiat juxta dictam Regulam, ut differentia Errorum ad differentiam



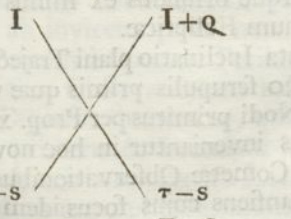
$T - t : T - S :: P : \frac{T-S}{T-t} \times P.$



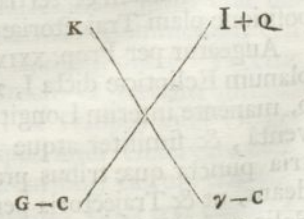
$G - g : G - C :: P : \frac{G-C}{G-g} \times P.$

Poſitionum ita alteruter ex Erroribus ad quartam quantitatem; erit hæc ipſa correctio Poſitionis iſtius ex qua Error aſſumptus fluxit. Hoc modo Error poſitæ Longitudinis Nodi, ſc. ipſius κ, in toto Tempore inter Obſervationem primam & tertiam eſt $\frac{T-S}{T-t} \times P$; & ejuſdem Longitudinis κ Error in ratione inter bina Tempora inter ternas Obſervationes eſt $\frac{G-C}{G-g} \times P$; adeoque vera & correcta Longitudo Nodi eſt $\kappa + \frac{T-S}{T-t} \times P$, ſive $\frac{G-C}{G-g} \times P$.

Similiter, Error poſitæ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, ſc. I, ex primo capite eſt $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$; & ex ſecundo eſt $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$; & ideo vera & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ eſt $I + \frac{T-S}{T-\tau} \times Q$, ſive $I + \frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$. Eædemque correctæ



$T - \tau : T - S :: Q : \frac{T-S}{T-\tau} \times Q.$



$G - \gamma : G - C :: Q : \frac{G-C}{G-\gamma} \times Q.$

Longitudo Nodi & Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Ecliptica provenient, ſi in Operatione adhibeantur Errores ex Poſitione ſecunda oriundi.

Et

Et quoniam considerandus venit uterque Error, tam in toto Tempore quam in ratione inter duo Tempora inter ternas Observationes interjecta, ponamus tam $\frac{T-S}{T-t} \times P$ quam $\frac{G-C}{G-g} \times P$ seperatim æquari $m \times P$; hoc est, $\frac{T-S}{T-t} = m$, & $\frac{G-C}{G-g} = m$: Similiterque ponamus tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; hoc est, $\frac{T-S}{T-\tau} = n$, & $\frac{G-C}{G-\gamma} = n$: Unde proveniet $mT - mt = T - S$, & $mG - mg = G - C$; item $nT - n\tau = T - S$, & $nG - n\gamma = G - C$: unde duplum ipsius $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$; & igitur regrediendo, si tales capiantur m & n ut duplum $T - S = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - C = mG - mg + nG - n\gamma$, erit tam $\frac{T-S}{T-t} \times P$, quam $\frac{G-C}{G-g} \times P = m \times P$, & etiam tam $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; adeoque Error Longitudinis Nodi erit $m \times P$, Errorque Inclinationis plani Trajectoriæ erit $n \times Q$: Unde correcta Longitudo Nodi est $K + mP$, & correcta Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Ecliptica est $I + nP$.

Correcto plano Trajectoriæ tam quoad ejus intersectionem cum plano Ecliptica (hoc est, Longitudinem alterutrius Nodi) quam quoad ejus Inclinationem ad Ecliptica planum, inveniantur (ut prius) in plano sic correcto & nunc accuratissime posito tria puncta, quæ tribus prædictis Observationibus accuratissimis satisfaciant, & (ut prius) Solis centro ceu umbilico per dicta tria puncta describatur Coni Sectio: erit hæc correcta Cometæ Trajectoria quæsita.

Scholium.

Inventâ Trajectoriâ correctâ & accuratâ, ejus Axis, Latus rectum Axi congruum, Tempus quo Cometa Perihelium tenet, reliquaque huc attinentia ad normam superiorum etiam accurate definientur. Si contingat Ellipsin Solis centro ceu foco descriptam (non Parabolam) per tria ista puncta transire; hoc est, si Cometæ Trajectoriæ pars illa, quæ Observationi nostræ est subjecta, clare evincat Cometam in Orbem redire, non in infinitum excurrere, tum ex cognito hujus Orbitæ Axe majore, Cometæ Periodicum Tempus innotescet: Est enim (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) Quadratum Temporis Periodici Cometæ ad Quadratum Temporis Periodici Telluris circa Solem ut cubus majoris Axis Orbitæ Cometicæ ad cubum majoris Axis Orbitæ quam Tellus circa Solem describit, sive duplæ mediocris distantiæ Telluris à Sole.

Quod si ex cognitis principalibus Lateribus rectis, *v. g.* trium Trajectoriarum in tribus planis ante plenam correctionem assumptis descriptarum, sc. R primæ, r secundæ & ρ tertiæ, Trajectoriæ istius ultimæ in accurate posito plano descriptæ Latus rectum principale desideretur; poterit illud ex Regula Falsi ad normam superiorum inveniri: erit utique illud æquale $R + mr + m\rho + n\ldots - nR$. In vera enim & accurata Longitudine Nodi alterutrius superadditur ejus Longitudini in plano primo (per Prop. XXVIII. determinatæ) excessus

excessus assumptæ Longitudinis in plano secundo supra præcedentem ductus in m, & in Inclinatione plani Trajectoriæ accurata superadditur Inclinationi plani primi (per Prop. XXIX. determinatæ) excessus assumptæ in plano tertio supra Inclinationem præcedentem ductus in n. Cumque Trajectoria ejusque Latus rectum mutetur, cum ob mutatam Longitudinem Nodi tum ob mutatam Inclinationem plani ad planum Eclipticæ, Lateri recto Trajectoriæ in plano primo sive ipsi R superaddendus est $mr - mR$, sc. excessus Lateris recti in plano secundo supra Latus rectum in plano primo ductus in m; & etiam superaddendus est $np - nR$, nempe excessus Lateris recti in plano tertio supra Latus rectum in primo ductus in n. Atque hoc modo conflabitur verum Latus rectum, sc. $R + mr - mR + np - nR$. Nec absimiliter corrigetur Latus transversum, si illud sit magnitudine definitum.

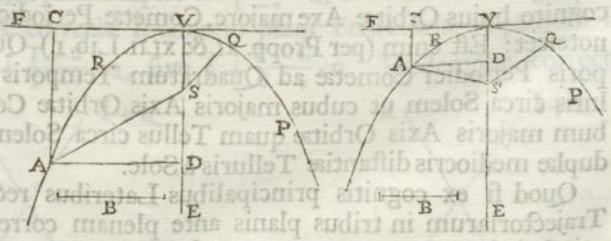
SECTIO IV.

De Cometæ Loco tam Heliocentrico quam Geocentrico in Trajectoria superius determinata ad Tempus datum inveniendo; deque Tabulis ad Cometarum Motus expedite definiendos necessariis.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

EX datæ Parabolæ VP, *cujus vertex* V *& axis* VE, *foco* S *educere rectam* SA, *talem ut area Parabolica* VRAS *comprehensa sub rectis* VS, SA *& curva Parabolica* VRA *æqualis sit dato rectilineo, puta quadrato à recta* B *descripto; rectæque* SA *sic eductæ longitudinem & inclinationem ad axem* VE *calculo definire.*

Ponatur factum, & per V ducatur recta VF ad VE normalis, sitque C punctum in hac, per quod ducta CA ad VE parallela Parabolæ occurrit in puncto A, tali ut juncta SA Problemati satisfaciat. Per A ad VE ducatur normalis AD axi in D occurrens. Vocetur VS distantia foci à vertice, f; eritque (ut vulgo notum) Parabolæ latus rectum principale $4f$. Vocetur incognita VC, x; eritque AD etiam $= x$, ideoque (ex *Elem. Conic.*) VD vel huic æqualis CA erit $\frac{x^2}{4f}$: Unde rectangulum parallelogrammum VCAD æquale est $\frac{x^3}{4f}$, & spatium Parabolicum VRAD (quod, ex *Archimedis Dimensione Parabolæ,*

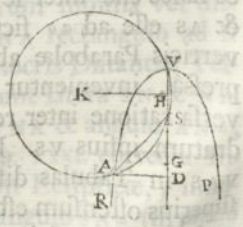


bolæ, eſt præcedentis ſubſeſquialterum) erit $\frac{x^3}{6f}$, nempe $\frac{2}{3}$ ipſius $\frac{x^3}{4f}$. Porro, cum VD ſit $=\frac{x^2}{4f}$ & VS $=f$, erit SD $=\frac{x^2}{4f}-f$, ſi S ſit inter V & D, ut in fig. 1^m; vel ſi D ſit inter V & S, ut in 2^da, erit SD $=f-\frac{x^2}{4f}$; hoc eſt, in 1^mo caſu SD $=\frac{x^2-4f^2}{4f}$ & in 2^do SD $=\frac{4f^2-x^2}{4f}$: Unde rectangulum ſub AD & DS erit $=\frac{x^3-4f^2x}{4f}$ vel $\frac{4f^2x-x^3}{4f}$; & proinde hujus dimidium, nempe triangulum ASD, erit $\frac{x^3-4f^2x}{8f}$ vel $\frac{4f^2x-x^3}{8f}$. Et igitur ſpatium VRAS (nempe in 1^mo caſu æquale VRAD dempto triangulo ASD, in 2^do æquale VRAD aucto ABD) erit $\frac{x^3}{6f}-\frac{x^3-4f^2x}{8f}$ in 1^mo caſu, & $\frac{x^3}{6f}+\frac{4f^2x-x^3}{8f}$ in 2^do; & ideo in omni caſu VRAS æquale $\frac{x^3+12f^2x}{24f}$. Atque oportet hoc æquari ipſi b^2; ideoque $24fb^2=x^3+12f^2x$. Et diſpoſitâ æquatione, ut moris eſt, erit $x^3=-12f^2x+24fb^2$. Per vulgatam igitur Regulam *Cardani* valor ipſius x ſive AD quantitatibus cognitis expreſſus erit $\sqrt{C:12fb^2+\sqrt{144f^2b^4+64f^6}}-\sqrt{C:12fb^2-\sqrt{144f^2b^4+64f^6}}$. Notâ vero AD non latebit VD; eſt nempe æqualis quadrato ipſius AD ad quadruplum cognitæ VS applicato. Data igitur eſt (per 3. *Dat.*) compoſita ex DV & VS, cui recta SA æqualis eſt per Corol. 2. Prop. XIV, & proinde dabitur & hæc magnitudine: Sed & data eſt DA; datur ergo (per 1. *Dat.*) ratio inter SA & AD, hoc eſt, inter radium & ſinum rectum anguli ASD, quem SA cum axe comprehendit. Innoteſcit igitur angulus iſte ASD vel VSA: & prius innotuit SA longitudine. Q. E. F.

E converſo etiam in data Parabola invenietur area VRAS, quæ faciat SA rectam æqualem datæ rectæ; hoc eſt, invenietur areæ VRAS ratio ad quadratum rectæ VS, quæ faciat SA in ratione data ad VS rectam.

SCHOLIUM I.

Superius exhibuimus methodum Calculi in Aſtronomicis uſitatam ad determinandam magnitudinem & poſitionem rectæ AS. Si conſtructio geometrica arrideat magis, illa facillime obtinebitur, æquationem Cubicam ſuperius inventam $x^3+12f^2x-24fb^2=0$ methodo Geometrarum univerſali conſtruendo per Parabolam propoſitam RVP & circulum. Vocetur propoſitæ Parabolæ latus rectum (quod æquale eſt $4f$) L; $12f^2=q$, & $24fb^2=r$, ut æquatio propoſita ſit in forma Scriptoribus uſitata $x^3+qx-r=0$. Capiatur (ſecundum vulgo nota præcepta hujuſce conſtructionis) VG $=\frac{1}{2}$L in Parabolæ axe, & GH $=\frac{q}{2L}$ (& quidem retro verſus verticem, quia eſt $+q$) hoc eſt, in noſtra

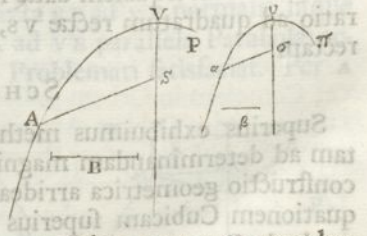


æquatione GH = $\frac{12f^2}{8f}$ five $\frac{3}{2}f$, quo pacto punctum H in medio puncto inter V & S cadet: Nam quia VG = $\frac{1}{2}$L, erit VG dupla ipsius VS; & ablatâ hinc GH = $\frac{1}{2}$VS, erit VH = $\frac{1}{2}$VS. Porro, ponatur HK ad VS normalis = $\frac{r}{2L^2}$; hoc est, in casu nostro = $\frac{24fb^2}{32f^2} = \frac{3b^2}{4f}$; hoc est, æqualis $3m$, si ponatur $m = \frac{b^2}{4f}$, (sive rectæ ortæ si, per *Prop.* XLV. *El.* I. rectilineum propositum applicetur ad Parabolæ latus rectum,) & ad illas rectæ VS partes ad quas ducenda est SA. Et circulus centro K per V descriptus Parabolam RVP secabit in puncto quæsito A, eritque AD, ad VS normalis, ipsa x sive radix præcedentis æquationis. Hæc constructio demonstratione non indiget, quippe constructio vulgata æquationis $x^3 + 12f^2x - 24fb^2 = 0$ ex Problematis natura oriundæ: Illam vero facillime instituere licet præmissæ analyseos vestigia relegendo.

Pari modo definietur magnitudo & positio rectæ AS ex foco S eductæ, talis ut spatium Parabolicum QRASQ, comprehensum inter hanc & aliam rectam SQ positione datam ab SV diversam & curvam Parabolæ interjectam QRA, fit dato rectilineo Bq æquale. Ducto enim SV axe ducenda erit recta SA, ita ut spatium VRAS fit æquale spatiorum Bq & QVS summæ vel differentiæ, prout SQ jacet ad easdem partes ipsius SV ad quas ducere oportet SA, vel ad contrarias.

SCHOLIUM 2.

Positis duabus Parabolis quibuscunque VP & $\upsilon\pi$, quarum foci S & σ verticesque V & υ, positisque areis VAS, $\upsilon\alpha\sigma$ quadratis à B & β descriptis respective æqualibus; si B fuerit ad VS sicut β ad $\upsilon\sigma$ erunt AS, $\alpha\sigma$, VS, $\upsilon\sigma$ proportionales, & anguli VSA, $\upsilon\sigma\alpha$ æquales. Quoniam enim Parabolæ omnes sunt figuræ similes, & foci verticesque puncta in illis similiter posita; cumque præterea figuræ VAS, $\upsilon\alpha\sigma$ sint in duplicata ratione laterum homologorum VS & $\upsilon\sigma$, (nam hisce æquales Bq & βq sunt in duplicata ratione B ad β, hoc est (ex hypothesi) in duplicata ratione VS ad $\upsilon\sigma$;) patet & hasce esse inter se similes, adeoque angulos VSA, $\upsilon\sigma\alpha$ æquales, & AS esse ad $\alpha\sigma$ sicut VS ad $\upsilon\sigma$. Atque hinc posità SV distantiâ verticis Parabolæ ab ejusdem foco, numero quovis rotundo expressâ, invenientur angulus VSA & longitudo rectæ SA, pro diversa ratione inter rectilineum Bq cui VSA ponitur æquale & quadratum ipsius VS. Et magnitudines rectarum AS angulorumque VAS in Tabulas dispositæ cuivis Parabolæ inserviunt, cum (ut superius ostensum est) AS recta eandem retineat in omni Parabola rationem & positionem ad VS, eâdem manente ratione inter B & VS.

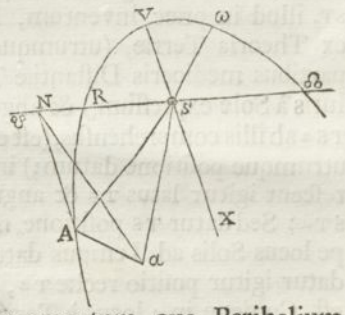


PRO-

PROPOSITIO XXXIII.

AD datum Tempus Cometæ propositi Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Distantiam invenire.

Sit ♈ v Cometæ Trajectoria, per Prop. XXVI. descripta & per Prop. XXXI. correcta, in cujus foco S collocatur Sol; sitque ω punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Observationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus sit axis v x, cujus positio nota est per Prop. XXX: Per eandem innotescat etiam Tempus quo Cometa Perihelium v tenet; sitque ♌♈ Linea Nodorum per Prop. XXVIII. positione cognita. Si correcta Cometæ Trajectoria ω v R deprehensa fuerit Parabolica, capiatur spatium quod sit ad spatium ω v S (ex *Archimedis Quadratura Parabolæ* cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & supra inventum momentum, quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Observationem Cometæ in ω; vocetur spatium hoc B*q*. Per Prop. præc. ipsi B*q* ponatur spatium Parabolicum V R A S æquale, & inveniatur tam positio quam magnitudo rectæ S A respectu S v, cujus positio & magnitudo respectu Distantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta S A, talis ut area V R A S sit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta S A tam positione quam magnitudine. In utroque casu, ex A ad Lineam Nodorum ♌♈ ducatur normalis A N ipsi ♌♈ occurrens in N; ex eodem A ad Ecliptic æ planum demittatur perpendiculum huic in α occurrens; jungantur α N, α S; erit angulus A N α Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Ecliptic æ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti sunt anguli V S A & V S N, notus erit horum summa vel differentia N S A angulus: In triangulo igitur S N A rectangulo ad N datis (ex Prop.præc.) latere S A in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expresso, & angulo N S A, nota erunt latera S N & N A. In triangulo N α A rectangulo ad α notis latere N A & angulo A N α, (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correcta Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Ecliptic æ,) innotescent reliqua latera N α & A α. Rursus, in triangulo S N α (in plano Ecliptic æ) præter rectum ad N nota sunt latera S N & N α; quare dantur latus S α & angulus N S α: Sed (per Prop. XXIX.) datur positio



rectæ

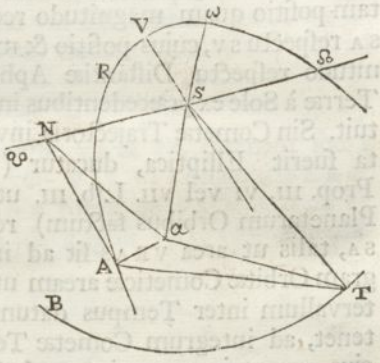
rectæ SN; quare & rectæ Sα positio dabitur, hoc est, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo SαA rectangulo ad α dantur omnia latera, superius nempe inventa; innotescet igitur ASα Cometæ Latitudo Heliocentrica, si ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole spectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Vicissim Tempus invenietur quo Cometa datum in Trajectoria sua Locum tenet.

PROPOSITIO XXXIV.

AD datum Tempus Cometæ propositi Locum Geocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure Distantiam invenire.

Iisdem positis quæ in Propositione præcedente, sit porro BT Orbis magnus, sitque in eo T Locus Terræ ad Tempus datum per Prop. XVIII. Lib. III. inventus; jungantur TA, Tα: erit (per *Prop.* XVIII. *El.* XI.) planum trianguli TAα ad planum Eclipticæ normale. In triangulo TSα (in plano Eclipticæ) dantur latera Sα, ST, illud in præc. inventum, hoc ex Theoria Terræ, (utrumque in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expressum,) & angulus TSα ab illis comprehensus, (est enim utrumque positione datum;) innotescent igitur latus Tα & angulus STα: Sed datur TS positione, nempe locus Solis ad Tempus datum; datur igitur positio rectæ Tα, hoc est, Cometæ in A locus è Terra visus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Geocentrica quæsita. Porro, in triangulo AαT præter rectum AαT dantur bina latera Aα, Tα, hoc quidem modo inventum in partibus mediocris distantiæ Telluris à Sole, illud vero in iisdem Prop. præc. inventum; innotescit igitur angulus ATα quæsita Cometæ Latitudo è Tellure visa sive Geocentrica; item hypothenusa TA Distantia Cometæ à Terra. Q. E. F.



Hoc modo patebit quando Cometæ Motus retrogradus fit, respectu ejus qui prius fuerat, propter Telluris simulque Oculi motum interea factum, prorsus ut in Planetis, cum interim Cometa è Sole spectatus in eandem semper plagam tendere videatur. Et è converso Phænomenon hoc Retrogressûs Cometæ è Terra observati demonstrat Cometas à Terra non longissime distare, sed in Planetarum regionem descendere cum à nobis videntur. Porro, cum Oculus & Cometa in diversis planis circa Solem ferantur, hic ex illo visus & ad Fixas relatus ex Opticæ legibus circulum inter illas

illas maximum deſcribere non videbitur, ſed varie ab illo deviare; cum interim è Sole, in Trajectoriæ plano collocato, ſpectatus circulum inter Fixas maximum accurate percurrere videretur. Deviatio hæc à circulo maximo, (Planetis etiam competens, ſicut prius Retrogradatio,) Cometas in Planetarum regione citra dubium collocat.

