

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [1] - -

PUBLIC DOMAIN

Leibn. Marg. 88

Aus dem Besitz Leibnizens (s. Titel der 1. Schrift)

Inhalt

1. J. H. Rahn, Teutsche Algebra, Zürich 1659.
2. J. W. Pauli, Numerus perfectus, Leipzig 1678.
3. J. H. Voigt, Nova arithmetica juridica, Hamburg 1667.
4. [J. Remmelin] Numerus figuratus, sive Arithmetica analytica ... Faulhaberi ars ... refutatus, o. O. 1614.
5. Theorema arithmeticum s., Respondit T. Mengelius cui respondet J. Ozanam Paris 1674.

Malumbra.

Niedersächsische Landesbibliothek Hannover

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [2] - -

PUBLIC DOMAIN

BIBLIOTHECA REGIA HANNOVERANA

Teutsche Algebra/
Oder
Algebraische Rechenkunst/
zusamt ihrem Gebrauch:

Bestehend

1. In Auflösung verworner Mathematischer Aufgaben.
2. In Verhandlung allerhand Algebraischer Æquationen.
3. In Erfindung unterschidlicher nuzlicher Theorematum.

Dem Teutschen Liebhaber Mathematischer Künsten nach einem neuen / und hiebevor niemalen im Trukk gesehenen Methodo zugefallen also verfasset

Durch Johann Heinrich Rahn/Landvogt der Grafschaft Kyburg.

Zu Zürich getrukt/
Bey Johann Jacob Bodmer.
M DC LIX.

Zuschrift.

Den hochgeachten/ woledeln/ gestrengen; ehrwürdigen/ hoch- und wolgelehrten: frommen/ ehren- und nohtvesten/ fürnemmen und hochweisen Herren

H. Joh. Heinrich Rahn/ Burgermeistern Lobl. Statt Zürich.

H. Joh. Heinrich Hottingern/ der heiligen Schrift Doctorn, Assessorn des Churfürstl. Kirchen-Rahts/ Vorstehern des Collegii Sapientiæ, Professorn und Canonico der Stift zu Zürich.

H. Joh. Geörg Weerdtmüllern / des Rahts von der freyen Wahl/ und General-Feldzeugmeistern Lobl. Statt Zürich.

H. Heinrich Peyern / Feldzeugmeistern Lobl. Statt Schafhausen.

Meinen allerseits respectivè hoch- und vilgeehrten großgünstigen Herren/ Herren Vattern/ Vettern/ Schwager- und Gevattern.

Ich

ICh hette mehrfaltige ursach einzuheben / die mich bewegen diß Werklein von der Algebra jemandem; und zwaren E. E. Wht. E. Gstr. eher alß andern zuzuschreiben. Gleich wie in tezi-ger welt alles übel sich häuffet/also hat sonderlich das so gar unanstehndige laster der Tadelsucht bey vilen so vast eingewurzelt/daß sie ihre ungeschikte händ in allem wäschen/auch grad in solchen dingen/ die ihre vernunft nur nicht erreichen/weniger durch-sehen mag/die besser taugten

Sunt quorum ingenium nova tantùm crustula premit. Horat. l. 2.
Item — — — Solùm hoc, mala ne sint vina, laborant. Satyra 4.

Da sie aber solche ihre Tadelart nicht bey iedem an-laaß sehen liessen/besorgten sie/es dörfte den Ruhm ihrer scharffsinnigkeit in etwas verschmählern. Nun sind die menschlichen fehler uns allen anerboren/ und gestehe ich sonderlich gar gern/daß auch män-gel / unordnungen und dunkelheiten disem Tra-ctat eingeruket seyen/darum dann den verlümde-rischen Midas-gesellen um so vil mehr angeholffen seyn wird / ihre Tadelzähn auf mich zuwezzen: ob es schon nicht wol stehet / das jenige zutadeln/ das sie villeichter schwerlich verbessern werden. Hierwider pflegt man sich durch die authoritet sol-cher leuhten zuschirmen/die theils in der verhand-lenden Materi wol erfahren/theils sonsten in ho-chem respect und ansehen stehen/auch von sich selb-

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [5] - -
PUBLIC DOMAIN

sten geneigt sind/ihren freunden und der waarheit den erforderlichen schirm gedeyen zulassen. Dieweil dann solche erforderungen bey E. E. Wht. Ew. und Gestr. sich im höchsten grad befinden; alß erkühne ich mich dises Werklein unter dem nam̃en ihrer hochansehenlichen Ehren-personen an das liecht kommen zulassen/ und zugleich ihrem schirm und hochgültigen patrocinio, mit bester recommendation zuuntergeben. Darzu bewegt mich fehrners / daß ich ihren Ehren-personen vilfaltig verpflichtet bin/da mir anhero die mittel gemangelt/ durch untertähnige und dienstgeflissene erstattungen etwelcher maassen mich zuentburden: an dessen statt / und in verlangung und außsehung bequemer zutragungen / wolte ich hiemit dessen ein Ehren-denkmahl zustiften keines wegs vorbeygehen.

Betreffende E. E. Wht. so werden deroselben meriten und meine schuldige gehorsamme durch die hoche stell des Burgermeisterthums genugsam angedeutet. Neben diser allgemeinen politischen pflicht / bindet das Gesazz der Natur alle Kinder ihre Elltern/nach allem vermögen zuehren und zulieben: und wann ich noch über das beherzige/wie E. E. Wht. von meiner kindheit an einiche mühe/ sorg und kosten gesparet haben/zu hauß und an der frömde/zu erlehrnung guter Künsten und Spraachen/

chen / die gaaben der Natur in mir aufzuwekken / dafehrn derselbigen nur einige weren vorhanden gewesen: Zugeschweigen so vil anderer unvergleichlicher vätterlicher woltahten / die mir noch täglich von ihrer miltigkeit zu allerhand ehr und befürderung zuwachsen / alß ligt mir hochpflichtig ob / mich äusserst zubefleissen / durch hinwidrige bestmöglichste kindliche gehorsamme / ehrerbietung und guttähtigkeit gegen einem so gar lieben und gutmühtigen Vatter meine schuldige dankbarkeit zubezeugen / alßdann hiemit offentlich geschihet / und bey allen occurrenzen im werk selbs unvergessenlich dargetahn werden sol.

Demnach komme ich an E. Ew. über welcher vortreffenliche Gelehrte sich die welt billich verwundert / und exclamiert

O decus, atque ævi gloria magna tui!

Suchet man Philosophey / Theologey / Histori / Wüssenschaft der Spraachen / nicht allein der in aller welt gangbaren / sondern auch der unterschidlichen Orientalischen / sihe / so findet man solche bey ihro hochverwunderlich zusammen gefasset / und in ihren Büchern der gelehrten welt mitgetheilt: deßnaher vil hochvernamte personen mit ihro zucorrespondieren suchen: auch wol gar Hochfürstl. personen gnädigst beliebet zu aufnam uralter Universiteten sich dero zubedienen. Weilen dann E. Ew.

mir vilfaltige anzeigung ihrer vertraulichkeit und freundschaft gegeben haben; auch mir deßnaher nicht gemeine Ehren da und dort zugestanden sind; alß achte ich es für eine sondere glükseligkeit/erkenne auch meine schuldigkeit/mich deßwegen bey ieden fürfallenheiten dankbar zuerweisen / zugleich bittend / daß ihro beliebig seyn möge / meine wenige Person noch fehrners in der continuation ihrer freundschaft zubehalten.

Ew. Gestr. bin ich nicht minder verpflichtet: Dann wann ich beherzige daß mir der acceſs zu seiner Ehren-person nicht nur niemalen vorgehalten worden/sondern mich dessen wol berühmen darff/ daß ich auf dem Rodel seiner wolvertrautesten freunden nicht am hindersten blat angezeichnet seye: Wann ich fehrners darzu fasse/wie oft mir zugelassen worden / mit höchster kurzweil mich zuergezzen/ob so vil köstlichen Rariteten und Kunststukken / Mahler- und Bildhauereyen / außerlesenen Büchern/Manu-scripten,Medailles,&c.die zu Rom/ Venedig/ꝛc. von Ew. Gestr.selbs mit reiffester wolbedachsamme zusammen gesucht worden: Wann ich dannethin bedenke/daß sein Ehren-gesellschaft ist eine rechte Academey/darinn sich einer mit grossem nuzzen instruieren / und auß seinen herrlichen Kriegs- und Fridens- auch sonst Historischen discursen/und darüber abfassenden weit außsehenden

reflе-

reflexionen, immer etwas erlehrnen mag: Wann über diß beobachtet werden seine; dem gemeinen wesen geleistete fürtreffenliche getreue Dienste/sonderlich das von ihme mit aller circumspection angegebene/und werkstellig gemachte Fortifications-werk unser Statt/alß ein solches Trophæum seiner unvergleichlichen dexteritet: Wann/sprichen ich/diß alles meinem gemüht vorschwebet/wie solte ich nicht gestehen/einer so gestalten Person höchlich verpflichtet zuseyn?

Endlich wende ich mich zu E. Edelv. mit aufrichtiger bezeugung/daß ich seine freundschaft und beharliche affection auch hoch æstimiere. Die schönen Burgerlichen Gebäu so Er inventiert und außgeführt; die wolbedachten Fortifications-dessings, so Er zu papeir gebracht; die sehr-exacten Grundriß eines grossen stukk Lands/so Er in kurzer zeit ab-und aufgetragen; die zierlichen Ernst- und Lust-Feurwerk/so Er angeordnet; preisen ihne für einen perfecten Architectum, Ingenieur und Pyrotechnum; dises alles hat billich ihme zu unvergessenem und wolverdientem Ruhm alhier verzeichnet werden sollen. Daß Er mich aber vor etlich jahren mit seiner Gevatterschaft, und seit langer zeit anhero mit vertraulicher und liebreicher freundschaft honoriert hat/das achte ich für eine sondere glük-

glükseligkeit / und gesiehe gar gern / daß ich Ihme deßnaher auch verpflichtet seye.

Für so bewandte unterschidliche hoche gnaden / gunsten und freundschaft weiß ich für einmalen einich andere erwidrung / alß ein brünstiges flehen an den erbarmenden Gott / daß Er E.E. Wht. Ew. Gestr. und Edelv. mit höchstgesegnetem zeitlichem und ewigem wolergehen bekrönen / und zu gutem seiner lieben Kirchen; des werthen Vatterlands; ihrer Angehörigen und Freunden; noch fürbashin lange zeit wol erhalten wolle. Sie untertähnig / fleissig und freundlich bittend / dises Werklein in ihr vilgültiges patrocinium aufzunemmen / und meine wenige Person in ihren gnaden / gunsten und freundlichem willen beharrlich für wol recommendiert zuhalten: Ich meines teils bin und verbleibe immerhin

E.E. Wht. Ew. Gestr. und Edv.

Datum auf m Schloß Kyburg den 1. Martii, 1659.

Gehorsammer / dienst- und bereitwilliger

Joh. Heinrich Rahn.

Nebenbericht falsch eingeheftet zwischen Blatt Bb und Bb II (Seite 194 und 195)

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [10] - -
PUBLIC DOMAIN

Algebraische Rechenkunst.

Die Algebra bestehet in zweyen Haubtstukken/namlich in der Algebraischen Rechenkunst/ und in dem Gebrauch diser Rechenkunst.

NAch des Vietæ form werden die quantiteten / so man zuverhandlen hat/mit Buchstaben benennet/ alß a.b.c.d. bedeuten vier ungleiche quantiteten/da eine genennet wird a, die andere b, die dritte c, und so fortan. Wann aber eine quantitet mehr alß einmal genommen wird/so sezt man ihro eine zal vor/alß 2a. 5b. 7c. $2\frac{1}{2}$d. bedeutet a seye zweymal / b fünfmal/ꝛc. genommen. Dise vorgesezte zalen heisset Diophantus Coëfficientes, oder **Mitwürker.** Ist aber der quantitet keine zal zugesellet/so verstehet sich/solche seye nur einmal genommen/oder ihro ein unitet vorgefügt. Betreffend die Zeichen/damit die quantiteten behaftet werden/so ist zugewahren: daß die selben sich bezeuhen auf die quantiteten/so ihnen nachfolgen: Wann keine zeichen verhanden/so bedeutet es +. Sind aber ungleiche quantiteten zuverhandlen / so mögen sie in beliebiger ordnung stehen / Alß a—b+c oder c+a—b oder —b+c+a ꝛc.

Die Algebraische Rechenkunst bestehet in 6. unterschidlichen operationen/alß da ist **Addieren/Subtrahieren / Multiplicieren / Dividieren / Involvieren/ Evolvieren.**

Diſe 6. operationen flieſſen auß 6. unterſchidlichen manieren / damit die quantiteten mit einandern verglichen werden.

1. Ungleiches zu ungleichem tuhn/heiſſet **Addieren**

2a	a
3a	b
5a	a+b

2
3
5

2. Ungleiches von ungleichem tuhn/heiſſet **Subtrahieren**

3	3a	a
2	2a	b
1	a	a—b

3. Gleiches zu gleichem ein-oder mehrmal tuhn/heiſſet **Multiplicieren**

3	3a
3	3a
6	9a

4. Gleiches ſo vil mal alß möglich iſt von einer quantitet hinweg tuhn/heiſſet **Dividieren**

6	4	2
2	2	2
4	2	0

5. Eine quantitet in ſich ſelbs producieren: oder diß erſte product wider in die erſte quantitet producieren: oder diſem letſten product wider alſo tuhn/heiſſet **Involvieren**

2	4	8
2	2	2
4	8	16

6. Eine quantitet von einer andern ein-oder mehrmal abziehen / iedoch daß zuletſt nichts überbleibe / heiſſet **Evolvieren**

8	6	4
2	2	2
6	4	2

Iſt hiemit von jeder abſönderlich zuhandlen.

Ad-

Addieren in einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das **Haubtzeichen** des Addierens ist + heisset Plus oder Mehr/ Item Affirmat-zeichen.

1. Regel.

Sind die quantiteten gleich/so werden ihre vorgesezte zahlen addiert/mit zufügung der quantitet.

a	—2b	5a	—5f	i	
a	b	3a	—2f	2	
2a	—3b	8a	—7f		i+ż

6ch	+ 7 ax	i	
12ch	+12 ax	2	
18ch	19 ax		i+ż

Der verstand dises Marginis oder **Rands** ist/daß die zahlen in dem schmalen reyen in richtiger ordnung auf einandern folgen/und zwaren ist bey 1 und 2 herauß gesezt/ was addiert werden sol: in dem breiten reyen aber ist angedeutet was geschehen sol / dann i+ż heisset sovil alß **die quantiteten bey der ersten stell/addiert zu den quantiteten bey der andern stell**; stehet also bey der dritten stell die gesuchte Summa/namlich 2a —3b ꝛc.

Wann die zahlen in dem breiten reyen punctiert sind/ so bedeuten sie eine relation auf die zahlen des schmalen reyens: sind sie aber nicht punctiert/so bedeuten sie ledige zahlen/die man addieren/subtrahieren/ꝛc. solle.

2. Regel.

Sind die gleichen quantiteten mit ungleichen zeichen

behaftet/so werden ihre vorgesezten zahlen von einandern subtrahiert/ und das zeichen der **grössern** zahl beygefügt

	1	+3a	−3b	+5f	−6ch	+6abcd
	2	−2a	+b	−7f	+7ch	−4abcd
1+2	3	+a	−2b	−2f	+ch	2abcd

3. Regel.

Sind die quantiteten ungleich/so werden sie/unverändert ihrer zeichen/zusammen gesezt: und darauß erwachsen die binomia.

	1	a	a	+d	+5f
	2	b	b	−r	−7fr
	3	o	x	−t	+3dc
1+2+3	4	a+b	a+b+x	d−r−t	5f−7fr+3dc

	1	−6z	−3x
	2	−8az	+xx
	3	+fx	o
1+2+3	4	fx−6z−8az	xx−3x

Die Zeichen-Regel stehet also:

+ zu + } addier und gib der Summ { + } das gleiche zeichen
− zu − } { − }

+ zu − } subtrahier und gib dem Rest/so die Summ ist { G } das ist das zeichen der grössern
− zu + } { G }

Sub-

Subtrahieren in einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das Haubtzeichen des Subtrahierens ist — heisset Minus oder Minder/ Item Negat-zeichen.

1. Regel.

Sind die quantiteten gleich/ und die abziehende kleiner/so wird ihre vorgesezte zahl subtrahiert/und dem Rest die vorige quantitet und zeichen wider zugeordnet.

a	—2b	5a	—6chm	1
a	— b	3a	— chm	2
o	— b	2a	—5chm	3 i—2

7axr	—bmp	1
axr	—bmp	2
6axr	o	3 i—2

2. Regel.

Ist aber in solchem fal die abziehende quantitet grösser / so werden gleichwol ihre vorgesezte zahlen subtrahiert/aber dem Rest das widrige zeichen zugesellet.

3a	o	— 8c	— 6chm	1
5a	—2a	—10c	—20chm	2
—2a	+2a	+ 2c	+14chm	3 i—2

7arx	o	1
50arx	—18brf	2
—43arx	+ 18brf	3 i—2

3. Regel.

Ist in solchem fal der abziehenden das widrige zeichen bey-

beygefügt / so werden die vorgesezte zahlen addiert/und dem was komt/das zeichen der **Obern** zahl beygesellet.

	1	+8x	— 4ar	+2ab	
	2	—4x	+ 7ar	—2ab	
i—2	3	+12x	—11ar	+4ab	
	1	—2ab	—4abc		
	2	+2ab	+ abc		
i—2	3	—4ab	—5abc		

4. Regel.

Sind die quantiteten ungleich/so bleibt die obere mit ihrem ersten zeichen im Rest stehen/die untere aber mit ihrem gegenzeichen ihro zugeordnet: und darauß erwachsen die residua.

	1	a	—2b	+2kd	
	2	b	—3a	—4R	
i—2	3	a—b	3a—2b	2kd+4R	
	1	+6bbr	+3zzx		
	2	+7cc	—7yy		
i—2	3	6bbr—7cc	3zzx—7yy		

Die Zeichen-Regel stehet also:

+ von + } so die abziehende kleiner subtrah. so gibts im Rest + } das gleiche zeichen.
— von — } so die abziehende kleiner subtrah. so gibts im Rest — } das gleiche zeichen.

+ von + } so die abziehende grösser subtrah. so gibts im Rest — } das gegenzeichen.
— von — } so die abziehende grösser subtrah. so gibts im Rest + } das gegenzeichen.

— von + } addier und gib der Sum̃ so der Rest ist Ob. } das ist das zeichen der Obern.
+ von — } addier und gib der Sum̃ so der Rest ist Ob. } das ist das zeichen der Obern.

Mul-

Multiplicieren in einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das Haubtzeichen des Multiplicierens iſt ✱ heiſſet Multipliciert mit.

1. Regel.

Sind den quantiteten keine zahlen beygetahn/ſo werden ſolche unmittelbar zuſammen gefügt / ſie ſeyen dann gleich oder ungleich.

a	ac	afg	aaxy	rſtu	1	
b	d	gh	az	xyz	2	
ab	acd	afggh	aaaxyz	rſtuxyz	3	1✱2

2. Regel.

Sind den quantiteten zahlen beygefügt / ſo wird eine zahl in die andere multipliciert/und das product den zuſammen gefügten quantiteten vorgeſezt.

2a	3ac	afg	aaxy	135rſtu	1	
b	2d	5gh	2az	3 xyz	2	
2ab	6acd	5afg²h	2a²xyz	405rſtuxyz	3	1✱2

3. Regel.

Gleiches in gleiches multipliciert/gibt im product das zeichen +

4. Regel.

Ungleiches in einandern multipliciert/gibt im product das zeichen —

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [17] - 7
PUBLIC DOMAIN

	1	2b	—5	—8g	+14xy
	2	c	+4f	—10h	—z
i*i	3	2bc	—20f	+80gh	—14xyz

	1	—135rffff
	2	— 4rrs
i*i	3	+540r³f⁴

Die Zeichen-Regel stehet also:

+ * +	Multipliciere und sezze zu den quantiteten im product	+
— * —		+
+ * —		—
— * +		—

Alhier ist zugewahren/ daß die zahlen so den quantiteten vorgesezt sind / außweisen / wie oft sie genommen seyen: die zahlen aber so den quantiteten über der scheitel nachfolgen/geben deroselben grad/potestatem oder vermögen zuverstehen: deßnaher entstehen die quadratischen/ cubischen/biquadratischen/ꝛc.quantiteten: Alß a seye eine Lini/so ist a^2 doppeltes vermögens/und eine quadratische quantitet: aaa oder a^3 ist dreyfaches vermögens/und eine cubische quantitet/ꝛc.

Dividieren in einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das Haubtzeichen des Dividierens ist ÷ heisset Dividiert durch.

1. Regel.

Wann die quantiteten keine zahlen vorgefügt haben/so wird

wird auß der Dividierlichen quantitet/dasjenige außgelöſchet/was dem Theiler gleich iſt.

ab / b	cdef / ef	xyz / z	hmn / hn	pqrſt / pqrſt	1 / 2	
a	cd	xy	m	i	3	i ÷ 2

2. Regel.

Iſt der Theiler in der Dividierlichen quantitet nicht anzutreffen/ſo unterzeucht man ſelbige mit einem ſtrich/und ſezt den Theiler darunter: und hierauß entſtehen die brüche.

ab / c	de / fg	hm / n	n / hm	yz / yx	efg / edg	1 / 2
$\frac{ab}{c}$	$\frac{de}{fg}$	$\frac{hm}{n}$	$\frac{n}{hm}$	$\frac{z}{x}$	$\frac{f}{d}$	3 i ÷ 2

3. Regel.

Sind den quantiteten zahlen beygefügt/ſo wird die diviſion nach gemeiner art verrichtet/und was komt/in quotienten der quantitet vorgeſezt.

4g / 2h	4gh / 2gh	4gh / 2 h	3gh / 2	30b³c⁴dd / 5bbccd	fq / 3bq	1 / 2
$\frac{2g}{h}$	2	2g	$\frac{3gh}{2}$	6b³ccd	$\frac{f}{3b}$	3 i ÷ 2

4. Regel.

Gleiches durch gleiches dividiert/gibt im quotient +

5. Regel.

Ungleiches durch einandern dividiert gibt im quotient —

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [19] - 9
PUBLIC DOMAIN

	1	+4ff	−9hik	+6gh	+6gh	fq
	2	+2fg	−3hi	−3gh	−2	−3bfq
i÷2	3	+2f / g	+3k	−2	−3gh	1 / −3b

Die Zeichen-Regel stehet also:

+ ÷ +	Dividiere und sezze zu den quantiteten im quotient	+
− ÷ −		+
+ ÷ −		−
− ÷ +		−

Involvieren in einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das Haubtzeichen des Involvierens ist ⊚ heisset eingewikkelt oder involviert.

Regel.

So vil mal eine quantitet erstlich in sich selbs/darnach in ihr product / und drittens wider in das letstere product/ꝛc. eingewikkelt oder involviert wird; so groß ist das vermögen besagter quantitet / so groß muß auch die zahl seyn die solchem zeichen in dem breiten reyen des nebenrands nachzusezzen ist.

	1	−a	+ab	bcd	yx	2yy
i⊚2	2	+aa	+aabb	bbccdd	yyxx	$4y^4$
i⊚3	3	$-a^3$	$+a^3b^3$	$b^3c^3d^3$	y^3x^3	$8y^6$
i⊚4	4	$+a^4$	$+a^4b^4$	$b^4c^4d^4$	y^4x^4	$16y^8$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [20] - 10
PUBLIC DOMAIN

3yz	abcd	1	
9yyzz	aabbccdd	2	i ⊙ 2
27y³z³	a³b³c³d³	3	i ⊙ 3
81y⁴z⁴	a⁴b⁴c⁴d⁴	4	i ⊙ 4

Der verstand ist/Alß 3yz seye linearisch/zweymal involviert gibt 9yyzz so quadratisch: dreymal involviert gibt 27y³z³ so cubisch: viermal involviert gibt 81y⁴z⁴ so biquadratisch ist/ꝛc.