PROPOSITIO XXXV.

Tabulas deſcribere ad Cometarum Loca prompte & expedite invenienda neceſſarias.

Definitâ Cometæ cujuſvis Trajectoriâ, ſi hæc inventa fuerit Elliptica, (qualem deprehenſum iri credimus, quippe ſolam inter Conicas Sectiones quæ Cometæ Phænomenis ſatisfaciat, ſi illa fuerint corpora Mundo coæva in Orbem redeuntia Planetarum inſtar,) Tabulæ, quarum ope Cometæ cujuſvis Locus ad datum Tempus expedite invenitur, ejuſdem erunt artificii (ſimiliterque prorſus conditæ) cum Tabulis pro Planetis primariis, earumque uſus idem qui iſtarum, de quibus dictum eſt Propp. XXXIX & XL. Lib. III.

Si Cometarum iſtorum omnium, de quibus Obſervationes accuratæ ſatis exſtant, determinatæ fuerint præterpropter Orbitæ, illorum Periodi ſimul innoteſcunt (ut Schol. Prop. XXXI. oſtenſum eſt) & Tempora quibus denuo viſui noſtro ſubjicientur, & ex Obſervationibus tum inſtituendis corrigentur; tandemque Cometæ omnes ad normam reducentur, breviore forſan tempore quam illud factum eſt de ipſis Planetis, poſtquam eorum numerus & in Orbem reditus innotuerunt. Hoc in 24 Cometis (quorum *ſc.* habentur loca ab Aſtronomis obſervata) hactenus à D. *Halleio* factum eſſe audio; & Cometarum numerum non eſſe enormiter magnum non deſunt rationes ut credam: Sed quorundam Periodos tam magnas eſſe ſatis eſt veriſimile ex immenſo intervallo Saturnum inter proximaſque Fixas, ut in regionem Planetarum, ubi tantum nobis ſunt conſpicui, non deſcenderint, ex quo Aſtronomi cœperunt Cometas pro Cœleſtibus habere, illorumque Loca accuratius obſervare; ideoque Orbitarum, in quibus iſti moventur, determinatio poſteris relinquenda eſt. Sed & aliquando continget Cometam aliquem integram Periodum abſolvere, nec tamen Aſtronomis ſui copiam facere, propter Solis viciniam; quod ipſi Mercurio, ex eadem cauſa, etiam quandoque accidit. Cæterum Orbitarum Cometicarum Axes majores, propter perturbationem ex attractione vel ab aliis Cometis vel à Jove aut Saturno, poterunt ſitum ſuum paululum mutare, adeoque idem Cometa pro diverſis haberi: Verum iſtud poſt plures revolutiones ſatis patebit; neque enim perturbatio iſta ingentes admodum edet effectus, & Orbita Lunæ, indies licet mutata, Aſtronomico calculo ſubjicitur & pro eadem agnoſcitur.

Verum, licet nondum determinatæ ſint Cometarum Orbitæ, quædam conſtrui poterunt Tabulæ illorum Motibus facilius definiendis, & Trajectoriis promptius deſcribendis, apprime utiles: *ex. gr.* Ta-

bula quâ, ex data Perihelii Cometæ Diſtantia à Sole in partibus mediocris Diſtantiæ Telluris à Sole numero rotundo expreſſæ, prompte definiatur Tempus quo Cometa, poſt appulſum ad Perihelium, ex Oculis noſtris ſeſe ſubducet receſſu ſuo à Sole. Poſito enim Semiaxe majore Orbitæ Telluris partium 100000000, erit (ex circuli dimenſione) arcus 59′½ (qualem Tellus motu diurno mediocri deſcribit) earundem partium 1720212, hujuſque pars vigeſima quarta, ſive arcus à Terra motu horario mediocri deſcriptus, partium 71675: Diverſis igitur Diſtantiis Perihelii Cometæ à Sole, in partibus iiſdem expreſſis, reſpective adſcribantur partes, Diei vel Horæ ſpatio, à Cometa in Perihelio verſante percurſæ; quippe quæ ſunt ad priores partes ut velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem Terræ mediocrem, hoc eſt (per Prop. XVII.) in ſubduplicata ratione 200000000 Axis majoris Orbitæ Telluris ad Diſtantiam Perihelii Cometæ à Sole; vel adſcribantur partes exprimentes aream quam Cometa, radio ad Solem ducto, dictis Temporibus verrit, (quippe factæ ex ductu priorum in ſemiſſem Diſtantiæ Perihelii à Sole,) vel utræque. Porro, cum per Obſervationem conſtet præterpropter in quanam Diſtantia à Sole (reſpectu Diſtantiæ Telluris ab eodem) oportet Cometam collocari, ut nudo Oculo videri deſinat; hoc eſt, cum detur ratio hujus Diſtantiæ ad Diſtantiam Perihelii Cometæ à Sole, dabitur (per converſ. Prop. XXXIII.) area quam oportet Cometam, radio ad Solem ducto, deſcribere poſtquam Perihelium attigit, ut ad iſtam à Sole Diſtantiam pertingat, hoc eſt, ut videri deſinat; & conſequenter Tempus poſt Perihelium, utpote (per Prop. XI. Lib. I.) ad Diem unum ut area mox inventa ad ſupra inventam aream Die uno à Cometa, radio ad Solem ducto, deſcriptam. Adſcribatur igitur cuique Diſtantiæ Perihelii congruum Tempus, quo Cometa poſt Perihelium ſuperatum, recedendo à Sole, è viſu noſtro ſe ſubducit.

Similiter prorſus, & ex iiſdem principiis, ſupputabitur Tabula prompte oſtendens Tempus quo Cometa, poſtquam à Perihelio diſceſſit, ad Diſtantiam à Sole pertingit æqualem Diſtantiæ Telluris à Sole, ſi Perihelium Cometæ minus diſtet à Sole quam ipſa Tellus. Et Tabula hæc priori Tabulæ jungetur, unamque quaſi conſtituet; nempe cuique Diſtantiæ Perihelii Cometæ, in partibus Semidiametri magni Orbis expreſſæ, adſcribendo (præter partes à Cometa, in Perihelio verſante, Diei ſpatio percurſas, & partes areæ quas radius vector pari Tempore verrit, de quibus ſupra) in una columna, Tempus poſt ſuperatum Perihelium quo ad æqualem cum Tellure à Sole diſtantiam pertingit; in altera, Tempus quo pertingit ad Diſtantiam prioris quadruplam aut quintuplam, illam nempe in qua à nobis videri definit.

Tertio, commoda admodum erit Tabula per Schol. 2. Prop. XXXII. ſupputata, in qua, poſito numero rotundo pro Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, ad variam magnitudinem areæ VAS (vid. fig. prædicti Scholii) in partibus quadrati à recta SV deſcripti expreſſam adſcribitur

ſcribitur congrua quantitas anguli VSA, & congrua longitudo rectæ SA expreſſa in partibus rectæ SV. Ex hac enim, & Tabula præcedente, & nota inſuper Diſtantia Perihelii Cometæ à Sole, prompte innoteſcunt Longitudo Cometæ à Perihelio è Sole viſa, & Diſtantia Cometæ à centro Solis Tempori ante vel poſt Perihelium propoſito congrua. Nam datâ SV in partibus mediæ Diſtantiæ Terræ à Sole expreſſâ, prompte dabitur (ex Tabula prima) area, radio ad Solem ducto, Die uno unâve Horâ à Cometa deſcripta: Dabitur igitur eadem expreſſa partibus quadrati rectæ VS, & Tabulæ huic tertiæ apta; & proinde ex dato Tempore ante vel poſt Perihelium, dabitur area VAS Tempori huic proportionalis in iiſdem partibus; ideoque ex Tabula hac tertia ſtatim patebunt angulus VSA Longitudo Heliocentrica Cometæ à Perihelio propoſitæ areæ & ideo propoſito Tempori congrua, & etiam congrua rectæ SA longitudo in partibus ipſius SV, quæ per Regulam trium exprimetur in partibus Semidiametri Orbis magni.

Sed & aliæ Tabulæ, ad calculum in Cometarum Motibus ſupputandis facilitandum accommodatæ, ex præcedentibus conficientur, pro cujuſque calculi genio & natura, quas proinde Artificis induſtriæ relinquere oportet.

Scholium.

Per methodum prædictam, aut non abſimilem, D. *Halleius* determinavit Orbitam Cometæ, qui ſub finem Anni 1680 & menſibus aliquot ſequentibus illuxit, quam parabolicam aſſumit, invenitque (ut ex ejus literis ad D. *Newtonum* conſtat) Orbitæ ejus Perihelium eſſe in ♑ 27gr. 22′. 30″; & proinde Aphelium in ♊ 27gr. 22′. 30″, Orbitæque Latus rectum principale eſſe partium 0,0243, qualium mediocris Diſtantia Telluris à Sole eſt 1. Præterea, Orbitam hanc ita reſpectu plani Eclipticæ collocatam reperit, ut ad illud inclinatum ſit ejus planum angulo 61gr. 20′. 20″, & Nodus aſcendens ſit in ♉ 1gr. 53′, & deſcendens in ♋ 1gr. 53, Cometamque ita in Orbita hac motum fuiſſe ut Perihelium tenuerit Anno 1680 *Decemb. Die* 8. *St. Jul. Hor.* 0. *minut.* 4 poſt Meridiem. Invenit etiam Orbitam Cometæ Anni 1683 ſequenti modo figuratam & poſitam; nempe ejus Perihelium eſſe in ♊ 25gr. 29′. 30″, quod tenuit *Jul. Die* 3. *St. Jul. Hor.* 2. 50′; Orbitæ hujus Latus rectum eſſe partium 2, 2408, quarum mediocris Diſtantia Terræ à Sole eſt 1, hujuſque Orbitæ planum inclinari ad planum Eclipticæ angulo 83gr. 11′, Nodumque aſcendentem in ♍ 23gr. 23′ verſari, & Nodum deſcendentem in ♓ 23gr. 23′.

ASTRONOMIÆ PHYSICÆ & GEOMETRICÆ ELEMENTA.

LIBER SEXTUS

De Aſtronomia Comparativa.

IN Libris quinque præcedentibus Aſtronomiam explicuimus Terricolis congruam; hoc eſt, Phænomena Fixarum, Solis, Planetarum & Cometarum deſcripſimus qualia è Tellure ſpectantur, horumque omnium loca ſingula ad datum tempus invenire, aliaque huc ſpectantia expedire ſuo quæque loco docuimus: Libet nunc Aſtronomiam breviter pertexere, qualem reliquorum Planetarum, aliorumve ingentium corporum, quæ per Univerſum diffuſa ſunt, incolæ conderent. Non quod hujuſmodi Aſtronomos uſpiam eſſe credamus, nedum aſſeramus; ſed quod per fictionem ſupponendo Oculum nunc in horum uno nunc in altero collocatum, & Aſtromiam qualem pro varia ſtatione ſua Spectator conderet explicando, inde iis penitius intelligendis, quæ de hac noſtra Terreſtri diximus, lucem haud exiguam afferri poſſe ſperemus: Neque enim de ſpectaculis tam inanibus, & nulli unquam conſpectis aut conſpiciendis, niſi iſtum in finem, differuiſſemus. Ideo, in decurſu, Oculum ſupponemus non tantum in Planetis circumſolaribus eorumque Comitibus, ubi aliqua poſſe exiſtere ſenſu prædita magni Viri olim & hodie veriſimillimum exiſtimarunt, ſed etiam in Cometa aliquo, in ipſo Sole & Fixis, ubi incolas ſtatuere nemo unquam eſt auſus.

Ad hanc rem illuſtrandam magni Viri quamplures operas ſuas contulerunt. Multa, quæ ad hunc ſcopum collimant, docet *Plutarchus* in Libro *de Facie in Orbe Lunæ*. *Keplerus* de *Aſtronomia Lunari* Librum conſcripſit, poſt ejus mortem ſub titulo *Somnii Aſtronomici* editum, in quo plurima tum Phyſica cum Aſtronomica (ut alibi ſemper) oſtendit. At in explicandis phænomenis è Luna ſpectandis erravit paululùm, propter Lunaris corporis librationem ab illo vel neglectam, vel ad cauſas proprias non relatam: Illam igitur totam rurſus pertexere neceſſe habui. Noviſſime illuſtris Vir *Chriſtianus Hugenius Coſmotheoriam* edidit, eruditis conjecturis plenam, in qua multa Aſtronomica, plura Phyſica acumine ſuo digna protulit. Verum duo hi inſignes Viri ſerio de incolis Planetarum agebant; *Hugenius* præcipue qui Terricolis fere ſimiles, certe haud abſimiles, in Planetarum unoquoque exiſtere nullus dubitat; & hunc præcipue in finem librum compoſuit rebus Phyſicis magis

magis quam Aſtronomicis refertum. Ego, qui ſola Aſtronomica tractanda ſuſcepi, nihil de vitæ animali aut ſenſitivæ neceſſariis aut commodis, quæ in Planetarum unoquoque adſunt vel deſunt, adjeci; ſolummodo Oculum (quem ſi aliquando Incolam appellavero, dabit Lector verbo veniam) rerum in ſublimi poſitarum ſpectatorem conſtitui.

Initio autem à Sole, quippe cui Aſtronomia omnis ſimpliciſſima eſt, ſumpto, ad Mercurium reliquoſque ordine Planetas tranſeo: quæ cuique propria ſunt Phænomena maxime conſpicua ſeorſim tractantur; quæ vero pluribus communia ſunt, ad unam eandemque Propoſitionem referuntur. Deinde Oculo ad Cometam aliquem tranſlato, quæ illic ſpectanda occurrant; & Corollarii loco, qualis videretur Solaris noſtri Syſtematis è Fixa ſpectati facies, deſcriptum eſt. Poſtremo, plurima quæ Spectatori in Lunam Telluris comitem inducto ſe exhibeant Phænomena, quæque porro ex Jovis vel Saturni Satellite aliquo apparerent, enumerantur.

Qualis in ſingulis hiſce ſtationibus futura eſt Aſtronomia tum apparens tum vera, quibus etiam commodis illi fruantur, quibuſve premantur incommodis, qui per Obſervationes ibidem inſtitutas verum Syſtema Planetarum circumſolarium eruere, eorumque Diſtantias & Magnitudines metiri velint, obiter diſputo; & denique Aſtronomiæ ſedem tam inter Primarios quam Secundarios commodiſſimam definio.

Phænomena vero à Terricolis pro præcipuis habita ubique pro præcipuis habeo, *viz.* Diei & Noctis Viciſſitudinem & Menſuram, Fixarum Ordinem, Solis Magnitudinem apparentem, Luminis ejus & Caloris Intenſionem, Anni Menſumque Quantitatem, Æſtatem & Hyemem, Lunarum Phaſes, Luminarium Defectus, Planetarum Numerum, Directiones, Stationes & Retrogradationes, Phænomenon ad verum Syſtema eruendum aptitudinem, Obſervationum ad rem Aſtronomicam colendam requiſitarum exactam accurationem & hujuſmodi alia.

PROPOSITIO I.

Phænomena præcipua Oculo in Sole poſito ſpectanda deſcribere.

Si Oculus in Solis centro ponatur undique circumſpectans, Fixæ Planetæque omnes in ſuperficie ſphærica oculo concentrica videbuntur, ſicut & nobis è Terra ſpectantibus contingit; & quidem Fixæ & Via Lactea eodem ordine diſpoſitæ, & in eoſdem Aſteriſmos diviſæ cernentur atque nobis in Terra degentibus. Nam cum nobis, una cum Terra circa Solem delatis, Fixarum ordo & Conſtellationum figuræ non mutentur, patet hæc eadem eſſe Oculo ubivis intra hunc circulum collocato, adeoque in Solis centro. Si rerum, à quibus Conſtellationibus nomina ſunt indita, facies anticæ & concavæ depingantur, fient Veterum ſchemata; ſi vero poſticæ & convexæ, prodibunt juniorum figuræ, Globis artificialibus magis congruæ quam ipſi Cœlo. Patet

Patet etiam Fixarum Ordinem eundem permanere Oculo in Solis ſuperficie, vel in Mercurio Venereve poſito, quippe intra Telluris Orbitam contentis. Sed & propter immenſam Fixarum diſtantiam, quâ fit ut Obſervatoris loco moto per integram Orbis magni diametrum Fixarum Ordo ne vel minimum mutatus deprehendatur, ſi Oculus in Saturno, Planetarum Solaris Syſtematis extimo, collocetur, Ordo hic idem manebit, aut ſaltem quoad ſenſum vix mutatus. Quæ enim nobis eſt inſenſibilis, ſi decuplo major ſit, (quod propter decuplo majorem Saturni quam Terræ à Sole diſtantiam contingere poterit,) non valde ſenſibilis evadet.

Licet Planetæ inter Fixas collocati videantur, Obſervator noſter illos à Fixis diſtinguere brevi valebit, & uniuſcujuſque Periodum obſervare, ac inter ſe mutuo comparare, ſumptâ unius Periodo tanquam menſura, ad quam reliquæ exigendæ ſunt. Et quamvis Obſervatorem immotum (quippe in Solis centro) ſupponamus, adeoque ſtationis ſuæ mutationem (aut quod hujus inſtar eſt) non habere, quâ Planetarum diſtantias metiatur, naturâ duce concludet, in duobus Planetis invicem collatis, illum eſſe remotiorem qui majus tempus inſumit ut ad eaſdem Fixas redeat; adeoque Saturnum eſſe remotiſſimum, Jovem propiorem, tum Martem, huic inferiorem Tellurem, poſtea Venerem, & omnium infimum Mercurium.

Neque dubitationi locus eſt quin primi Aſtronomi, in Planetarum Ordine eruendo, eandem hanc adhibuerint regulam: (Nam opiniones, quarum meminit *Plutarchus Lib.* II. *de Placit. Philoſ.* nempe *Xenocratis* qui una eademque in ſuperficie ſtellas moveri putat, & *Metrodori Chii* & *Cratetis*, qui Solem omnium ſupremum conſtitutum crediderunt, poſt quem Lunam, infra hos errantes inerranteſque, vel deſipientium fuere, vel, quod potius crediderim, eorum qui veritatem obvelare voluerunt:) licet multo difficilius in Terra quam in Sole adhibeatur, propter Planetarum è Terra viſorum Stationes & Retrogradationes; adeoque plures obſervare oportuit eorum revolutiones, ut ex motu medio clare dignoſcerentur Periodi. Sed & cujuſque revolutio integra non tam facile innotuit, cum poſt integram revolutionem non ad eaſdem Fixas è Terra ſpectati redirent, propter Obſervatoris ſedem non in eodem loco repertam. Non obſtantibus hiſce incommodis Saturnum remotiſſimum cenſuerunt quoniam lentiſſimum deprehenderunt, deinde Jovem, poſtea Martem, & omnium infimam Lunam. De trium vero reliquorum, Solis nimirum, Veneris & Mercurii ordine diſputationi locus eſt relictus, cum eorum motus medios per integrum Zodiacum æquales deprehenderunt. Unde aliqui Marti proximam Venerem, huic Mercurium, ac deinde Solem ſtatuere, ut ipſe *Plato* adhuc junior; alii Marti proximum Mercurium, deinde Venerem, indeque Solem poſuere, ut *Porphyrius*; *Alpetragius* ſub Marte Venerem, ſub qua Solem, deinde Mercurium ſtatuebat; alii Marti proximum Solem, huic Venerem, deinde Mercurium, ut

ut ipſe *Ptolemæus*, quomodo Sol in medio Planetarum numerabatur; (quippe cui Saturnus, Jupiter & Mars ſunt ſuperiores & Venus, Mercurius ac Luna inferiores;) quod ab antiquiſſimo & vero Syſtemate, in quo Sol in Planetarum medio verſari perhibetur, etiam tum temporis (ſaltem verbo-tenus) vix extincto, minime abhorruit. Alii interim ex æqualitate motûs medii trium iſtorum Syderum, Venerem & Mercurium Solem circumire ſtatuerunt, illorumque Orbitas à Sole quaſi Epicyclos deferri, quæ ſententia *Ægyptiis* Philoſophis & *Ciceroni* placuit; niſi potius hunc horum trium corporum ordinem cenſeamus reliquias veri Syſtematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Obſervatoris autem noſtri Solaris rationes ab hujuſmodi incommodis turbari nequeunt, ſed Planetæ omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diverſis, ad eaſdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordo abſque omni hæſitatione ſtabilietur. Quod etiam decurſu temporis ulterius confirmabitur, cum (iis inter ſe vel magnitudine prius obſervatâ, vel diverſo colore, ſatis jam ante diſtinctis) inferior ſuperiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem eſſe; quod ex obſervata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum obſervaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, ſed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non eſſe totam opticam, ſed ejus ſemiſſem Planetæ revera ineſſe, alteram ſemiſſem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite ſtabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole diſtantias inter ſe comparare: deeſt enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Obſervatoris tranſlatio de loco in locum, ſive ſtationum diverſitas, quâ Planetarum diſtantias à ſe invicem cum ſtationum diſtantia conferat.