Evolvieren/oder Extrahieren der Wurzel

Auß einfachen ungebrochenen quantiteten.

Das **Haubtzeichen** des Evolvierens ist ww heisset außgewikkelt oder evolviert.

1. Regel.

Hat die quantitet eine wurzel/ so dividiere oder evolviere die zahl ihres vermögens durch 2 wann die quadratwurzel; und durch 3 wann die cubicwurzel gesucht wird/ꝛc. so bekomt man dieselbige: mit den vorgesezten zahlen aber wird nach gemeiner art verfahren. Kan man aber auß den ledigen zahlen/oder auß den zahlen des vermögens keine wurzel ziehen/oder ist die quantitet zur evolution sonst unbequem/so sezzet man das erforderliche radicalzeichen darfür/alß hernach zusehen. Und danahen entspringen die Surdischen quantiteten.

a⁴	216d³	abc	36kk	1	
aa	√216d³	√abc	6k	2	i ww 2
a	ww216d³	wabc	w36kk	3	i ww 4
√c.a⁴	6d	√c.abc	√c.36kk	4	i ww 3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [21] - 11
PUBLIC DOMAIN

	1	81ff	8ggg
iww2	2	9f	√8ggg
iww4	3	√9f	w8ggg
iww3	4	√c.81ff	2g

Die zeichen { √ / √c / w / √cc } bedeuten die { quadrat- / cubic- / biquadrat- / bicubic- } { wurzel }

Evolvieren mag kein zeichen leiden alß nur +

Addieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

Weilen bey dem addieren/subtrahieren/multiplicieren und dividieren der mehrfachen quantiteten einiche difficulteten fürfallen/die nicht bereits abgehebt seyen/so lasse ich es bey darstellung der Exemplen einfaltig bewenden.

	1	a+b	a+b+c	4d— f+3	6h—x+z —36
	2	2—b	b+c	—4d+2f—2	—h—x—2z+36
i+ii	3	2a	a+2b+2c	f+1	5h—2x—z

Noch mehr Exempel.

	1	aa—2ab+bb	a+b—c+8	aaa—3aab+3abb—bbb
	2	4ab	—a+b+c—1	+6aab +2bbb
	3	0	2a—b—2c+3	0
i+ii+iii	4	aa+2ab+bb	2a+b—2c+10	aaa+3aab+3abb+bbb

	1	pqq+rrf+240
	2	—rrf+566
	3	g+h
i+ii+iii	4	pqq+g+h+806

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [22] - 12
PUBLIC DOMAIN

Subtrahieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

a + b	aa + 2ab + bb	aaa + 3aab + 3abb + bbb	1	
a — b	+ 4ab	+ 6aab + 2bbb	2	
2b	aa — 2ab + bb	aaa — 3aab + 3abb — bbb	3	i — i

2a + 3c — 5x — 860			1	
a + 4c — 5x + 55 — f			2	
a — c — 915 + f			3	i — i

Multiplicieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

2a + 3f / d	2a — 3f / d	a — b / cd	aa + ff / — de	1 / 2	
2ad + 3df	2ad — 3df	acd — bcd	— aade — deff	3	i * i

— a + b — c + 3 — 2f			1 / 2	
2af — 2bf + 2cf — 6f			3	i * i

Noch mehr Exempel.

a + b / a — b	aa + bb / a — b	aa — b — c / b + c	1 / 2	
aa(*) — bb	a³(*) — abb	aab + aac — 2bc — cc — bb	3	i * i

a + c — e / a + c + e			1 / 2	
aa + 2ac + cc — ee			3	i * i

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [23] - 13
PUBLIC DOMAIN

Solche operationen stehen außführlich also.

a+b / a—b	aa+ab / a — b	aa—b—c / +b+c
—ab—bb / aa+ab	—aab—abb / a³+aab	+aac—bc—cc / aab—bc—bb—bb
aa(✱)—bb	a³(✱)—abb	aab+aac—2bc—cc—bb

a+c—e / a+c+e
+ae+ce—ee / ac+cc—ae—ce / ac +aa
2ac+cc—ee+aa

Alhier ist der ursprung des zeichens (✱) bedeutende/ den mangel eines grads oder staffel des vermögens/ Alß bey dem andern Exempel mangelt zwüschen a³ und —abb, das quadratische vermögen aab, so in der addition wegen ungleichheit der zeichen außgelöscht worden ist.

Man kan bisweilen in der operation / zu ersparung weitläuffigkeit/ den proceß unterlassen/ und allein sezzen

a+b / a—b oder a+b ✱a—b

Dividieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

	1	2ad+3df / d	2ad—3df / d	acd—bcd / cd	aade—dcff / de
i÷2	3	2a+3f	2a—3f	a—b	aa—ff
	1	2af—2bf+2cf—6f / 2f			
i÷2	3	a—b+c—3			

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [24] - 14
PUBLIC DOMAIN

Noch mehr Exempel.

aa—bb	aaa—abb	aab+aac—2bc—cc—bb	1	
a—b	a—b	c+b	2	
a+b	aa+ab	aa—b—c	3	1÷2
aa+2ac+cc—ee			1	
a+c+e			2	
a+c+e			3	1÷2

Solche operation stehet außführlich also.

aa—bb	a—b	aaa—abb	a—b
aa—ab	a+b	aaa—abb	aa+ab
ab—bb		aab—abb	
ab—bb		aab—abb	
o o		o	

aab+aac—2bc—cc—bb | b+c / aa—b—c

aab+aac

o—2bc—cc—bb

— bc —bb

— bc—cc—o

— bc—cc

Man kan auch diß ohrts bisweilen den ganzen proceß unterlassen/und allein sezzen aa—bb÷a—b ꝛc.

Wann aber eine quantitet sich nicht just auf dividieren liesse/so sezzet man den Theiler/nach art der bruchen/einfaltig darunter.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [25] - 15
PUBLIC DOMAIN

	1	$\frac{fg-ef}{y+x}$	$\frac{fg-ef}{fh}$	$\frac{aa+2ab+dd}{a+2b}$	$\frac{5x+6z-30}{6}$
	2				
i÷2	3	$\frac{fg-ef}{y+x}$	$\frac{g-e}{h}$	$a+\frac{dd}{a+2b}$	$\frac{5}{6}x+z-5$

Involvieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

	1	a+b	a−b
i◎2	2	aa+2ab+bb	aa−2ab+bb
i◎3	3	aaa+3aab+3abb+bbb	aaa−3aab+3abb−bbb

Bey aa+2ab+bb, Item aa−2ab+bb ist wol zugewahren / daß aa und bb erwachsen auß der involvierten halben quantitet 2a und 2b der mitlern stell 2ab: worauß sich erscheint/wann die erste und mitlere stell gegeben/wie die dritte stell gesucht werden müsse/ein follkommen quadrat/darauß namlich die wurzel gezogen werden könne/zuerfüllen: Alß es seye gegeben bb−12b, nun ist b erfüllt/stehet deßwegen der mangel bey der ledigen zahl 12/ihr halbe theil ist 6 ihr involut 36 solche addier zun bb−12b +36 welches ein follkommen quadrat/und sein wurzel b−6

Das Zeichen solcher erfüllung ist E□ heisset
Erfüll ein quadrat.

Folgen noch mehr Exempel.

	1	aa+2ac	bb+bf	mm+9m
E□	2	aa+2ac+cc	bb+bf+$\frac{1}{4}$ff	mm+9m+$\frac{81}{4}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [26] - 16
PUBLIC DOMAIN

qq+4pq −6rq		1	
+4pq+4pq qq−6rq−12pr +9rr		2	☐

Evolvieren der mehrfachen ungebrochenen quantiteten.

Bey der Involution haben wir geſehen/wann a+b eine lini/dann zumalen aa+2ab+bb ihr quadrat/und aaa+3aab+3abb+bbb. Ihr cubus iſt/ꝛc. Diſe geben vns die handleitung/wie in der operation zuverfahren ſeye.

Es wird aber zu guter nachrichtung dienen/wann die manier der evolution auß zahlen voreyngeführt vor augen ſtehet/dann die Algebraiſche evolutionen eben auch alſo geſchehen.

Es ſeye zuevolvieren 50176.

Täfelein.

1 quotient	1	a	02	22		
1*2	2	2a	04	44		Der erſte abzug iſt aa=4
2 quotient	3	b	2	4		
3*2	4	2ab	8	17	6	
3⊙2	5	bb	04	..	16	
4+5	6	2ab+bb	84	17	76	

Theile von rechter gegen lingker hand die zahlen in 2 zu 2 nach dem mäß der quadratiſchen vermöglichkeit/dann were eine Cubiſche evolution obhanden/ſo müßte die theilung von 3 zu 3 geſchehen/ꝛc. Nimme des vorderſten theils nächſt kleinere wurzel 2 gleiche a in dem Täfelein/involviere

viere sie 2 mal/kommmen 4 gleiche aa solche subtrahiere von dem vordersten theil / restiert 10176. Dise erste wurzel dupliere/und sezze sie unter den andern theil/doch daß bis zum puncten noch eine zahl überig seye/damit dividiere/ kommen 2 welches gleich ist b in dem Täfelein/a aber der erste quotient ist gleich 2 und 2a=4 hiemit 2ab gleich 8 und bb gleich 4 so in dem Täfelein um eine stell besser gegen rechter hand gerukt werden sol. Darum ist 2ab+bb gleich 84 die subtrahiere von 10176 restieren 1776. Den ganzen quotienten sezze wider in das Täfelein/ist 22. procediere bey diser andern operation allermaassen wie bey der ersten/so wird endlich nichts überbleiben/und die wurzel seyn 224.

Die operation stehet also:

5	01	76	2
4)			
1	01	76	2
	4)		
	84		
	17	76	4
	4)		
	17	76	
	00	00	

Bey disem anlaaß hab ich das namhafte gleichzeichen = zum ersten gebraucht/ bedeutet **ist gleich**/ alß 2a=4 heisset 2a **ist gleich** 4.

Zugewahren ist/daß in dem Täfelein die erste operation einen reyen von 2 zahlen einnimt / die andere operation aber 2 reyen: und so noch mehr operationen nohtwendig weren/wurde iedes mal ein reyen mehr eyngenommen werden.

Exem-

Exempel der Cubischen evolution.

Es seye Cubicè zuevolvieren 11239424.

Täfelein.

1 quotient	1	a	02	022	
1 ☉ 2	2	aa	004	004	84
2 ✱ 3	3	3aa	012	14	52
1 ✱ 3	4	3a	06	066	
2 quotient	5	b	2	4	
3 ✱ 5	6	3aab	24	580	8
□5 ✱ 4	7	3abb	24	10	56
5 ☉ 3	8	bbb	8		64
6+7+8	9		2648	591	424

Der erste abzug ist aaa=8 und stehet die operation also:

11	236	424	
8			2
3	239	424	
1	2)		2
2	648		
	591	424	
	145	2)	4
	591	42	
	000	0 0	

Ist hiemit die gesuchte wurzel 224.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [29] - 19
PUBLIC DOMAIN

Algebraische Folgen Algebraische Exempel.

Quadraticè zuevolvieren cc+2cd+dd+2ce+2de+ee.

1 quotient	1	a	c	c+d
1*2	2	2a	2c	2c+2d
2 quotient	3	b	d	e
2*3	4	2ab	2cd	2ce+2de
3◎2	5	bb	dd	+ee
4+5	6	2ab+bb	3cd+dd	2ce+2de+ee

Der erste abzug ist aa=cc und stehet die operation also:

cc+2cd+dd+2ce+2de+ee	
cc	c
2cd+dd+2ce+2de+ee	
2c)	d
2cd+dd	
2ce+2de+ee	
2c+2d)	e
2ce+2de+ee	

Ist hiemit die gesuchte wurzel c+d+e.

Quadraticè zuevolvieren cc+2ce+ee—2cd—2de+dd.

1 quotient	1	a	c	c+e
1*2	2	2a	2c	2c+2e
2 quotient	3	b	e	—d
2*3	4	2ab	2ce	—2dc—2de
3◎2	5	bb	ee	+dd
4+5	6	2ab+bb	2ce+ee	—2dc—2de+dd

Der

Der erste abzug ist aa=cc und stehet die operation also.

cc+2ce+ee—2cd—2de+dd cc	c
2ce+ee—2cd—2de+dd 2c) 2ce+ee	+e
—2cd—2de+dd +2c+2e)	—d
—2cd—2de+dd	

o o o

Ist hiemit die gesuchte wurzel c+e—d.

Item/es seye Cubicè zuevolvieren

$64d^3-96dde+48dee-8eee+144ddf-144def+36eef+108dff-54eff+27f^3$

Der erste abzug ist 64ddd=aaa.

a aa	4d 16dd	
3aa 3a	48dd 12d	
b	—2e	
bb	4ee	
3aab 3abb bbb	—96dde +48dee —8eee	
3aab+3abb+b³	—96dde+48dee—8eee *	

1	1 quotient
2	1 ⊚ 2
3	2*3
4	1*3
5	2 quotient
6	5 ⊚ 2
7	3*5
8	4*6
9	5 ⊚ 3
10	7+8+9

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [31] - 21
PUBLIC DOMAIN

1 quotient	1	4d—2e
i ⊚ 2	2	16dd—16de+4ee
2*3	3	48dd—48de+12ee
i*3	4	12d—6e
2 quotient	5	+3f
5 ⊚ 2	6	9ff
3*5	7	144ddf—144def+36eef
4*6	8	+108dff—54eff
5 ⊚ 3	9	+27fff
7+8+9	10	* 144ddf—144def+36eef+108dff—54eff+27fff

Nota. Die ** in der stell 10. bedeuten/daß sie in einer lini stehen sollen. Also in folgendem zuverstehen.

Die operation stehet also.

64ddd—96dde+48dee—8eee *

64ddd | 4d

—96dde+48dee—8eee | —2e

+48dd) | —96dde+48dee—8eee

o

*+144ddf—144def+36eef+108dff—54eff+27fff | +3f

+48dd—48de+12ee) | +144ddf—144def+36eef+106dff—54eff+27fff

o o

Ist hiemit die gesuchte wurzel 4d—2e+3f.

Also können auß allen quantiteten/ob sie gleich mehrfaltiges vermögens weren/die wurzeln außgezogen werden/wann nur a+b so oft involviert wird/alß groß die zahl des vermögens der vorgegebnen quantitet: nach welchem product das marginale verfertiget werden muß.

Und

Und wird dise manier/in auflösung derjenigen æquationen/so affect oder behaftet sind/hernacher an seinem ohrt gar dienlich seyn.

Von den gebrochenen quantiteten.

Was in gemeiner Arithmetic der Brüchen halber vorgenommen wird/ das alles pflegt auch allhier beobachtet zuwerden; Alß

1. Regel.

Sind Zeller und Nenner gleich/so ist der quotient ein unitet.

$$\frac{aa}{aa} = 1 \qquad \frac{abc+dde}{abc+dde} = 1$$

2. Regel.

Wil man eine ganze quantitet in bruchsform einrichten/so wird ein unitet nennersweis untergesezt.

$\frac{aa}{1} = aa$. Item $\frac{abc+dde}{1} = abc+dde$.

3. Regel.

Ist eine ganze quantitet unter einen bestimten Nenner zubringen/so werden beyde in einandern produciert/und das product an Zellers statt gesezzet.

$\frac{ad}{d} = a$. Item $\frac{bcd}{bc} = d$. Item $\frac{bc+dc}{b+d} = c$.

Item $\frac{bc+bb}{c} = b+\frac{bb}{c}$

4. Regel.

So vil im Nenner auß gelöscht wird/durch so vil ist der ganze bruch produciert.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [33] - 23
PUBLIC DOMAIN

$\frac{abc}{de} * de = abc$. Item $\frac{3cf}{2de} * 2d = \frac{3cf.}{e}$

Item $\frac{3cf}{2de} * 2def = 3cff$.

Verkleinerung der Brüchen.

1. Regel.

Wann in dem Zeller und Nenner ein oder mehr gleiche quantiteten sich befinden/ so werden sie außgelöscht/ und verbleibt der bruch dennoch gleichgültig.

$\frac{abc}{abd} = \frac{c}{d}$ Item $\frac{abc}{ade} = \frac{bc}{de}$ Item $a + \frac{def}{ef} = a + d$.

2. Regel.

Der gröste Gleichtheiler eines Bruchs bringet selbigen auf die unterste gleichgültigkeit. Der wird also gefunden. Theile den Nenner durch seinen Zeller / und den Zeller durch den Rest/und so immer fort/je den letsten Theiler durch selbigen Rest/bis die division aufgegangen: durch den gefundenen letsten Theiler/alß das gröste gleichmäß/ wird der Bruch auf die niderste gleichgültigkeit gebracht.

Die operation verhaltet sich also.

Der Bruch seye $\frac{ac+bc}{aa+2ab+bb}$

Zeller	1	$ac+bc$
Nenner	2	$aa+2ac+bb$
2 ÷ 1	3	$\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$
Rest	4	0
3 * c	5	$a+b$ das gröste gleichmäß.
1 ÷ 5	6	c. Zeller }
2 ÷ 5	7	$a+b$. Nenner } des gefundenen gleichgültigen bruchs.

Ste-

Stehet hiemit der verkürzte gleichgültige bruch alſo.

$$\frac{\frac{c}{a+b}}{\frac{dn-fn+dm-fm}{am+an+bm+bn+cm+cn}} = \frac{d-f}{a+b+c}$$

Item $\frac{bdd+bee-cdd-cee}{bb-cc} = \frac{dd+ee}{b+c}$

Weilen diſer weg zimlich unlingſam hergehet/ſo iſt hernach bey reduction der Surdiſchen quantiteten/ein anderer ſchlag gewiſen / da namlich alle partes aliquotæ, oder Juſtauftheiler außgeſucht werden.

Wurde aber nach vilfaltiger operation die diviſion niemalen richtig aufgehen/ ſo weren Zeller und Nenner gegen einandern prim, das iſt/ſie hetten keinen gemeinen Theiler.

Erfindung der kleineſten quantitet / die durch zwo oder mehrgegebene juſt aufgehe.

Die gegebene quantiteten ſeyen abc und ad, ſezze ſie bruchsweis unter einandern $\frac{abc}{ad} = \frac{bc}{d}$ diſe beyde brüche multipliciere durch das kreuz / komt abcd, ſo die kleineſte quantitet iſt/die durch abc und ad juſt auf dividiert werden kan. Diſer proceß hat auch ſein eigen zeichen/namlich ✱× heiſſet **kreuzweis multipliciert.**

Beyde gegebene quantiteten ſeyen

$\frac{bdd+bee-cdd-cee}{bb-cc}$ ✱× $\frac{dd+ee}{b+c}$ komt für die geſuchte kleineſte quantitet bbdd—ddcc—ccee+bbee. Laſſen ſich aber die quantiteten nicht verkleinern/ſo werden ſie allein

in einandern produciert/was komt/ist die gesuchte quantitet bb+cc∗dd+ee gibt bbdd+ccdd+bbee+ccee.

Weren drey oder mehr quantiteten fürgegeben/so unterstehet man sie erstlich zuverkleinern/und produciert hernach/wie allererst angedeutet.

Wie die Brüch ungeleicher Benennung unter das gleiche nomen gebracht werden.

1. Regel.

Können die brüche verkleinert werden/so suchet man nach obiger anleitung die kleineste quantitet/so durch der brüchen Nenner just auf dividiert werden kan/so hat man den gemeinen Nenner. Nun sollen ihre Zeller auch gefunden werden/dividiert deßwegen den gemeinen Nenner durch ieden ersten Nenner/und ieden quotienten produciert man durch ieden ersten Zeller/solche product sind die gesuchte Zeller.

$\frac{bbfff}{abc}$ und $\frac{ghhmm}{ad}$ stehet unter gemeiner benennung also $\frac{bbdfff}{abcd}$ und $\frac{bcghhmm}{abcd}$

2. Regel.

Können die brüche nicht verkleinert werden/so produciert man die Nenner der gegebenen brüchen in einandern/so komt der gemeine Nenner/und durch die kreuzmultiplication die zuhörende Zeller.

Die brüch $\frac{a}{b}$ $\frac{c}{d}$ $\frac{2ef}{g}$ stehen also $\frac{adg}{bdg}$ $\frac{cbg}{dbg}$ $\frac{2bdef}{bdg}$

Addie-

Addieren und Subtrahieren in Brüchen.

1. Regel.

Sind die brüche gleicher benennung/ſo werden allein ihre Zeller addiert oder ſubtrahiert.

Exempel der Addition.

$\frac{5d}{c}$	$\frac{5d-7x}{a+b}$	$b+\frac{c+d}{e+f}$	$\frac{a-b+c-18}{a+7}$	1
$\frac{x}{c}$	$\frac{-d+x}{a+b}$	$\frac{c+d+g}{e+f}$	$\frac{a+b-c+18}{a+7}$	2
$\frac{5d+x}{c}$	$\frac{4d-6x}{d+b}$	$b+\frac{2c+2d+g}{e+f}$	$\frac{2a}{a+7}$	3 i+2

Exempel der Subtraction.

$\frac{5d}{c}$	$\frac{5d-7x}{a+b}$	$a\frac{c+d}{c+f}$	$\frac{ac+ad}{c+d}$	1
$\frac{x}{c}$	$\frac{-d+x-r}{a+b}$	$b\frac{c+d}{c+f}$	$\frac{aa+b}{c+d}$	2
$\frac{5d-x}{c}$	$\frac{6d-8x+r}{a+b}$	$a+b$	$\frac{ac+ad-aa-b}{c+d} = a\frac{-aa-b}{c+d}$	3 i−2

2. Regel.

Sind die brüche ungleich benennet/ſo bringe man ſie unter gleiche benennung/und verfahre wie angedeutet.

Algebraische Multiplicieren in Brüchen.

1. Regel.

Dem gemeinen schlag nach werden Zeller in Zeller/ und Nenner in Nenner producieret: und kommen im product Zeller auß Zellern/und Nenner auß Nennern.

1	$\frac{2b}{d}$	$\frac{2a+b}{d-e}$	$\frac{3a+4}{b}$	$\frac{a+8}{rr}$	$\frac{a-8}{xy}$
2	$\frac{3c}{e}$	$\frac{de}{d+e}$	$\frac{3a-4}{x}$	$\frac{8-a}{ff}$	$\frac{8+a}{z}$
1*2	3	$\frac{6bc}{de}$	$\frac{2ade+bde}{dd-ee}$	$\frac{9aa-16}{bx}$	$\frac{64-aa}{rrff}$	$\frac{aa-64}{xyz}$

2. Regel.

Mehrmalen wird die operation geleichtert/wann des einen bruchs Nenner gegen des andern bruchs Zeller verkürzt wird.

1	$\frac{bdd+bee-cdd-ee}{aa+2ab+bb}$	} stehet verkürzt also {	$\frac{dd+ee}{a+b}$
2	$\frac{ac+bc}{bb-cc}$		$\frac{c}{b+c}$
1*2	3	$\frac{cdd+cee}{ab+bb+ac+bc}$	

3. Regel.

Wird ganzes in einen bruch zuproducieren fürgegeben/so wird dasselbig mit unterseʒung einer unitet zu einem bruch gemachet.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [38] - 28
PUBLIC DOMAIN

$\frac{a+b}{cd}{e}$	ſtehet alſo	$\frac{a+b}{1}$ $\frac{cd}{e}$	$\frac{aa-ee}{1}$ $\frac{aa+ee}{fg+mn}$	$\frac{ab}{d}$ $\frac{a+r+f}{1}$
		$\frac{acd+bcd}{e}$	$\frac{a^4-e^4}{fg+mn}$	$\frac{aab+abr+abs}{d}$

1 2 3 i*2

4. Regel.

Wird ganzes und bruch auf einer ſeiten gefunden/ ſo bringet man das ganze auch unter des bruchs benennung.

$a+\frac{b+c}{d}$ $d+\frac{f+k}{2e}$	ſtehet unter gemeinem nammen alſo	$\frac{ad+b+c}{d}$ $\frac{2de+f+k}{2e}$	
$ad+b+c$		$\frac{+adk+bk+ck+cf+bf+adf}{2ed}$	

1 2 3 i*i

5. Regel.

Wann der Nenner eines bruchs außgelöſchet wird/ ſo iſt es eben/ alß were der bruch in den Nenner producieret.

$\frac{a+b+c}{aa-bb}$	$\frac{aa-rr+xy+fz}{a+b-c-r}$	$\frac{aa-af-x-y}{tt+hh+ll+mm}$
$aa-bb$	$a+b-c-r$	$tt+hh+ll+mm$
$a+b+c$	$aa-rr+xy+fz$	$aa-af-x-y$

1 2 3 i*i

Dividieren in Brüchen.

1. Regel.

Sind die brüche gleich benennet/so werden die Zeller durch einandern dividiert/und in dem quotienten der Nenner außgelassen.

$\frac{aabb}{d} \div \frac{ab}{d}$ gibt im quotient ab.

2. Regel.

Sind in dem Zeller des Theilers andere quantiteten/ alß in dem andern Zeller/so werden sie in den Nenner des quotienten geschoben.

$\frac{aabb}{d} \div \frac{abc}{d}$ gibt im quotienten $\frac{ab}{c}$

3. Regel.

Sind die brüche ungleich benennet/so geschihet die operation durch das ×

$\frac{ff-hh}{d+c} \div \frac{d-c}{ff+hh}$ gibt im quotienten $\frac{ffff-hhhh}{dd-cc}$

Item $\frac{b^1-d^1}{b+d} \times \frac{bb-bd+dd}{fd}$ gibt im quotienten $\frac{b^1df-d^4f}{b^1+d^1}$

4. Regel.

Sind Zeller gegen Zellern/ oder Nenner gegen Nennern verkürzlich/so tuht man es zu beleichterung der operation.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [40] - 30
PUBLIC DOMAIN

$$\frac{bdd+bee+add+aee}{dm-fm+dn-fn} = \frac{dd+ee}{d-f}$$

$$\frac{aa+2ab+bb}{am+an+bm+bn+cm+cn} = \frac{a+b}{a+b+c}$$

$$\frac{aee+bee+cee+add+bdd+cdd}{ad+bd-af-bf}$$

1 2 3 i÷i

5. Regel.

Sind ungebrochene quantiteten verhanden / so pflegt man sie mit untergesezter unitet in die bruchsform einzurichten.

$$a-b = \frac{a-b}{1} \qquad a+xy = \frac{a+xy}{1}$$

$$\frac{c-d}{a+b} = \frac{c-d}{a+b} \qquad \frac{ff+hh}{a-xy} = \frac{ff+hh}{a-xy}$$

$$\frac{aa-bb}{c-d} \qquad \frac{aa-xxyy}{ff+hh}$$

1 2 3 i÷i

Involvieren der Brüchen.

Involvieren verhaltet sich allermaassen wie die Multiplication.

$\frac{3a}{b}$	$\frac{2bc}{d}$	$\frac{a+b}{d-f}$	1
$\frac{9aa}{bb}$	$\frac{4bbcc}{dd}$	$\frac{aa+2ab+bb}{dd-2df+ff}$	2 i⊙2
$\frac{27aaa}{bbb}$	$\frac{8b^3c^3}{d^3}$	$\frac{a^3+3aab+3abb+bbb}{d-3ddf+3dff-fff}$	3 2✱3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [41] - 31
PUBLIC DOMAIN

1 $\frac{a-b}{x+y}$

i ⊙ 2 2 $\frac{aa-2ab+bb}{xx+2yx+yy}$

i ⊙ 3 3 $\frac{a^3-3aab+3abb-bbb}{x^3+3xxy+3xyy+yyy}$

Evolvieren der Brüchen.

1. Regel.

Haben beyde Zeller und Nenner juſt auf wurzeln/ſo ſezzet man das evolut/wie es involut geweſen; haben ſie es aber nicht/ſo wird das Radicalzeichen vorgefügt.

1 $\frac{aabb}{cc}$ $\frac{aaabbb}{ccc}$ $\frac{aa+2ab+bb}{aa-2ab+bb}$ $\frac{a^3+3aab+3abb+bbb}{a^3-3aab+a3abb-bbb}$

i ⊙ 2 2 $\frac{ab}{c}$ $\frac{\sqrt{aaabbb}}{ccc}$ $\frac{a+b}{a-b}$ $\frac{\sqrt{a^3+3aab+3abb+bbb}}{a^3-3aab+3abb-bbb}$

i ⊙ 3 3 $\frac{\sqrt[3]{c.\ aabbab}}{ccc}$ $\frac{\sqrt[3]{c\ aa+2ab+bb}}{aa-2ab+bb}$ $\frac{a+b}{a+b}$

2. Regel.

Wann der Nenner oder Zeller kein Juſtauf-wurzel hat/ſo wird dem allein das Radicalzeichen vorgefügt/was Surdiſch iſt.

$\frac{aaaa-2aacc+cccc}{a+d}$	$\frac{a-f}{aa-2ad+dd}$		1	
$\frac{aa-cc}{\sqrt{a+d}}$	$\frac{\sqrt{a-f}}{a-d}$		2	inu2
$\sqrt{c.}\frac{aaaa-2aacc+cccc}{a+d}$	$\sqrt{c.}\frac{a-f}{aa-2ad+dd}$		3	inu3
$\frac{a^3+3aab+3abb+bbb}{aa-2ad+dd}$			1	
$\frac{\sqrt{aaa+3aab+3abb+bbb}}{a-d}$			2	inu2
$\frac{a+b}{\sqrt{c.aa-2ad+dd}}$			3	inu3

Bis hieher von den Rationalquantiteten/folgen die Surdiſche.

Von den Surdischen quantiteten.

Reduction.

1. Regel.

Die ungleiche Radicalzeichen müssen also eingerichtet werden; man suchet die kleineste zahl/die durch die zahlen des vermögens der vorhabenden quantiteten justauf dividiert werden möge. Solche quantiteten seyen $\surd a$ und $\surd c$. nun ist $\surd$ zweyfachen vermögens/und $\surd c$. dreyfachen vermögens: suche deßhalben die kleineste zahl/so durch 2 und 3 justauf gehe/ die ist nun 6/ alß die durch 2 und 3 dividiert/im quotienten 3 und 2 gibt darum dann auß $\surd a$ wird aaa und auß $\surd ca$. aa/beyde aber stehen unter einem zeichen/ so sechsfachen vermögens/namlich quadrato-cubisch ist/also $\sqrt{qc.}\begin{cases} aaa = \surd a \\ aa = \surd c.a \end{cases}$

2. Regel.

Wolte man eine Rationalquantitet unter ein begertes Radicalzeichen bringen/ (welches dann in den æquationen vil zugeschehen pflegt) so wird sie so oft involviert/alß vilfaltig das vermögen des vorgeschribenen Radicalzeichens ist. b—d sol eben das Radicalzeichen haben wie $\surd bb - d$ so stehet b—d also $\surd bb - 2bd + dd$.

Item b—d sol eben das Radicalzeichen haben wie $\surd c.bb - d$ so stehet $b - d = \surd c.bbb - 3bbd + 3bdd - ddd$.

3. Regel.

Es mögen die Surdischen quantiteten auch vilmal in eine verkleinerte gleichgültigkeit deprimiert werden: wann

wann nämlich die ; unter ein gleiches Radicalzeichen ; gestellten quantiteten/durch einen quadrat oder cubum, &c. darauß sie ensprungen/dividiert werden: Alßdann wird die wurzel solches cubi oder quadrats des Radicalzeichens abgelediget/der quotient aber der division mit dem vorigen Radicalzeichen multiplicationsweis angehengt.

$\sqrt{48aa}$	$\sqrt{aabc+aab}$	1	
$\sqrt{16aa}$	$\sqrt{aa}$	2	
$\sqrt{3}$	$\sqrt{bc+b}$	3	1÷2

Stehen deßhalben die 2. Exempel also verkürzt.

$4a\sqrt{3} = \sqrt{48aa}$ Item $a\sqrt{bc+b} = \sqrt{aabc+aab}$

oder $4a * \sqrt{3} = \sqrt{48aa}$ $a * \sqrt{bc+b} = \sqrt{aabc+aab}$

Noch mehr Exempel.

$w\frac{9aabb}{4b-4a}$	$\sqrt{aabbc+2afbbc+ffbbc}$	1	
$w\frac{9aabb}{4}$	$\sqrt{aa+2af+ff}$	2	
$w\frac{a}{b-a}$	$\sqrt{bbc}$	3	1÷2

Stehen deßhalben diſe Exempel verkürzt also.

$\sqrt{\frac{3ab}{2}} * \sqrt{\frac{a}{b-a}}$ Item $a+f * \sqrt{bbc}$

Es ist aber mehrmalen sehr schwer/einen quadrat/ cubum, &c. zufinden/vermittelst dessen die division verrichtet werden solte. Suche deßwegen alle partes aliquotas, oder Justauftheiler: solche nun weisen/ob und wievil quadratische/cubische/&c. Theiler verhanden seyen.

Weilen grad auch in der gemeinen Arithmetic die erforschung partium aliquotarum in vil weg dienlich ist: Alß hab ich nachgesezte Tafeln herbey gefügt//darinn alle ungerade zahlen bis auf 24000. verfasset/zufinden sind.

NB. Wo in der nachgesezten Tafel das p solte ein unitet oder 1 gesezzet seyn/weil aber das p behalten worden/ kan es für ein unitet oder 1 genommen werden.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
01		P	3	7	P	3	P	P	3	17	7	3	P	P	3	19	P	3	P	P
03	P	P	7	3	13	P	3	19	11	3	17	P	3	P	23	3	7	13	3	11
07	P	P	3	P	11	3	P	7	3	P	19	3	17	P	3	11	P	3	13	P
09	3	P	11	3	P	P	3	P	P	3	P	P	P	7	P	3	P	P	3	13
11	P	3	P	P	3	7	13	3	P	P	3	11	7	3	17	P	3	29	P	3
13	P	P	3	P	7	3	P	23	3	11	P	3	P	13	3	17	P	3	7	P
17	P	3	7	P	3	11	P	3	19	7	3	P	P	3	13	37	3	17	23	3
19	P	7	3	11	P	3	P	P	3	P	P	3	23	P	3	7	P	3	17	19
21	3	11	13	3	P	P	3	7	P	3	P	19	3	P	7	3	P	P	3	17
23	P	3	P	17	3	P	7	3	P	13	3	P	P	3	P	P	3	P	P	3
27	3	P	P	3	7	17	3	P	P	3	13	7	3	P	P	3	P	11	3	41
29	P	3	P	7	3	23	17	3	P	P	3	P	P	3	P	11	3	7	31	3
31	P	P	2	P	P	3	P	17	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	P	P
33	3	7	P	3	P	13	3	P	7	3	P	11	3	31	P	3	23	P	3	P
37	P	P	3	P	19	3	7	11	3	P	17	3	P	7	3	29	P	3	11	13
39	3	P	P	3	1	7	3	P	P	3	P	17	3	13	P	3	11	37	3	7
41	P	3	P	11	3	P	P	3	29	P	3	7	17	3	11	23	3	P	7	3
43	P	11	3	7	P	3	P	P	3	23	7	3	11	17	3	P	31	3	19	29
47	P	3	13	P	3	P	P	3	7	P	3	31	29	3	P	7	3	P	P	3
49	7	P	3	P	P	3	11	7	3	13	P	3	P	19	3	P	17	3	43	P
51	3	P	P	3	11	19	3	P	23	3	P	P	3	7	P	3	13	17	3	P
53	P	3	11	P	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3	P	P	3	P	17	3
57	3	P	P	3	P	P	3	P	P	3	7	13	3	23	31	3	P	7	3	19
59	P	3	7	P	3	13	P	3	P	7	3	19	P	3	P	P	3	P	11	3
61	P	7	3	19	P	3	P	P	3	31	P	3	13	P	3	7	11	3	P	37
63	3	P	P	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	29	7	3	P	41	3	13
67	P	P	3	P	P	P	3	23	13	3	P	11	3	7	P	3	P	P	3	P	7
69	3	13	P	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	37	13	3	P	29	3	11
71	P	3	P	7	3	P	11	3	13	P	3	P	31	3	P	P	3	7	P	3
73	P	P	3	P	11	3	P	P	3	7	29	3	19	P	3	11	37	3	P	P
77	7	3	P	13	3	P	P	3	P	P	3	11	P	3	7	19	3	P	P	3
79	P	P	3	P	P	3	7	19	3	11	13	3	P	7	3	P	23	3	P	P
81	3	P	P	3	13	7	3	11	P	3	23	P	3	P	P	3	41	13	3	7
83	P	3	P	P	3	11	P	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3
87	3	11	7	3	P	P	P	3	P	P	3	P	P	3	19	P	3	7	P	3	P
89	P	3	17	P	3	19	13	3	7	23	3	29	P	3	P	P	7	3	P	P	3
91	7	P	3	17	P	3	P	7	3	P	P	3	P	13	3	37	19	3	31	11
93	3	P	P	3	17	P	3	13	19	3	P	P	3	7	P	3	P	11	3	P
97	P	P	3	P	7	3	17	P	3	P	P	3	P	11	3	3	P	3	7	P
99	3	P	13	3	P	P	3	17	29	3	7	11	3	P	P	3	P	7	3	P

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [47] - 37
PUBLIC DOMAIN

20		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
01	3	11	31	3	7	41	3	37	P	3	P	7	3	P	19	3	13	P	3	47
03	P	3	P	7	3	P	19	3	P	P	3	29	P	3	41	31	3	7	P	3
07	3	7	P	3	29	23	3	P	7	3	31	13	3	P	P	3	P	11	3	P
09	7	3	47	P	3	13	P	3	53	P	3	P	P	3	7	11	3	P	13	3
11	P	P	3	P	P	3	7	P	4	41	P	3	13	7	3	P	23	3	37	P
13	3	P	P	3	19	7	3	P	29	3	23	11	3	P	P	3	P	47	3	7
17	P	29	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	P	31	3	P	P	3	11	P
19	3	13	7	3	41	11	3	P	P	3	P	P	3	P	13	3	7	P	3	P
21	43	3	P	11	3	P	P	3	7	23	3	P	P	3	11	7	3	61	P	3
23	7	11	3	23	P	3	43	7	3	37	P	3	11	P	3	13	P		P	P
27	P	3	17	13	3	7	37	3	11	P	3	53	7	3	23	P	3	P	43	3
29	P	P	3	71	7	3	11	P	3	29	13	3	P	P	3	P	19	3	7	P
31	3	P	23	3	11	P	3	P	19	3	7	31	3	P	47	3	P	7	3	P
33	19	3	7	P	3	17	P	3	P	7	3	13	53	3	P	3	P	P	P	3
37	3	P	P	3	P	43	3	7	P	3	P	P	3	47	7	3	P	37	3	31
39	P	3	P	P	3	P	7	3	17	P	3	43	41	3	19	P	3	P	11	3
41	13	P	3	P	P	3	19	P	3	17	P	3	7	13	3	P	11	3	23	7
43	3	P	P	3	7	P	3	13	P	3	17	7	3	P	11	3	P	19	3	P
47	23	19	3	P	P	3	P	41	3	7	11	3	17	P	3	P	7	3	P	P
49	3	7	13	3	31	P	3	P	7	3	P	47	3	17	P	3	41	22	3	11
51	7	3	P	P	3	P	11	3	P	13	3	23	P	3	7	53	3	11	P	3
53	P	P	3	13	11	3	7	P	3	P	43	3	P	7	3	11	13	3	P	59
57	11	3	37	P	3	P	P	5	P	P	3	7	P	3	P	P	3	13	7	3
59	29	17	3	7	P	3	P	31	3	11	7	3	P	P	3	P	P	3	17	37
61	3	P	7	3	23	13	3	11	P	3	P	29	3	P	P	3	7	P	3	17
63	P	3	31	17	3	11	P	3	7	P	3	P	13	3	P	7	3	53	P	3
67	3	11	P	3	P	17	3	P	47	3	P	P	3	7	P	3	19	P	3	P
69	P	3	P	23	3	7	17	3	19	P	3	P	7	3	P	43	3	P	53	3
71	19	13	3	P	7	3	P	17	3	P	37	3	P	P	3	P	P	3	7	11
73	3	41	P	3	P	31	3	47	13	3	7	19	3	P	23	3	P	7	3	29
77	31	7	3	P	P	3	P	P	3	13	17	3	29	11	3	7	P	3	P	41
79	3	c	43	3	37	P	3	7	P	3	P	11	3	31	7	3	P	P	3	23
81	P	3	P	P	3	29	7	3	43	11	3	P	17	3	59	P	3	19	P	3
83	P	37	3	P	13	3	P	11	3	19	P	3	7	17	3	P	29	3	11	7
87	P	3	P	7	3	13	P	3	P	29	3	P	19	3	11	17	3	7	13	3
89	P	11	3	P	19	3	P	P	3	7	P	3	11	P	3	37	7	3	P	P
91	3	7	29	3	47	P	3	P	7	3	11	P	3	P	P	3	P	17	3	13
93	7	3	P	P	3	P	P	3	11	41	3	31	37	3	7	P		P	17	3
97	3	13	P	3	11	7	3	P	P	3	19	23	3	43	13	3	P	P	3	7
99	P	3	11	P	3	23	P	3	13	P	3	7	P	3		59	3	29	7	3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [48] - 38
PUBLIC DOMAIN

40		41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
01	P	3	P	11	3	7	43	3	P	13	3	P	7	3	11	P	3	P	P	3
03	P	11	3	13	7	3	P	P	3	P	P	3	11	P	3	P	13	3	7	P
07	P	3	7	59	3	P	17	3	11	7	3	P	41	3	P	P	3	13	P	3
09	19	7	3	31	P	3	11	17	3	P	P	3	P	P	3	7	71	3	37	19
11	3	P	P	3	11	13	3	7	17	3	P	19	3	47	7	3	31	P	3	23
13	P	3	11	19	3	P	7	3	P	17	3	P	13	3	P	37	3	29	P	3
17	3	23	P	3	7	P	3	53	P	3	29	7	3	13	P	3	41	P	3	61
19	P	3	P	7	3	P	31	3	61	P	3	P	17	3	P	P	3	7	11	3
21	P	13	3	29	P	3	P	P	3	7	P	3	23	17	3	P	7	3	P	31
23	3	7	41	3	P	P	3	P	7	3	P	47	3	P	11	3	P	59	3	P
27	P	P	3	P	19	3	7	29	3	13	11	3	P	7	3	P	17	3	P	P
29	3	P	P	3	43	7	3	P	11	3	47	23	3	73	61	3	13	17	3	7
31	29	3	P	61	3	31	11	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	11	7	3
33	37	P	3	7	11	3	41	P	3	P	7	3	P	P	3	11	43	3	19	17
37	11	3	19	P	3	13	P	3	7	P	3	11	P	3	P	7	3	P	13	3
39	7	P	3	P	23	3	P	7	3	11	P	3	13	19	3	29	P	3	P	P
41	3	41	P	3	P	19	3	11	47	3	71	53	3	7	P	3	P	P	3	13
43	13	3	P	43	3	7	P	3	29	P	3	37	7	3	P	23	3	P	P	3
47	3	11	31	3	P	P	3	47	37	3	7	P	3	P	13	3	P	7	3	19
49	P	3	7	P	3	P	P	3	13	7	3	19	29	3	P	31	3	P	P	3
51	P	7	3	19	P	3	P	P	3	P	P	3	59	P	3	7	P	3	P	11
53	3	P	P	3	61	29	3	7	23	3	31	P	3	53	7	3	P	11	3	P
57	P	P	3	P	P	3	P	67	3	P	13	3	7	11	3	P	P	3	P	7
59	3	P	P	3	7	47	3	P	43	3	P	7	3	23	53	3	P	13	3	59
61	31	3	P	7	3	P	59	3	P	11	3	13	P	3	43	67	3	7	P	3
63	17	23	3	P	P	3	P	11	3	7	61	3	19	31	3	P	7	3	11	67
67	7	3	17	11	3	P	13	3	31	P	3	P	23	3	7	19	3	73	P	3
69	13	11	3	17	41	3	7	19	3	P	37	3	11	7	3	P	P	3	P	47
71	3	43	P	3	17	7	3	13	P	3	11	P	3	41	P	3	53	29	3	7
73	P	3	P	P	3	17	P	3	11	P	3	7	P	3	13	P	3	23	7	3
77	3	P	7	3	11	23	3	17	P	3	P	31	3	19	P	3	7	53	3	43
79	P	3	11	29	3	19	P	3	7	13	3	P	P	3	P	7	3	P	P	3
81	7	37	3	13	P	3	31	7	3	17	P	3	P	P	3	P	13	3	P	P
83	3	47	P	3	P	P	3	P	19	3	13	71	3	7	P	3	P	P	3	31
87	61	53	3	41	7	3	43	P	3	P	P	3	17	P	3	37	11	3	7	P
89	3	59	P	3	67	13	3	P	P	3	7	P	3	17	11	3	P	7	3	53
91	P	3	7	P	3	P	P	3	67	7	3	29	11	3	17	P	3	P	43	3
93	P	7	3	23	P	3	13	P	3	P	11	3	67	P	3	7	P	3	71	13
97	17	3	P	P	3	P	7	3	59	19	3	P	P	3	23	29	3	11	P	3
99	P	13	3	53	11	3	37	P	3	P	P	3	7	P	3	11	41	3	17	7