Quod ſi oculum è Solis centro in illius ſuperficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo ſic conſtituto, eſt æqualis Solis ſemidiametro è Terra viſæ, *ſc.* 16′, & ideo ſatis ſenſibilis; ipſiuſque Saturni, decuplo magis diſtantis, Parallaxis horizontalis ſeſqui-ſcrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50′ fere aſcendit. Cum igitur Parallaxes iſtæ ſatis ſint ſenſibiles, Planetarum diſtantiæ cum Solis diametro conferentur, ideoque inter ſe mutuo. Oculo ſic collocato Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occaſum ſpatio temporis viginti & quinque è noſtris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piſcium referimus, cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram ſecundam, quæque tribus gradibus ab ipſo *Polo* non diſtat. Polus auſtrinus erit in 10 gradu Virginis, gradibus 83

vel

vel 84 latus in Auſtrum, vicinâ ſtellâ quartæ magnitudinis, quæ Cl. *Halleio* eſt in Argûs navis primo remo, inſignis.

Et licet Obſervator prædictus nullam Noctis viciſſitudinem patiatur, quippe qui in corporis lucidiſſimi, Diem facientis, ſuperficie verſatur, Fixæ tamen & Planetæ arcus ſupra infraque Horizontem inæquales ſortientur, prout ad Polum elevatum vel depreſſum ab Æquatore declinaverint, plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole ſpectati diverſæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter ſubtendit angulum 18″, Jovis fere 40″, Martis tantum 8″, Veneris 28″, & Mercurii 20″. Cl. *Hugenius* remotiſſimorum, Jovis & Saturni, diametros multo majores ponit; Jovis nempe 54″ fere; & Saturni Annulo nudati, 27″. Si Telluris apparentem è Sole diametrum inter proximorum, Veneris nempe & Mercurii, diametros apparentes mediam ſtatuamus, erit hæc 24″; ſi inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam ſuperiores duo, Jupiter & Saturnus, prorſus diverſæ Magnitudinis ſunt ab inferioribus) ſtatuamus, erit illa 18″ aut 19″ circiter, quantam D. *Caſſinus* illam ponit.

E Planetis hiſce ſex tres ſunt ſatellitio donati; Terra nimirum Luna unica ſtipata, quæ ab illa digredi videbitur, cum maxime, ſcrupulis primis circiter 10; Jupiter quatuor Lunis comitatus, quarum extima nunquam ad 9′ à Jove elongari videbitur; Saturnus quinque Satellitibus (præter Annulum) cinctus cernitur, quorum extimus ad parem fere à Saturno diſtantiam diſcedit. Horum Satellitum viæ è Sole viſæ, nunc magis nunc minus oblique ſpectatæ, Ellipſes nunc latiores nunc ſtrictiores videbuntur. Aliquando harum Orbitarum plana producta per Solem tranſeunt, in quo caſu in rectas abeunt Ellipſes prius admodum anguſtæ, quod bis in qualibet Orbitæ iſtius revolutione circa Solem contingit, ſiquidem ipſius planum ſibi ipſi parallelum maneat; unde Satelles nunc à Primario ſuo tegi videbitur & hunc viciſſim tegere, nunc extra ejus diſcum in Ellipſi circumagi.

Planetæ primarii eorumque Satellites ſuperficies habent non tantum non terſas & politas, ſed ne quidem adeo uniformes quin in illis reperiantur loca clariora & obſcuriora, hoc eſt, quæ Solis radios, quibus illuſtrantur, magis minuſve reflectunt. Maculæ hæ rotatione Planetæ circa proprium axem circulos deſcribunt; adeoque è Sole ſpectatæ harum viæ in plano Diſci planetarii, nunc ellipticæ videbuntur, nunc rectæ (prorſus ſicut prius Satellitum viæ) prout Sol ſupra iſtorum circulorum planum ad alterutrum latus attollitur, vel in eo reperitur, tempore *ſc.* Æquinoctii in Planeta iſto. Quod ſi macularum harum ſeries ſive faſciæ reperiantur, ut in Marte & Jove contingit, hæ ſimiliter vel in ſemi-ellipſes incurvatæ, (altera namque ſemi-ellipſis poſt Planetam latet,) vel in rectas extenſæ cernentur; quod & extremæ margini Annuli Saturnii ſimiliter convenit. Verum macularum aliquæ nunc aliquandiu latent, nunc æque diu apparent; nempe prout Planetæ Polo à Sole averſo vel

vel eidem obverſo propinquæ ſunt. Hæc in Saturno & Tellure maxime conſpicua ſunt, in reliquis vix; quia in iis Solis illuſtratio ad utrumque Polum ſemper pertingit.

Oculus in Sole poſitus nullam Umbram, nullam Eclipſin cernet, utpote quæ perpetuo à Sole ſunt averſæ. Aliquando Oculo, in ſuperficie Solis conſtituto, cui Planeta in horizonte eſt, Secundarius in penumbra Primarii videbitur, vel penumbra Secundarii in Primarii diſcum projecta; quod ex colore aliquanto fuſciori dignoſcetur.

Cæterum loca Planetarum Heliocentrica (& ideo facile ex dato in Solis ſuperficie puncto viſa) facile determinantur per dicta in Libro III. Immo cujuſlibet Planetæ locus Heliocentricus prius determinandus eſt, ut ejus locus Geocentricus definiatur.

Præter Planetas primarios ſex una cum decem Satellitibus, (tot enim hucuſque Terricolis videre contigit,) qui ab Obſervatore Solari in Zodiaco vix ſedecim partes lato, & ad primi motûs circulum haud multum inclinato verſari, omneſque in eaſdem partes, inque Orbitis circularibus Soli fere concentricis, moveri videbuntur; præter hos, inquam, ſunt alterius generis corpora, quorum numerus adhuc incertus, in Orbitis valde excentricis delata (Cometæ dicti) quæ nunc ad Solem proxime accedunt, nunc ab illo in immenſum recedunt. Cometæ hi non in eandem omnes plagam, ſed hic in unam, ille in alteram (licet quilibet per ſe ſpectatus in eandem ſemper) inter Fixas ferri videbuntur; neque in Zodiaco ſive Planetarum via, ſed, ut plurimum, in viis ad hunc admodum notabiliter inclinatis, ſemper autem in circulis ſphæræ maximis.

Cometæ non ſolum maximâ motûs diverſitate à Planetis diſtinguuntur, ſed præcipue Comâ iſtâ, quæ, è Sole viſa, non, ut nobis plerumque, Caudæ inſtar protenditur, ſed circumcirca capiti circumfundi perpetuo videtur, ut Cometæ in Solis oppoſito reſpectu Terræ conſtituto uſu venit. Paulo tamen ſpiſſior eſt hæc Coma ad partes verſus quas Cometa inter Fixas tendit, ſed longius protenſa in contrarias. Porro, capillitium hoc majus ſplendidiuſque evadit dum Cometa ad Perihelium deſcendit; non ſolum propter rationes opticas, quod Oculo & Soli illuſtranti vicinior ſit; ſed maxime quod confertior multo ſit vapor è quo conſtat, propter auctum calorem per quem attollitur. Verum ne ſic quidem Cometæ circumfuſa Coma ſpeciem præbebit Solari Obſervatori comparandam cum illa, quam tum temporis Obſervatori Terreno exhibet.

Hæc diſputavimus ex hypotheſi quod Oculus in Sole à circumfuſa huic Atmoſphæra non impediatur, quo minus tam libere longeque proſpiciat atque nos Terricolæ nocte illuni. Si enim viſu gaudeat acutiore vel hebetiore, alia magis diſſita minuſve illuſtrata videre poterit, aut forte ne ea quidem quæ hactenus recenſita ſunt; quæ tamen ſi viderit, non aliter videbit quam ſuperius dictum eſt.

Præter prædicta phænomena eminus ſpectata, maximas in ſuæ ſedis

ſedis ſuperficie mutationes cernet: Nunc enim magnis, denſis & crebris maculis ſeu inſulis obducta erit, quæ brevi figuras ſuas mutabunt, penituſque diſſipatæ evaneſcent; nunc per diutinum tempus talis nulla (ſaltem tam magna aut denſa) apparet. Verum hæc Oculo, de quo nunc agimus, pro Cœleſtibus non habebuntur; de iis igitur hoc loco plura non adjiciemus.

PROPOSITIO II.

PHænomena Oculo in Mercurio poſito viſa deſcribere.

Præter iſta de Fixarum ordine, quæ Oculo ubivis intra Saturni Orbem poſito conveniunt, de quibus in præcedente, patet Oculum in Mercurio poſitum Solem videre fere triplo latiorem quam eundem Terricolæ vident, quia (per Propp. XL, & XLII. Lib. I.) Mercurius fere triplo propior eſt Soli quam Tellus. Unde & Solaris Diſcus è Mercurio viſus ſeptuplo major eſt quam qui nobis apparet, & (per Prop. XLVIII. Lib. I.) ſeptuplo majore Luce & Calore, cæteris paribus, fruitur Mercurius quam Terra. At qualitates hæ multum intenduntur & remittuntur pro diverſa Mercurii à Sole diſtantia; nam hujus Orbita eſt omnium multo maxime excentrica.

Gravitas acceleratrix verſus Solem etiam ſeptuplo major eſt illic quam hic. Mercurii denſitas, & conſequenter corporum in ſuperficie poſitorum gravitas acceleratrix verſus ejus centrum (ex Corol. Prop. XLIX. Lib. III.) colligetur; licet minus accurate quam ſupradicta verſus Solem, quia tantum analogice. Verum de hiſce hic & in ſequentibus tacebimus, quippe quæ ad Phænomena Cœleſtia (ſola à nobis hoc in loco conſideranda) nihil attinent.

Nondum per obſervationes compertum eſt an Mercurius circa proprium Axem rotetur, & ideo certo definiri nequit num, Oculo in ejus ſuperficie poſito, omnia extra poſita motu contrario revolvi videantur, hoc eſt, num Diei & Noctis viciſſitudo illic contingat, multo minus quodnam ſit Nychthemeri ſpatium; ita autem fieri ſatis tuto conjicere licet, cum in reliquis Planetis iſtud obtineat. Mercurii vero Annus vix quadrantem Anni noſtri adæquat. An vero varias Anni tempeſtates patiatur Mercurius incertum etiam, quippe quæ pendent ab ignota inclinatione axis, ſuper quem Mercurius in ſeipſum revolvitur, ad planum Orbitæ quam circa Solem deſcribit.

Oculus in Mercurio Solem reſpiciens, Solis Maculas (ſi quæ ſint) nunc in linea recta diſcum ejus trajicientes ab ortu in occaſum, nunc earum viam Ellipticam, in has vel illas partes incurvatam cernet; ut Schol. Prop. LXX. Lib. IV. oſtenſum eſt: Atque omnis hujus Phænomeni varietas ſemel in Anno abſolvitur, in quo bis rectilinea apparebit Macularum ſemita. In hoc caſu Mercurius Maculas omnes in Solis ſuperficie exiſtentes videbit, quoniam in plano Æquatoris Solaris exiſtens utrumque ejus Polum in margine diſci

disci sistit. At cum Oculus supra Æquatoris Solaris planum versus alterutrum Polum attollitur, hoc est, cum Maculæ Ellipsin describere videntur; Polus alter & Maculæ illi vicinæ in postico Solis hemisphærio latent. In omni vero casu Macula prope Solis limbum diversam prorsus figuram induere videbitur ab illa quam in medio disco refert; quippe admodum oblique spectata.

Verum macularum, Solarium, è Mercurio spectatarum, via erit semper fere recta; quoniam Mercurius à plano Æquatoris Solaris nunquam multum declinat, & igitur vix sensibiliter à planis circulorum, quos Maculæ rotando describunt. Cumque planum Orbitæ Telluris omnium maxime ad prædictum planum Æquatoris Solaris inclinetur, Macularum via è Tellure spectata curvior apparet quam si ex alio quovis Planeta spectetur Sol. Curvatura hæc paulo minor erit ex Jove vel Marte spectata, adhuc minor ex Saturno, minor adhuc ex Venere, omniumque minima ex Mercurio, ut hactenus dictum. Mercurius videbit etiam viam tum Satellitum tum Macularum aliorum Planetarum, nunc in rectam extensam, nunc in curvam sinuatam, harumque aliquas longo nunc tempore latentes, nunc tam diu conspicuas, prout Polo latenti vel conspicuo propinquæ fuerint.

Mercurio reliqui quinque Planetæ sunt superiores: Paria igitur sunt eorum omnium Phænomena Oculo in Mercurio posito, Phænomenis Martis, Jovis & Saturni è Terra spectatorum, de quibus Propp. VII, VIII & IX. Lib. I. Adeoque Venus & Terra Soli oppositæ, pleno Orbe fulgentes radiosque Solis quam directissime repercutientes, Mercurio pernoctes sunt tenebrasque potenter dispellunt. Cum enim Venus jam in cornua abiens, & partem minimam sui hemisphærii illustrati Terricolis ostendens, tam lucida sit ut umbram projiciat, lucidissima apparebit Mercurio cui integrum sui hemisphærium illustratum obvertit. Magnæ quoque sunt Terræ vires in Solis radiis reflectendis, ut constat ex luce, qua Lunæ discum sibi obversum perfundit: Sed hæc tam à Sole illustrante quam à Mercurio illustrando longius dissita minores quam Venus vires in hoc negotio ostendet; nisi forsan potentius reflectat lumen quam Venus, quod non est verisimile. Superiorum adhuc minores sunt in illuminando Mercurio vires quam quas nobis Terricolis ostentant.

Nullum inferiorem nobis notum videt Mercurius, adeoque Stellam nullam falcatam, & in cornua extenuatam videt; argumentisque proinde caret ab hujusmodi Planetarum phasibus petitis, quibus verum Mundi Systema stabiliat: Inferiorum enim Phases primo clare evicerunt eorum motus circa Solem ordinari; unde proclive fuit idem colligere de aliorum motibus. Exinde vero quod nos Terricolæ Planetas Mercurio inferiores non cernamus, nequaquam sequitur nullos tales dari: ipse enim Mercurius in Sphæra nostra obliqua raro cernitur, & illo multum inferior nunquam, propter Solis viciniam, cerneretur.

Obſervatori huic Mercuriali, ſicut & nobis Terricolis, deſunt media, quibus corporum Cœleſtium diſtantias & diametros cum domicilii ſui diametro, ſuiſve menſuris, comparare poteſt, ſi quidem accuratiora inſtrumenta non adhibeat. Nam Parallaxis Solis ex Mercurio viſi (quantum ex analogia conjicere licet) minor eſt ejuſdem Parallaxi è Terra; diameter utique apparens Mercurii è Sole minor diametro Telluris apparente ex eodem: Et Venus Soli oppoſita, Mercurioque proinde proxima, tantundem fere diſtat à Mercurio atque ipſe Sol; Veneriſque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppoſitam, & conſequenter ſibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra viſi non eſt major. Atque hæc duo ſunt magna Mundi corpora, Mercurio proxima, Parallaxin maxime ſenſibilem habentia.

Quoniam autem ipſe Mercurius locum mutat, per Obſervationes in diverſis ſtationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter diſtantiam Mercurii à Sole & alterius cujuſvis Planetæ diſtantiam ab eodem, ſimili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem eſt illam non tam tuto colligi, quia diſtantia Mercurii à Sole tam magna non eſt reſpectu diſtantiæ aliorum Planetarum atque Terræ noſtræ diſtantia à Sole: At cum ſit earum reſpectu adhuc ſenſibilis ſatis, nimirum diſtantiæ Saturni à Sole pars circiter vigeſima quinta; omnium iſtarum diſtantiarum ratio, per Obſervationes in Mercurio factas, ſatis commode definientur, modo Obſervator domicilii ſui motum circa Solem agnoſcat. Sin, ſenſibus fidens, Mercurium ſuum pro immobili certo habeat, ne iſtud quidem præſtare poterit, ſicut nec Aſtronomi Telluris incolæ, quamdiu Tellurem immotam habuere; quod ex Orbium Planetariorum diſtantiis à *Ptolemaicis* aſſignatis, inter ſe tam immane diverſis, phænomenis tamen ſatis conſentientibus, abunde conſtat. In Syſtemate enim immoti loci Obſervatoris, ſi cuilibet ſuperiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus, & obſervatæ ejus diſtantiæ maximæ à loco in ſuo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicandæ ſufficiens, poterit (ſalvis phænomenis) Excentrici deferentis Epicyclum ſemidiameter aſſumi cujuſvis magnitudinis, modo talis ut Planeta, quando proximus, longius à Terra abſit quam ut illius diſtantia ex parallaxi definiri queat: Immo nihil obſtat quin Martem ſupra Jovem, aut Saturnum infra Martem, collocet, niſi regula Prop. præc. tradita, & hæc quidem ſagacitati non demonſtrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum, è Mercurio viſa, eodem modo inveſtigantur, quo ex Tellure viſa, & Tabularum Lib. III. deſcriptarum ope definiuntur: Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujuſvis prompte definita habeantur, alterius iſtius locus Hermocentricus definietur per praxin praxi Prop. XL. Lib. III. ſimilem; quod & de alio quovis ſimiliter eſt verum, quod ſemel monuiſſe ſufficiat, ne idem in Propoſitionibus ſingulis identidem repetendum ſit.

Come-

Cometarum Phænomena ex Mercurio, aliove quovis è Planetis, visa eadem fere sunt cum illorum Phænomenis ex Tellure visis, de quibus Lib. præced. dictum est; neque aliter quam in mensuris differunt.

PROPOSITIO III.

PHænomena Oculo in Venere constituto visa describere.

In Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quam in Mercurio, & sescuplo majore quam è Terra. Unde Solis discus Veneri plus duplo major quam nobis, simulque Lux, Calor Gravitasque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus est (ejus nempe circa Solem periodus) nostrorum mensium septem cum dimidio æqualis est: Dies vero in Venere die nostro minor est unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas superiores, quorum proinde phænomena similia sunt illis Martis, Jovis & Saturni è Terra, omniumve è Mercurio visis. Tellus autem nostra in Solis oppositio visa, & pernox, cum (per Prop. IX. Lib. I.) pleno Orbe fulgeat, lucidissima apparebit; atque lux hæc à Luna nostra, etiam pleno Orbe fulgente, augebitur. Luna Tellurem perpetuo comitari videbitur, ut revera fit, & ultra gradûs semissem quandoque à Tellure digredi.

Venus unicum obtinet Planetam se inferiorem, Mercurium *sc.* qui nunquam longius à Sole evagatur quam 38 circiter partibus, quique similia præbebit spectacula Veneri atque Venus & Mercurius Terricolis, de quibus Prop. IV, V & VI. Lib. I.

Observatori in Venere constituto non prorsus desunt media, quibus Cœlestium distantias cum suis mensuris conferat; nam Veneris suæ diametrum cum mensuris sibi familiaribus comparabit, sicut nos Terræ nostræ cum nostris, per Schol. Prop. XVII. Lib. II. & Parallaxis Terræ, Soli oppositæ, quadruplo major est Parallaxi Solis è Terra spectati, & ideo non prorsus insensibilis: Innotescit igitur ratio diametri suæ Veneris ad distantiam Terræ Soli oppositæ & retrogradæ à Venere; hoc est, differentiam distantiarum Veneris & Terræ à Sole; hæc vero Parallaxis in reliquis Planetis (etiam cum sunt Veneri proximi) insensibilis fere est. Quod si Venus motum suum circa Solem agnoscat, exinde colliget rationem inter distantias Planetarum à Sole, sicut Terricolæ colligunt: Ex datis autem ratione inter binas quantitates, & differentia inter illas, dantur ipsæ quantitates, & consequenter aliæ istæ datas ad harum alterutram rationes habentes. Sin motum domicilii sui non agnoscat Oculus in Venere positus, ordinem quidem superiorum (ex regula Prop. I. tradita) conjecturis stabiliet, distantias vero minime, ut de Mercuriali Astronomo in præcedente dictum est. De Mercurii Solisque ordine eædem ambigendi rationes quæ veteribus Astronomis, Telluris incolis, de Mercurii, Veneris Solisque ordine; aliis contendentibus Mercurium esse supra Solem respectu Veneris in centro quiescentis; aliis illum esse infra eundem; aliis denique

nique Mercurii motum circa Solem ceu centrum ordinari volentibus. Mercurium vero Solem ambire tandem conſtabit, cum visûs adminicula eouſque promoveantur, ut diverſæ Mercurii phaſes oculis ſubjiciantur. Nam antequam hoc contingat, licebit (ſalvis Phænomenis) eouſque in Planetarum diſtantiis æſtimandis errare, ut ſi Mercurio concedatur Epicyclus, cujus diameter è Venere viſa circiter duo ſigna cum dimidio adæquat, & hujus centrum rectæ Solem Veneremque jungenti, ultrave Solem productæ, alligetur, Epicyclum Deferens vel ultra Solis Orbitam, vel utcunque citra (modo extra Parallaxis diurnæ limites) collocari poſſit. Quod palam eſt exinde, quod Deferentes Epicyclos Mercurii Veneriſque in Syſtemate Terræ immotæ (ſalvis Phænomenis tunc manifeſtis) collocati ſunt longe citra Solem à *Ptolemæi* ſectatoribus, Aſtronomis fere ad unum omnibus; licet nemo ſit qui nunc Planetas hoſce Solem circumire non ultro agnoſcat.

Determinatis ſemel Orbium Planetariorum diſtantiis à Sole, in Syſtemate vero Veneris circa Solem motæ, ſi alteri Aſtronomo conſtitutum ſit Venerem (ſuam ſedem) in Mundi centrum reponere & pro immota habere, illud rite, & ſecundum Opticæ leges, duobus modis efficere poterit. Primo, Venere in centrum promotâ, Solem ſimulque Planetas omnes & eorum Orbitas, quas circa Solem deſcribunt, verſus eandem plagam in rectis parallelis tantundem promovebit; & fiet apud Venerem Syſtema Mundi *Tychonicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur in Orbita æquali, ſimili & contrarie poſita ei in qua Venus circa Solem revera movetur, & Planetæ omnes eorumque Satellites (præterquam quod à Sole deferantur circa Venerem) eoſdem circa Solem peragunt motus, quos in vero Syſtemate peragebant, Primarii quidem quaſi in Epicyclis, Satellites vero in Epicyclo-Epicyclis; & Telluris Orbita Solis Cœlum interſecabit ſimiliter atque Martis Orbita illud interſecat in Syſtemate *Tychonico* apud Terram condito. At Jovis Orbita Solis Orbitam non interſecat, ſed continet, in ſimili Syſtemate apud Martem. Secundo, Syſtema Veneris in centro immotæ legitime condet Aſtronomus, Venerem ſuam in centrum promovendo, ſimulque Solem & omnes Planetas tantundem verſus eandem plagam in rectis parallelis ut prius extrudendo, ſed non Planetarum Orbitas, quas immotas conſervat, eaſdemque quas circa Solem (dum hic in centro maneret) deſcribebant, quippe in quibus Planetas etiamnum circumagere Aſtronomo noſtro eſt conſtitutum; & fiet apud Venerem Syſtema *Ptolemaicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur ut in modo explicato Syſtemate *Tychonico*, & Planeta quivis in Epicyclo movetur æquali, ſimili & contrarie poſito veræ Orbitæ Veneris circa Solem, Epicycli autem centrum in eadem Orbita & eodem prorſus modo atque ipſe Planeta ante Solis extruſionem de centro Veneriſque inibi collocationem, & Telluris Epicyclus in Cœlum Solis deſcendit ſimiliter atque Martis Epicyclus in ſimili Syſtemate apud Terram condito,

dito; quod & apud alium quemvis Planetam obtinebit præter Martem. Hoc modo effictum Syſtema *Ptolemaicum* ſibi prorſus conſiſteret, & motus centri Epicycli eſſet à Sole ſolutus, motus vero Planetæ in Epicyclo eidem alligatus, tam in inferioribus quam in ſuperioribus; &, univerſaliter, Phænomenis omnibus pariter per hoc Syſtema ſatis fieret atque per *Verum* aut *Tychonicum*. Duo hæc Syſtemata (*Ptolemaicum* & *Tychonicum*) permutant Deferentes & Epicyclos: Namque *Tychonicum* eundem Planetis omnibus ſtatuit Deferentem æqualem, ſimilem & contrarie poſitum Orbitæ ſpectatoris Planetæ circa Solem, diverſos vero Epicyclos ſimiles & ſimiliter poſitos veris reſpectivorum Planetarum Orbitis circa Solem; nam Solis in hoc Syſtemate nullus eſt Epicyclus, ſicuti in vero nullus eſt Deferens, ſed & ibi Epicyclus & hic Deferens puncta habentur, quæ figuræ ſunt ſimiles & ſimiliter poſitæ. At Syſtema *Ptolemaicum* Planetis omnibus Epicyclos ſtatuit prædictæ ſpectatoris Planetæ Orbitæ circa Solem æquales, ſimiles & contrarie poſitos, diverſos vero Deferentes, eoſdem *ſc.* cum reſpectivis eorum Orbitis circa Solem in Syſtemate vero; namque via Solis in hoc Syſtemate eſt Epicyclus cujus Deferens eſt immotum punctum, idem *ſc.* cum Orbita Solis in vero Syſtemate. At cum Syſtema à *Ptolemaicis* aſſertum non ſit ex vero Syſtemate formatum, ſed pedetentim ex Phænomenis extructum abſque ope veri; ideo Orbium deferentium proportio in illo (prout ab ejus cultoribus traditur) eſt ignorata, & tantum ratio inter Planetæ cujuſque Deferentem & Epicyclum ex ejus motibus ſtabilita; unde fit ut in Saturno, Jove & Marte ſemidiameter Deferentis (ex ipſius *Ptolemæi* numeris) ſit ad Epicycli Semidiametrum ut Diſtantia Planetæ à Sole ad Telluris diſtantiam ab eodem. At cum in Syſtemate *Tychonico* idem ſit omnium Planetarum Deferens, ſi ex cujuſque motibus inveniatur vera ratio inter ejus Epicyclum & Deferentem, ex æquo inventa eo ipſo habetur ratio inter omnium Epicyclos, hoc eſt, inter Planetarum omnium Orbitas; atque nihil amplius eſt factum per Syſtema verum. Syſtema *Ptolemaicum* legitimum (hoc eſt, prædicto modo genitum) ponit Planetarum inferiorum Epicyclos Solis Orbitæ æquales: At cum monſtroſum viſum ſit Epicyclum ponere Deferente majorem, ideo *Ptolemaici* utriuſque Inferioris Deferentem mutarunt in Epicyclum, ita tamen ut quiſque naturam ſuam (quod impedire haud poterant) conſervaret; nempe ut motus centri Epicycli in Deferente ſit Soli alligatus, & ut Planetæ motus in Epicyclo ſit à Sole ſolutus. Hâc permutatione Syſtema ſuum genuinum ſupra deſcriptum reliquerunt, & quaſi *Tychonicum* ſunt amplexi; & in hoc ſolo Inferiorum Syſtema *Ptolemaicum* differt à *Tychonico*, quod, verâ ſemidiametro Deferentis ignoratâ, ponat veram tantum rationem inter ſemidiametrum Deferentis & ſemidiametrum Epicycli, nempe hæc apud *Ptolemæum* eadem eſt cum ratione Diſtantiæ Terræ à Sole ad diſtantiam dicti Inferioris ab eodem in Syſtemate vero. Atque prædicta duo Syſtemata

mata fiunt retentis Orbitis Planetariis Syſtematis veri; mutatis vero illis, numero infinita fabricari poterunt Syſtemata, quorum quodlibet Phænomenis ſatisfaciat, immo quod cujuſvis Planetæ locum reſpectu Terræ eundem (hoc eſt, in eadem poſitione & magnitudine recta è Terra educta) faciat cum ejus loco in Syſtemate vero, quorumque nullum, aliter quam ex Phyſica, redargui poteſt.

Venerem Comite gaudere pluſquam ſuſpicio eſt ex oculatiſſimi D. *Caſſini* obſervationibus binis Annis 1672 & 1686 caſu factis, in quarum ultima, die 28 *Auguſt.* hor. 4. ſcrup. 15 mane, Teleſcopio 34 pedes longo, per horæ quadrantem vidit quaſi Veneris Comitem ⅓ diametri Veneris à Venere diſtantem, ejuſdem cum illa Phaſis, (ut oportuit, cum illorum ſitus, reſpectu Solis illuſtrantis Terræque videntis, idem fuerit,) ſed informem, & diametro quæ Veneris diametri quadrantem non excederet. Quod Comitem hunc non alias viderit D. *Caſſinus*, licet ſummopere anniteretur, exinde forte fit, quod Satellitis hujus ſuperficies minus apta ſit ad Solis lumen reflectendum, quod de Lunæ noſtræ maculis verum deprehendimus. Si enim integra noſtra Luna tam debiliter lumen reflecteret, atque ejus maculæ quædam obſcuriores, ægre & figuræ male terminatæ apud Venerem videretur: Fatendum tamen hunc Veneris Satellitem (ſi talis detur) diverſæ admodum eſſe naturæ à ſuo Primario, qui Solis lumen potenter adeo fortiterque remittit, ut tubo 60 pedes longo vix aliquid maculæ ſimile potuerit *Hugenius* in eo animadvertere; quod etiam in cauſa eſt cur poſitio axis, circa quem motu diurno convertitur, non ſit definita. Verum diverſitas hæc inter Venerem ejuſque Comitem exhinc forte provenit, quod non ſolidus Veneris globus, ſed illi circumfuſa Atmoſphæra denſior vaporibuſque referta, lumen Solis ad nos repercutiat, qualis tamen Comiti ejus non circumfunditur, ſicut nec Lunæ noſtræ, denſa licet ſatis Atmoſphæra, & nebulas vehens, Terræ circumfundatur, quæ hanc è Venere aſpicienti ægre permitteret Terrarum Mariumque diſtinctionem percipere, ſed æquabilem fere ejus ſuperficiem, & luce æqualiter perfuſam repræſentaret, qualem nos Venerem videmus. Si Venerem Luna comitetur ſua, in omnibus fere Planeta iſte Telluri noſtræ aſſimilatur, à qua & Anni & Diei quantitate, & Caloris gradu minus differt quam alter quivis Planeta.

PROPOSITIO IV.

PHænomena Oculo in Marte poſito viſa deſcribere.

Sol è Marte ſeſcuplo minore diametro apparet quam è Terra; & proinde duplo minorem in Martis regione impertit lucem & calorem quam nobis Terricolis. Sed hæc, propter magnam Orbitæ Martis Excentricitatem, mutantur ſenſibiliter, licet non tantum atque in Mercurio.

Martis

Martis Annus binis fere è noſtris eſt æqualis; Dies vero naturalis noſtro paululum major: Artificialis vero dies, quo Sol ſupra Horizontem lucet, (præter Crepuſcula ante Solis ortum, & poſt ejus occaſum pro altitudine atmoſphæræ diuturna,) nocti perpetuo eſt & ubique fere æqualis, & ideo parva æſtatis hyemiſque diſcrimina in eodem loco ſentiuntur; & hæc quidem quia Axis diurnæ revolutionis ad planum Orbis Martis normalis fere eſt. Interim loca, in diverſis diſtantiis à medio inter Polos circulo, diverſos admodum habent Caloris gradus, propter diverſam radiorum Solarium inclinationem ad Horizontem, ſicut in Terra Æquinoctii tempore fit: Atque hinc ortas eſſe Faſcias ſuſpicor, dicto circulo inter Polos medio parallelas. Cum enim idem Caloris gradus in eodem Climate ſemper maneat, veriſimile eſt Maculas in Marte (ſicut in Terra nubes & nivem) calori frigorique ortum ſuum debentes ſecundum dicta Climata extendi, faſciaſque efficere circulis revolutionis diurnæ Martis parallelas; quod etiam de Jove verum eſt, cum ille æque ac Mars perpetuo gaudeat Æquinoctio.

Martis incola duos cernit Planetas ſuperiores, Jovem & Saturnum, duoſque inferiores, Terram Veneremque; quorum phænomena ſimilia ſunt phænomenis ſuperiorum & inferiorum ſupra deſcriptis. Mercurium nunquam videbit (quippe nunquam longe ultra Signi ſemiſſem à Sole elongatum) niſi forte, maculæ inſtar, Solis diſcum tranſeuntem; ſaltem ſi Marti circumfuſa ſit atmoſphæra Terreſtri noſtræ æquicraſſa & ampla, qualem arguunt obſervationes Fixarum obſcuratarum & prope extinctarum antequam Martis globum attingere videntur. Venerem à Sole elongatam videbit quantum nos Mercurium, Terramque quantum Terra Venerem: Cumque Tellus, è Marte viſa, Soli fere conjuncta & proxima apparet, illud in Terra videbit quod Cl. D. *Caſſinus* ſemel biſve in Venere; nempe Planetam inferiorem falcatum, Comitemque ejuſdem phaſis juxta poſitum, quem, cum maxime, non ad gradus quadrantem ab illo elongatum videbit.

Aſtronomus in Marte poſitus mediis penitus eſt deſtitutus, quibus Cœleſtia corpora Marti ſuo conferat, eorumque diſtantias menſuris ſibi notis; propter Planetarum proximorum Jovis & Terræ diſtantiam, & domicilii ſui parvitatem. Telluris enim, etiam cum ſibi proximæ omniumque Cœleſtium infimæ, parallaxis non erit ſenſibilis, quippe non ultra 12 ſcrupula ſecunda aſcendens, quanta fere eſt Solis parallaxis nobis Terricolis. At ſi Martis ſui motum circa Solem agnoſcat, Cœleſtium diſtantias inter ſe comparare poteſt: ſi non, ne hoc quidem; ut fuſe in duabus præcedentibus Propoſitionibus oſtenſum eſt.

PROPOSITIO V.

PHænomena Cœlestia Oculo in Jove collocato spectanda describere.

Sol è Jove paulo plus quam quintuplo minore diametro apparet quam è Tellure; & ejus proinde Lux & Calor vigesies & septies in Jove quam apud nos minor. Jovis Annus duodecim fere è nostris æqualis est: Dies vero naturalis nostro vicissim minor; utpote qui ad decem ex horis nostris vix ascendit: (Atque motus Jovis circa proprium axem periodo absolvitur omnium minimâ earum, quas in Cœlo hactenus observarunt Astronomi:) Unde apud Jovem ultra decem mille dies in Anno numerantur. Dies Jovialis æqualiter fere in diem artificialem & noctem dividitur, per universam Jovis superficiem; cum Axis, circa quem Jupiter revolvitur, sit fere normalis ad planum Orbitæ, quam ille circa Solem describit: Unde similia obtinebunt atque in Marte, de quibus in præcedente dictum est.

Quatuor licet sint Planetæ primarii Jove inferiores, illorum nullum cernet Oculus in Jove positus; si hunc ponamus acutiore visu non pollere quam nos, & atmosphærâ involutum esse qualis Telluri circundatur: Nam ipse Mars, qui omnium longissime à Sole digreditur, non ultra 18^{gr} elongari videtur; cum autem Mars & parvus sit, & Solis lumen debiliter remittat, hic in ea à Sole distantia vix videbitur. Verum quidem est Solis lumen apud Jovem non esse tam splendidum atque apud nos, ideoque vicinas Stellas ab illo non tantum offuscari; sed & Martis, Terræ, Veneriſve lumen in eadem ratione, propter distantiam Oculi auctam, minuitur: Unde, in elongatione pari à Sole, è Jove visi etiam pariter extinguuntur à lumine Solis. Poterunt autem Jove inferiores è Jove in Solis disco macularum instar spectari; sed istud casu tantum fiet: Nam Jovialis Astronomus de illorum existentia non magis certus quam nos de existentia Planetarum Mercurio inferiorum illorum motus non tenebit, ut ad spectaculum debito tempore attendat; unicum igitur Saturnum, eumque superiorem, videbit Oculus in Jove positus.

At interim quatuor Comites suos, in vicinia positos & Solis lumen fortiter reflectentes, cernet in circulo medio inter Polos motûs primi delatos, nisi quatenus per parallaxin, ab Oculo versus alterutrum Jovis Polum posito, inde in alterum declinare videantur; adeo ut Planetarum numerus, Oculo in Jove posito, ad senarium ascendat. Quippe nullum est dubium quin domicilium suum, Jovis globum, pro immoto habens (quod ob magnitudinem immensam supra sibi satis compertos Planetas propiores potiore jure fiet quam à Terricolis Terra) quatuor suos comites Planetas statuat, quibus Solem Saturnumque annumerat, plane sicut nos Lunam reliquis sex annumeramus: Et quidem in eorum ordine vix aberrabit, si illum remotiorem habeat, qui longiore tempore Cœli circuitum circa Jovem absolvit.

Porro,

Porro, quatuor Inferiorum diſtantias cum menſuris ſuis comparabit facile; haſce nimirum cum Jovis diametro, ſicut nos noſtras cum diametro Terræ; & Planetarum quatuor proximorum diſtantias cum diametro Jovis facilius quam nos Lunæ diſtantiam cum diametro Terræ: Nam remotiſſimi illorum è Jove ſpectati Parallaxis horizontalis eſt pluſquam duplo major Parallaxi horizontali Lunæ è Terra viſæ, adeoque valde ſenſibilis. At licet Jovis globus ſit immenſe magnus reſpectu Terræ noſtræ, Parallaxis Solis è Jove viſi vix erit ſenſibilis, quippe ad 20″ non aſcendens; neque Saturni (etiam Soli oppoſiti & Jovi proximi) multo major erit Parallaxis: Jovis igitur incola Solis & Saturni diſtantias cum menſuris ſuis ægre comparabit. Si ſui Jovis motum circa Solem agnoſcat, rationem inter diſtantias Jovis & Saturni à Sole facile definiet, aliàs non; ut Prop. III. explicatum eſt.

Duo igitur Planetarum genera diſtinguet Obſervator Jovialis ſenſibus innixus; proximos nempe quatuor, & remotiſſimos duos Solem & Saturnum, hos diametro minore, illos multo majore apparentes. Nam è remotioribus Sol videtur circiter 6′ latus, cum Saturni etiam proximi diameter vix ad ſcrupuli beſſem aſcendat. Reliquorum à Jove quartus eâ fere magnitudine videtur quâ Terricolis Luna, quinquies nempe majori diametro, & vigeſies ac quinquies majore diſco quam Sol ex eodem Jove; & ſi Satellites reliqui non ſint extimo multo minores, hi è Jove viſi adhuc majores apparent, ſi quidem ſinguli ſint Tellure noſtrâ haud minores, ut perſpicaciſſimo Coſmographo D. *Hugenio* videntur. Diſtinguentur præterea quatuor propiores & apparenter majores à remotioribus & minoribus, quod in Planetis propioribus quadrata temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum eorundem à centro ſui Jovis; hoc vero minime obtineat, ſi majorum quivis cum minorum aliquo comparetur. Quamvis propiores appareant majores, ipſe Sol illis immenſe magis lucidus videbitur: Immo ex eorum phaſibus, ab ipſorum ad Solem aſpectu pendentibus, totidem Lunæ videbuntur. Unde quatuor Menſium genera agnoſcet Jovis incola à totidem Lunis denominata. Minimorum Menſium ultra 2407 in Anno continentur; Menſium proxime majorum numerus in Anno quaſi duplo minor; ordine tertiorum numerus in Anno Joviali ſecundorum quaſi ſubduplus, ſive minimorum fere ſubquadruplus; maximorum vero Menſium ſunt in Anno fere 254. Et ideo licet Temporis Notatio ſit apud Jovem intricatior, quia Annus magnum Dierum numerum continet, per quatuor hæcce Menſium genera illa expedita ſatis redditur: in Menſe enim minimo quatuor tantum erunt Dies cum quadrante; in maximo vero paulo plus quam Dies quadraginta.

Præterea, Lunæ hæ, Soli è Jove oppoſitæ, in Jovis umbram incurrentes deficiunt, & viciſſim Soli conjunctæ, umbras ſuas in Jovem projicientes, ſpeciem Solis deficientis Oculo in regione per umbram occupata (quæ parva ſatis eſt ſuperficiei Jovis portio) poſito

ſito præbent, plane ut Luna noſtra. Quoniam vero Lunarum iſtarum Orbitæ circa Jovem ſunt in plano (omnes quidem in eodem quamproxime, niſi quod à Jove ſecundus inde paululum deflectat) ad planum itineris Jovis circa Solem inclinato, Eclipſes iſtarum Lunarum centrales ſunt & maxime diuturnæ, cum Sol in Nodo Lunarum alterutro verſatur. Sole extra hunc ſitum verſante, Eclipſes etiamnum totales eſſe poterunt, licet non centrales; quia umbra Jovis decuplo fere latior eſt quam Satellitum quivis, & Lunæ cujuſvis diameter apparens quintuplo major Solis diametro apparente. Atque inſignis hæc diametrorum inæqualitas, & parva plani Orbitarum Satellitum inclinatio ad planum Orbitæ Jovis circa Solem, in cauſa eſt cur Eclipſes, tam Lunarum quam Solis, ſingulis revolutionibus contingant, licet Sol longe à Nodis diſtet. Et quidem inferiores, licet Sol è Jove viſus omnium maxime à Lunarum Nodis diſtet, etiamnum in Jovis umbram incurrunt, & eorum umbræ Jovem viciſſim attingunt; remotiſſimus vero in hoc caſu, per Jovialis Anni ſextantem, umbram in Solis oppoſito effugit, & viciſſim Jupiter illius cum Sole conjuncti umbram: Sed & Eclipſium partialium phænomena temporibus lociſque intermediis cernet Oculus in Jove poſitus. Porro Eclipſis Lunæ per Lunam hîc contingit, cujus phaſis aliquando plane diverſa eſt, immo contraria prius deſcriptæ Eclipſi Lunæ in Jovis umbram incurrentis: in hac enim, primo deficit Lunæ limbus orientalis, & occidentalis ultimo ex umbra emergit; in illarum vero aliis, primo deficit occidentalis limbus, & orientalis ultimo lumen ſuum recuperat, in aliis è contra. Jovis umbra, licet longe ultra ſuos Satellites porrecta, ad alium Planetam non porrigitur, quod in omnibus aliis Primariis etiam obtinet. Nam ſolus Saturnus in illam, ſi vel infinita eſſet, immergi poteſt; umbra vero Jovis ad Orbem Saturni porrigi nequit, niſi Jovis diameter ſit quaſi ſemiſſis diametri Solis, & ad partem nonam vix aſcendit.