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [49] - 39
PUBLIC DOMAIN

60		61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
01	17	P	3	P	37	3	7	P	3	67	P	3	19	7	3	13	11	3	29	P
03	3	17	P	3	19	7	3	P	P	3	47	P	3	67	11	3	P	P	3	7
07	P	31	3	7	43	3	P	19	3	P	7	3	P	P	3	P	P	3	37	P
09	3	41	7	3	13	29	3	P	11	3	43	P	3	P	31	3	7	13	3	11
11	P	3	P	P	3	17	11	3	7	P	3	13	P	3	P	7	3	11	73	3
13	7	P	3	59	11	3	17	7	3	31	P	3	P	71	3	11	23	3	13	41
17	11	3	P	P	3	7	13	3	17	P	3	11	7	3	P	P	3	P	P	3
19	13	29	3	71	7	3	P	P	3	11	P	3	P	13	3	73	19	3	7	P
21	3	P	P	3	P	P	3	11	19	3	7	P	3	P	41	3	P	7	3	89
23	19	3	7	P	3	11	37	3	P	7	3	17	31	3	13	P	3	P	P	3
27	3	11	13	3	P	61	3	7	P	3	P	P	3	17	7	3	29	P	3	P
29	P	3	P	P	3	P	7	3	P	13	3	P	P	3	17	P	3	59	P	3
31	37	P	3	13	59	3	19	53	3	29	79	3	7	P	3	17	13	3	41	7
33	3	P	23	3	7	47	3	P	P	3	13	7	3	P	P	3	17	11	3	P
37	P	17	3	P	41	3	P	P	3	7	31	3	P	11	3	P	7	3	17	P
39	3	7	17	3	47	13	3	23	7	3	P	11	3	41	43	3	P	71	3	17
41	7	3	79	17	3	31	29	3	P	11	3	37	13	3	7	P	3	P	P	3
43	P	P	3	P	17	3	7	11	3	53	P	3	P	7	3	19	P	3	11	13
47	P	3	P	11	3	P	17	3	41	P	3	7	P	3	11	P	3	61	7	3
49	23	11	3	7	P	3	61	17	3	P	7	3	11	P	3	P	P	3	47	P
51	3	P	7	3	P	P	3	43	13	3	11	P	3	P	P	3	7	23	3	P
53	P	3	13	P	3	P	P	3	7	17	3	23	P	3	29	7	3	P	P	3
57	3	47	P	3	11	79	3	29	P	3	P	17	3	7	P	3	13	P	3	73
59	73	3	11	P	3	7	P	3	19	P	3	P	7	3	P	P	3	P	29	3
61	11	61	3	P	7	3	P	P	3	P	23	3	53	17	3	P	47	3	7	19
63	3	P	P	3	23	P	3	P	P	3	7	13	3	37	17	3	79	7	3	P
67	P	7	3	P	29	3	59	67	3	P	37	3	13	53	3	7	11	3	P	31
69	3	31	P	3	P	P	3	7	P	3	P	67	3	P	7	3	P	17	3	13
71	13	3	P	23	3	P	7	3	P	P	3	71	11	3	3	67	3	19	17	3
73	P	P	3	P	P	3	P	13	3	19	11	3	7	73	3	P	P	3	P	7
77	59	3	P	7	3	P	11	3	13	P	3	P	19	3	P	P	3	7	P	3
79	P	37	3	P	11	3	P	P	3	7	P	3	29	47	3	11	7	3	P	79
81	3	7	11	3	P	P	3	P	7	3	73	43	3	11	P	3	P	31	3	23
83	7	3	61	13	3	29	13	3	P	P	3	11	P	3	7	P	3	43	P	3
87	3	23	P	3	13	7	3	11	71	3	19	P	3	83	P	3	P	13	3	7
89	P	3	19	P	3	11	P	3	83	29	3	7	37	3	P	P	3	P	7	3
91	P	41	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3	23	19	3	P	P	3	13	61
93	3	11	7	3	43	19	3	P	61	3	41	P	3	P	59	3	7	P	3	P
97	7	P	3	P	73	3	37	7	3	P	47	3	P	13	3	71	43	3	53	11
99	3	P	P	3	67	P	3	13	P	3	31	23	3	7	P	3	P	11	3	19

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [50] - 40
PUBLIC DOMAIN

80		81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
01	3	P	59	3	31	P	3	7	13	3	P	19	3	71	7	3	P	89	3	P
03	53	3	13	19	3	11	7	3	P	29	3	P	P	3	P	13	3	31	P	3
07	3	11	29	3	7	47	3	P	P	3	P	7	3	41	23	3	13	17	3	P
09	P	3	P	7	3	67	P	3	33	59	3	P	P	3	97	37	3	7	17	3
11	P	P	3	P	13	3	79	31	3	7	P	3	19	P	3	P	7	3	P	11
13	3	7	43	3	47	P	3	P	7	3	P	13	3	67	P	3	P	11	3	23
17	P	P	3	P	19	3	7	23	3	37	71	3	13	7	3	31	59	3	P	47
19	3	23	P	3	P	7	3	P	P	3	29	11	3	P	P	3	P	P	3	7
21	13	3	P	53	3	P	37	3	P	11	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3
23	71	P	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	23	P	3	89	P	3	11	P
27	23	3	19	11	3	P	P	3	7	79	3	P	P	3	11	7	3	71	31	3
29	7	11	3	P	P	3	P	7	3	P	P	3	11	19	3	13	P	3	P	P
31	3	47	P	3	P	19	3	P	P	3	11	23	3	7	P	3	P	37	3	P
33	29	3	P	13	3	7	89	3	11	P	3	P	7	3	P	P	3	P	P	3
37	3	79	P	3	11	P	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	23	7	3	19
39	P	3	7	31	3	P	53	3	P	7	3	13	P	3	P	P	3	P	P	3
41	11	7	3	19	23	3	P	P	3	P	P	3	P	P	3	7	31	3	13	P
43	3	17	P	3	P	P	3	7	37	3	P	41	3	P	7	3	P	P	3	61
47	13	P	3	17	P	3	P	P	3	23	83	3	7	13	3	P	11	3	43	7
49	3	29	73	3	7	83	3	13	P	3	P	7	3	P	11	3	P	P	3	P
51	83	3	37	P	3	17	41	3	53	P	3	P	11	3	13	P	3	7	P	3
53	P	31	3	P	79	3	17	P	3	7	11	3	19	47	3	41	7	3	59	37
57	7	3	23	61	3	43	11	3	17	13	3	P	P	3	7	19	3	11	P	3
59	P	41	3	13	11	3	7	19	3	17	P	3	47	7	3	11	13	3	P	23
61	3	P	11	3	P	7	3	P	P	3	13	P	3	11	P	3	P	43	3	7
63	11	3	P	P	3	P	P	3	P	P	3	7	59	3	P	73	3	13	7	3
67	3	P	7	3	P	13	3	11	P	3	P	89	3	17	P	3	7	P	3	P
69	P	3	P	P	3	11	P	3	7	P	3	53	13	3	17	7	3	P	71	3
71	P	P	3	11	43	3	13	7	3	P	47	3	73	P	3	17	19	3	P	13
73	3	11	P	3	37	P	3	31	19	3	43	P	3	7	P	3	17	29	3	P
77	41	13	3	P	7	3	P	67	3	47	29	3	P	P	3	61	)	3	7	11
79	3	P	17	3	61	23	3	P	13	3	7	67	3	83	P	3	P	7	3	17
81	P	3	7	17	3	P	P	3	83	7	3	P	P	3	19	11	3	P	41	3
83	59	7	3	83	17	3	19	P	3	13	31	3	P	11	3	7	23	3	P	67
87	P	3	P	P	3	31	7	3	P	11	3	P	29	3	53	P	3	P	P	3
89	P	19	3	P	13	3	P	11	3	89	61	3	7	41	3	43	P	3	11	7
91	3	P	P	3	7	11	3	59	17	3	P	7	3	P	P	3	11	P	3	97
93	P	3	P	7	3	13	P	3	P	17	3	29	P	3	11	53	3	7	13	3
97	3	7	P	3	29	P	3	19	7	3	11	17	3	P	P	3	P	97	3	13
99	7	3	43	37	3	P	P	3	11	P	3	P	17	3	7	29	3	41	19	3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [51] - 41
PUBLIC DOMAIN

100		101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
01	73	3	101	P	3	P	P	3	7	11	3	17	23	3	13	7	3	P	P	3
03	7	P	3	P	101	3	23	7	3	P	P	3	17	89	3	P	41	3	11	P
07	P	3	59	11	3	7	P	3	101	13	3	29	7	3	11	37	3	23	P	3
09	P	11	3	13	7	3	103	P	3	P	101	3	11	43	3	17	13	3	7	19
11	3	P	P	3	29	23	3	P	19	3	7	41	3	P	P	3	17	7	3	43
13	17	3	7	P	3	P	P	3	13	7	3	P	P	3	101	29	3	13	P	3
17	3	67	17	3	11	13	3	7	29	3	23	P	3	P	7	3	P	P	3	17
19	43	3	11	17	3	67	7	3	31	61	3	P	13	3	19	P	3	P	53	3
21	11	29	3	P	17	3	13	71	3	67	103	3	7	P	3	41	P	3	P	7
23	3	53	P	3	7	17	3	P	79	3	73	7	3	13	P	3	59	19	3	P
27	37	13	3	23	P	3	P	17	3	7	P	3	103	47	3	P	7	3	P	P
29	3	7	53	3	P	P	3	P	7	3	41	31	3	P	11	3	29	37	3	79
31	7	3	13	P	3	P	P	3	P	17	3	P	11	3	7	13	3	P	P	3
33	79	P	3	P	P	3	7	P	3	13	11	3	47	7	3	19	P	3	19	P
37	P	3	29	P	3	41	11	3	P	P	3	7	17	3	P	83	3	11	7	3
39	P	P	3	7	11	3	P	P	3	P	7	3	F	17	3	11	103	3	P	P
41	3	P	7	3	53	83	3	23	37	3	61	13	3	11	17	3	7	59	3	P
43	11	3	P	P	3	13	29	3	7	31	3	11	P	3	P	7	3	P	13	3
47	3	73	P	3	31	53	3	11	P	3	P	71	3	7	P	3	19	17	3	13
49	13	3	37	79	3	7	23	3	19	P	3	P	7	3	107	P	3	31	17	3
51	19	P	3	11	7	3	P	13	3	47	43	3	P	P	3	P	61	3	7	17
53	3	11	P	3	P	61	3	P	P	3	7	19	3	P	13	3	43	7	3	P
57	89	7	3	P	P	3	P	31	3	P	P	3	P	41	3	7	P	3	71	11
59	3	P	P	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	37	7	3	89	11	3	P
61	P	3	31	13	3	59	7	3	P	97	3	P	P	3	73	11	3	19	29	3
63	29	P	3	43	P	3	P	47	3	19	13	3	7	11	3	31	107	3	P	7
67	P	3	P	7	3	P	P	3	P	11	3	13	19	3	P	43	3	7	P	3
69	P	P	3	P	19	3	47	11	3	7	P	3	59	P	3	23	7	3	11	P
71	3	7	P	3	37	11	3	P	7	3	P	P	3	83	P	3	11	79	3	P
73	7	3	P	11	3	97	13	3	83	P	3	P	P	3	7	71	3	61	31	3
77	3	P	43	3	P	7	3	13	73	3	11	P	3	31	23	3	P	P	3	7
79	P	3	19	97	3	71	59	3	11	P	3	7	P	3	13	P	3	P	7	3
81	17	P	3	7	47	3	11	P	3	79	7	3	29	19	3	37	P	3	109	P
83	3	17	7	3	11	19	3	41	P	3	P	53	3	P	P	3	7	P	3	23
87	7	61	3	13	P	3	P	7	3	P	P	3	P	59	3	P	13	3	P	P
89	3	23	P	3	17	P	3	P	P	3	13	67	3	7	P	3	P	P	3	19
91	P	3	41	P	3	7	P	3	P	29	3	19	7	3	P	67	3	13	11	3
93	P	P	3	19	7	3	17	43	3	P	P	3	23	P	3	P	11	3	7	67
97	23	3	7	37	3	P	19	3	17	7	3	P	13	3	P	P	3	19	P	3
99	P	7	3	P	P	3	13	P	3	17	11	3	P	P	3	7	P	3	73	13

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [52] - 42
PUBLIC DOMAIN

120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139
01	11 p	3	p	p	3	p	13	3	7	p	3	43	47	3	23	7	3	37	p
03	3 7	p	3	79	p	3	p	7	3	p	p	3	53	13	3	61	71	3	p
07	p p	3	31	19	3	7	97	3	p	p	3	47	7	3	13	11	3	p	p
09	3 p	29	3	p	7	3	71	p	3	p	p	3	p	11	3	31	p	3	7
11	p 3	p	13	3	p	p	3	23	p	3	7	11	3	p	59	3	p	7	3
13	41 p	3	7	p	3	p	p	3	37	7	3	73	p	3	p	p	3	19	p
17	61 3	19	109	3	p	11	3	7	p	3	13	p	3	p	7	3	11	41	3
19	7 p	3	97	11	3	p	7	3	p	47	3	p	19	3	11	p	3	13	31
21	3 17	11	3	p	19	3	p	p	3	29	p	3	7	p	3	53	p	3	p
23	11 3	17	p	3	7	13	3	p	p	3	11	7	3	31	p	3	p	23	3
27	3 67	p	3	17	p	3	11	101	3	7	p	3	p	29	3	p	7	3	19
29	23 3	7	p	3	11	73	3	p	7	3	19	p	3	13	83	3	p	p	3
31	53 7	3	11	31	3	17	29	3	67	83	3	101	p	3	7	43	3	p	p
33	3 11	13	3	p	83	3	7	41	3	p	23	3	67	7	3	p	31	3	p
37	p 19	3	13	p	3	p	47	3	17	p	3	7	p	3	p	13	3	101	7
39	3 61	p	3	7	p	3	p	37	3	13	7	3	p	89	3	23	11	3	53
41	p 3	p	7	3	p	p	3	p	p	3	17	p	3	p	11	3	7	p	3
43	p p	3	p	23	3	47	p	3	7	p	3	17	11	3	29	7	3	109	73
47	7 3	37	p	3	p	p	3	29	11	3	p	13	3	7	19	3	59	61	3
49	p p	3	53	59	3	7	11	3	23	p	3	p	7	3	17	p	3	11	13
51	3 29	p	3	p	7	3	41	71	3	31	p	3	13	p	3	11	p	3	7
53	17 3	p	11	3	p	p	3	p	p	3	7	29	3	11	p	3	17	7	3
57	3 p	7	3	p	29	3	p	13	3	11	59	3	19	p	3	7	p	3	17
59	31 3	13	17	3	19	p	3	7	p	3	p	p	3	43	7	3	p	p	3
61	7 p	3	47	17	3	11	7	3	13	37	3	89	31	3	71	19	3	83	23
63	3 p	p	3	11	17	3	p	19	3	p	p	3	7	p	3	13	p	3	p
67	11 23	3	83	7	3	53	17	3	p	73	3	p	p	3	p	79	3	7	p
69	3 43	p	3	37	p	3	113	17	3	7	13	3	29	p	3	p	7	3	61
71	p 3	7	89	3	13	p	3	61	7	3	p	23	3	19	41	3	47	11	3
73	p 7	3	p	p	3	19	53	3	p	17	3	13	43	3	7	11	3	p	89
77	13 3	p	p	3	p	7	3	79	19	3	p	11	3	p	p	3	23	p	3
79	47 19	3	p	p	3	31	13	3	p	11	3	7	17	3	37	p	3	p	7
81	3 13	p	3	7	23	3	p	11	3	103	7	3	p	13	3	p	p	3	11
83	43 3	71	7	3	p	11	3	13	p	3	p	37	3	97	17	3	7	p	3
87	3 7	11	3	p	41	3	19	7	3	23	p	3	11	p	3	p	17	3	71
89	7 3	p	13	3	p	p	3	p	31	3	11	97	3	7	107	3	p	17	3
91	107 73	3	p	p	3	7	p	3	11	13	3	p	7	3	p	p	3	29	17
93	3 89	19	3	13	7	3	11	p	3	p	79	3	59	103	3	p	13	3	7
97	p p	3	7	p	3	p	67	3	41	7	3	p	p	3	p	p	3	13	p
99	3 11	7	3	29	43	3	p	p	3	p	67	3	p	p	3	7	p	3	p

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [53] - 43
PUBLIC DOMAIN

140		141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
01	3	59	11	3	P	17	3	61	19	3	7	P	3	11	P	3	P	7	3	P
03	11	3	7	P	3	P	17	3	113	7	3	11	23	3	73	37	3	41	P	3
07	7	P	P	3	P	89	3	7	13	3	43	P	3	P	7	3	P	113	3	P
09	P	3	13	41	3	11	7	3	59	17	3	29	67	3	19	13	3	23	P	3
11	P	103	3	11	P	3	19	47	3	13	17	3	7	61	3	P	67	3	97	7
13	3	11	61	3	7	23	3	P	P	3	P	7	3	P	P	3	13	19	3	P
17	107	19	3	103	13	3	47	P	3	7	P	3	P	17	3	59	7	3	P	11
19	3	7	59	3	P	P	3	41	7	3	23	13	3	P	17	3	P	11	3	P
21	7	3	P	P	3	13	P	3	P	43	3	P	31	3	7	11	3	79	13	3
23	37	29	3	P	P	3	7	P	3	P	83	3	13	7	3	19	17	3	P	P
27	13	3	41	P	3	73	P	3	P	11	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3
29	P	71	3	7	47	3	P	11	3	P	7	3	97	P	3	53	P	3	11	17
31	3	13	7	3	P	11	3	P	P	3	P	P	3	P	13	3	7	P	3	89
33	P	3	43	11	3	P	P	3	7	109	3	37	P	3	11	7	3	P	71	3
37	3	67	23	3	P	P	3	P	37	3	11	P	3	7	43	3	19	P	3	P
39	101	3	29	13	3	7	P	3	11	P	3	P	7	3	P	41	3	P	47	3
41	19	79	3	P	7	3	11	P	3	67	13	3	P	23	3	P	P	3	7	19
43	3	P	P	3	11	P	3	23	P	3	7	19	3	67	P	3	P	7	3	107
47	11	7	3	P	P	3	97	P	3	P	41	3	79	103	3	7	P	3	13	37
49	3	P	P	3	P	P	3	7	31	3	101	P	3	P	7	3	P	P	3	41
51	P	3	P	113	3	P	7	3	P	P	3	109	101	3	P	P	3	19	11	3
53	13	P	3	31	97	3	P	P	3	19	P	3	7	13	3	103	11	3	83	7
57	P	3	53	7	3	P	P	3	83	P	3	23	11	3	13	47	3	7	101	3
59	17	P	3	83	19	3	107	P	3	7	11	3	P	P	3	P	7	3	P	P
61	3	7	13	3	P	P	3	29	7	3	P	P	3	P	P	3	P	P	3	11
63	7	3	17	53	3	P	11	3	89	13	3	59	P	3	7	79	3	11	29	3
67	3	31	11	3	17	7	3	P	P	3	13	29	3	11	P	3	P	P	3	7
69	11	3	19	P	3	17	P	3	P	P	3	7	P	3	31	P	3	13	7	3
71	P	37	3	7	29	3	17	P	3	11	7	3	P	19	3	23	P	3	59	P
73	3	P	7	3	41	13	3	11	73	3	P	P	3	P	P	3	7	P	3	P
77	7	P	3	11	31	3	13	7	3	17	P	3	P	P	3	37	61	3	P	13
79	3	11	109	3	P	61	3	P	P	3	17	43	3	7	23	3	P	31	3	19
81	P	3	P	73	3	7	53	3	23	71	3	17	7	3	113	P	3	43	P	3
83	P	15	3	19	7	3	P	P	3	P	P	3	17	P	3	P	P	3	7	11
87	P	3	7	P	3	29	19	3	P	7	3	P	P	3	17	11	3	P	P	3
89	73	7	3	P	P	3	37	23	3	13	79	3	P	11	3	7	29	3	P	59
91	3	23	31	3	43	P	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	13	P	3	P
93	17	3	P	37	3	P	7	3	53	11	3	P	41	3	P	31	3	17	23	3
97	3	P	17	3	7	11	3	P	P	3	31	7	3	89	P	3	11	P	3	17
99	23	3	79	7	3	13	P	3	47	53	3	P	P	3	11	19	3	7	13	3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [54] - 44
PUBLIC DOMAIN

160		161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179
01	P	3	17	P	3	29	13	3	53	P	3	7	103	3	P	11	3	31	7	3
03	13	P	3	7	47	3	P	P	3	P	7	3	P	11	3	23	29	3	19	P
07	P	3	19	23	3	17	P	3	7	11	3	P	P	3	13	7	3	P	P	3
09	7	89	3	47	61	3	17	7	3	37	73	3	P	19	3	P	P	3	11	P
11	3	P	13	3	P	11	3	17	P	3	P	71	3	7	23	3	11	89	3	P
13	67	3	31	11	3	7	37	3	17	13	3	109	7	3	11	83	3	P	47	3
17	3	71	P	3	P	83	3	73	67	3	7	P	3	P	P	3	79	7	3	19
19	83	3	7	P	3	P	P	3	11	7	3	17	67	3	P	P	3	13	103	3
21	37	7	3	19	P	3	11	23	3	P	P	3	17	P	3	7	67	3	71	P
23	3	23	P	3	11	13	3	7	P	3	29	P	3	17	7	3	P	37	3	P
27	11	P	3	29	P	3	13	43	3	P	P	3	7	P	3	17	P	3	P	7
29	3	127	P	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3	13	29	3	17	P	3	P
31	17	3	P	7	3	61	P	3	P	P	3	37	P	3	P	47	3	7	11	3
33	P	13	3	P	P	3	P	29	3	7	P	3	19	P	3	89	7	3	17	79
37	7	3	13	17	3	23	127	3	113	P	3	P	11	3	7	13	3	P	P	3
39	43	P	3	P	17	3	7	19	3	13	11	3	P	7	3	P	31	3	P	P
41	3	P	109	3	41	7	3	P	11	3	P	61	3	P	107	3	13	113	3	7
43	61	3	37	59	3	71	11	3	P	P	3	7	43	3	P	53	3	11	7	3
47	3	67	7	3	P	P	3	P	17	3	P	13	3	11	73	3	7	P	3	131
49	11	3	P	P	3	13	P	3	7	17	3	11	47	3	P	7	3	P	13	3
51	7	31	3	83	P	3	P	7	3	11	17	3	13	P	3	P	19	3	P	29
53	3	29	P	3	P	P	3	11	19	3	P	17	3	7	31	3	127	41	3	13
57	P	107	3	11	7	3	P	13	3	31	37	3	P	17	3	97	P	3	7	P
59	3	11	71	3	109	29	3	P	23	3	7	P	3	P	13	3	P	7	3	P
61	P	3	7	P	3	P	P	3	13	7	3	131	41	3	19	17	3	P	53	3
63	P	7	3	P	101	3	19	P	3	P	113	3	61	97	3	7	17	3	P	11
67	P	3	P	13	3	P	7	3	101	19	3	P	31	3	P	11	3	109	17	3
69	P	19	3	P	43	3	79	41	3	71	13	3	7	11	3	P	P	3	107	7
71	3	103	53	3	7	73	3	31	P	3	43	7	3	29	P	3	41	13	3	P
73	P	3	P	7	3	P	P	3	47	11	3	13	23	3	101	P	3	7	61	3
77	3	7	41	3	P	11	3	19	7	3	P	89	3	P	P	3	11	29	3	P
79	7	3	73	11	3	59	13	3	P	P	3	41	37	3	7	P	3	23	19	3
81	13	11	3	P	P	3	7	97	3	P	19	3	11	7	3	P	P	3	P	41
83	3	P	19	3	53	7	3	13	P	3	11	P	3	P	P	3	P	P	3	7
87	P	P	3	7	P	3	11	P	3	P	7	3	59	P	3	43	23	3	31	P
89	3	P	7	3	11	53	3	103	P	3	23	P	3	P	P	3	7	P	3	P
91	P	3	11	37	3	47	P	3	7	13	3	P	P	3	P	7	3	P	P	3
93	7	P	3	13	P	3	P	7	3	P	P	3	P	P	3	73	13	3	29	19
97	P	3	43	19	3	7	59	3	61	23	3	29	7	3	P	P	3	13	11	3
99	17	97	3	23	7	3	P	107	3	89	P	3	P	1273		P	11	3	7	41