Si Jovis ſuperficies fluido magna ex parte tegatur, & Maria iſta navigari fingamus; Navigatio percommoda erit, cum propter Noctes breviſſimas, eaſque ex Lunarum multitudine vix unquam illunes, plerumque per illarum plures admodum claras, tum quod illarum auxilio curſus ſuos regere poſſint. Sed & ex tam multiplicibus Eclipſibus loci Longitudo facillime definietur, & Hydrographicæ Tabulæ accuratæ conſtruentur; quod in tam vaſto globo percommodum eſt, cujus nempe ſuperficies centuplo (immo ex D. *Hugenii* ſententia quadringenties) major ſuperficie Telluris ejus menſuram laborioſiſſimam redderet. At Æſtus Maris reciprocus ex quatuor Lunis (Solis enim illic ad hanc rem exiguæ ſunt vires) oriundus varius eſt, & præterquam calculis ſubducendis aſſueto incertus.

PRO-

PROPOSITIO VI.

Phænomena Cœleſtia præcipua, quæ Oculo in Saturno poſito occurrunt, deſcribere.

Sol è Saturno fere decuplo minore diametro apparet quam è Terra, & ejus Diſcus, unaque Lux & Calor, nonaginta ſaltem vicibus minor quam hîc. Saturni Annus triginta fere è noſtris æqualis eſt: quam autem rationem Dies Saturnia ad noſtram habeat, incertum eſt; nam periodus revolutionis Saturni circa proprium Axem nondum conſtat. *Hugenius* quidem ex intimi Comitis diſtantia ac periodo, horumque comparatione cum diſtantia & periodo intimi Jovialium, veriſimile cenſet non eſſe longiores Dies illic quam in Jove. In hanc ſententiam abit, quoniam pro indubitato habet Solis & Primarii rotationem circa axem cauſam eſſe rotationis Primariorum & Secundariorum, (quam in eaſdem quidem partes fieri certum eſt,) aut ſaltem rotationem corporis centralis & Planetarum illud comitantium ab eadem cauſa pendere; adeoque è converſo, cum Satellites circa Saturnum rotatos obſervaverit, & hunc circa Axem ſuum revolvi nullus dubitavit, & pari fere quo Jupiter tempore, ob Satellitum periodos haud impares. At ſi conſideretur cauſam rotationis Primariorum circa Solem, Satellitumve circa Primarium, non eſſe vorticem ullum, aut quod hujus inſtar eſt, (cui opinioni prædictum argumentum innititur,) ſed Planetas motu compoſito ex projectili prorſum in recta, & ex gravitate verſus corpus centrale (circa quod in ſpatio libero & tantum non vacuo moventur) deferri, & Satellites Saturnios eodem modo in Saturnum gravitare, ſive is circa Axem revolvatur ſive quieſcat; patet, ex rotatione Satellitum ipſius Saturni rotationem circa proprium Axem non recte colligi, nedum hujus periodum. Verum quidem eſt admodum eſſe probabile Saturnum circa Axem revolvi, ut *ſc.* nunc hanc nunc illam ſui faciem Soli, lucis & caloris in ſuo Syſtemate fonti, obvertat: At rotationis periodum exhinc colligere impoſſibile videtur, cum hæc ad rerum Saturno contentarum naturam (nobis certe prorſus ignotam) à ſapientiſſimo & omnipotente Deo Creatore accommodata ſint. Si Saturni Axis ſit plano Annuli Saturni Orbitarumque Satellitum perpendicularis, (ut vult *Hugenius*,) tum Polorum & Æquatoris idem eſt inter Fixas ſitus in Saturno atque in Terra; eadem igitur Polaris Stella, eodemque modo, in ſimilibus latitudinibus, oriuntur & occidunt Conſtellationes. Atque hæc obtinent, ſi is ſit ſitus Annuli quem *Hugenius* in *Syſtemate Saturnio* poſuit, quem & nos ſuppoſuimus Lib. IV. cum de ejus phænomenis ageremus: At ſi per obſervationes magis accuratas diverſus deprehenſus fuerit, (ut in Coſmotheoria innuit,) prædictorum phænomenon menſuras diverſas ex ſuperioribus colliget quivis. Dies apud Saturnum ſunt admodum inæquales, magnaque Æſtatis & Hyemis diſcrimina; hæc enim à quantitate inclinationis plani Æquatoris ad planum Orbitæ Saturni circa Solem

lem pendent, quam *Hugenius* poſtea 31gr poſuit, triente fere majorem quam quæ in Tellure obtinet, ubi diſcrimina iſta ſunt valde ſenſibilia. Apud Saturnum in Latitudine 59gr Dies longiſſima nullâ Nocte interrumpitur, nec Nox longiſſima ullâ Die. Et Zonæ duæ frigidæ circa Polos extenſæ (quarum quælibet 62gr lata) pluſquam decuplo majores ſunt quam integra Telluris noſtræ ſuperficies.

Oculus in Saturno poſitus è Primariis ſolum Jovem videre poterit, Solem perpetuo comitantem, nec ab illo niſi 37gr circiter quandoque elongatum. Hoſce duos propriis ſuis quinque Comitibus annumerans, ſeptenarium Planetarum numerum Saturno viſorum complet, quos in quinas Lunas duoſque alios diſtinguit, (ut in Prop. præc. Jupiter;) cum ob eaſdem rationes, tum ob hanc etiam, quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31gr inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno ſit pluſquam tertiâ parte Cœli latus, ſi hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phaſes ſimiles harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, niſi quod æſtate hyemeve, cum Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli oppoſita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus fileat. Nam mediâ æſtate hyemeve Luna Soli conjuncta tantum à Sole diſtat quantum Luna noſtra biduo & ultra ante vel poſt Novilunium, & Soli oppoſita tantum ab oppoſitione illa directa, quæ plenum Orbem facit, quantum noſtra Luna biduo & amplius ante vel poſt Plenilunium: ideoque ſimiles tum erunt earum Phaſes atque Lunæ noſtræ duobus diebus & ſemiſſe ante vel poſt ſyzygiam. Unde iſtis Anni Saturnii tempeſtatibus nullæ contingent Luminarium Eclipſes. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta eſt.

Cum Annus Saturnius diuturnior ſit Joviali, plura etiam ſunt Menſium genera ad illum in partes diſtinguendum. In Anno ſunt ultra 5700 Menſes minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Menſium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Menſium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum ſuarum diſtantias cum menſuris ſuis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major eſt Parallaxi Lunæ noſtræ. At Solis Parallaxis 9″ non excedit; ideoque inſenſibilis eſt, inſtar Parallaxis Solis è Terra viſi.

Oculo in Saturno poſito maxime mirandus eſt Annulus iſte Saturnum cingens, de quo Lib. IV. dictum: eſt quippe eminus viſus ſpectaculum ſui generis unicum, quodque Philoſophorum omnium Oculos jamdudum in ſe convertit. Annulus hic acutiſſ. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ cauſas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Cruſtas Nucleoſque concentricos diviſum ſupponeret *Tranſact. Philoſ.* N° 195. poſt *Keplerum* qui idem fecit *Lib.* IV. *pag.* 586. *Epit. Aſtron. Copern.* cum, ex directione magnetica, cauſas inæqualitatis Planetarum in altum inveſtigaret. Quid enim ſi Annulus hic ſit pars reliqua exterioris

rioris Cruſtæ in Nucleum interiorem jam collapſæ, ejuſque quaſi ruinæ adhuc ſpectandæ? Nam ſi Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus eſt in hunc diem Annulus, illa è Sole viſa ejuſdem erat magnitudinis atque eſt nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cum Annuli extimus margo ſupra Saturni ſuperficiem exſtet ad altitudinem, quæ eſt ſeſquiquarta ſemidiametri Saturni, hunc ad diſtantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus eſt poſitus) majorem quam 64^{gr} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque eſt circa utrumque Polum, 53^{gr} fere lata, Annuli ſpectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde ſecundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promoto ad diſtantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, niſi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleſte corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipſo Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, conſtitutus Stellas nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem poſitas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obſtante *ſc.* Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in hoc caſu illuſtratur. Quam lata autem ſit Zona iſta, per obſervationes in Tellure factas difficile eſt determinare, cum Annuli craſſities exigua ſit; illam *Hugenius* ſexcenta milliaria *Germanica* efficere putat. Hanc ex Saturni ſuperficie accurate determinare facile erit, cum paulo plus quam ſemidiametro ſupra eandem elevetur. Si Oculus extra Æquatorem poſitus intelligatur, ſpatium Cœli continens Stellas ab Annulo tectas diverſæ erit magnitudinis & figuræ, pro diverſo Oculi ſitu.

Per Anni Saturnii ſemiſſem, altera Annuli facies à Sole illuſtratur; unde qui iſtud hemiſphærium incolunt cui hæc obvertitur, hoc eſt, qui æſtatem habent, Annuli portionem, quæ ſupra Horizontem exſtat, illuſtratam de die cernunt tenuiter lucentem (ſicut nos Lunam præſente Sole) ſi atmoſphæra Saturno circumfundatur, & ad plagam verſus quam eſt Polus depreſſus poſitam; de nocte vero ejus lumen fortius eſt, ſicut & noſtræ Lunæ abſente Sole: Et ex maculis, ejus vel quies vel motus, hujuſque velocitas definietur. Poſt Solis occaſum Arcûs hujus lucidi pars orientalis umbrâ (nempe ipſius Saturni) inficitur, quæ, procedente nocte, paulatim aſcendit, donec nocte mediâ ejus partem ſummam ſive verticem occupat, unde paulatim verſus occidentalem ejus partem movetur, prout Sol ad ortum vergit. Arcus hic lineam meridianam ſemper oſtendet; planum enim ad Horizontem erectum, per Arcûs verticem tranſiens, eſt in Meridiano. Si Oculi diſtantia ab Æquatore minor ſit 52^{gr}, Annuli Arcum concavum æque ac convexum cernet, inſtar fornicis, hinc inde ab Horizonte aſſurgentem; infra quem, nempe inter

inter Arcum lucidum & Horizontem, Cœlum cernet Stellaſque in regione iſta. Si vero Oculus magis quam 52^{gr}, minus vero quam 64^{gr}, ab Æquatore diſtet; partem cavam minime cernet, ſed lucidum corpus quaſi è ſolo aſſurgens, & Horizonti, inſtar auroræ, contiguum.

Per alteram Anni Saturnii ſemiſſem, cum nempe Sol ab Æquatore verſus Polum inconſpicuum declinat, hoc eſt, tempore hyemis, Oculus Annulum minime videbit, quippe non illuſtratum eâ facie quæ Oculo obvertitur; ſed hic partem Cœli, ſyderaque hâc contenta, ab Oculo tegit, ut ſuperius dictum, ſeque hoc modo ſenſibilem reddet. Annuli autem umbra magis magiſque verſus Polum proximum protenditur, adeo ut Oculo ubivis intra ſpatium prædictum poſito Sol, cum certam declinationem attingit, tegi videatur & Eclipſin pati ipſo meridie, iterumque ſtatim retegi. Poſtero die ſimile rurſus contingit, ſed Eclipſis paulo citius incipit & ſerius deſinit; & Tenebræ hæ meridianæ quotidie diuturniores fiunt, (vel forſan integro die durant) ad uſque mediam hyemem, unde rurſus decreſcere incipiunt donec tandem nullæ fiant, cum Sol eandem rurſus declinationem à Tropico rediens attingit, quam, illis primo ingruentibus, habuit. Atque hoc obtinebit ſi Oculus ſit in latitudine majore quam 25^{gr} vel 26^{gr}: Si vero in minore latitudine collocatus fuerit Oculus ſpectator, cum Tenebræ meridianæ ſunt maxime diuturnæ, ſubito ſub ipſum meridiem Sol apparet rurſuſque ſtatim abſconditur, & poſtridie ſimilis rurſus Lux, ſed paulo diuturnior, fiet; atque ſic porro magis magiſque diuturna erit Lux meridiana uſque ad mediam hyemem: Et hinc rurſus perpetuo brevior evadet donec penitus evaneſcat, Sole à Tropico hyemali reduce & declinationem attingente æqualem illi, quam habuerat cum primum Lux affulſit, quo tempore ſubito Tenebræ meridianæ longiſſimæ rurſus incipient, ut hactenus dictum minuendæ, Sole ad Æquatorem properante. Atque exhinc patet multo maximum eſſe Æſtatis Hyemiſque in Saturni globo diſcrimen, tum propter utriuſque diuturnitatem, magnamque Solis declinationem ab Æquatore, tum propter Tenebras meridianas hyemales ab Annulo Solem tegente profectas.

PROPOSITIO VII.

Phænomena Oculo in Cometa aliquo poſito viſa deſcribere.

Cometas ad Planetas primarios referimus, quippe qui in Orbium excentricitate ab illis præcipue differunt. Oculus in Cometa collocatus atmoſphærâ maximâ & denſiſſimâ ſeſe involutum ſentit, quæ in deſcenſu ab Aphelio, præcipue poſtquam in minorum Planetarum regionem immergitur, creſcit. Atmoſphæra hæc tam denſa eſt & turbida, ut chaos verſus ſui imum referat fere. Incertum eſt an Cometa in ſeipſum revolvatur; veriſimile tamen eſt illum, aliorum magnorum Mundi corporum ritu, omnes ſui facies verſus Solem convertere, ut vapor copioſior inde elevetur. An vero converſio

converſio hæc ſit ſuper datum axem, difficile eſſet determinare. Si Nucleus convertitur, omnis atmoſphæra, præcipue pars illa altior quæ in partes à Sole averſas protenditur, non una revolvitur ut in Telluris atmoſphæra fit: Verum vapor iſte, è Cometa exiens & caudam conſtituens, non tam Cometæ atmoſphæra ipſi Cometæ conjuncta (ut Telluris atmoſphæra craſſior Telluri) ejuſque partem conſtituens, cenſenda eſt, quam corpus ſeparatum, cujus particulæ ſingulæ ſeorſim, in ſpatio libero, motus ſuos (ipſius Cometæ inſtar) excercent.

Cum cujuſvis Cometæ iter circa Solem ſit Ellipſis admodum excentrica, non eſt verſimile illorum ſimilem eſſe in Univerſo uſum atque ipſorum Planetarum, qui in Orbibus Soli proxime concentricis feruntur, quique rebus in eodem fere ſtatu manſuris producendis & alendis deſtinati videntur; cui uſui Cometæ neutiquam accommodati ſunt, propter diverſiſſimos caloris gradus quos ſubeunt. Si igitur conjecturæ locus ſit, arbitramur Cometas reſtaurando Solis & Planetarum fluido inſervire: Cum enim Sol immenſam fluidi maſſam ſub lucis forma exeuntem continuo deperdat, & Planetarum fluidum, perpetuâ ſerie, in ſolidum (vix in fluidum denuo rediens) mutetur, ut in Tellure noſtra quotannis fieri deprehendimus; patet, aut Solis vires paulatim deperditum iri, Planetarumque fluidum defecturum, quod minime eſt verſimile, aut hæc ſtatis vicibus eſſe reficienda. Nullum vero tam aptum modum comminiſci eſt proclive, quam ſi Cometæ, ingentia ſpatia ætherea pervagantes, ponantur corpuſcula lucem olim conſtituentia in iſta ſpatia projecta, & quaſi ibidem ſparſa & deperdita, & vapores humidos pariter per attractionem (qualitatem corporibus omnibus ingenitam & connatam) ad ſe allicere, & quaſi recolligere; ut hos in caudas ſurſum elevatos (quæ & *Hippocratis Chii* fuit opinio ab *Ariſtotele Lib.* 1. *Cap.* 6. *Meteor.* conſignata) Planetarum atmoſphæris immiſceant, illa vero Soli, lucis fonti, reſtituant. Hinc primarii Planetæ augebuntur; unde Satellitis, ſi quis eſt, Orbita & Periodus contrahuntur (de quo phænomeno ſupra ſuo loco dictum) aliaque fiunt, quæ ſuperius explicuimus cum Cometas in præcedente Libro tractaremus.

Alius etiam erit quandoque Cometæ ſive effectus ſive uſus. Si nempe Cometa prope Planetam tranſeat (ita ferentibus eorum Orbibus & motibus) hunc ita attrahet ut ejus Orbita immutetur, (mutatâ etiam, ex mutua actione, Cometæ Orbitâ;) unde Planetæ Periodus etiam mutabitur. Sed & Satellitem ita per attractionem deturbare poterit Cometa, ut, relicto ſuo Primario, ipſe evadat Primarius circa Solem deinceps rotatus. Præterea mutationes multo maximas in ipſo Planetæ globo producere poterit, non ſolum prolectando fluidum ſi quod ſit, ſed per alias etiam qualitates, ſi *v. g.* corpus tam vaſtum &, ſi ex Solis vicinia prodeat, ignitum Telurem noſtram è propinquo prætervehatur. Verum de hiſce ſatis, præſertim cum ad noſtrum inſtitutum directe non ſpectent.

Cometarum Anni diverſi ſunt, pro magnitudine Axium majorum Orbitarum, quas circa Solem deſcribunt; eſt nimirum (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) cujuſvis Cometæ Annus ad Annum noſtrum in ſeſquiplicata ratione Axis majoris Orbitæ Cometicæ ad duplam diſtantiam mediocrem Solis à Terra. Solis diameter apparens, ejus diſcus, ſimulque Calor & Lux, in Cometa immenſe mutata deprehendentur, ut & Planetarum magnitudo apparens. Cæterum Cometæ incola Planetarum motus diverſiſſimos experietur, prout, in illorum regionem immerſus, nunc omnes ſe ſuperiores habet, nunc hos inferiores illos ſuperiores; vel, extra hanc elatus, omnes inferiores cernit; quæ omnia in Cometa, cujus data eſt Orbita, ex præcedentibus definire licebit. Si *ex. gr.* Cometa in Aphelio aſcendat ad diſtantiam à Sole ſextuplo majorem quam eſt Saturni diſtantia, quod fiet ſi Cometæ Periodus ſit circiter 150 noſtrorum Annorum (poſito illum in Perihelio ad Solem admodum appropinquare, ut in quibuſdam fit,) Planetæ omnes propter Solis viciniam, Oculo in Cometa poſito, tum fiunt inconſpicui; ipſe quippe Saturnus vix ultra 10^{gr} à Sole digredietur, & Solis diameter ſemiſſem ſcrupuli primi adæquabit. Oculo autem in Cometa, cujus Periodus eſt longe major, Planetæ inconſpicui fiunt dum in altiore Orbitæ ſuæ parte verſatur, quod per magnam Anni ſui partem durat; nam Cometæ velocitas verſus Aphelium parva admodum eſt reſpectu illius, quâ fertur cum circa Perihelium verſatur. Si Cometæ Periodus ſit nimis magna, id eſt ſi Cometæ diſtantia à Sole in Aphelio diſtantiam Saturni ſæpius contineat, forte Fixarum Ordo è Cometa ſpectatus notabiliter diverſus erit, in diverſis itineris ſui punctis: Vix tamen crediderim diverſitatem hanc eſſe valde ſenſibilem; ſed potius Cometarum etiam extimorum Orbes, ad Fixarum à Sole diſtantiam comparatos, parvos ſatis eſſe.

COROLLARIUM.