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [55] - 45
PUBLIC DOMAIN

180		181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
01	47	23	3	P	P	3	11	P	3	41	P	3	7	P	3	P	17	3	P	7
03	3	43	109	3	7	P	3	59	P	3	31	7	3	97	P	3	2	17	3	13
07	11	19	3	P	79	3	23	13	3	7	83	3	P	43	3	P	7	3	29	17
09	3	7	131	3	41	83	3	53	7	3	P	97	3	P	13	3	P	P	3	43
11	7	3	P	P	3	107	37	3	13	P	3	29	P	3	7	109	3	23	11	3
13	P	59	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	P	7	3	13	11	3	P	P
17	43	3	P	13	3	P	P	3	31	P	3	7	11	3	P	29	3	P	7	3
19	37	P	3	7	113	3	43	P	3	P	7	3	P	P	3	131	23	3	P	P
21	3	P	7	3	13	P	3	97	11	3	23	P	3	139	P	3	7	13	3	11
23	67	3	P	73	3	P	11	3	7	127	3	13	47	3	P	7	3	11	43	3
27	3	P	11	3	P	97	3	61	67	3	53	31	3	7	P	3	19	P	3	P
29	11	3	P	P	3	7	13	3	19	23	3	11	7	3	P	59	3	109	79	3
31	13	P	3	23	7	3	31	P	3	11	P	3	P	13	3	P	67	3	7	19
33	3	P	P	3	P	43	3	11	37	3	7	19	3	P	P	3	29	7	3	31
37	17	7	3	11	103	3	P	41	3	29	P	3	P	61	3	7	73	3	83	P
39	3	11	13	3	P	P	3	7	P	3	79	P	3	83	7	3	41	P	3	127
41	P	3	17	P	3	P	7	3	83	13	3	P	71	3	P	P	3	19	P	3
43	P	P	3	13	P	3	103	P	3	19	137	3	7	23	3	P	13	3	P	7
47	P	3	71	7	3	17	29	3	47	P	3	41	19	3	P	11	3	7	89	3
49	P	P	3	59	19	3	17	P	3	7	43	3	P	11	3	113	7	3	23	P
51	3	7	P	3	P	13	3	17	7	3	P	11	3	37	53	3	43	P	3	71
53	7	3	P	P	3	P	23	3	17	11	3	107	13	3	7	P	3	P	P	3
57	3	67	P	3	P	7	3	P	109	3	17	P	3	13	P	3	11	23	3	7
59	P	3	19	11	3	67	47	3	P	P	3	7	P	3	11	P	3	P	7	3
61	P	11	3	7	P	3	P	73	3	67	7	3	11	19	3	31	P	3	P	P
63	3	41	7	3	37	19	3	29	13	3	11	P	3	17	P	3	7	P	3	P
67	7	37	3	P	59	3	11	7	3	13	23	3	P	107	3	17	71	3	P	41
69	3	P	P	3	11	31	3	137	P	3	P	29	3	7	P	3	13	53	3	19
71	17	3	11	P	3	7	P	3	113	61	3	19	7	3	P	P	3	17	31	3
73	11	17	3	19	7	3	71	P	3	P	P	3	P	P	3	23	103	3	7	P
77	P	3	7	17	3	13	19	3	43	7	3	127	37	3	P	P	3	P	11	3
79	101	7	3	P	17	3	P	89	3	P	P	3	13	P	3	7	11	3	103	P
81	3	P	101	3	P	17	3	7	79	3	P	P	3	P	7	3	P	131	3	15
83	13	3	47	31	3	P	7	3	23	41	3	P	11	3	P	P	3	73	59	3
87	3	13	P	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	P	13	3	P	47	3	11
89	P	3	P	7	3	29	11	3	13	17	3	31	P	3	P	19	3	7	P	3
91	79	P	3	53	11	3	P	19	3	7	17	3	101	P	3	11	7	3	P	P
93	3	7	11	3	P	P	3	P	7	3	61	17	3	11	101	3	47	P	3	P
97	P	31	3	P	53	3	7	P	3	11	13	3	23	7	3	P	P	3	101	P
99	3	P	29	3	13	7	3	11	P	3	71	73	3	19	17	3	P	13	3	7

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [56] - 46
PUBLIC DOMAIN

200		201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219
01	3	P	P	3	23	13	3	127	11	3	P	P	3	7	P	3	P	P	3	11
03	83	3	89	79	3	7	11	3	71	P	3	47	7	3	17	P	3	11	P	3
07	3	P	11	3	P	P	3	P	P	3	7	P	3	11	P	3	17	7	3	19
09	11	3	7	23	3	P	37	3	P	7	3	11	127	3	79	137	3	17	113	3
11	P	7	3	19	P	3	P	139	3	11	P	3	P	101	3	7	P	3	17	P
13	3	P	17	3	137	73	3	7	13	3	P	43	3	P	7	3	P	P	3	17
17	37	P	3	11	17	3	53	P	3	13	P	3	7	P	3	P	P	3	P	7
19	3	11	P	3	7	17	3	P	109	3	P	7	3	P	P	3	13	37	3	23
21	P	3	73	7	3	P	17	3	47	P	3	P	P	3	31	P	3	7	P	3
23	P	P	3	P	13	3	41	17	3	7	P	3	19	P	3	P	7	3	139	11
27	7	3	113	P	3	13	P	3	59	17	3	37	P	3	7	11	3	P	13	3
29	P	P	3	29	31	3	7	19	3	P	17	3	13	7	3	P	43	3	83	P
31	3	41	P	3	P	7	3	P	37	3	P	11	3	83	29	3	97	31	3	7
33	13	3	P	P	3	P	47	3	83	11	3	7	17	3	P	61	3	103	7	3
37	3	13	7	3	107	11	3	89	67	3	109	23	3	19	13	3	7	P	3	P
39	29	3	37	11	3	19	P	3	7	P	3	P	67	3	11	7	3	P	P	3
41	7	11	3	P	P	3	P	7	3	43	53	3	11	P	3	13	17	3	P	37
43	3	P	31	3	P	P	3	P	19	3	11	P	3	7	41	3	23	17	3	P
47	P	P	3	P	7	3	11	P	3	P	13	3	P	P	3	29	P	3	7	17
49	3	P	P	3	11	P	3	P	P	3	7	P	3	37	89	3	P	7	3	47
51	P	3	7	47	3	P	107	3	29	7	3	13	79	3	19	23	3	P	P	3
53	11	7	3	P	113	3	19	P	3	23	37	3	53	131	3	7	59	3	13	29
57	31	3	47	P	3	61	7	3	P	19	3	P	29	3	43	P	3	P	11	3
59	13	19	3	P	41	3	73	P	3	P	P	3	7	13	3	P	11	3	P	7
61	3	P	P	3	7	29	3	13	23	3	P	7	3	41	11	3	P	47	3	P
63	P	3	23	7	3	P	P	3	31	P	3	P	11	3	13	P	3	7	P	3
67	3	7	13	3	97	131	3	19	7	3	P	61	3	23	P	3	47	P	3	11
69	7	3	P	P	3	67	11	3	41	13	3	P	P	3	7	P	3	11	19	3
71	P	23	3	13	11	3	7	P	3	67	19	3	89	7	3	11	13	3	P	127
73	3	P	11	3	59	7	3	P	P	3	13	31	3	11	109	3	P	P	3	7
77	17	P	3	7	P	3	23	79	3	11	7	3	P	P	3	P	53	3	131	P
79	3	17	7	3	P	23	3	11	P	3	107	P	3	P	47	3	7	29	3	31
81	43	3	17	89	3	11	P	3	7	P	3	59	13	3	P	7	3	23	P	3
83	7	P	3	11	P	3	13	7	3	P	29	3	P	P	3	113	P	3	79	13
87	53	3	P	19	3	7	137	3	P	31	3	P	7	3	P	P	3	P	43	3
89	P	13	3	P	7	3	17	P	3	139	P	3	61	73	3	P	23	3	7	11
91	3	61	103	3	31	59	3	17	13	3	7	P	3	P	P	3	109	7	3	P
93	71	3	7	P	3	P	P	3	17	7	3	P	107	3	P	11	3	19	P	3
97	3	19	P	3	103	43	3	7	P	3	17	11	3	P	7	3	13	71	3	P
99	101	3	53	P	3	P	7	3	P	11	3	17	19	3	P	P	3	P	61	3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [57] - 47
PUBLIC DOMAIN

220		221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239
01	7	3	149	29	3	P	97	3	151	P	3	13	P	3	7	71	3	137	P	3
03	P	23	3	P	43	3	7	73	3	37	P	3	P	7	3	19	P	3	13	11
07	59	3	53	P	3	71	13	3	P	P	3	7	23	3	89	11	3	151	7	3
09	13	P	3	7	P	3	23	P	3	31	7	3	P	11	3	P	P	3	29	P
11	3	P	7	3	73	P	3	13	P	3	P	11	3	P	41	3	7	131	3	P
13	P	3	97	53	3	47	P	3	7	11	3	29	139	3	13	7	3	23	P	3
17	3	17	13	3	29	11	3	P	P	3	P	P	3	7	P	3	11	37	3	P
19	97	3	17	11	3	7	P	3	19	13	3	61	7	3	11	29	3	P	P	3
21	19	11	3	13	7	3	P	P	3	P	P	3	11	P	3	43	13	3	7	19
23	3	P	71	3	17	101	3	31	29	3	7	19	3	83	59	3	P	7	3	47
27	P	7	3	83	41	3	11	P	3	101	P	3	P	P	3	7	P	3	P	71
29	3	P	P	3	11	13	3	7	37	3	P	101	3	41	7	3	P	61	3	P
31	P	3	11	137	3	P	7	3	17	23	3	P	13	3	P	P	3	19	P	3
33	11	P	3	23	P	3	13	127	3	17	31	3	7	P	3	101	P	3	P	7
37	P	3	37	7	3	31	P	3	41	P	3	17	19	3	23	P	3	7	11	3
39	P	13	3	89	19	3	P	P	3	7	P	3	17	P	3	P	7	3	31	37
41	3	7	23	3	P	P	3	P	7	3	P	73	3	17	11	3	47	P	3	89
43	7	3	13	P	3	P	P	3	53	P	3	P	11	3	7	13	3	P	113	3
47	3	P	P	3	P	7	3	23	11	3	19	79	3	37	P	3	13	P	3	7
49	17	3	19	P	3	P	11	3	73	53	3	7	67	3	131	P	3	11	7	3
51	P	17	3	7	11	3	P	P	3	59	7	3	P	19	3	11	67	3	17	43
53	3	P	7	3	P	19	3	61	P	3	P	13	3	11	47	3	7	P	3	17
57	7	P	3	79	17	3	139	7	3	11	P	3	13	P	3	P	41	3	P	P
59	3	P	P	3	37	17	3	11	P	3	P	P	3	7	P	3	59	23	3	13
61	13	3	113	59	3	7	17	3	P	P	3	19	7	3	29	P	3	P	107	3
63	P	37	3	11	7	3	131	13	3	P	P	3	43	61	3	P	P	3	7	31
67	P	3	7	P	3	P	19	3	13	7	3	P	53	3	31	P	3	P	29	3
69	29	7	3	P	P	3	P	P	3	103	17	3	P	P	3	7	P	3	P	11
71	3	P	P	3	23	P	3	7	P	3	P	17	3	P	7	3	P	11	3	P
73	P	3	P	13	3	P	7	3	89	P	3	P	17	3	P	11	3	P	P	3
77	3	67	P	3	7	107	3	P	P	3	47	7	3	97	17	3	P	13	3	P
79	P	3	P	7	3	67	P	3	137	11	3	13	P	3	53	17	3	7	P	3
81	71	41	3	P	P	3	37	11	3	7	P	3	31	103	3	P	7	3	11	P
83	3	7	P	3	P	11	3	P	7	3	41	97	3	67	23	3	11	17	3	29
87	13	11	3	61	113	3	7	P	3	127	P	3	11	7	3	103	P	3	P	17
89	3	P	31	3	43	7	3	13	47	3	11	P	3	19	83	3	P	P	3	7
91	P	3	P	P	3	19	P	3	11	83	3	7	P	3	13	31	3	37	7	3
93	P	P	3	7	83	3	11	23	3	P	7	3	P	149	3	P	19	3	P	P
97	19	3	11	P	3	59	P	3	7	13	3	P	P	3	P	7	3	53	23	3
99	7	79	3	13	149	3	P	7	3	109	P	3	23	P	3	P	13	3	P	103

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [58] - 48
PUBLIC DOMAIN

Gebrauch diser Tafeln.

Gleich in dem anblikk sihet man/ob eine quantitet composita oder incomposita, das ist / theilbar oder untheilbar ist/ und wievil partes aliquotas sie habe: Das seitenrand haltet in sich alle ungerade zahlen bis auf 99. welche zu den zahlen des scheitelrands / auf erforderung / herzugetahn werden müssen. Alß es seye fürgegeben 21449: so suche die 2. letsten zahlen namlich 49. im seitenrand/und die drey ersten 214 im scheitelrand / wo sie gefunden werden / da fahre von dem seitenrand rechtwerts/und von dem scheitelrand nidsich/wo nun beyde einandern begegnen/findet sich 89. so ein pars aliquota ist/dardurch dividiere 21449. kommen 241. Die suche auch in der Tafeln/procediere wie vormals / so findest die zahl 1 welche bedeutet / daß 241 untheilbar oder prim seye: stehen hiemit die partes aliquotæ, der zahl 21449 also

1
89. 241
21419.

Were die gerade zahl 21696 fürgegeben/ so theile sie durch 2 so oft möglich / bis im sechßtenmal der quotient ungerad wird/kommen endlich 339. die suche obberührter maassen in der Tafeln/so trift man den partem aliquotam 3 /und komt im quotienten 113 / die findest bey 1 /ist deßhalben 113 prim oder untheilbar: es stehen aber die partes aliquotæ der zahl 21696 wie folget, auß den gefundenen 1.2.3. 113. suche die nochmanglenden.

1
2. 2. 2. 2. 2. 2.
4 8 16 32 64
3. 6. 12. 24. 48. 96. 192.
113. 226. 452. 904. 1808. 3616. 7232. 339. 678. 1356. 2712. 5424. 10848. 21696.

Wie die obgefundene Haubtheiler in einandern/ und auch in ihre product multipliciert seyen/das ligt klar vor augen/bedarff hiemit keiner fehrnern erläuterung.

Algebraische form.

Die fürgegebene quantitet seye aadee—aafe. Erforsche was für gleiche buchstaben an beyden ohrten des binomii stehen/sind allhie a. a. e. darmit theile aadee—aafe komt in dem quotienten de—f so prim oder untheilbar ist/ darum dann die erstgefundene partes aliquotæ also stehen 1. a. a. e. de—f. durch dero mittel die übrigen also gesucht werden.

1
a a
aa
e. ae. aae.
de—f. ade—af. aade—aaf. dee—ef. aadee—aafe.

Unter disen ist nur ein quadratischer Theiler/ namlich aa darmit wird die quantitet obbeschribener maassen verkleinert/und komt $a\sqrt{dee—fe}$ oder $a * \sqrt{dee—fe} = \sqrt{aadee—aafe}$.

Mit den cubischen/biquadratischen/ꝛc. quantiteten hat es ein gleiche gestaltsamme / allein müssen dannzumalen unter

unter den partibus aliquotis cubische oder biquadratische quantiteten außgesucht/ und die division verrichtet werden/wie obgewisen.

Zugewahren ist/daß durch hülff diser Justauftheilern die quantiteten der brüchen/ vil komlicher in ihre gleichgültigkeit verkürzt werden mögen/alß durch den schlag/ dessen bey den fractionen meldung geschehen. Alß es seye zuverkürzen

$\frac{bdd-cdd+bee-cee}{bb-cc}$ dessen erste theiler sind 1. b—c. dd+ee. des Nenners erste theiler sind 1. b—c. b+c.

So werden die übrige partes aliquotæ herfürkommen.

des Zellers.	des Nenners.
$\frac{1}{b-c.\ dd+ee}$	$\frac{1}{b-c.\ b+c}$
$\frac{}{bdd-cdd+bee-cee}$	$\frac{}{bb-cc}$

Weilen dann nun an beyden ohrten das gleiche residuum b—c angetroffen wird / so mag durch selbiges der bruch verkleinert werden/und ist

$$\frac{dd+ee}{b+c} = \frac{bdd-cdd+bee-cee}{bb-cc}$$

Wann aber unterschidliche partes aliquotæ an beyden ohrten angetroffen wurden / so müßte man den grösten darauß nemmen / und darmit die theilung verrichten; dann sonsten wurden die quantiteten gegen einandern noch nicht prim, und also erfordert werden/neue arbeit aufzuwenden. Wurden unter den partibus aliquotis keine quadrat/cubi, &c. angetroffen/so mag die fürgegebene quantitet nicht verkleinert werden/man wolle sie dann in eine bruchsform einrichten. Alß die gegebene quantitet seye $\sqrt{3\,5aa}$. solche dividiere durch eine quadratische zahl 4. oder

25. 36. &c. und sezze den Theiler auch multiplications-weis für die quantitet.

$$4\sqrt{\frac{35aa}{4}} = 25\sqrt{\frac{35aa}{25}} = 36\sqrt{\frac{35aa}{36}} = 36\sqrt{\frac{35aa}{6}}$$

So komt $2a\sqrt{\frac{35}{4}} = 5a\sqrt{\frac{35}{25}} = 6a\sqrt{\frac{35}{36}} = 6a * \sqrt{\frac{35}{6}}$

Obgleich obeyngeführte quantiteten surdisch sind / so stehen sie gleichwol gegen einandern in zweyfacher eigenschaft: dann eintweders sind sie gleichmäßlich und communicanten / oder ungleichmäßlich. Die gleichmäßliche quantiteten sind den rationalen mit genauer verwandtschaft beygetahn: das ist/sie verhalten sich zu einandern/ wie eine rationalquantitet / zu einer andern rationalquantitet: Aber die ungleichmäßliche mögen sich weder gegen einandern/noch gegen den rationalen einicher maassen betragen. Die communicanten erkent man / wann dasjenige / so unter dem Radicalzeichen stehet/gleich ist: alßdann verhalten sich söliche zusammen/ wie ihre zugefügte rationalquantiteten.

Es seye $a\sqrt{bc}$ und $d\sqrt{bc}$ so stehet ihre proportion also.

$a\sqrt{bc}$ $d\sqrt{bc}$ :: a. d.

Allhier fallet erstmals für das **Analogeyzeichen** :: bedeutet die 4. terminos oder stellen der guldenen proportion/ und wann nun fürohin in unserm rand das gemerkwörtlein analog. gebraucht wird/so bedeutet selbiges die gemeldten 4. terminos: obige disposition aber wird mit worten folgender maassen außgesprochen:

Wie sich verhaltet $a\sqrt{bc}$ zu $d\sqrt{bc}$ also verhaltet sich a zu d

$\therefore ad\sqrt{bc} = ad\sqrt{bc}$

Nach art der analogien ist das product von beyden

aussern stellen gleich dem product beyder mittlern stellen: welches allhie mit den 3. pünctlinen ∴ so da heissen ergò oder **deßhalben**; bemerket wird. Wann nun fürohin das wörtlein ergò am rand stehet/so bedeutet es die production der aussern und mittlern stellen der analogey.

Es seyen $18\sqrt{dd-cc}$ und $c+d\sqrt{dd-cc}$ so stehen sie also	1	
$18\sqrt{dd-cc} \quad c+d\sqrt{dd-cc} :: 18. \; c+d$	2	1. analog.
$\therefore 18c+18d*\sqrt{dd-cc} = 18c+18d*\sqrt{dd-cc}$	3	2. ergò

Item es seyen $\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq}$ und $\frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq}$	1	
$\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq} \quad \frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq} :: \frac{r}{d}.\frac{dn}{qr}$	2	1. analog.
$\therefore \frac{n}{q}\sqrt{gg+nq} = \frac{n}{q}\sqrt{gg+nq}$	3	2 ergò

Addieren und Subtrahieren in Surdischen quantiteten.

1. Regel.

Sind die quantiteten gleichmäßlich/so wird allein das rational addiert oder subtrahiert/und in die Summ oder Rest dem irrationalen widerum beygefügt.

Exempel der Addition.

	1	$3\sqrt{b}$	$2a\sqrt{b}$	$d\sqrt{bb-cc}$	$-\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq}$
	2	$5\sqrt{b}$	$5a\sqrt{b}$	$-5f\sqrt{bb-cc}$	$+\frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq}$
$i+\dot{z}$	3	$8\sqrt{b}$	$7a\sqrt{b}$	$d-5f\sqrt{bb-cc}$	$-\frac{r}{d}+\frac{dn}{qr}*\sqrt{gg+nq}$

Exempel der Subtraction.

	1	$5\sqrt{b}$	$5a\sqrt{b}$	$d\sqrt{bb-cc}$	$-\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq}$
	2	$3\sqrt{b}$	$2a\sqrt{b}$	$-5f\sqrt{bb-cc}$	$\frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq}$
$i-\dot{z}$	3	$2\sqrt{b}$	$3a\sqrt{b}$	$d+5f*\sqrt{bb-cc}$	$-\frac{r}{d}-\frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq}$

2. Regel.

Sind die quantiteten ungleichmäßlich / so müssen sie durch die zeichen + und — addiert oder subtrahiert werden: deßnaher entstehen die binomia und residua surda.

Exempel der Addition.

	1	$\sqrt{ab}$	$\sqrt{dd-e}$	$ab+cc$
	2	$\sqrt{dc}$	$\sqrt{f+g}$	$\sqrt{-dd+ff}$
$i+\dot{z}$	3	$\sqrt{ab}+\sqrt{dc}$	$\sqrt{dd-e}+\sqrt{f+g}$	$ab+cc+\sqrt{-dd+ff}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [64] - 54
PUBLIC DOMAIN

$\frac{-a+f}{g}$	1	
$\sqrt{ff-e}$	2	
$\frac{-a+f}{g}+\sqrt{ff-e}$	3	$i+\dot{2}$

Exempel der Subtraction.

$\sqrt{ab}$	$\sqrt{dd-e}$	$ab+cc$	1	
$\sqrt{dc}$	$\sqrt{-f+g}$	$\sqrt{+dd+ff}$	2	
$\sqrt{ab}-\sqrt{dc}$	$\sqrt{dd-e}-\sqrt{-f+g}$	$ab+cc-\sqrt{+dd+ff}$	3	$i-\dot{2}$
$\frac{-a+f}{\sqrt{ff-e}+b}$	1			
	2			
$f-a-\sqrt{ff-e}-b$	3			$i-\dot{2}$

Multiplicieren der Surdischen quantiteten.

1. Regel.

Sind die gegebene quantiteten gleichmäßlich/so wird das rational in einandern multipliciert/und was komt in das Surdische; doch des Radicalzeichens abgelediget; produciert/so bekomt man das gesuchte product/so ganz rational ist.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [65] - 55
PUBLIC DOMAIN

	1	$3\sqrt{b}$	$2a\sqrt{b}$	$d\sqrt{bb-cc}$	$-\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq}$	$3d+\sqrt{gg}$
	2	$5\sqrt{b}$	$5a\sqrt{b}$	$5\sqrt{bb-cc}$	$\frac{dn}{qr}\sqrt{gg+nq}$	$+\sqrt{gg}$
1*1	3	$15b$	$10ab$	$5bbd-5dcc$	$\frac{-ngg-nnq}{q}$	$3d\sqrt{gg+gg}$

2. Regel.

Sind allein Surdische quantiteten verhanden / und ganz gleich/so wird nur das Radicalzeichen außgelöscht/ so hat man das product. $\sqrt{aa-bb} * \sqrt{aa-bb}$ gibt im product $aa-bb$: welches dann die quadratische involution ist.

3. Regel.

Sind aber die quantiteten ungleich/allein surdisch/oder auch theils rational/aber ungleichmäßlich/so wird das rational in das rational / und das surdisch in das surdisch producieret / und in dem product / dem rationalen das surdische / mit vorgefügtem zeichen multiplicationsweis angehenkt.

	1	$\sqrt{ab}$	$\sqrt{d-e}$	$a+b$	$2\sqrt{ab}$
	2	$\sqrt{bc}$	$\sqrt{d+e}$	$\sqrt{bbb}$	$3c\sqrt{bc}$
1*2	3	$\sqrt{abbc}$	$\sqrt{dd-ee}$	$a+b*\sqrt{bbb}$	$6c\sqrt{abbc}$

	1	$37*\sqrt{ff-gg}$	$a+b$
	2	$\sqrt{ff+gg}$	$2\sqrt{b}$
1*2	3	$37*\sqrt{f^4-g^4}$	$2a+2b*\sqrt{b}$

Divi-

Dividieren der Surdischen quantiteten.

1. Regel.

Sind die quantiteten gleichmäßlich/so muß allein das rational durch einandern dividiert werden/was komt/ist der gesuchte quotient.

$3\sqrt{b}$	$2a\sqrt{b}$	$d\sqrt{dd-cc}$	$-\frac{r}{d}\sqrt{gg+nq}$	$3d\sqrt{g}$	1
$2\sqrt{b}$	$5a\sqrt{b}$	$-5f\sqrt{dd-cc}$	$\frac{dn\sqrt{gg+nq}}{qr}$	$\sqrt{g}$	2
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{d}{5f}$	$-\frac{qrr}{ddn}$	$3d$	3 $\dot{1}\div\dot{2}$

2. Regel.

Sind die quantiteten ungleichmäßlich/so wird rationals (so dessen verhanden) durch rationals/und surdischs durch surdischs dividiert/und im quotienten/das surdische unter seinem ersten zeichen dem rationalen wider angehengt.

$4a\sqrt{fb}$	$12ag\sqrt{gh}$	$\sqrt{aab^4-b^4dd}$		1
$2a\sqrt{f}$	$12a\sqrt{hi}$	$\sqrt{aa-dd}$		2
$2a\sqrt{b}$	$g\sqrt{\frac{g}{1}}$	$\sqrt{bbb}$		3 $\dot{1}\div\dot{2}$
	$\sqrt{dde+cef-ef-ff+eff+ddf}$			1
	$\sqrt{dd+ef-f}$			2
	$\sqrt{f+e}$			3 $\dot{1}\div\dot{2}$

3. Regel.

Ein quadrat durch seine wurzel dividiert gibt im quotienten die wurzel.

	1	$aa+2ab+bb$	$aaaa+aaff$
	2	$\sqrt{aa+2ab+bb}$	$a\sqrt{aa+ff}$
1÷2	3	$\sqrt{aa+2ab+bb}$	$a\sqrt{aa+ff}$

Noch mehr Exempel.

	1	$af+f\sqrt{fx}$	$bde \frac{+bf}{+de} \sqrt{dc+de}+fdc+fde$
	2	$a+\sqrt{fx}$	$de+f\sqrt{dc+de}$
1÷2	3	f	$b+\sqrt{dc+de}$

$$\sqrt{5kk+zzz}$$

$$\sqrt{13xx-yy}$$

$$\frac{\sqrt{5kk+zzz}}{\sqrt{13xx-yy}} = \sqrt{\frac{5kk+z^4}{13xx-yy}}$$

Noch mehr Exempel.

	1	$dfgh+\frac{ghx}{ddf}\sqrt{gg-kk}+dggx-dkkx$	$aa+af+fx+\frac{2a}{f}\sqrt{fx}$
	2	$df+x\sqrt{gg-kk}$	$a+f+\sqrt{fx}$
1÷2	3	$gh+d\sqrt{gg-kk}$	$a+\sqrt{fx}$

Sub=

Subſtitution.

Wann unter währender operation/an ſtatt einer ſurdiſchen oder weitläuffigen quantitet/eine rational-oder kleinere genommen/ und darmit verfahren wird wie mit der erſten: oder da man um andern reſpects willen für eine quantitet ein andere ſubſtituiert / obgleich dardurch die quantitet weder rational noch kleiner wird / ſo heiſſet es ſubſtituieren.

Es ſeye $\sqrt{aa-bb}*d-e$ für $\sqrt{aa-bb}$ ſubſtituiere c

ſo komt $cd-ce=\sqrt{aa-bb}*d-e$ dann $c=\sqrt{aa-bb}$.

Item es ſeye $\frac{3bbf+bcc-ccc}{fg}$ und ſolle für $\left\{\begin{matrix}b\\c\\f\end{matrix}\right\}$ ſubſtituiert werden $\left\{\begin{matrix}r\\t\\x\end{matrix}\right\}$ ſo komt $\frac{3rrf+rtt-ttt.}{xg}$

Item es ſeye $zz+3Bz+BB=o$ und ſolle für z geſezt werden h—B.

$z=h-B.$	1	
$zz=hh-2Bh+BB$	2	1 ⊚ 2
$3z=3h-3B$	3	1 * 3
$3Bz=3Bh-3BB$	4	3 * B
$BB=\quad\quad+BB$	5	B ⊚ 2
$zz+3Bz-BB=hh+Bh-BB.$	6	2+4+5

Item es ſeye $\frac{CCDE}{ff}$ und ſolle für $\left\{\begin{matrix}c\\f\end{matrix}\right\}$ geſezt werden $\left\{\begin{matrix}\sqrt{aa+bb}\\\sqrt{DD+EE}\end{matrix}\right\}$.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [69] - 59
PUBLIC DOMAIN

	1	$c = \sqrt{aa+bb}$
	2	$f = \sqrt{DD+EE}$
1 ◎ 2	3	$cc = aa+bb$
2 ◎ 2	4	$ff = DD+EE$
3 ✱ DE	5	$ccDE = aaDE+bbDE$
5 ÷ 4	6	$\frac{ccDE}{ff} = \frac{aaDE+bbDE}{DD+EE}$

Restitution.

Wil man die subſtituierte quantitet widerum in ihre erſte form bringen/ſo gehet man in gleicher manier widerum zurugk.

Es ſeye $cd - ce$ und für c ſuſtituiere $\sqrt{aa-bb}$

ſo komt $d - e\sqrt{aa-bb}$.

Item es ſeye $hh+Bh-BB$ und ſolle für $h-B$ geſezt werden z

	1	$h-B = z$
1 ÷ B	2	$h = z+B$
2 ◎ 2	3	$hh = zz+2Bz+BB$
2 — z	4	$h-z = B$
2 ✱ B	5	$hB = Bz+BB$
B ◎ 2	6	$BB = BB$
3 + 5 — 6	7	$hh+Bh-BB = zz+3Bz+BB.$

Alſo procediert man auch in übrigen Exempeln.

Ge-

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [70] - 60
PUBLIC DOMAIN

Gebrauch diser Rechenkunst.

Von den Æquationen.

Eigenschaft der Æquationen.

Wie vil wurzeln ein jede Æquation in sich fassen möge.

So groß das mäß des vermögens ist / so vil wurzeln mag die Æquation befassen/sie seyen dann affirmat oder negat, oder ganz absurd oder unmöglich: Die negat-wurzeln heisset Cartesius radices falsas; weilen sie aber allein darum negat sind/daß sie in der delineation sich in das gegenspil der affirmat-wurzeln kehren/so bedunken sie mich nicht weniger waarhaft seyn alß die affirmaten: Darum so enthalte ich mich sie falsch zuheissen/und bleibe bey dem negat-wort / nach eigenschaft des zeichens — so solchen wurzeln angehenkt ist. Die ganz absurden wurzeln sind um ihrer selbs oder ihrer zeichen willen also bewandt/daß sie den Aufgaben ganz unformlich entsprechen: solche nun werden mit dem zeichen ∓ bemerket.

So vil eine Æquation dimensiones oder vermögen hat/ so vil mal mag sie dividiert werden durch ein binomium oder residuum, bestehende auß der unbekanten quantitet und der wurzel.

Die Æquation $x^4 - 4x^3 - 19xx + 106x - 120 = 0$ kan dividiert werden durch $x-4 . x-3 . x-2 . x+5$. Ist deßhalben $x = \begin{cases} +4 \\ +3 \\ +2 \\ -5 \end{cases}$ welches man probieren kan.

Von der außlöschung des andern termini der Æquation.

Durch des ersten termini vermögen dividiere die bekante quantitet des andern termini, sind die zeichen der ersten und andern stell ungeleich/so vermindere die affirmat-wurzel durch den gefundenen quotienten; sind aber die zeichen geleich/so vermehre die affirmat-wurzeln mit erzeltem quotienten: alßdann vernichte die substituation/so wird dem vorhaben genug geschehen. Alß die vorhabende Æquation seye zz—6z—bb=o.

Das vermögen des ersten termini ist 2 und die bekante quantitet des andern termini 6. Solche durch 2 dividiert/ gibt 3. vermindere darmit die wurzel z, so komt z—3. so gleich einer beliebigen quantitet/ die seye x, darum dann

	1	z—3=x und
i+2	2	z=x+3
2◎2	3	zz=xx+6x+9
2✱6	4	6z= 6x+18
3—4	5	zz—6z=xx (✱) —9
5—bb	6	zz—6zbb=xx—9—bb=o.

Die neue wurzel x ist um 3 kleiner alß wurzel z

Es seye die Æquation zz+6z—bb=o.

Weilen der erste und andere terminus der Æquation unter gleichen zeichen stehen/so vermehre die wurzel z mit 3 komt z+3=x

	1	z+3=x
i—3	2	z=x—3
2◎2	3	zz=xx—6x+9
2✱6	4	6z= +6x—18
3+4	5	zz+6z=xx (✱) —9
5—bb	6	zz+6z—bb=xx—9—bb=o

Die neue wurzel x ist um 3 gröser alß die wurzel z.

Exempel einer cubischen Æquation.

$z^3+12yzz+27yyz-27yyy=o.$

1 2y = der bekanten quantitet der andern stell	1	
3 = dem vermögen der ersten stell	2	
4y = dem gesuchten quotienten.	3	i ÷ 2
z + 4y = x der neuen wurzel.	4	z + 4y
z = x — 4y	5	4 — y
zz = xx — 8yx + 16yy	6	5 ⊚ 2
z^3 = xxx — 12yxx + 48yyx — 64yyy	7	5 ⊚ 3
12yzz = + 12yxx — 96yyx + 192y^3	8	6 ✱ 12y
27yyz = + 27yyx — 108y^3	9	5 ✱ 2yyy
z^3 + 12yzz + 27yyz = xxx (✱) — 21yyx + 20yyy	10	7 + 8 + 9
z^3 + 12yzz + 27yyz — 27yyy = xxx (✱) — 21yyx — 7yyy	11	10 — 27y^3

Die neue wurzel x ist um 4y grösser alß die wurzel z.

Es könten auch die dritten und vierten stellen außgelöscht/oder die ganze Æquation um einen grad des vermögens deprimiert werden: weilen aber in disem Tractat einiche fähl fürfallen/die solchen proceß erfordern; also mag der kunstbegirzige bey Cartesio und andern sich informieren/da alles zubenügen erkläret ist. Da dann auch zufinden/wievil affirmat- und negat-wurzeln ein iede Æquation in sich halte? Wie sie zuvermehren/zuvermindern/und in widerwertige eigenschaft zuverwandeln? Wie in den unerfüllten Æquationen die lären stellen zuergänzen? und was ein iede stell in den Æquationen gegen den wurzeln für eine relation habe?

Auflösung der Æquationen.

Erforderungen so zu den auflösungen der Æquationen vonnöhten sind.

Alle 6. species der Algebraischen Arithmetic werden in den auflösungen gebraucht.

Regel

Regel des Adddierens.

Diejenigen stellen so mit — behafet sind / werden addiert/namlich/wo — ist weggenommen/und mit + auf die andere seiten getragen.

z = ?	1	z — a — 13 = 20
1 + 13	2	z — a = 33
2 + a	3	z = a + 33

Regel des Subtrahierens.

Diejenigen stellen so mit + behaftet sind/werden subtrahiert/namlich/wo + ist weggenommen/und mit — auf die andere seiten getragen.

z = ?	1	z + a + 13 = b
1 — a — 13	2	z = b — a — 13

Regel des Multiplicierens.

Durch multiplicieren werden die brüche außgelöscht.

z = ?	1	$\frac{z+A}{3} = 29$
1 * 3	2	z + A = 87
2 — A	3	z = 87 — A

Item

z = ?	1	$\frac{z+B-c}{AB} = \frac{B+2c}{13}$
1 * X	2	
2 + 13c	3	13z + 13B — 13c = ABB + 2ABC
3 — 13B	4	13z + 13B = ABB + 2ABc + 13c
		13z = ABB + 2ABc + 13c — 13B.

Regel des Dividierens.

Die 3. ersten species mögen wol die stellen der Æquation ver-

vermindern/aber nicht den grad des vermögens; Aber dividieren und evolvieren verrichten diſes amt/und bringen die Æquationen auf den niderſten grad/alß gleich wol möglich iſt.

$zdd - zee = cA$	1	$z = ?$
$z = \frac{cA}{dd - ee}$	2	$i \div dd - ee$
Item		
$AA + Az = 30A$	1	$z = ?$
$A + z = 30$	2	$i \div A$
$z = 30 - A$	3	$\dot{2} - A$

Regel des Involvierens.

Die ſurdiſchen zeichen werden durch involvieren außgelöſcht.

$A\sqrt{z} = \sqrt{BD}$	1	$z = ?$
$AAz = BD$	2	$i \circledcirc 2$
$z = \frac{BD}{AA}$	3	$\dot{2} \div AA$
Item		
$A\sqrt{c,z} = \frac{BD}{A}$	1	$z = ?$
$AAAz = \frac{BBBDDD}{AAA}$ oder $z \div A^3$ komt $z = \frac{B^3D^3}{A^6}$	2	$i \circledcirc 3$
	3	$\dot{2} * A^3$
$A^6z = B^3D^3$	4	$\dot{3} \div A^6$
$z = \frac{B^3D^3}{A^6}$		

Regel des Evolvierens.

Durch evolvieren werden die grad des vermögens ernidert/und auf das minste gebracht.

z = ?	1	$zz + 2Az = 3AA$
E. □	2	$zz + 2Az + AA = 4AA$
2 ww 2	3	$z + A = 2A$ und $= -2A$ } dann $-2A$ involviert
3 — A	4	$z = A$ und geleich $-3A$ } gibt auch $4AA$.
		Item
z = ?	1	$\frac{1}{4}zz - \frac{3}{2}Bz + \frac{9}{4}BB = \frac{9}{4}BB$
1 ww 2	2	$\frac{1}{2}z - \frac{3}{2}B = \frac{3}{2}B$
2,	3	$\frac{1}{2}z - \frac{3}{2}B = -\frac{3}{2}B$
$2 + \frac{3}{2}B$	4	$\frac{1}{2}z = 3B$
$3 + \frac{3}{2}B$	5	$\frac{1}{2}z = 0$

Allhie hab ich zum ersten mal bey der dritten stell am rand den comma gesezt/wo solcher nun stehet/so bedeutet er eine blosse relation/zwüschen den stellen/denen er zugefügt ist/und darum ist bey den Æquationen selbiges ohrts nichts neues verrichtet/sonder nur allein in einer andern gestalt widerholet/was schon zuvor gefunden/und für bekant angenommen worden.

Daß in dem ersten Exempel diser Regel/z gleich seye A und $-3A$, erscheint sich auß folgender prob

	1	A seye gleich 6
1 ◎ 2	2	$AA = 36$
2 * 3	3	$3AA = 108$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [76] - 66
PUBLIC DOMAIN

2A = 12
2Az = 12z
z = A
z = 6
zz = 36
2Az = 72
zz + 2Az = 108. = 3AA wie die aufgab lautet.
z = — 3A = — 18 (1*3)
zz = 9AA = 324
2Az = — 216
zz + 2Az = 108 = 3AA allermaassen wie die aufgab lautet.

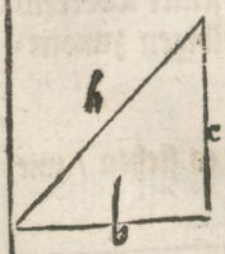
Es mag in der prob A nach belieben genommen werden.

4 1*2
5 4*z
6 Wann nun
6, 1
7 7◎2
8 4*7
9 8+9
10 Wann aber
11 11◎2
12 11*4
13 12+13
14

Fehrners müssen zu auflösung der Æquationen folgende 2. stukk wol bekant seyn.

1.

In allen rechtwinkligen Triangeln ist das aggregat der quadraten von beyden seiten eben so groß/alß das quadrat der hypotenusæ. Euclyd. lib. 1. prop. 47.

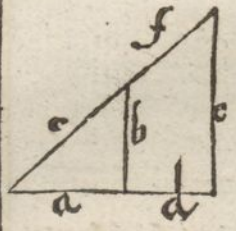


b = basi oder dem fuß.
c = catheto, oder der senkellini.
h = hypotenusæ.
Darum sage ich bb + cc = hh
bb = hh — cc
cc = hh — bb

2.

Die Triangel in welchen die winkel des einen geleich sind den winkeln des andern/haben auch diejenigen seiten gegen einandern proportioniert/ so geleichen winkeln geleichmäßig unterzogen sind. Euclyd. lib. 6. prop. 4.

Algebraische



Die geleichen Triangel sind } a. b. c. / ad. e. fc.

Darum sage ich a. b. :: a+d. e. :: c. c+f.

oder a ⟩ a+d
b ⟩ e
c ⟩ c+f

Cartesius pflegte nicht unbillich zusagen/alle Geometrische Demonstrationen bestuhnden auf disen 2. Säzzen

NB. Der andere Sazz erstattet auch den ersten: und bestehen alle Demonstrationes grundtlich auf einem einigen.

Nachdeme Franciscus à Schooten, ein wolwürdiger Successor Ludolphi à Ceulen, seine Principia Matheseos Universalis schier zu end gebracht/sezzet er fol. 45. folgende Æquation/in deren verhandlung allerhand reductionen fürfallen. Welches Exempel ich nach disem methodo zu resolvieren auch unternimme.

Er sezzet $\frac{\sqrt{zz+3aa}}{4} - \frac{\sqrt{zz-3aa}}{4} = \frac{\sqrt{azz}}{b}$ ist aber so wol hierinn/alß in andern ohrten seiner Werken/ ein Trukkerfehler/ und gleichwol unter selbigen zunotieren vergessen worden.

z = ?	1	$\sqrt{\frac{zz+3aa}{4}} - \sqrt{\frac{zz-3aa}{4}} = \sqrt{\frac{azz}{b}}$ also sol es stehen / wie auß seiner solution abzunemmen.
Es seye	2	$c - d = e$
2 q 2	3	$cc - 2cd + dd = ee$
1, 3	4	$\frac{zz+3aa}{4} - \sqrt{\frac{z^4-9a^4}{4}} + \sqrt{\frac{zz-3aa}{4}} = \sqrt{\frac{azz}{b}}$
4,	5	$\frac{1}{2}zz - \sqrt{z^4-9a^4} = \frac{azz}{b}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [78] - 68
PUBLIC DOMAIN

$\frac{1}{2}zz - \frac{azz}{b} = \sqrt{z^4 - 9a^4}$ 6 ☉+ —

$\frac{1}{4}z^4 - \frac{az^4}{b} + \frac{aaz^4}{bb} = \frac{z^4 - 9a^4}{4}$ 7 ♂☉2

Bis hieher geschihet alles auß der Surditet zukommen.

$\frac{-az^4}{b} + \frac{aaz^4}{bb} = \frac{-9a^4}{4}$

$\frac{az^4}{b} - \frac{aaz^4}{bb} = \frac{9a^4}{4}$

$4az^4b - 4aaz^4 = 9a^4bb$

Diß zu außlöschung der Brüchen.

8 ☉ — $\frac{z^4}{4}$

9 ☽ — ☿

10 ☉ * 4bb

$zzzz = \frac{9aaabb}{4b - 4a}$

11 10 ÷ 4ab — (4aa

$z^4 = \frac{9aabb}{4} * \frac{a}{b-a}$

12 11,

$zz = \frac{3ab}{2} * \sqrt{\frac{a}{b-a}}$

Diß zu deprimierung der quantitet z.

13 11 ♃2

$z = \sqrt{\frac{3ab}{2} * \sqrt{\frac{a}{b-a}}}$

14 13 ♃2

Auflösung unterschidlicher Arithmetischer und Geomethrischer Aufgaben.

Es pflegt der niemal genugsam gerühmte Carteſius den bekanten quantiteten die vordern/und den unbekanten die hindern buchstaben des Alphabets zugeben/daß ich aber bekantes und unbekantes mit grossen und kleinen buchstaben unterscheide/ bedunkt mich um etwas bequemer seyn/ dann also können allen fürfallenden quantiteten/nach ord-

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [79] - 69 PUBLIC DOMAIN

nung der Aufgab und des Alphabets buchstäbliche nammen aufgetragen werden/daß wann man eine Geometrische figur und ihre solution conferiert/leichtlich gemerket wird/in was für einer ordnung der proceß hergegangen seye. Wann demnach die Aufgab in eine Æquation gebracht/so mag solche leichtlich ohne änderung der nammen/verwechselt/und auß bekantem unbekantes gemachet werden. Alß aa+bb=DD. aa—dd=BB. bb—dd=AA. allhier behalten die Æquationen ihren nammen/und ist gleichwol iede quantitet in denen 3. Säzzen bekant und unbekant gewesen.

Wann ein Aufgab zuresolvieren/so muß derselben verstand erstlich klar gefasset; Demnach alle so wol bekante alß unbekante quantiteten mit buchstaben benennet; fehrner solche buchstaben nach erforderung der Aufgab disponiert und angeordnet; was immer auß derselben zufinden/ außgesezt werden/nicht anderst/alß were die handlung bereit folführt. Sovil auch das problema erforderungen/ oder die fürgegebene figur linien begreift/so vil unterschidliche buchstaben unternimme/obgleich etliche erforderungen und linien unter einem buchstaben stehen könten.

Folgen die Aufgaben.

Aufgab. Es seyen 6. quantiteten namlich a+b. ab. a. aa+bb. aa—bb. und man solle auß ieden 2. gegebb. nen die übrigen 4. auch finden.

Für { a+b, a—b, ab, a/b, aa+bb, aa—bb } substituiere { D, E ——— =a, F ——— =b, G, T, R }

Auß

Auß D und E, das ist/ auß der summ und differenz der zweyen linien das F. G. T. R. das ist ihr product/quotient/ und ihrer quadraten summ und differenz finden.

a = ? b = ?	1 2	a + b = D a — b = E } auß der Aufgab.
1 + 2	3	$2a = D + E$
3 ÷ 2	4	$A = \frac{D+E}{2}$ = der lini A
1 — 2	5	$2b = D - E$
5 ÷ 2	6	$B = \frac{D-E}{2}$ = der lini B.
oder 1 — 4	7	$B = \frac{D-E}{2}$ Ist also die lini A und die lini B mit D und E expliciert/ welches dann zufinden war.
ab = ? 4 * 6	8	$AB = \frac{DD-EE}{4}$ = dem product der lini = F.
4 ÷ 6	9	$\frac{A}{B} = \frac{D+E}{D-E}$ = dem quotient der lini = G.
aa + bb = ? 4 ◎ 2	10	$aa = \frac{DD+2DE+EE}{4}$
6 ◎ 2	11	$bb = \frac{DD-2DE+EE}{4}$
10 + 11	12	$AA+BB = \frac{DD+EE}{2}$ = dem aggregat ihrer quadraten = T.
aa — bb = ? 10 — 11	13	AA — BB = DE = der differenz ihrer quadraten = R.

Mon-

Algebraische Monstration oder beweißthum auß Zahlen.