Hinc patet Syſtema Planetarum circumſolarium, è Fixa ſpectatum, viſum prorſus fugere, & in idem punctum lucidum confundi cum Sole, cujus diameter inſenſibilis fiet, ſi diſtincte ſpectetur & orbatus capillitio, quali Fixæ Terricolis cinctæ videntur. Nam cum Planetæ omnes è Cometa in Aphelio poſito propter Solis viciniam videri nequeant; quanto magis ex tam immenſa diſtantia, qualis eſt ea Fixarum, inviſibiles redderentur? Poſito enim Parallaxin magni Orbis (ſive è Fixa viſam ſemidiametrum magni Orbis) æqualem eſſe Parallaxi Solis è Terra viſi (neque ullæ ſunt obſervationes quæ majorem eſſe evincant) Solis diameter angulum, ad Fixam, quinque ſcrup. tertiorum vix ſubtendit, & Saturnus à Sole per bina ſcrupula prima nunquam elongabitur. Præterea Planetarum mutuatitium lumen à radiorum Solarium reflectione oriundum viſui, noſtro ſimili, in tam immenſa diſtantia, movendo prorſus erit impar; & licet ſenſum moveret, Solis ſpecies in ſemidiametrum huic æqualem videretur ſe extendere, ſicut corporibus quibuſvis

quibuſvis lucidis contingit & ſpeciatim Fixis è Terra ſpectatis; unde in idem lucidum corpus coaleſcerent quaſi: Ideoque viciſſim Planetæ circa Soles iſtos rotati obſervationem noſtram effugiunt penitus. Dubium non eſt quin, Oculo in Fixa aliqua (aut Planeta circa illam revoluto) poſito, reliquarum circumcirca Fixarum Ordo & Conſtellationum Figuræ diverſa ſint prorſus ab illis, quæ nos ſpectamus; quippe cui Sol noſter Stella Fixa videtur.

Immenſa autem iſta ſive Fixarum ſive Solium diſtantia à ſe mutuo impedit quo minus immania hæc corpora in ſe invicem, Planetaſque (ſi cum illis conferantur parvos) circa hoſce Soles rotatos, vires ſuas attractrices notabiliter excerceant, eorumque motus perturbent. Horum Syſtematum, nullo ſpatio concluſorum, numerus indefinitus in cauſa eſt cur non in unum coeant, ſed à ſe mutuo diſcreta Dei Creatoris Omnipotentiam & Sapientiam Univerſo in perpetuum oſtendant.

PROPOSITIO VIII.

Præcipua Phænomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna poſito viſa deſcribere.

Cum Luna (ut Prop. LVI. Lib. IV. dictum eſt) in ſe ipſam volvatur, ab occaſu in ortum, circa Axem plano Eclipticæ proxime normalem ſibique perpetuo parallelum, æquabiliter parique tempore quo Luna circa Terram, Menſe *ſc.* periodico; patet, Oculo in ejus ſuperficie poſito, Solem, Fixas, reliquaque omnia Lunæ haud conjuncta (hoc eſt Planetas omnes præter Tellurem) ab ortu in occaſum videri rotari ſuper Polos Eclipticæ quamproxime. Suntque Poli iſti Fixis inſignes; boreus quidem Stellâ quartæ magnitudinis poſt Draconis flexuram tertiam, tribus circiter gradibus à Polo diſtante; auſtralis vero Stellis quatuor Xiphiæ piſcis, quarum una eſt Polo vicinior quam noſtra polaris arctica, ſed adhuc inſignior vicinâ Nubeculâ majore. Et quidem, ſicut apud nos, motu hoc communi feruntur Stellæ omnes eodem tempore, niſi quatenus harum motus proprii, aut veri aut apparentes, illud paululum immutant. Et primo, Solis revolutio apparens, circa quieſcentem ad ſenſum Lunam, longiore tempore peragitur, propter Lunam interim una cum Terra circa Solem in conſequentia delatam; adeo ut Dies naturalis apud Lunam ejuſdem ſit durationis cum Menſe noſtro ſynodico, qui prius deſcriptam ejuſdem Meridiani Lunaris revolutionem ad eandem Fixam diebus fere duobus è noſtris excedit. Unde apud Lunam in integro Anno Sol duodecies tantum oritur, Fixæ vero decies & ter; ſive accuratius, in novemdecim Annis Sol oritur ducenties tricies quinquies, Fixæ vero ducenties quinquagies & quater: & oriens Sol integro fere Signo promotior eſt quam pridie.

Dies hic naturalis Lunicolarum, æqualiter in lucem & tenebras dividitur, quia Axis, circa quem Luna revolvitur, eſt ad planum itineris Lunæ circa Solem normalis fere; & præterea nullum eſt apud Lunam Crepuſculum ante Solis ortum vel poſt ejus occaſum;

nempe quod fieri non poteſt (ut Prop. VIII. Lib. II. oſtenſum eſt) abſque circumfuſa Lunæ Atmoſphæra, qualis nulla datur. Unde Sol Lunicolis per medium fere inter Polos motûs primi circulum perpetuo incedere videtur.

Quamvis Solis via, è Luna inter Fixas viſa, ſit eadem proxime cum ejuſdem via è Tellure viſa, & omnium Planetarum eadem proxime loca è Luna atque è Terra; è Luna tamen, extra Nodos poſita, accuratiori Obſervatori videbitur Sol ab Ecliptica ad latus oppoſitum deviare, & lumen ſuum ultra Polum ſubjectum Cœleſti illi, verſus quem declinat, protendet, Polumque alterum in tenebris relinquet. Sed reſtituuntur hæc omnia intra Diei Lunaris ſemiſſem, cum Luna ad Nodum ſuum ſimulque Eclipticæ planum redit, poſtea ad alteras Eclipticæ partes excurſura, ſimiliaque Phænomena ad alterum Polum per reliquam Diei ſemiſſem habitura.

Præter inæqualitates omnes in Planetarum motibus è Terra viſas, quas in Luna ſimul cum Tellure delata etiam obtinere neceſſe eſt, ſunt & aliæ Lunæ peculiares, quarum præcipuæ ſunt hæ. Quando incolis in meditullio hemiſphærii Lunæ à Terra averſi dies eſt, Sol tarde ſub Fixis progredi videtur; tardiſſime vero ipſo meridie: nocte vero celeriter ſub Fixis progreſſum fuiſſe poſtero die deprehenditur. Et è contra, degenti in meditullio hemiſphærii Lunaris Terræ ſubjacentis, Sol de die celeriter ſub Fixis in ortum promoveri videbitur; celerrime ipſo meridie: nocte vero Sol tarde progreditur ſub Fixis; tardiſſime mediâ nocte. Eademque vera ſunt de Venere & Mercurio, quippe prope Solem perpetuo hærentibus, & etiam de Marte Soli conjuncto, licet ob nimiam ejus tum temporis à Luna diſtantiam minus ſint notabilia; inſenſibilia vero prorſus ſunt in Jove & Saturno ad partes verſus Solem poſitis. Quod ſi ſuperiorum aliquis è Luna viſus Soli opponatur, quo caſu retrogradus eſt, degenti in meditullio hemiſphærii à Terra averſi, ſolito magis retrogradus nocte videbitur, die ſolito minus; atque omnium minime vel maxime ipſo meridie, mediâve nocte. Similiterque degenti in Lunæ regione, cui Tellus imminere cernitur, Planeta Soli oppoſitus omnium minime retrogradus videbitur nocte mediâ, omniumque maxime meridie. Atque hæc in Marte duplo ſunt ſenſibiliora quam in Sole: In Jove autem aut Saturno evaneſcunt fere hæ differentiæ. Similiter Planeta aliquis, qui è Terra ſtationarius apparet, ſi è Luna Telluri ſit oppoſitus, retrogradus videbitur; Telluri vero conjunctus è contra directus apparebit, quod in Venere maxime erit ſenſibile.

Aſtronomus in Luna conſtitutus, & motûs domicilii ſui circa Terram, Terræque circa Solem ignarus, in cujuſvis Planetæ Theoria condenda, Epicyclis omnibus ab Aſtronomo Terreſtri excogitatis Epicyclum novum, vel Epicyclo-Epicyclum, ſuperaddet, quo inæqualitates ſupra memoratas explicet. *Ex. gr.* Excentrico Solis circa Terram deſcripto à Terricola adhibito (etenim Terricola, admiſſo circulo Excentrico, Epicyclo non indiget ad Solis

lis motum explicandum) ſuperinducet Epicyclum, Solemque in hoc ponet diei ſuæ ſpatio circumrotari, dum interim Epicycli centrum in Excentrico motu annuo defertur: Sic enim fiet ut Solis inæqualitas diurna ab Aſtronomo Lunari obſervata explicetur, ſi, dum incolæ Lunari qui Terræ directe ſubjicitur nox eſt, Solem in inferiori Epicycli parte, & dum eidem dies eſt, in ſuperiori verſari ponat. Sic Excentrico Martis circa Terram diſpoſito ejuſque Epicyclo à Terricola excogitatis, quibus Martis motus è quieſcente Tellure apparens explicatur, ſuperinducet Lunaris noſter alterum Epicyclum in prioris Epicycli circumferentia delatum, ſpatio Nychthemeri à Marte percurrendum. Eſtque hic modus unicus, quo Aſtronomiam ſuam condere poſſit motûs ſuæ ſedis ignarus & illius quietis vindex: nempe circulum à ſe ſuoque domicilio revera percurſum in Cœlum, inverſo ſitu, transferendo, motumque in eo pari tempore factum ſupponendo; & quidem verâ ejus magnitudine retentâ, ſi diſtantia vera innoteſcat; ſi autem hæc lateat (& nulla ſuperſunt media, quibus in hac quieſcentis Lunæ hypotheſi dignoſci poſſit) tantæ ſaltem magnitudinis ponitur Epicyclus, ut ex Obſervatoris loco æqualis magnitudinis videatur, ac ex eadem diſtantia videretur ejuſdem loci vera Orbita. Sin Incola hemiſphærii Lunæ, cui Terra imminet, motûs ſui domicilii circa Terram Terræque circa Solem gnarus ponatur, & obſervationes inſtituere poſſit æque accuratas ac quæ à Terricolis fiunt; poterit hic Solis, Planetarumque Syſtematis Solaris, Magnitudines & Diſtantias mutuas cum ſuarum rerum magnitudinibus & diſtantiis exacte ſatis comparare. Nam ſuæ ſedis Diametrum metiri poterit, ſimiliter atque nos Telluris noſtræ. Porro, Telluris Diſtantiam facile cum Lunæ Diametro comparabit; nam Lunæ Diameter ſubtendit angulum ſatis ſenſibilem ad Tellurem, nempe gradûs ſemiſſe expreſſum: Atque Diametrum Orbis ſui circa Terram tanquam ſcalam adhibebit, quâ reliquorum corporum mundanorum Diſtantias exquirat. Hæc enim ſubtendit angulum ad Solem gradûs triente expreſſum, poſitâ parallaxi Solis è Terra viſi 10″ tantum; qui vero ad Martem Soli oppoſitum ad gradûs fere beſſem aſcendit, & ad Venerem Soli conjunctam & retrogradam ſeſquiquintum gradum excedit. Porro, Lunicola iiſdem modis exquiret rationes inter Planetarum primariorum Diſtantias à Sole, quibus Terricola; notis vero Diſtantiis, ex Planetarum Diametris apparentibus illorum Magnitudines eruet.

PROPOSITIO IX.

P *Ræcipua Telluris Phænomena Oculo in Luna collocato viſa deſcribere.*

In Luna duo ſunt Hemiſphæria omnino diverſa, immo contraria, reſpectu Phænomenon, de quibus Propoſitione hac agitur. In altero enim Lunæ Hemiſphærio Terram perpetuo vident, in altero nunquam; niſi quod prope horum limites tractus ſit, cujus incolis

Terra nunc paululum ſupra Horizontem aſſurgat, nunc, retrogreſſa quaſi, ſub eundem rurſus ſubſidat. In Hemiſphærio unde Tellus videtur, hæc in eodem Cœli puncto quaſi clavo affixa cernitur, (præterquam quod inde paululum in hanc vel illam partem moveri, & ad locum priorem motu libratorio redire cernatur,) dum interim ſpatio Nychthemeri Sol & reliqua Sydera ad illam ab oriente appellunt, inde poſtea ad occidentem transferenda. Et appellens Sydus prope Telluris in æthere pendentis marginem non extinguitur ſubito, ſed paulatim caligine quaſi offuſcatur, & tandem poſt Terram ſe recipiens Lunicolæ videri deſinit; quod ab Atmoſphæra Terræ circumfuſa procedit, per quam *ſc.* Syderis radii ad Oculum propagati ſuffocantur fere. Porro, dicti Hemiſphærii Lunaris incolarum quibuſdam Terra perpetuo ſupra caput defixa videbitur; atque hi ſunt qui dicti Hemiſphærii meditullium occupant: quibuſdam vero ad ſeptentrionem, aliis ad auſtrum, quibuſdam ad orientem, aliis ad occidentem videbitur declinare, minus aut magis prout habitatio à meditullio in hanc vel illam plagam minus aut magis diſtat; donec tandem limitis prædicti, bina Lunæ Hemiſphæria dirimentis, incolis Tellus in Horizonte appareat, alterâ ejus medietate montis igniti inſtar exſtante: Qui vero in Lunæ circulo habitant, qui per Polos dictique Hemiſphærii meditullium tranſit, Tellurem in Meridiano ſemper habent.

Cernunt & Geoſcopi hi Tellurem quindecuplo majore Orbe quam nos Lunam, in loco ſuo quieſcentem, ſed circa Axem ſuum interea rotatam, & maculas (quas ruditer in quaſdam figuras diſtribuent, ut vulgus faciem hominis in Orbe Lunæ imaginatur) ab ortu in occaſum ferri videbunt, inque ſitum redire priorem, parte circiter vigeſimâ nonâ Nychthemeri. *Keplerus* ex iſta revolutione *Volvæ* nomen Telluri ab illis inditum fingit in *Aſtronomia Lunari*; cum illi proculdubio ſedem ſuam *Veſtam* habeant loco non movendam, & globum noſtrum in æthere pendulum inter Aſtra numerent, quem proinde alio nomine quam Telluris infigniunt: iſtius igitur Hemiſphærii, Volvæ ſubjecti, incolas appellat *Subvolvas* & *Subvolvanos*, alterius vero, qui ejus ſpectaculo privantur, *Privolvas*; quæ nomina & nos etiam in poſterum uſurpabimus. Præter prædictam Volvæ revolutionem, eſt & altera quaſi ejuſdem nutatio, quâ nunc ſui Polum borealem Lunicolis oſtendit, nunc auſtralem, idque unius Diei ſpatio. Nam cum arcus Sagittarii ad Volvam per motum primum appellit, videbunt Lunicolæ (ii præſertim qui ad boream ſunt) Volvæ Polum ſeptentrionalem, & maculas parteſque lucidiores circa hanc poſitas, quæ per aliquot Volvæ revolutiones poſt Volvam ſe non recipient, dum interim quæ ad ejus Polum auſtralem poſitæ ſunt notæ in conſpectum non veniunt: Poſt elapſam Nychthemeri ſemiſſem, Caſtore ad Volvam revoluto, latebunt ſeptentrionales Volvæ notæ & auſtrales in conſpectum prodibunt.

Volva

Volva hæc Lunicolis similiter crescit decrescitque, similibusque Phasibus, & propter easdem rationes, atque nobis Luna; sed & eadem Phasium periodus, quam nos Mensem, illi Diem naturalem appellant. Illis quibus Volva in Meridiano videtur Novivolvium est ipso Meridie, prima Quadra vespere, Plenivolvium mediâ Nocte, & ultima Quadra mane. Qui sub altero quovis Meridiano degunt à Meridiano prædicto (qui præcipuus est, & propter situm *Circulus Medivolvanus* Lunicolis post *Keplerum* nominandus) in ortum vel occasum distante, idem habent cujusque Phaseos momentum diverso Horarum numero insignitum, secundum Meridiani sui distantiam à Medivolvano circulo, & Horarum numerum in quas Diem dispescunt; idcoque Phases Volvæ Horas notant, cui proposito distantia Solis à Volva, de Die observata, etiam inservit. Unde Volva hæc Horologii omnibus Subvolvanis expositi vices gerit: Etenim ex Phasium suarum diversitate, ex Solis Fixarumque ad illam appulsu, ex Poli quem ostendit nomine, ex Macularum denique suarum celeri motu; (nam Volvæ partes notabiles, Montes nostri, Lacus, Insulæ, Maria &c. etiam citra illustrationem immediatam à Sole, in conspectum veniunt, præsertim paulo ante vel post Novivolvium, sicut nobis Lunæ partes ante & post Novilunium, licet cæteris paribus non tam clare, propter minorem illustrationem per reflectionem à minore Luna factam, quam à majore Terra;) Diem Noctemque (longissimas quidem eas) in partes satis multas commode dividit. Sed & hæc eadem Volva Anni partes ostendit satis luculenter modo sequenti: Cum tempore *Æstatis* Europæ incolis, Polus Telluris arcticus annuat ad Solem, & integra Zona frigida arctica à Sole per plures dies illustrata maneat, sitque Tellus nostra Lunicolarum Volva cujus Polus iste, magnaque circumcirca regio, aliquâ cujusvis Nychthemeri parte videtur; patet, cum maxima regio Volvæ circa ejus Polum arcticum jacens illustrata Lunicolæ videtur, tunc Solem è Luna visum iri ad constellationem Geminorum, eamque esse Anni tempestatem quam borealis hemisphærii Terræ incolæ *Æstatem* dicunt, & in hoc casu Lunicolæ nostræ Telluris aridam, & circumfluum mare, circum Polum boreum jacentia clare videbunt, quæ nos adhuc ignoramus. Post Anni quadrantem Solis illustrationem ad utrumque Volvæ Polum terminatam cernet; elapso alio Anni quadrante, regiones Volvæ antarctico Polo subjectas, nobis penitus ignotas, à Sole illustratas videbit; & post alterum quadrantem, illustratio ad utrumque polum iterum pertinget. Anni tempestates etiam distinguet pro diversa claritate qua *Scania* & *Scythia*, *e. g.* apparent; quippe quæ proculdubio, cæteris paribus, major erit hyeme, cum nive obducitur, quam æstate: Atque hæc claritatis differentia magis erit conspicua in mari, quod Volvæ Polo vicinum est; quippe quod æstate nostrâ maculam refert, hyeme partes lucidissimas claritate adæquat.

Lunicolis contingunt Solis & Volvæ Eclipses, sicut Terricolis Solis & Lunæ, & iisdem temporibus, non sine aliquo tamen discrimine.

mine. Nam ſicut nobis Lunæ Eclipſis contingit tempore Plenilunii, ita illis Volvæ Eclipſis tempore Plenivolvii; & ſicut nobis Sol videtur deficere tempore Novilunii, ita illis tempore Novivolvii: Sed licet Terricolis Luna tota deficere videatur, Lunicolis Volva Defectum totalem nunquam patitur; tranſit etenim, ipſis ſpectantibus, per Volvæ diſcum ab ortu ad occaſum macula quædam parva & rubicunda ipſas Volvæ nativas maculas velocitate præveniens; quandoque per diſci centrum, quando quatuor ex horis noſtris in tranſitu inſumit; ſæpius præter illud, quando ſpectaculum minus eſt diuturnum.

Solaris Deliquii cauſa eſt ipſis Volva, plane ut nobis noſtra Luna; & quando nobis deficit Luna, Lunicolis partis deficientis incolis deficit totus Sol: ſæpius vero fit ut Lunicola (præſertim prope limites Subvolvarum & Privolvarum degens) partialem Solis Defectum videat, cum nobis Luna pleno orbe apparet, Telluris penumbrâ Lunæ lumen ſenſibiliter non extinguente. Similiterque fit ut cuidam Terræ tractui Sol ex parte deficere videatur, cum interim Lunicola Volvam nihil pati cernat: Quando vero nobis eſt Lunæ Defectus totalis, Sol omnibus Lunicolis plane deficit. Cum Volvæ diameter quadruplo major ſit Solis diametro, Sol plene à Volva tegetur & diu, quod nobis per Lunam fieri nequit; immo totalis erit & etiam diuturnus Solis Defectus, quando non eſt centralis. Incolæ hemiſphærii Lunæ, cui Volva imminet, crebriores Luminarium Eclipſes vident quam incolæ dati hemiſphærii Telluris noſtræ; Subvolvani enim ſoli omnes Eclipſes vident, Privolvæ nullas, cum magna pars Eclipſium Terricolis viſarum ad oppoſitum hemiſphærium tranſeat. Eclipſis Solis totalis prius deſcripta Lunicolis licet frequens, non poteſt non eſſe admodum notabilis; hoc namque ſolo tempore lumine penitus deſtituuntur Subvolvani: Superius enim oſtenſum eſt Medivolvanis primam eſſe quadram ad Solis occaſum, ultimamque ad Solis ortum; unde totâ nocte fulgens Volva, quindecies illis major quam nobis noſtra Luna, tenebras potenter diſcutit. In Solis autem Defectu totali Sol ſimul & Volva extinguuntur, & meræ ſunt tenebræ. At huic incommodo ſua ſunt remedia; nam Solis radii, in circumfuſa Volvæ atmoſphæra refracti, efficiunt ut ipſum corpus Solis ampliatum, & quaſi majore diametro, colore tamen ad oras (quæ ſolæ videntur) ferrugineo, cernatur à Lunicolis radios hoſce refractos excipientibus; unde tenebræ totales vix ingruunt, niſi cum Solis Eclipſis proxime centralis contingit, idque non niſi parvo tempore circa Eclipſeos medium. Si vero contingat montem altiſſimum, extra Volvæ atmoſphæram fere exſtantem, in margine Volvæ reperiri; ille, in quem montis iſtius umbra incidit, Solis lumen penitus amittet, nec refractionis radiorum Solarium, ad Volvæ atmoſphæram factæ, beneficio fruitur: quique eminus Volvæ umbram in Lunæ diſcum exceptam cernit, maculam nigerrimam iſto in loco videbit. Ex altera parte, nulla eſt hic tenebrarum in Solis

lis Eclipsi imminutio propter illustratam Spectatoris atmosphæram, quippe nullam.