2+b	14	a=b+c	Diß zeichen > heisset **mehr dann**: und weilen a gleich war b+E, iezonder aber E hinweggetahn worden/so ist ja a mehr dann b mögen also für a und b beliebige zahlen genommen werden / dafehrn a nur grösser ist alß b.
∴14	15	a>b	
Es seye	16	a=4. ∴aa=16	
	17	b=2. ∴bb=4	
16+17	18	a+b=6.=D	
16—17	19	a—b=2.=E	
18+19	20	D+E=8.	
18—19	21	D—E=4.	Das zeichen < heisset **minder dann**: diser proceß aber heisset Collatio quantitatum, oder **Vergleichung der quantiteten.**
18◎2	22	DD=36	
19◎2	23	EE=4.	
18*19	24	DE=12.	
20÷2	25	$\frac{D+E}{2}=4=A\,(4,)$	
21÷2	26	$\frac{D-E}{2}=2=B\,(6,)$	
20÷22	27	$\frac{D+E}{D-E}=2=\frac{A}{B}\,(9,)$	
22—23	28	DD—EE=32	
28÷4	29	$\frac{DD-EE}{4}=8=AB\,(8,)$	
22+23+2	30	$\frac{DD+EE}{2}=20=AA+BB\,(12,)$	
18*19	31	DE=12=AA—BB (13,)	

In diser monstration oder beweisung hetten auch für D und E beliebige zahlen können genommen werden/da nur D>E. Dann

$$\frac{D-E}{2}=B\,(7,)$$

		D—E = 2B
		D = E+2B
		∴ D > E
		Auß D und F das überig finden.
a = ?	1	a+b = D
b = ?	2	ab = F
1 ◎ 2	3	aa+2ab+bb = DD
2 ✱ 4	4	4ab = 4F
3 — 4	5	aa—2ab+bb = DD—4F
5 ww 2	6	$a-b = \sqrt{DD-4F}$
		Weil a+b Item a—b bekant sind/so werr es ein überfluß weiter zuprocedieren/alß da in den nächst hiervorstehenden auflösungen/ die manier weiter zuschreiten/ vor augen ligt.
		Auß D und G.
a = ?	1	a+b = D
b = ?	2	$\frac{a}{b} = G$
1 — b	3	a = D—b
2 ✱ b	4	a = bG
3, 4	5	D—b = bG
5 + b	6	D = b+bg
6 ÷ 1+G	7	$\frac{D}{1+G} = B$
1 — 7	8	$\frac{DG}{1+G} = A$ ꝛc.
		Auß D und T.
a = ?	1	a+b = D
b = ?	2	aa+bb = T
1 ◎ 2	3	aa+bb+2ab = DD

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [83] - 73
PUBLIC DOMAIN

3—2	4	2ab = DD—T
4*2	5	4ab = 2DD—2T
3—5	6	aa+bb—2ab = 2T—DD
6ww2	7	a—b = $\sqrt{2T—DD}$. ꝛc.
		Auß D und R.
a = ?	1	a+b = D
b = ?	2	aa—bb = R
2÷1	3	$a-b = \frac{R}{D}$ ꝛc.
		Auß E und F.
a = ?	1	a—b = E
b = ?	2	ab = F
1@2	3	aa—2ab+bb = EE
2*4	4	4ab = 4F
3+4	5	aa+2ab+bb = EE+4F
5ww2	6	a+b = $\sqrt{EE+4F}$. ꝛc.
		Auß E und G.
a = ?	1	a—b = E
b = ?	2	$\frac{a}{b} = G$
1+b	3	a = b+E
2*b	4	a = bG
3,4	5	b+E = bG
5—b	6	E = bG—b
6÷G—1	7	$\frac{E}{G-1} = B$
1+7	8	$\frac{EG}{G-1} = A$. ꝛc.

Auß

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [84] - 74
PUBLIC DOMAIN

Auß E und T.

a = ?	1	a — b = E
b = ?	2	aa + bb = T
i ◎ 2	3	aa + bb — 2ab = EE
2 — 3	4	+ 2ab = T — EE
4 ✱ 2	5	4ab = 2T — 2EE
3 + 5	6	aa + 2ab + bb = 2T — EE
6 ww 2	7	a + b = $\sqrt{2T - EE}$ ꝛc.

Auß E und R

a = ?	1	a — b = E
b = ?	2	aa — bb = R
2 ÷ 1	3	a + b = $\frac{R}{E}$ ꝛc.

Auß F und G

a = ?	1	ab = F
b = ?	2	$\frac{a}{b}$ = G
i ✱ 2	3	aa = FG
i ÷ 2	4	bb $\frac{F}{G}$ ꝛc.

Auß F und T

a = ?	1	ab = F
b = ?	2	aa + bb = T
i ✱ 2	3	2ab = 2F
2 + 3	4	aa + 2ab + bb = T + 2F
2 — 3	5	aa — 2ab + bb = T — 2F
4 ww 2	6	a + b = $\sqrt{T - 2F}$
5 ww 2	7	a — b = $\sqrt{T - 2F}$ ꝛc.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [85] - 75
PUBLIC DOMAIN

Auß F und R.

a = ?	1	ab = F
b = ?	2	aa — bb = R
2 ◎ 2	3	$a^4 - 2aabb + b^4 = RR$
1 ◎ 2	4	$aabb = FF$
4 ✱ 4	5	$4aabb = 4FF$
3 ÷ 5	6	$a^4 + 2aabb + b^4 = 4FF + RR$
6 ω 2	7	$aa + bb = \sqrt{4FF + RR}$ &c.

Auß G und T.

a = ?	1	$\frac{a}{b} = G$
b = ?	2	aa + bb = T
1 ◎ 2	3	$\frac{aa}{bb} = GG$
3 ✱ bb	4	aa = bbGG
2 — bb	5	aa = T — bb
4, 5	6	bbGG = T — bb
6 + bb	7	bbGG + bb = T
7 ÷ GG + 1	8	$bb = \frac{T}{GG+1}$ &c.

Auß G und R.

a = ?	1	$\frac{a}{b} = G$
b = ?	2	aa — bb = R
1 ✱ b	3	a = bG
3 ◎ 2	4	aa = bbGG
2 + bb	5	aa = R + bb
4, 5	6	bbGG = R + bb
6 — bb	7	bbGG — bb = R
7 ÷ GG — 1	8	$BB = \frac{R}{GG-1}$ &c.

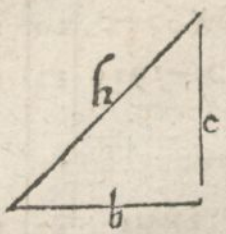
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [86] - 76
PUBLIC DOMAIN

Auß T und R.

a = ?	1	aa + bb = T.
b = ?	2	aa — bb = R
1 + 2	3	2aa = T + R
1 — 2	4	2bb = T — R. ꝛc.

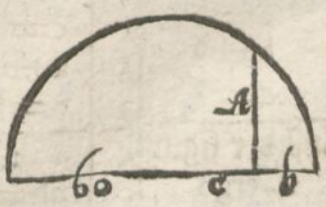
Aufgab. Eines rechtwinkligen Triangels seiten b. ist $3\sqrt{2}+3$ und c + h ist $9\sqrt{2}+9$ was ist jedere

c = ?	1	$B = 3\sqrt{2}+3$
h = ?	2	$h+c = 9\sqrt{2}+9$
	3	hh — cc = BB auß der figur
1, 2, analog.	4	B. h + c :: 1. 3.
4, ergò	5	3B = h + c
5 — c	6	3B — c = h
6 ◎ 2	7	9BB — 6Bc + cc = hh
3 + cc	8	BB + cc = hh
7 — 8	9	8BB — 6Bc = o
9 ÷ B	10	8B — 6c = o
10 + 6c	11	8B = 6c
1 ✱ 8	12	8B = 24√2 + 24
11, 22	13	6c = 24√2 + 24
13 ÷ 6	14	C = 4√2 + 4
2 — 14	15	H = 5√2 + 5



Aufgab. Eines Circuls diameter ist 120 und der sinus $\sqrt{2925} - \sqrt{405000}$, suche sinum versum und sinum complementi.

b = ?	1	$A = \sqrt{2925} - \sqrt{405000}$
c = ?	2	b + c = 60
1 ◎ 2	3	$AA = 2925 - \sqrt{405000}$



analog.	4	60+c. A. A. b. auß der figur/dann A iſt die mittel-pro-
Ergò	5	60b+bc = AA. (portioniert zwüſchen 60+c und b
3, 5	6	$60b+bc = 2925-\sqrt{405000}$
6÷60+c	7	$b = \frac{2925-\sqrt{405000}}{60+c}$
2—c	8	$b = 60-c$
7, 8	9	$60-c = \frac{1925-\sqrt{405000}}{60+c}$
9*60+c	10	$3600-cc = 2925-\sqrt{405000}$
10—2925 (+cc	11	$675 = cc-\sqrt{405000}$
11+√405000	12	$675+\sqrt{405000} = cc$
12ww2	13	$\sqrt{675+\sqrt{405000}} = C.$ = sinui complementi.
2—13	14	$60-\sqrt{675+\sqrt{405000}} = B.$ = sinui verſo.

Aufgab. Ein sinus ſchneidet den diametrum nach auſſer und mittler ration/und iſt der doppelte sinus des halbierten winkels = 150—30√5. wird geſuchet sinus verſus, sinus complementi, und radius.

Für
- sinum verſum — — — a
- sinum complementi ſamt dem radio b
- diametrum — — — — a+b
- sinum rectum — — — d
- doppelte sinus des halbierten winkels c

a = ?	1	$c = 150-30\sqrt{5}$
b = ?	2	a+b. b :: b. a.
c = ?	3	c = b
Auß der figur	4	a. d :: d. b.
4, ergò	5	ab = dd



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [88] - 78
PUBLIC DOMAIN

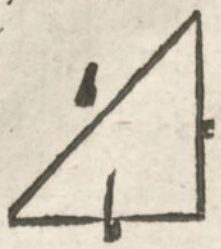
2, ergò	6	$ab+aa=bb$
3 ◎ 2	7	$cc=bb$
6, 7	8	$cc=aa+ab$
3, 8.	9	$cc=aa+ac$
1 ◎ 2	10	$cc=27000-9000\sqrt{5}$
10—aa	11	$cc-aa=27000-9000\sqrt{5}-aa$
1 ✱ a	12	$ac=150a-30a\sqrt{5}$
9—aa	13	$ac=cc-aa$
11, 12, 13	14	$27000-9000\sqrt{5}-aa=150a-30a\sqrt{5}$
14 +—	15	$aa\ {}^{+150a}_{-30a\sqrt{5}}=27000-9000\sqrt{5}$
E. □	16	$aa\ {}^{+150a\ +6750}_{-30a\sqrt{5}-2250\sqrt{5}}=33750-11250\sqrt{5}$
17 ww 2	17	$a\ {}^{+75a}_{-15\sqrt{5}}=\sqrt{33750-11250\sqrt{5}}$
17 +—	18	$A=\sqrt{33750-11250\sqrt{5}}\ {}^{-75a}_{+15\sqrt{5}}$
1, 3	19	$B=150-30\sqrt{5}$

Auf eine kürzere manier.

1, 3	20	$b=150-30\sqrt{5}$
a+20	21	$a+b=150-30\sqrt{5}+a$
2, 20, 21	22	$150-30\sqrt{5}+a.\ 150-30\sqrt{5}::150-30\sqrt{5}.\ a.$
22, ergò	23	$150a-30a\sqrt{5}+aa=27000-9000\sqrt{5}$. Eben was bey der 14. stelt gefunden wird.

Aufgab. Eines gleichseitigen rechtwinkligen Triangels h und b machen 6, was ist iedes.

h=?	1	$h+b=6$
b=?	2	$b=c$
c=?	3	$bb+cc=hh$ auß der figur
	4	$h=6-b$



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [89] - 79
PUBLIC DOMAIN

4 ◎ 2	5	$hh = 36 - 12b + bb$
3 — 5	6	$0 = cc - 36 + 12b$
2, 6	7	$0 = cc - 36 + 12c$
E. □	8	$72 = cc + 12c + 56$
8 ω 2	9	$\pm \sqrt{72} = c + 6$
9 — 6	10	$\pm \sqrt{72} - 6 = C = B$
1 — 10	11	$12 \pm \sqrt{72} = H$

Aufgab. Obeingeführten geleichseitigen und rechtwinkligen Triangels $c * h - b = 15$.

h = ?	1	$hc - bc = 15$
b = ?	2	$b = c$
auß der figur	3	$bb + cc = hh$
1, 2	4	$hb - bb = 15$
4 ±	5	$bb = hb - 15$
5 * 2	6	$2bb = 2hb - 30$
2, 3	7	$2bb = hh$
7 — 6	8	$0 = hh - 2hb + 30$
8 — 30	9	$-30 = hh - 2hb$
E. □	10	$bb - 30 = hh - 2hb + bb$
10 ω 2	11	$\sqrt{bb - 30} = h - b$
11 * b	12	$b\sqrt{bb - 30} = hb - bb$
4, 12	13	$b\sqrt{bb - 30} = 15$
13 ◎ 2	14	$bbbb - 30bb = 225$
E. □	15	$b^4 - 30bb + 225 = 450$
16 + bb	16	$bb - 15 = \pm \sqrt{450}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [90] - 80
PUBLIC DOMAIN

17ww2	18	$B = \sqrt{15 \pm \sqrt{450}}$
17*2	19	$2bb = 30 \pm 2\sqrt{450}$
19,7	20	$hh = 30 \pm 2\sqrt{450}$
20ww2	21	$H = \sqrt{30 \pm 2\sqrt{450}}$

Aufgab. Drey haben gelt/der erste — 100 hat sovil alß $\frac{1}{4}$ der übrigen beyden/der andere — 100 hat $\frac{1}{3}$ der übrigen beyden/der dritte — 100 hat $\frac{1}{2}$ der übrigen beyden.

a = ?	1	$a - 100 = \frac{b+c}{4}$
b = ?	2	$b - 100 = \frac{a+c}{3}$
c = ?	3	$c - 100 = \frac{a+b}{2}$
1*4	4	$4a - 400 = b+c$
2*3	5	$3b - 300 = a+c$
3*2	6	$2c - 200 = a+b$
4+	7	$4a - b - c = 400$
5+	8	$-a+3b-c = 300$
6+	9	$-a-b+2c = 200$
7+8+9	10	$2a+b = 900$
7—8	11	$5a-4b = 100$
10*4	12	$8a+4b = 3600$
11+12	13	$13a = 3700$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [91] - 81
PUBLIC DOMAIN

13÷13	14	$A = \frac{3700}{13}$ = der summ des ersten
14*2	15	$2A = \frac{7400}{13}$
10—15	16	$B = \frac{4300}{13}$ = der summ des andern
14+16	17	$A+B = \frac{8000}{13}$
9+17	18	$2C = \frac{10600}{13}$
18÷2	19	$C = \frac{5300}{13}$ = der summ des dritten

Aufgab. Es sind 3. Zahlen continuè proportionales, das aggregat der ersten und dritten produciert in die differenz gemeldtes aggregats über die andere/gibt 90720. So aber die differenz in die Summ aller dreyen producierт wird/bekomt man 117936.

a = ?	1	a+c*a+c—b = 90720
b = ?	2	a+b+c*a+c—b = 117936
c = ?	3	a. b. b :: b. c.
1, 2,	4	a+c. a+b+c :: 90720. 117936.
4 ergò	5	$117936a + 117936c = 90720a + 90720b + 90720c$
5—90720a —90720b	6	27216a 27216c = 90720b
6÷27216	7	$a+c = \frac{10}{3}b$

7 ◎ 2	8	$aa+2ac+cc = \frac{100}{9}bb$
3 ergò	9	$ac = bb$
9 ✱ 4	10	$4ac = \frac{36}{9}bb$
8 — 10	11	$aa-2ac+cc = \frac{64}{9}bb$
11 ww 2	12	$a-c = \pm\frac{8}{3}b$
7 + 12	13	$2a = 6b$. Item $\frac{1}{1}b$
13 ÷ 2	14	$a = 3b = \therefore \frac{1}{1}b$
7 — 12	15	$2C = \frac{2}{1}b$. Item $6b$
15 ÷ 2	16	$C = \frac{1}{1}b = \therefore 3b$
14, 16	17	$a-3-9$, $b-1-3$, $c-\frac{1}{1}-1$ Item $a-\frac{1}{1}-1$, $b-1-3$, $c-3-9$
2, 17	18	$9a+3a+a$ ✱ $9a+a-3a = 117936$. oder $a+3a+9a$ (✱ $a+9a-3a$.
18,	19	$91aa = 117936$
19 ÷ 91	20	$aa = 1296$
20 ww 2	21	$A = \pm 36 = C$
21 ✱ 3	22	$B = \pm 108 = B$
21 ✱ 9	23	$C = \pm 324 = A$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [93] - 83
PUBLIC DOMAIN

Aufgab. Es sind 3. Zahlen continuè proportionales, ihr aggregat = 74, und das aggregat ihrer quadraten = 1924

a = ?	1	a+b+c = 74
b = ?	2	aa+bb+cc = 1924
c = ?	3	a. b :: b. c.
1 ⊚ 2	4	aa+bb+cc+2ab+2ac+2bc = 5467
4 — 2	5	2ab+2ac+2bc = 3552
3 ergò	6	ac = bb
5, 6,	7	2ab+2bb+2bc = 3552
1 ✱ 2	8	2a +2b +2 c = 148
7 ÷ 8	9	B = 24
1 — 9	10	a+c = 50
9 ⊚ 2	11	bb = 576 = ac
10 ⊚ 2	12	aa+2ac+cc = 2500
11 ✱ 4	13	4ac = 2304
12 — 13	14	aa — 2ac+cc = 196
14 ω 2	15	a — c = + 14
10 + 15	16	2a = 64 Item 36
16 ÷ 2	17	A = 32 = 18
10 — 17	18	C = 18 = 32

Aufgab. Die differenz zweyer Zahlen ist 12, und ihr product in ihr aggregat multipliciert/gibt 14560.

a = ?	1	a — b = 12
b = ?	2	ab | a+b | = 14560
c = ?	3	a+b = 2c
1+b	4	a = 12+b
1+3	5	2a = 2c+12
5 ÷ 2	6	a = c+6

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [94] - 84
PUBLIC DOMAIN

ó—i	7	b=c—6
ó*7	8	ab=cc—36
2, 8, 3	9	$\frac{ab}{a+b} = \frac{cc-36}{2c} = 14560$
9	10	2ccc—72c=14560
10÷2	11	ccc—36c=7280
11—7280	12	ccc—36c—7280=0
12÷c—20	13	cc—20c+364=0. ∴c=20
13*2	14	2c=40
3, 14	15	a+b=40
1+15	16	2a=52
16÷2	17	A=26
15—17	18	B=14

Weilen der werth der quantitet c in eine cubische Æquation gefallen/so hat c noch 2. wurzeln.

13—364	19	cc+20c=—364
19, C.□	20	cc+20c+100=—264
20ww2	21	$c+10 = \pm\sqrt{-264}$
21—10	22	$C = +\sqrt{-264}-10 = \not\asymp$
21—10	23	$C = -\sqrt{-262}-10 = \not\asymp$

Aufgab. Drey theilen eine Summ/der erste gibt den andern beyden so vil sie schon haben: der andere gibt den übrigen so vil sie iez haben/das tuht auch der dritte: nach solchem besizt ieder 8. Wievil hat ieder anfangs gehabt.

	erst	ander	dritt
1	a.	b.	c.
2	a—b—c.	2b.	2c.
3	2a—2b—2c.	—a+3b—c.	4c.
4	4a—4b—4c.	—2a+6b—2c.	—a—b+7c. hat ieder nach der letsten theilung.

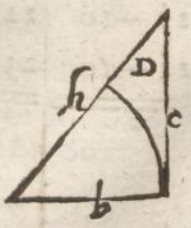
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [95] - 85
PUBLIC DOMAIN

4,	5	$4a-4b-4c=8$
4,	6	$-2a+6b-2c=8$
4,	7	$-a-b+7c=8$
5÷4	8	$+a-b-c=2$
6÷2	9	$-a+3b-c=4$
7+8	10	$-2b+6c=10$
8+9	11	$+2b-2c=6$
10+11	12	$4c=16$
12÷4	13	$C=4$
11*3	14	$+6b-6c=18$
10+14	15	$4b=28$
15÷16	16	$B=7$
13+16	17	$+B+c=11$
8+17	18	$A=13$

Hat hiemit der erste 13, der andere 7, und der dritte 4.

Wann in einem ieden rechtwinkligen Triangel die differenz zwüschen h und b oder c gegeben/die rationen aller zufinden.

h=?	1	$h=b+D$
b=?	2	$hh=bb+cc$ Die differenz seye D.
c=?	3	(*)
1@2	4	$hh=bb+2bD+DD$
2—4	5	$0=cc-2bD-DD$
5+2bD+(DD	6	$cc=2bD+DD$
6,	7	$cc>DD$
7ww2	8	$c>D$. Für c und D mögen beliebige zahlen genommen werden/iedoch daß c grösser seye alß D.



Noch

Rechenkunst.

Noch mehr Exempel.

Es seye	9	$c=3$	$=7$	4	und so fortan.
und	10	$D=1$	$=5$	2	
$9\odot 2$	11	$cc=9$	$=49$	16	
$10\odot 2$	12	$DD=1$	$=25$	4	
6, 11, 12,	13	$9=2b+1$	$49=10b+25$	$16=4b+4$	
$13-1$	14	$8=2b$	$24=10b$	$12=4b$	
$14\div 2$	15	$4=B$	$\frac{12}{5}=B$	$3=B$	
$10+15$	16	$5=B+D$	$7\frac{2}{5}=B+D$	$5=B+D$	
1, 16	17	$5=H$	$7\frac{2}{5}=H$	$5=H$	

Wann in einem ieden rechtwinkligen Triangel die differenz b und c bekant ist/die rationen aller zufinden.



$h=?$	1	$hh-bb=cc$
$b=?$	2	$b-D=c$ Die differenz seye D.
$c=?$	3	(*)
$2\odot 2$	4	$bb-2bD+DD=cc$
$4-1$	5	$2bb-2bD+DD-hh=0$
$5+hh$	6	$2bb-2bD+DD=hh$
$6\div 2$	7	$bb-bD+\frac{1}{2}DD=\frac{1}{2}hh$
$7\,\mathfrak{C}.\square$	8	$bb-bD+\frac{1}{4}DD=\frac{1}{2}hh-\frac{1}{4}DD$
$8\,\mathfrak{ww}2$	9	$b-\frac{1}{2}D=+\sqrt{\frac{1}{4}hh-\frac{1}{4}DD}$
$9+\frac{1}{2}D$	10	$B=\frac{1}{2}D+\sqrt{\frac{1}{2}hh-\frac{1}{4}DD}$
$2+D$	11	$b=D+c$
$11-c$	12	$B>D$. Für B und D mögen beliebige zahlen genommen werden/iedoch daß B grösser seye alß D.

Es ſeye	13	B = 8
und	14	D = 2
23 — 14	15	B — D = 6
13, 2	16	c = 6
13 ◎ 2	17	BB = 64
16 ◎ 2	18	cc = 36
17 + 18	19	BB + cc = 100
1, + bb	20	BB + cc = hh
19, 20	21	100 = hh
21 ww 2	22	+ 10 = H

Oder auf folgende manier.

	13	B = 8
	14	D = 2
14 ÷ 2	15	$\frac{1}{2}$ D = 1
13 — 15	16	B — $\frac{1}{2}$ D = 7
16, 9	17	$\pm\sqrt{\frac{1}{2}hh - \frac{1}{4}DD} = 7$
17 + 2	18	$\frac{1}{2}hh - \frac{1}{4} = 49$
14 ◎ 2	19	DD = 4
19 + 4	20	$\frac{1}{4}$ DD = 1
18 + 20	21	$\frac{1}{2}$ hh = 50
21 ✱ 2	22	hh = 100
22 ww 2	23	H = $\pm$ 10

Auß drey gegebenen ſeiten eines obliquangliſchen Triangels ſein aream und ſenkel zufinden.