Porro, tempore Defectûs Solis, Lumen utrinque acuminatum ab utroque Solis latere secundum Eclipticam protensum (de quo Schol. Prop. VIII. Lib. II. dictum est) clare à Lunicola videbitur, si corpusculorum congeries lentiformis illud producens tum existat: immo Lumen hocce etiam extra Eclipsin cernetur, si Sol ab Oculo arceatur per interpositum aliquod corpus opacum; Oculus namque in Luna positus non afficitur radiis ab ambiente illustrata atmosphæra reflexis, cum nulla Lunam ambiat, quod exinde verisimile est, quod illa tam præcise circumscripta videatur, nec ad extremas oras evanida ac velut lanugine finita; quodque Stellæ margini ejus propinquæ minime sint offuscatæ, sed, donec penitus tegantur, vividæ & fulgentes. Propter ipsam hanc atmosphæræ absentiam, nullum erit Lunicolis Crepusculum, ante Solis (saltem splendentis atmosphæræ Solaris) ortum, aut post ejus occasum; cessante nimirum causâ, quæ illud apud Terram producit: porro nulla Syderibus Refractio continget, neque hinc orta locorum mutatio.

Hactenus supposuimus Volvam Lunicolis immotam in Cœlo stare, quia revera fere sic fit: At motum quendam habet libratorium, quo cuilibet Lunicolæ nunc nonnihil in hanc partem, nunc, in locum priorem reversa, in oppositam postea moveri videtur. Motus autem hic Volvæ libratorius in duos commode dividitur: Vel enim Volva in austrum & boream super eodem latitudinis circulo librari videtur; vel in ortum & occasum super Ecliptica. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cum Sol in ipsa Ecliptica videtur, sive rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum transire, hoc est, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta descendente, versatur; in quo casu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut superius explicatum. Post Defectum, Sol motu communi in occasum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapso nychthemeri Lunaris fere quadrante, *sc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conspectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum australem in Privolvarum statum reducetur, ex quo tempore Volva in suos passus regressa ad Eclipticam revertetur, temporis spatio aliquantum minore quam est nychthemeri Lunaris semissis. Postea versus austrum tantundem excurret, & australis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream; & ante nychthemeron absolutum ad Eclipticam secundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & austrum perficitur spatio temporis, non tantum nychthemero minore, sed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digressæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur; atque Volva, ad Eclipticam secundo regressa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis occiden-

cidentalibus quam ſunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectûs Solaris, à quo computationem inchoavimus. Poſt aliam integram hujuſmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc occidentalioribus conjungetur, atque ſic porro, ita ut, non niſi poſt novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinatura cum iiſdem rurſus Fixis deprehendatur. Ex diverſa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & nychthemeri fit, quod elapſo nychthemeri ſemiſſe poſt Eclipſin Solis centralem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipſis. Nam promoto Sole ad oppoſitionem cum Volva (hoc eſt, in Plenivolvio, in quo ſolo dicta Eclipſis contingere poteſt) Volva modo Eclipticam tranſgreſſa (nam aliquanto prius illam attigerat quam Sol Volvæ opponeretur) in auſtrum eouſque librando proceſſit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipſin tum videbit, ſi verſus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo ſolo caſu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio inſequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva, Lunicolis minutiora obſervantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas ſpatio fere nychthemeri Lunaris abſolvitur; accuratius vero ſpatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, ſupra quem in boream & auſtrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipſa Volva ad occaſum à prædicto circulo deviabit per nychthemeri quadrantem fere, per ſequentem quadrantem ad eundem reverſura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rurſus in ortum deviabit, ejuſque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Ecliptica (quando rurſus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cum maxima, erit circiter 5^{gr}; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in occidentem promovebitur relicto oriente, nunc in orientem relicto occidente, ſicut per priorem in boream & auſtrum. Atque Volva, poſt perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum iſtum ſuum latitudinis circulum, medium nempe inter extremos quos librando attingit, reverſa (quo temporis ſpatio ex minima fit maxima, & rurſus ad priorem ſpeciem minimam redit) conjuncta videbitur cum Fixis magis orientalibus, quam ſunt illæ quibuſcum jungi videbatur cum prius in eodem appareret: atque rurſus poſt ſequentem ad orientaliores; & ita porro, donec poſt novem fere annos Volva & minima & iiſdem Fixis conjuncta videatur, & in proprio circulo latitudinis, inde ad occaſum mox librando digreſſura. Verum neutra harum Librationum ſibi ipſi perpetuo æqualis deprehenditur, ſed Libratio in latitudinem maxima eſt diebus, qui alterutrius Luminaris Eclipſin proxime circumſtant; minima in diebus, qui ab Eclipſibus remotiſſimi ſunt:

sunt: & Libratio in longitudinem maxima est, cum Volva in syzygia Solis maxima apparet vel minima; minima vero, cum Volva maxima vel minima est in Solis quadrato.

PROPOSITIO X.

Phænomena præcipua Oculo in Jovis aut Saturni Satellitum aliquo posito visa describere.

Phænomena Solis aliorumque Planetarum primariorum, præter suum, ex Jovis aut Saturni Satellite aliquo visa, similia erunt eorundem phænomenis ex Luna nostra visis, si Satellites isti, hujus instar, rotantur circa proprios Axes; nimirum quisque super Axem ad planum Orbis Primarii circa Solem proxime perpendicularem, & periodo æquali periodo dicti Satellitis circa suum Primarium, ut verisimile est. Advertendum interim, quod licet ex Jove nullus cernatur primarius Planeta præter Saturnum, & ex Saturno nullus præter Jovem, tamen ex Jovis Saturnive Satellitum aliquo omnes conspici poterunt. Ideo namque Martem, Marteque inferiores è Jove conspici posse negavimus, quod Jovi circumfusam supponamus atmosphæram nostræ atmosphæræ similem, ex cujus illustratione per Solem fiat, quod Planetæ Soli propiores quam 20^{gr} visum non afficiant. At si istorum Primariorum Satellites Telluris Satelliti similes ponamus, carebunt & illi atmosphærâ, quâ nostram Lunam destitui diximus: igitur & Soli satis propinquos Planetas cernet Oculus in eorum aliquo positus, nisi impediat Solis atmosphæra splendens; ipse vero Mercurius è Saturno visus ad distantiam 3^{gr} à Sole elongatus quandoque videbitur. Cumque Solis semidiameter apparens è Saturno sit circiter $90''$, patet Mercurium extra atmosphæræ istius limites à Sole evagari; & proinde tum videri posse Oculo, cui non obstat atmosphæra sibi circumfusa, hoc est, ab Oculo in Satellite Saturni posito, cui Mercurius magis adhuc (licet admodum parum) à Sole elongatus videbitur quam ipsi Saturno. Phænomena porro Jovis ex Jovis Satellite, Saturnive ex ejus Comite, visa similia erunt nostræ Terræ phænomenis è Luna visis, nec nisi in Digressionum & Librationum mensuris differunt: *ex. gr.* Subvolvanis cujusvis è Jovis Satellitibus Volva non videtur librare in austrum vel boream ab Ecliptica per 3^{gr}; cum tamen Libratio Volvæ in latitudinem è Saturni Satellite visa, ad plusquam 30^{gr} extendatur. Sed tam in hisce quam in illis, Libratio in longitudinem aut nulla est aut insensibilis, si quidem Orbitæ Satellitum Jovis & Saturni sint proxime circulares.

Quæ incolæ alicujus è dictis Satellitibus apparent phænomena, à phænomenis in nostra Luna apparentibus maxime diversa, ea sunt quæ reliqui sui Primarii Comites ostendunt. Nam si quis sit Comes Volvæ propior quam est is in quo Oculus collocatur, hic nunquam Volvæ oppositus cernetur; sed prope illam perpetuo hærens, Penduli instar libratus, nunc in occidentem, nunc in orientem digreditur à Volva, describens maximi circuli arcum, quem Volva bisecat;

cat; & ſi plures tales fuerint, hic in minorem arcum hinc inde excurrit, ille in majorem, atque hi mediis Subvolvanis nunquam occidunt, mediis Privolvis nunquam oriuntur. Quibus vero Volva eſt paulo infra Horizontem ortivum aut occiduum, iſti in ortu vel occaſu aſſurgentes verſus Meridianum rurſus in ſuos paſſus regreſſi in eodem loco occidunt. Si quis ſit Volvæ Comes, ab ipſa remotior eo in quo ponitur Oculus, hic Privolvis ſemel in nychthemero videtur, mediis Privolvis & Subvolvanis oritur occiditque lentiſſime, & ad Meridianum perveniens, his celerius in occaſum vergere videtur, illis tardius; unde judicium fiet de incolis interjectis. Interim horum Volvæ Comitum quivis Solem deficere facit; & ipſe viciſſim deficit, vel dum in Volvæ umbram incurrit, vel dum in Satellitis Oculi ſedis umbram, vel dum in alterius è Comitibus umbram incidit: Verum Defectuum iſtorum variorum ſymptomata & tempora, aliaque quam plurima quæ huc congeri poterunt, cuivis proclive erit invenire.

COROLLARIUM.

Ex præcedentibus decem Propoſitionibus ſequitur Aſtronomiam eſſe omnium ſimpliciſſimam Oculo in Sole conſtituto. Si enim in centro locatur, Syſtema verum ab apparente non differt; ſi in ſuperficiem elevetur, etiam Planetarum ſex primariorum Diſtantias à ſuo domicilio cum menſuris ſuis comparare valebit, & inde eorum pariter ac Comitum Magnitudines definire. Falſo quidem omnia ab ortu in occaſum ferri cenſebit; at ſi domicilium ſuum, circa eundem axem, in plagam oppoſitam rotatum ſupponat, eum unicus hic & ſimplex motus ab apparente ad verum Syſteam reducet.

Oculo in aliquo ſex Primariorum conſtituto Aſtronomia magis eſt compoſita difficiliuſque condenda; duplex quippe motus domicilio ſuo (refragantibus ſenſibus) eſt tribuendus, ut verum Syſtema eruatur, utque proportio Orbium Planetariorum inter ſe innoteſcat. Ad hoc omnium ineptiſſimus eſt Mercurius, cum nullum Comitem habeat unde cujuſvis Cœleſtis corporis opacitatem certo concludat; nullum ſe inferiorem Primarium, quo alicujus ſaltem revolutionem circa Solem ex ejus Phaſibus percipiat. Mars & Venus comitibus carent, inferiores obtinent; & ideo minus inepti quam Mercurius; minus etiam apti quam Tellus, quæ utroque commodo gaudet. Jupiter Comitibus licet abundet, inferiorem non cernit, niſi viciniorem Soli diſtinguere valeat quam Terricola: Saturnus è contra nullum ſuperiorem, unicum inferiorem agnoſcit. Ideoque nullus è Planetis primariis tot, à varietate caſuum, ſubſidia habet ad genuinum Syſtema Solare detegendum, indeque proportionem Orbium Planetariorum inveniendam, atque Tellus.

At detecto Syſtemate, Planetarum Magnitudines Diſtantiæque ægre admodum parumque accurate cum menſuris ſibi notis à cujuſvis Primarii incolis comparabuntur. Ad hoc opus omnium aptiſſimus videtur Jupiter, tum Venus, Saturnus, Mercurius, & omnium ineptiſſi-

ineptiſſimus Mars: Quis locus autem in hoc negotio Telluri ſit tribuendus incertum eſt, cum angulus ad Solem, quem Telluris diameter ſubtendit, hactenus ex analogia potius quam ex obſervatione æſtimatus ſit. Magnitudo Syſtematis Solaris olim forſan ex Cometarum obſervationibus primo patebit: Si enim, per aliquam ex methodis Lib. II vel III. traditis, innoteſcat diſtantia Cometæ prope Terram trajicientis, cujus Orbita poſitione & magnitudine ex Lib. V. datur, invenietur magnitudo Orbitæ cujuſvis Planetæ aut Cometæ, cujus nota eſt Periodus.

Oculo in ſecundariorum Planetarum aliquo collocato Aſtronomia intricatior eſt & difficilior. Ad hanc enim ſecundum apparentias condendam opus erit primo Mobili Cœleſtia omnia ſpatio nychthemeri ab ortu in occaſum rapiente: Sed nec hoc ſatis erit; nam Volva iſti primo Mobili non obtemperat, Cœleſtis licet ſit; & in Jovis vel Saturni Satellite, Cœleſtium (Volvâ inferiorum) aliqua per primum Mobile circumaguntur, aliqua non item. Porro, ad ſecundos motus demonſtrandos adhibere oportet Deferentes, Epicyclos & Epicyclo-Epicyclos, & hos omnes mutare ſæpius neceſſe habebit Aſtronomus; unde illi Syſtema maxime compoſitum erit, & calculus intricatiſſimus. At Geographiam & Navigationem feliciter excercebit: præterquam enim quod omnia ex Geometria petita ſubſidia adhibere, quodque Latitudinem loci cujuſvis ſimiliter exquirere poſſit atque nos noſtrorum, Longitudinem à Meridiano immotæ Volvæ ſubjecto computabit, & Diſtantiam Meridiani cujuſvis loci, in Subvolvarum hemiſphærio, à primo Meridiano immediate obſervabit; quod in Planeta primario æque bene non procedit, nempe cui nihil immotum in Cœlis eſt præter Polos primi motûs. Hæc omnium accuratiſſime in Jovis Satellitum aliquo fiunt, cui *ſc.* Volva fere immota manet; minime accurate in Luna noſtra, cui Volva non tantum in latitudinem libratur (ut incolis Lunarum Saturniarum contingit) ſed etiam in longitudinem; adeo ut ad Longitudinem loci Lunaris ex Volvæ obſervatione deducendam opus ſit theoriâ Librationis Volvæ. Porro, per obſervationes in diverſis domicilii ſui locis eodem momento factas, Volvæ aliorumque Volvæ Comitum Diſtantiæ elicientur, quæ ægre aliter (niſi forte ex valde diverſa Magnitudine apparente horum Comitum) conſtarent, unde Comitum motus circa Volvam eluceſcet; eritque hic primus gradus ad veri Syſtematis cognitionem. Nam Phaſium varietas, quæ hujuſmodi motum Veneris & Mercurii circa Solem Terricolis detexit, locum hic non habet.

Si tandem Satellitis alicujus incola domicilii ſui circa Volvam, & Volvæ circa Solem motum agnoſcat, ſedem obtinet Aſtronomiæ colendæ accommodatiſſimam: Nam, præter Geographiam accuratiſſimam Aſtronomiæ admodum neceſſariam, propter atmoſphæræ abſentiam nubes aut nebulæ obſervationes nunquam impediunt, Sydera interdiu æque ac noctu, Planetaſque omnes etiam Soli propinquos obſervare poterit; ideoque, ſi qui ſint, Mercurio inferiores

nobis inviſos videbit, & Aſtronomiam in tantum augebit. Præterea Sydera abſque Refractione (quippe facta in atmoſphæra Obſervatori circundata) obſervabit; hæc vero ſola Terricolarum obſervationes adeo turbat, ut de minutioribus angulis capiendis pene deſperatum ſit. Porro, Volva in loco ſuo rotata Horologii omnibus Subvolvanis ſpectandi vices gerit, & hujus ope obſervationum momenta commode notantur. Omnium Satellitum maxime commoda in hunc uſum videtur Luna Telluris comes: Nam ejus Aſtronomia apparens (qualem eſſe naſcentem omnem Aſtronomiam neceſſe eſt, niſi verum Syſtema divinitus innotuerit) minime compoſita aut perturbata erit, quia alius nullus Comes Tellurem ambit; unde facilius ad verum Syſtema perveniet. Et licet diameter Orbitæ extimi Satellitis Jovis aut Saturni ſubtendat angulum ad Solem fere æqualem illi, quem ſubtendit diameter Orbitæ Lunaris, adeoque Diſtantia Solis à Jove aut Saturno, per obſervationes in horum Satellitibus extimis inſtitutas, fere tam exacte definiri queat, atque ejus Diſtantia à Tellure per obſervationes in Luna factas; tamen cum Solis Diſtantia innoteſcat ex nota cujuſvis Planetæ primarii Diſtantia, Satellitis Jovis incola ſibi proximum Primarium, nempe Martem Soli junctum & retrogradum, ad dictam inquiſitionem eliget, ſicut nos Venerem ſimiliter poſitam: Angulus autem, quem diameter Orbitæ Lunaris ſubtendit ad Venerem Telluri proximam, fere triplo major eſt angulo, quem diameter Orbitæ extimi Satellitum Jovis ſubtendit ad Martem Jovi proximum.

FINIS.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [512] - 494

Index Sectionum.

LIBER PRIMUS.

De Mundi Syftemate.

Sect. 1 DE Ordine, Diſtantiis, & Periodis Planetarum primariorum circa Solem gyrantium, & Phænomenis inſignioribus inde ortis. Pag. 1

2 De Directione Virium, quibus Planetæ primarii in Orbibus ſuis retinentur. 12

3 De Ordine, Diſtantiis & Periodis Planetarum ſecundariorum circa Primarios revolventium, & horum Phænomenis; deque Directione Virium, quibus in Orbitis ſuis retinentur. 15

4 De Periodis Planetarum primariorum circa Solem, ut & Secundariorum circa ſuum Primarium reſpectivum, inter ſe collatis, & eorundem Diſtantiis etiam inter ſe collatis; habitudine, ejuſque ratione & cauſis. 26

5 De Planetarum primariorum Motu circa proprios Axes, & Phænomenis hinc ortis. 35

6 De Planetarum & Cometarum Orbitis, harumque Figura; deque Virium Lege requiſita, ut illi in ejuſmodi Orbitis moveantur. 41

7 Planetæ & Cometæ in Orbitis ſuis retinentur per Gravitatem, eadem lege per univerſum Syſtema Solare propagatam. 57

8 De Motu Corporum ſe mutuo attrahentium, hujuſque ſymptomatibus; quæ omnia ad Syſtema Solis & Planetarum primariorum applicantur. 62

9 De Motu Syſtematis corporum circa aliud corpus revolventis; quæ omnia ad Syſtema Solis, & Planetarum primariorum & ſecundariorum applicantur. 69

10 De Cauſis & Ratione motûs Planetarum à Philoſophis adductis. 79

11 De aliis Mundi Syſtematibus, & Viribus ad illa conſervanda neceſſariis. 104

LIBER SECUNDUS.

De Primo Motu.

1 De Geneſi circulorum Sphæræ, & Vocibus in Aſtronomia uſitatis inde pendentibus. 114

2 De Temporis Diviſione, aliiſque hinc pendentibus. 132

3 De Sphæris, aliiſque Machinis ad Motum primum adumbrandum excogitatis, & earum uſu. 141

4 De determinando, per obſervationes, ſitu & reſpectu, quem circuli Sphæræ ad ſe mutuo obtinent. 153

5 De Stellis Fixis, earumque Locis per obſervationem definiendis, aliiſque huc attinentibus. 159

6 De Primi Motûs Problematibus inſignioribus per calculum reſolvendis. 184

7 De Parallaxi Syderum. 184

8 De Refractione Syderum. 196

9 De Tabulis Primi Motûs & Fixarum Libro Secundo innixis. 202

LIBER TERTIUS.

De Theoria Planetarum Primariorum.

1 Generalia ad Planetarum omnium Theoriam ſpectantia. 207

2 De Telluris Orbita determinanda, & Theoria Telluris è Sole viſæ, ſive Solis è Tellure. 219

3 De reliquorum Planetarum primariorum Orbitis determinandis, & horum cum è Sole, tum è Tellure ſpectatorum Theoria condenda. 231

4 De Planetarum Elongatione maxima à Sole, Directione, Statione & Retrogradatione. 245

5 De Planetarum primariorum Tabulis, & earum Uſu. 253

6 De Orbium planetariorum Magnitudine. 259

7 De Magnitudine & Denſitate Solis & Planetarum primariorum. 263

8 De Figura Solis & Planetarum. 268

9 De Diſtantia Fixarum. 273

LIBER QUARTUS.

De Theoria Planetarum Secundariorum.

1 De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita Primario ſuo eſt concentrica. 282

2 De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum ejus Orbita excentrica eſt à ſuo Primario. 285

3 De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Planum Orbis ab illo circa Primarium deſcripti inclinatum eſt ad Planum Orbis à Primario circa Solem deſcripti. 305

4 De

4 *De Erroribus quos Sol producit in motu Satellitis, cum Primarius movetur in Orbe excentrico circa Solem.* 311
5 *De Motu Lunæ è Terra spectatæ.* 316
6 *De Tabulis Lunaribus & earum Usu.* 322
7 *De Eclipsi Lunæ.* 338
8 *De Eclipsi Solis.* 351
9 *De Motibus Satellitum circa alios Primarios præter Terram revolventium.* 370
10 *De Motu Satellitum circa propria centra respective.* 375
11 *De Magnitudine & Densitate Satellitum.* 378
12 *De Figura Satellitum & Primariorum ex mutua Gravitate oriunda.* 381
13 *De Saturni Annulo, ejusque Phasibus.* 389

LIBER QUINTUS.
De Cometis.

1 *Generalia de Cometis.* 397
2 *De determinandis Cometæ Via & Loco apparente prope veris.* 412
3 *De vera Cometæ Trajectoria determinanda.* 421
4 *De Cometæ Loco tam Heliocentrico quam Geocentrico in Trajectoria prius determinata ad Tempus datum inveniendo; deque Tabulis ad Cometarum Motus expedite definiendos necessariis.* 452

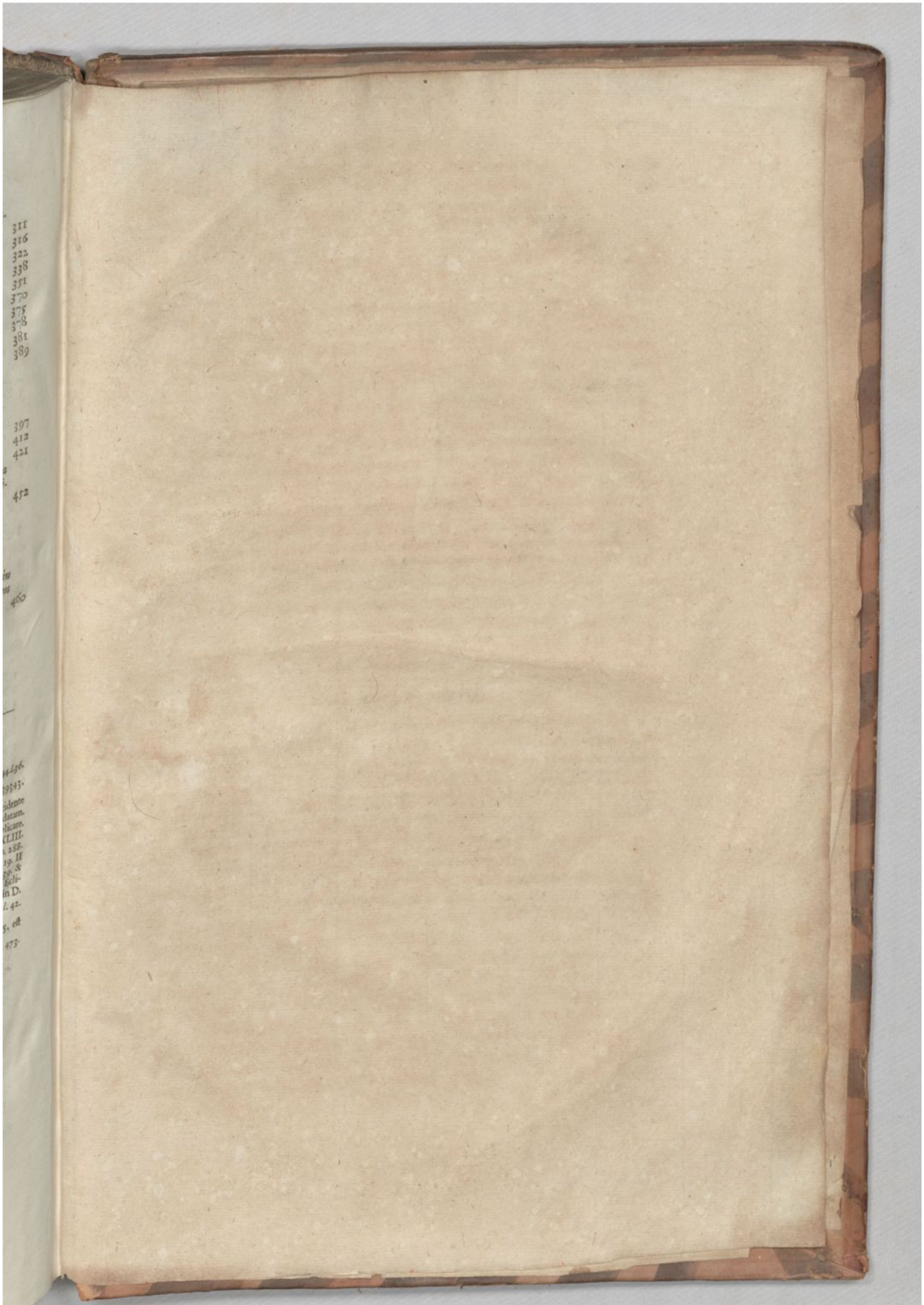
LIBER SEXTUS.
De Astronomia Comparativa.

In quo insigniora Mundi Phænomena, Oculo in Sole, Planeta quovis, ejusve Satellite, aut in Cometa constituto conspicua exponuntur: ubi, occasione datâ, variorum Mundi Systematum & Theoriarum à Philosophis excogitatarum Ratio explicatur & Natura retegitur. 460

Errata sic emendanda.

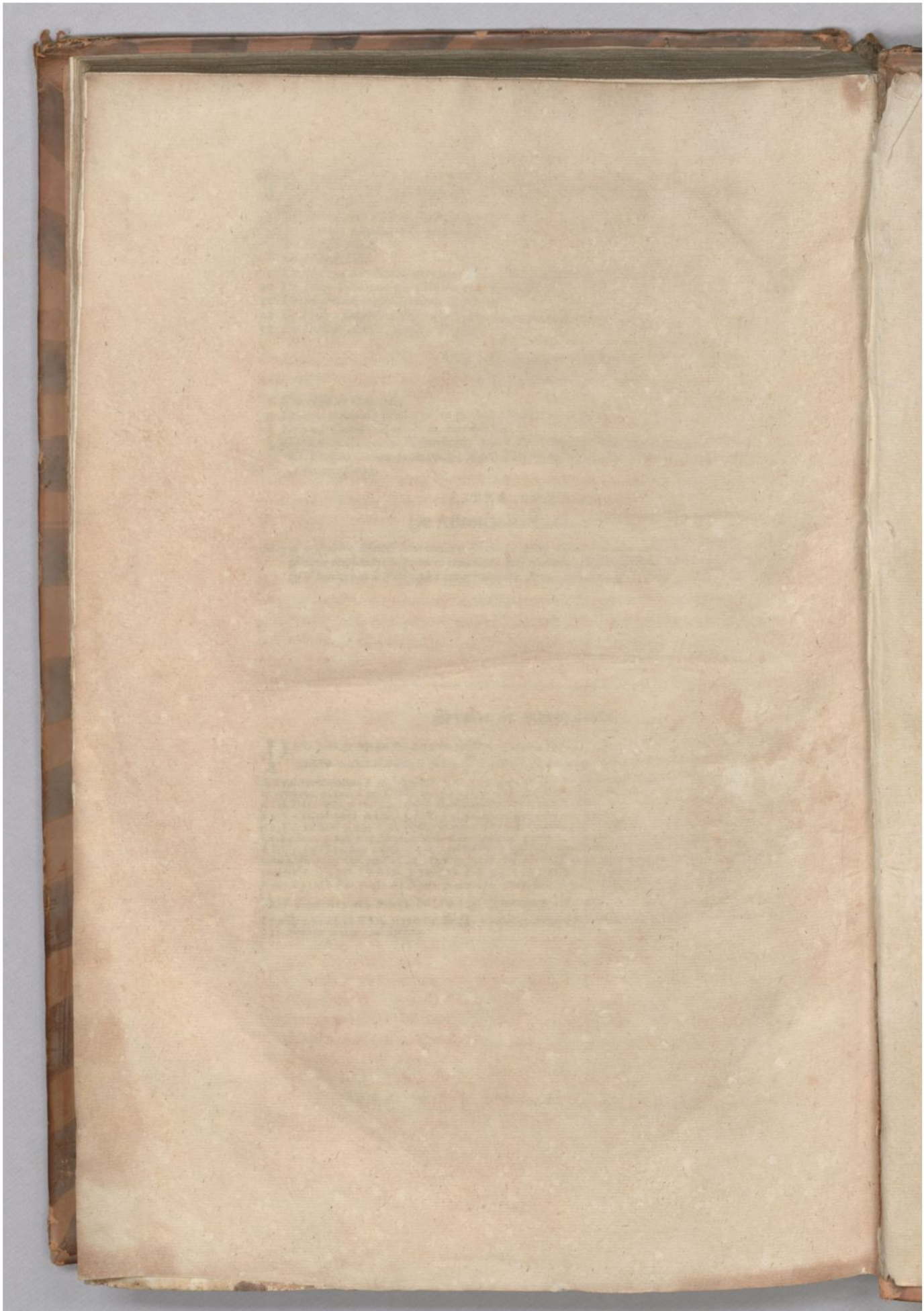
PAG. 3. *lin.* 37. *lege* per ♏. *p.* 17. *lin.* 29. & ♍. *p.* 18. *l.* 4. in S. *p.* 34. *l.* 23. XXVII. *p.* 36. *l.* 2. 83 $\frac{1}{2}$. *p.* 44. *l.* 36. XXXIV. *p.* 51. *l.* 6. focum S. *ib. l.* 9. $\frac{BDq}{RB}$ *p.* 52. *l.* 4. Cubi fuerint æquales. *ib. l.* 5. Quadrata. *p.* 57. *l.* 24. 39343. *ib. l.* 29. semidiameter. *p.* 79. *l.* 33. *Epit.* *p.* 85. *l.* 13. totam. *p.* 93. *l.* 26. quadratorum suarum. *p.* 104. *l.* 34. ab occidente in orientem. *p.* 106. *l.* 10. XLVII. *p.* 134. *l.* 43. 30 & 29. *p.* 136. *l.* 1. spectarent. *ib. l.* 35. deficit. *p.* 147. *l.* 40. datam. *p.* 158. l. 25. ab E. *p.* 181. *l.* 41. circuli crepusculorum. *p.* 193. *l.* 12. L H G. *p.* 196. *l.* 21. A β α. *p.* 215. *l.* 11. explicare. *p.* 218. *l.* 22. *dele* quod. *p.* 219. *l.* 5. Q X. *p.* 222. *l.* 12. angulo. *p.* 230. *l.* 45. XVI. *p.* 231. *l.* 40. priori. *p.* 234. *l.* 28. XLIII. *p.* 238. *l.* 42. S l λ. *p.* 249. *l.* 12. angulus major. *p.* 267. *l.* 16. inventos. *ib. l.* 28. *dele* esse. *p.* 278. *l.* 18. sphæram. *p.* 288. *l.* 2. T e in *n.* *p.* 298. *l.* 15. bis progreditur & bis regreditur. *p.* 308. *l.* 20. producta. *p.* 317. *l.* 41. moto. *p.* 319. *l.* 19. II & III. *p.* 322. *l.* 14. sunt eadem. *p.* 329. *l.* 37. XXVI. *p.* 341. *l.* 6. Semidiameter. *p.* 343. *l.* 12. C ♑. *p.* 347. *l.* 39. & magnitudo. *p.* 361. *l.* 40. puncti C. *p.* 363. *l.* 15. XLIV. *p.* 370. *l.* 5 & 6. Excentricitas minor est ejusque Inclinatio ad Ecliptican major. *p.* 382. *l.* 3. XLII. *p.* 386. *l.* 28. B. *p.* 393. *l.* 31. nondum est. *p.* 402. *l.* 6. spatium E D. *p.* 412. *l.* 25. in D. *p.* 426. *l.* 5. M V F D. *p.* 432. *l.* 1. XXVI. *p.* 447. *l.* 20. area ☿ ♑ S. *ib. l.* 21. ☿ ♑ S & ω ☿ S. *ib. l.* 30. O S ♍. *ib. l.* 42. XXIV. *p.* 448. *l.* 13. in ☿. *ib. l.* 14. ☿ ☌ S. *ib. l.* 35. Trajectoria. *p.* 450. *l.* 19. sive K + $\frac{G-C}{G-g}$ x P. *pag.* 451. *l.* 15. est I + *n* Q. *p.* 454. *l.* 42. V S A. *p.* 455. *l.* 5. Sit ♑. *p.* 471. *l.* 13. nulla est Orbita, sed & ibi Epicyclus & hic Orbita. *p.* 473. *l.* 33. trientem. *p.* 492. *l.* 26. Systema.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 124, [514] - -



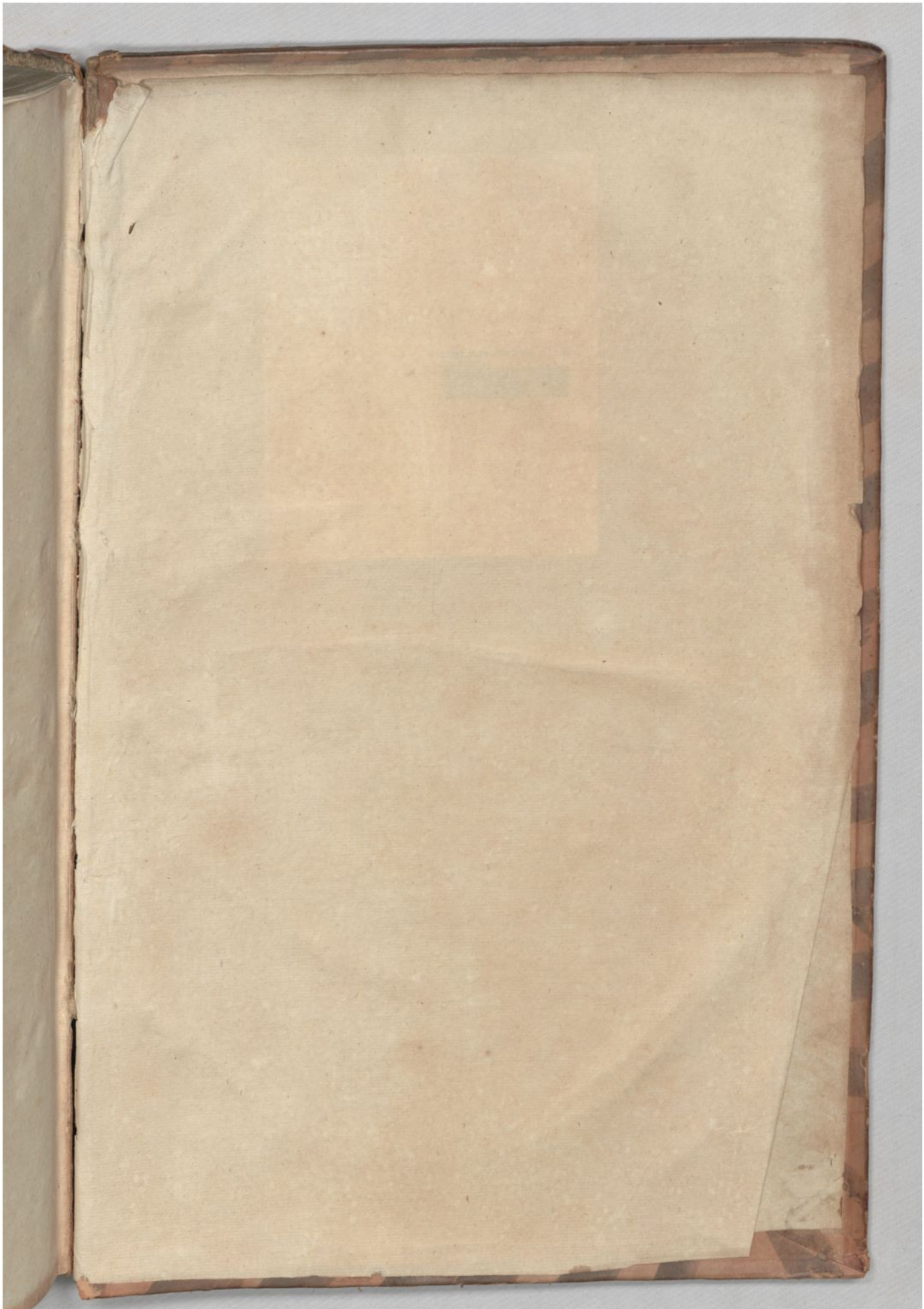
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [515] - -



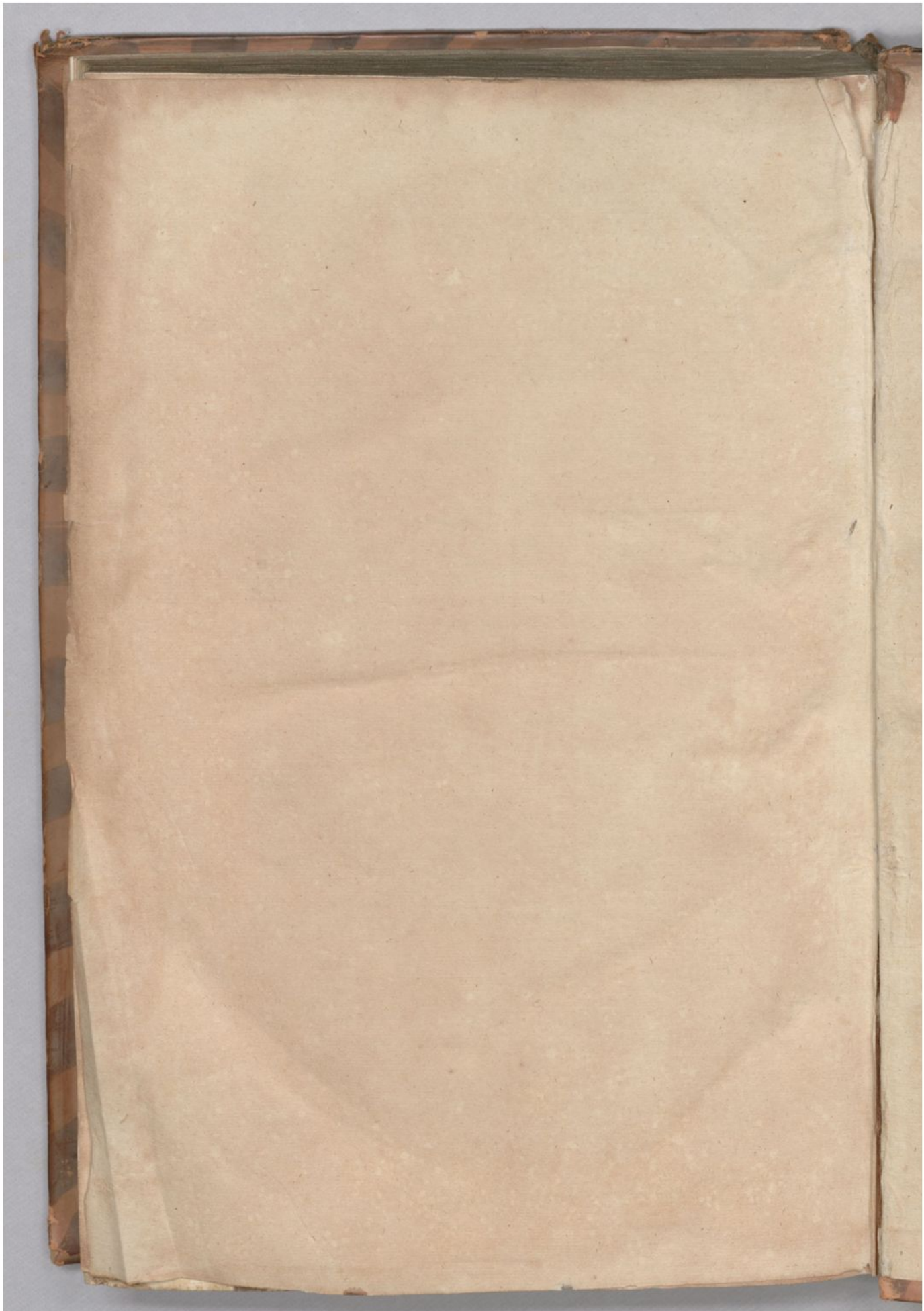
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [516] - -



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [517] - -



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [518] - -

GWLB Hannover 35
036 829 021

IV. 68 a
2°

Niedersächsische
Landesbibliothek
Hannover

431.

7

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [519] - -



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [520] - -



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 124, [S21] - -