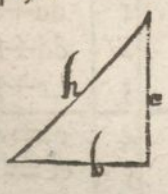
d = ?	1	dd + ee = cc
e = ?	2	dd + ff = BB
f = ?	3	e + f = A
3 — f	4	e = A — f
4 ⊙ 2	5	ee = AA — 2Af + ff
1 — dd	6	ee = cc — dd
2 — ff	7	dd = BB — ff
cc — 7	8	cc — dd = cc — BB + ff
6, 8	9	ee = cc — BB + ff
5, 9	10	AA — 2Af + ff = cc — BB + ff
10 — ff	11	AA — 2Af = cc — BB
11 + ff	12	2Af = AA — cc + BB
12 ÷ 2A	13	$F = \frac{AA - cc + BB}{2A}$
3 — 13	14	$E = \frac{AA - BB + cc}{2A}$ Hierauß ist die senkellini und area gar leichtlich zuschliessen.



Eines rechtwinkligen Triangels eine seiten seye eine wurzel/die andere ihr quadrat/ und die hypotenusa seye die wurzel des aggregats der quadraten beyder seiten.

a = ?	1	hh = bb + cc
b = ?	2	$h = \sqrt{dddd + dd}$
c = ?	3	b = e
d = ?	4	c = f
e = ?	5	(*) Weilen diſe 2. ſtellen lähr verbleiben/ſo iſt es eine
f = ?	6	(*) anzeigung daß diſe Aufgab unendlich vil auf-
		löſungen habe/und deßhalben ſo eng nicht eyn-
		getahn ſeye für e und f etwas beliebiges; ie-
		doch mit ſeiner circumſpection; zuſubſtituie-
		ren.

M



Es seye	7	d = f
4, 7	8	d = c
2 ◎ 2	9	hh = dddd + dd
8 ◎ 2	10	cc = dd
9 — 10	11	hh — cc = dddd
1 — cc	12	hh — cc = bb
11, 12,	13	bb = dddd
13 ww 2	14	b = dd
3, 14	15	e = dd
g = ?	16	e = gd
16, 15,	17	dd = gd
17 ÷ d	18	d = g
14, 17	19	b = gd = gg
19 ww 2	20	√b = g
20 ◎ 2	21	B = gg
21 ◎ 2	22	bb = gggg
18 ◎ 2	23	dd = gg
23, 10	24	cc = gg
24 ww 2	25	C = g
22 + 24	26	bb + cc = gggg + gg
26, 1	27	hh = gggg + gg
27 ww 2	28	h = + √gggg + gg

Beweiß in zahlen g werde nach belieben genommen.

	29	g =	2	3	4	5
29 ◎ 2	30	gg =	4	9	16	25
30 ◎ 2	31	gggg =	16	81	256	625
30 + 31	32	gggg + gg =	20	90	272	650
32 ww 2	33	$\sqrt{g^4 + gg} = H$	√20	√90	√272	√650
30, 24,	34	gg = cc	4	9	16	25
27, 25,	35	g = C	2	3	4	5

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [100] - 90
PUBLIC DOMAIN

Eines rechtwinkligen Triangels subtensa h seye ein cubus und seine wurzel/und b ein cubus weniger seine wurzel/ (und b ein cubus.

a = ?	1	hh = bb + cc
b = ?	2	h = ddd + d
c = ?	3	b = eee
d = ?	4	c = ffff — f
e = ?	5	(*)
f = ?	6	(*)
6, (*)	7	d = f
7,	8	ddd — d = fff — f
4, 8,	9	ddd — d = c
2 ☉ 2	10	hh = dddddd + 2 dddd + dd
9 ☉ 2	11	cc = dddddd — 2 dddd + dd
10 — 11	12	hh — cc = 4dddd
1 — cc	13	hh — cc = bb
12, 13	14	4dddd = bb
14 ☿ 2	15	2dd = b
3, 14	16	2dd = eee. Jez sind alle seiten mit d erklärt.
g = ?	17	e = gd
17 ☉ 3	18	eee = g^4d^3
18, 16,	19	2dd = g^4d^3
19 ÷ dd	20	2 = gggd
20 ÷ d	21	$\frac{2}{d} = ggg$
21	22	$d = \frac{2}{ggg}$
22 ☉ 2	23	$dd = \frac{4}{g^5.}$
23 * 2	24	$2dd = \frac{8}{g^5.}$
16, 24	25	$eee = \frac{8}{g^9.}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [101] - 91
PUBLIC DOMAIN

ż, 25	26	$B = \frac{8}{g^6.}$
22 * 23	27	$ddd = \frac{8}{g^9.}$
22,	28	$d = \frac{2g^6.}{g^9.}$
27 + 28	29	$ddd + d = \frac{2g^6 + 8}{g^9.}$
27 — 28	30	$ddd - d = \frac{8 - 2g^6.}{g^9.}$
2, 29	31	$H = \frac{2g^6 + 8}{g^9.}$
9, 30	32	$C = \frac{8 - 2g^6.}{g^9.}$
	33	$C > 0.$
32, 33	34	$\frac{8 - 2g^6}{g^9.} > 0.$
34 * g9	35	$8 - 2g^6 > 0.$
35 + 2g6	36	$8 > 2g^6.$
36 ÷ 2	37	$4 > g^6.$
37 ww 2	38	$2 > g^3.$
38 ww 3	39	Vc. $> g.$ Ist deßhalben Vc. oder 1|259 mehr alß g.

Beweiß in Zahlen.

g kan nach belieben genommen werden/ie doch daß es nicht grösser seye alß 1|259.

Es seye	40	$g = \frac{1}{3}$
40 ⊙ 3	41	$ggg = \frac{1}{27}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [102] - 92
PUBLIC DOMAIN

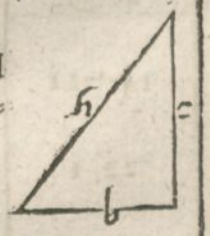
21, 41,	42	$\frac{z}{d} = \frac{1}{27}$
42×	43	$54 = D$
43◎2	44	$2916 = DD$
44◎2	45	$6832 = 2DD$
15, 45	46	$5832 = B$
43◎3	47	$157464 = DDD$
43+47	48	$157518 = DDD+D$
2, 48	49	$157518 = H$
47—43	50	$157410 = DDD—D$
9, 50	51	$157410 = C$

Ein sölliches Theorema suchen/ daß vermittelst dessen alle 3. seiten eines rechtwinkligen Triangels rational werden

1. Casus wann eine seite gegeben ist.

	1	$bb+cc = hh$
Es seye	2	$b+d = h$
2◎2	3	$bb+2bd+dd = hh$
3—1	4	$2bd+dd—cc = 0$
4+cc	5	$2bd+dd = cc$
5—dd	6	$2bd = cc—dd$
6÷2d	7	$B = \frac{cc—dd}{2d}$ oder $C = \frac{bb—dd}{2d}$

Der verstand ist b+d seye so vil alß die wurzel auß bb+cc



so auß geleichem fundament komt.

Gebrauch dises Theorematis.

Es ist ja	8	$B > 0$
7, 8,	9	$\frac{cc—dd}{2d} > 0$
9*2d	10	$cc—dd > 0$
10+dd	11	$cc > dd$

11ww2 — c > d sol deßhalben c grösser seyn alß d, im übrigen mögen sie nach belieben genommen werden.

Beweiß in Zahlen.

Es seye	13	c = 4	7	80
und	14	D = 2	6	20
13@2	15	cc = 16	49	6400
14@2	16	DD = 4	36	4400
15—16	17	cc—DD = 12	13	6000
14*2	18	2D = 4	12	40
17÷18	19	$\frac{cc-DD}{2D} = 3$	$\frac{13}{12}$	150
7, 19	20	B = 3	$\frac{13}{12}$	150
20@2	21	BB = 9	$\frac{169}{144}$	21500
15+21	22	BB+CC = 25	$\frac{7225}{144}$	28900
22, 1	23	hh = 25	$\frac{7225}{144}$	28900
23ww2	24	H = 5	$\frac{85}{12}$	170

2. Casus wann keine seiten gegeben.

1 $B = \frac{cc-dd}{2d} =$ der einen seiten nächst hieroben gefunden

2 $C = \frac{2cd}{2d} =$ der andern seiten/ da c unter die gleiche benennung gebracht ist.

1@2 — 3 $bb = \frac{cccc2-ccdd+dddd}{4dd}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [104] - 94
PUBLIC DOMAIN

2 ⊙ 2 | 4 | $cc = \frac{4ccdd}{4dd}$

3 + 4 | 5 | $bb + cc = \frac{cccc + 2ccdd + dddd}{4dd} = hh$

5 ⊶ 2 | 6 | $\frac{cc + dd}{2d} = H =$ der dritten seiten.

B ——— $\frac{cc - dd}{2d}$ ——— cc — dd

C ——— $\frac{2cd}{2d}$ ——— 2cd

H ——— $\frac{cc + dd}{2d}$ ——— cc + dd

1, 2, 6. | 7 | Vermittlest dises Theorematis mögen unendlich vil rechtwinklige Triangel gefunden werden/dero seiten alle rational und ungebrochen sind

Gebrauch dises Theorematis.

1 B > o

2 cc — dd > o

3 cc > dd

4 c > d. mag hiemit c und d nach belieben genommen werden/dafehrn c nur grösser ist alß d.

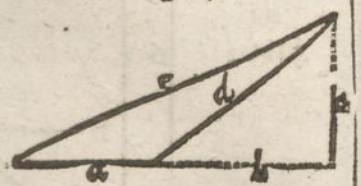
Beweiß in Zahlen.

Es seye	5	c = 2	3	5	10	8	12	13
	6	d = 1	1	1	3	7	8	12
5 ⊙ 2	7	cc = 4	9	25	100	64	144	169
6 ⊙ 2	8	dd = 1	1	1	9	49	64	144
7 + 8	9	cc + dd = 5 = h	10.	26.	109.	113.	208.	313. = h
7 — 8	10	cc — dd = 3 = b	8.	24.	91.	15.	80.	25. = b
5 ✱ 6	11	cd = 2	3.	5	30	56.	96	156
11 ✱ 2	12	2cd = 4 = c	6.	10.	60.	112.	192.	312. = c

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [105] - 95
PUBLIC DOMAIN

Ein ſöliches Theorema finden/daß vermittelſt deſſen/ ſenkel / und ſegmenta der baſen eines obliquangliſchen Triangels/rational werden.

1. Caſus da der ſenkel auſſer den Triangel fallet.



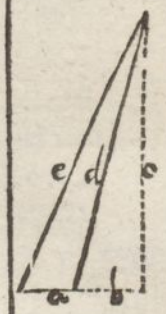
a = ?	1	dd = bb + cc
b = ?	2	aa + 2ab + cc = ee
c = ?	3	(*)
d = ?	4	(*)
e = ?	5	(*)
Es ſeye	6	d = b + f
12 ◎ 2	7	dd = bb + 2bf + ff
7 — 1	8	o = 2bf + ff — cc
8 + cc	9	cc = 2bf + ff
9 — ff	10	cc — ff = 2bf
10 ÷ 2f	11	$\frac{cc-ff}{2f} = B$
Es ſeye	12	a + b + g = e
12 ◎ 2	13	aa + 2ab + bb + gg + 2ag + 2bg = ee
13 — 2	14	gg + 2ag + 2bg — cc = o
14 + cc	15	gg + 2ag + 2bg = cc
15 — gg — 2bg	16	2ag = cc — gg — 2bg
11 * 2g	17	$\frac{2ccg-2ffg}{2f} = 2bg$
16, 17	18	$2ag = cc - gg \frac{-2ccg+2ffg}{2f}$
18,	19	$2ag = \frac{2ccf-2fgg-2ccg+2ffg}{2f}$
19 ÷ 2g	20	$A = \frac{ccf-fgg-ccg+ffg}{2fg}$

Gebrauch diser Theorematum.

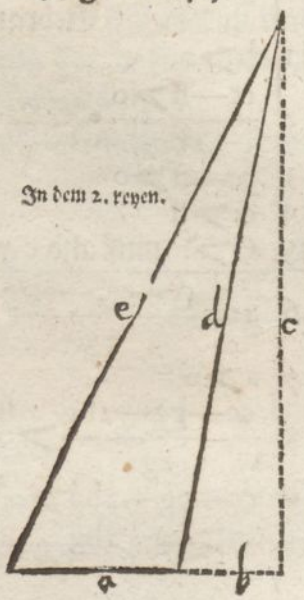
	21	$b > 0$
	22	$\frac{cc - ff}{2f} > 0$
11,		
22*2f	23	$cc - ff > 0$
23+ff	24	$cc > ff$
24ww2	25	$C > f$ muß also c grösser seyn alß f.
16÷2g	26	$a = \frac{cc - gg - 2bg}{2g}$
26,	27	$a > 0$
26, 27	28	$\frac{cc - gg - 2bg}{2g} > 0$
28*2g	29	$cc - gg - 2bg > 0$
29+gg+(2bg	30	$cc > gg + 2bg$
30,	31	$cc > gg$
31ww2	32	$C > g$ muß also c grösser seyn alß g.
	33	$A > 0$
26,	34	$\frac{ccf - fgg - ccg + ffg}{2fg} > 0$
34*2fg	35	$ccf - fgg - ccg + ffg > 0$
35+−	36	$ffg - fgg > ccg - ccf$
36÷g−f	37	$\frac{ffg - fgg > c}{g - f}$
37,	38	$\frac{ffg - fgg > 0}{g - f}$
38*gf	39	$ffg - fgg > 0$
39÷fg	40	$f - g > 0$
40+g	41	$F > G$

Mag also c f und g nach belieben genommen werden/ iedoch daß c grösser seye alß f und alß g. Item f grösser alß g

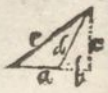
In dem 1. reyen.



In dem 2. reyen.



In dem 3. reyen.



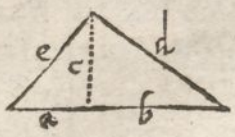
Beweiß in Zahlen.

Es seye	42	f = 5	4	2
	43	g = 4	3	1
	44	c = 6	5	3
42 ⊙ 2	45	ff = 25	16	4
43 ⊙ 2	46	gg = 16	9	1
44 ⊙ 2	47	cc = 36	25	9
45 * 43	48	ffg = 100	48	4
46 * 42	49	fgg = 80	36	2
47 * 43	50	ccg = 144	75	9
47 * 42	51	fcc = 180	100	18
51 − 49 − 50 + 48	52	ccf − fgg − ccg + ffg = 56	37	11
42 * 43	53	fg = 20	12	2
53 * 2	54	2fg = 40	24	4
52 ÷ 54	55	$\frac{cc - fgg - ccg + ffg}{2fg} = \frac{7}{5}$	$\frac{37}{24}$	$\frac{11}{4}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [108] - 98
PUBLIC DOMAIN

20, 55	56	$A = \frac{7}{5} = \frac{14}{10}$	oder 14	$\frac{37}{24}$ 37	$\frac{11}{4}$ 11 = 1. seiten.
47—45	57	cc—ff = 11		9 / 8	5 / 4
42*2,	58	2f = 10			
57÷58	59	$\frac{cc-ff}{2f} = \frac{11}{10}$		9 / 8	5 / 4
11, 59	60	$B = \frac{11}{10}$	11	$\frac{9}{8}$ 27	$\frac{5}{4}$ 5 = segmento.
56+60	61	$A+B = \frac{25}{10}$		8 / 3	4
44,	62	$C = \frac{60}{10}$	60	$\frac{15}{3}$ 120	3. 12 = senkel.
43+61	63	$A+B+g = \frac{65}{10}$		17 / 3	5
12, 63	64	$E = \frac{65}{10}$	65	$\frac{17}{3}$ 136	5. 20 = 2. seiten.
42+60	65	$B+F = \frac{61}{10}$		41 / 8	13 / 4
6, 65	66	$D = \frac{61}{10}$	61	$\frac{41}{3}$ 123	$\frac{13}{4}$ 13 = 3. seiten.

2. Casus da der senkel c innert den Triangel fallet.



a = ?	1	cc = dd—bb
b = ?	2	cc = —aa+ee
c = ?	3	(*)
d = ?	4	(*)
e = ?	5	(*)
f = ?	6	b+f = d
6◎2	7	bb+2bf+ff = dd
i+bb	8	ee+bb = dd

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [109] - 99
PUBLIC DOMAIN

7—8	9	$2bf+ff-cc=0$
9+cc	10	$2bf+ff=cc$
10—ff	11	$2bf=cc-ff$
11÷2f	12	$B=\frac{cc-ff}{2f}$
2+aa	13	$aa+cc=ee$
g=?	14	$a+g=e$
14 ◎ 2	15	$aa+2ag+gg=ee$
13, 15	16	$aa+2ag+gg=aa+cc$
16—aa	17	$2ag+gg=cc$
17—gg	18	$2ag=cc-gg$
18÷2g	19	$A=\frac{cc-gg}{2g}$

Gebrauch diser Theorematum.

Bey nächstvorgehender Aufgab ist c grösser alß f und g, welches alhie auß geleichem fundament auch also ist.

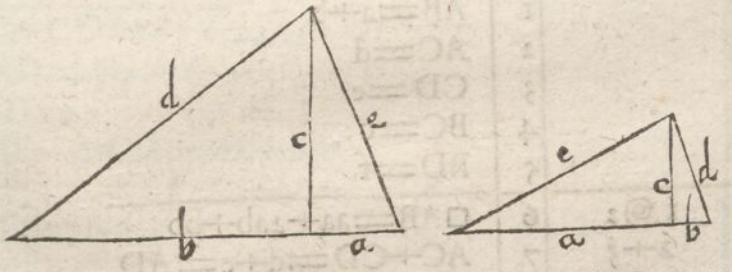
In disem casu kan f grösser seyn alß g, und g grösser alß f.

Beweiß in Zahlen.

Es seye	20	f=1	5
	21	g=2	2
	22	c=3	6 oder geleich 60 = senkel.
22 ◎ 2	23	cc=9	36
20 ◎ 2	24	ff=1	25
20 ✱ 2	25	2f=2	10
23—24	26	cc—ff=8	11
26÷25	27	$\frac{cc-ff}{2f}=4$	$\frac{11}{10}$
12, 27	28	B=4. = 1 segmento.	$\frac{11}{10}$ = 1 segm. oder = 11

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [110] - 100
PUBLIC DOMAIN

21 ☉ 2	29	$gg = 4$	4
23 — 29	30	$cc - gg = 5$	32
21 ✱ 2	31	$2g = 4$	4
30 ÷ 31	32	$\frac{cc - gg}{2g} = \frac{5}{4}$	8
32, 19,	33	$A = \frac{5}{4} =$ 2 ſegmento.	8 = 2 ſegmento. = 80.
28 + 33	34	$A + B = \frac{21}{4} =$ 1 ſeiten.	$\frac{91}{10} =$ 1 ſeiten. = 91.
33 + 21	35	$A + G = \frac{13}{4}$	10
14, 35	36	$E = \frac{13}{4} =$ 2 ſeiten.	10 = 2 ſeiten = 100
20 + 28	37	$B + F = 5$	$\frac{61}{10}$
6, 37	38	D = 5. = 3 ſeiten.	$\frac{61}{10}$ = der 3 ſeiten = 61.



Zwen obliquangliſche Triangel finden / die zwar ungeleich geſtaltet / aber eine geleiche Baſin, ſenkel und aream haben.

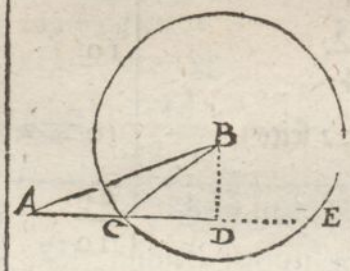
Diß flieſſet auß beyden nächſtvorgehnden caſibus.

A Die basis des ersten fals ist $= \frac{ccf - fgg - ccg + ffg}{2fg}$

A+B Die basis des 2. fals ist auch $= \frac{ccf - fgg - ccg + ffg}{2fg}$

Der senkel ist in beyden fälen $= c$ oder $\frac{2cfg}{2fg}$

Area ist in beyden fälen hiemit auch nohtwendig geleich.
Das kan auch in allerhand Zahlen versucht werden.



Wann auß eines ieden obliquangliſchen Triangels centraliſchem winkel B auf die vorüberſtehende ſeiten der ſenkel BD gefellet wird / auſſer oder inner den gegebenen Triangel / ſo iſt die differenz der quadraten AB. BC die den winkel B befaſſen / geleich der differenz beyder quadraten AD. CD. inner der ſenkellini BD, und beyde ende der baſen A und C begriffen.

	1	$AB = a + b$
	2	$AC = d$
	3	$CD = e$
	4	$BC = c$
	5	$BD = f$
1 ☉ 2	6	$\square AB = aa + 2ab + bb$
2 + 3	7	$AC + CD = d + e = AD$
7 ☉ 2	8	$\square AD = dd + 2dc + ee$
4 ☉ 2	9	$\square BC = cc$
3 ☉ 2	10	$\square CD = ee$
6 − 9	11	$\square AB - \square BC = aa + 2ab + bb - cc$
8 − 10	12	$\square AD - \square CD = dd + 2de$

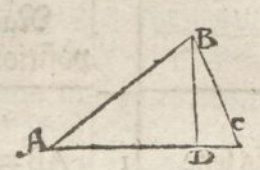
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [112] - 102
PUBLIC DOMAIN

11, 12,	13	aa+2ab+bb—cc=dd+2e. Also sagt es die propo- sition,
		Demonstration.
6—8	14	aa+2ab+bb—dd—ee—2de=□BD
9—10	15	cc—ee =□BD
14—15	16	aa+2ab+bb—dd—2de—cc=0
16+dd+2de	17	aa+2ab+bb—cc=dd+2de. Allerdings wie die pro- position bey der 13. stell mitgebracht hat.
		Nach disem schlag könten allerhand Geometrische pro- positionen demonstriert werden.
		Gebrauch diser Proposition.
Es seye	1	AB=20 Auß bekanten 3. seiten eines ieden obliquan-
	2	BC=15 glischen Triangels/die senkel und segmenta
	3	AC=8 finden.
	4	CD=e
	5	BD=f
1②2	6	□AB=400
2②2	7	□BC=225
6—7	8	□AB—□BC=175
3+4	9	AC+CD=8+e=AD
9②2	10	□AD=64+16e+ee
4②2	11	□cD= ee
10—11	12	□AD—□CD=64+16e
8, 12,	13	175 = 64+16e
13—64	14	111=16e
14÷16	15	$\frac{111}{16}$=e=CD
15+8	16	$\frac{239}{16}$=8+e=AD
6,	17	$\frac{6400}{16}$=□AB

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [113] - 103
PUBLIC DOMAIN

17—16	18	$\frac{6161}{16} = \square BD$
18ww2	19	$\frac{\sqrt{6161}}{4} = BD.$ Sind also in dem rechtwinkligen Triangel ABD alle 3. seiten bekant.

Wann eines obliquangli schen Triangels basis were 39, der senkel 24. Item wie AB zu BC also 8. zu 5. alßdann AB. BC. AD. DC finden.



AB = ?	1	AD = e
BC = ?	2	DC = f
AD = ?	3	BD = d
DC = ?	4	AB = c
BD = ?	5	BC = b
b = ?	6	e+f = 39 }
c = ?	7	d = 24 } Auß der Aufgab.
e = ?	8	b. c :: 5. 8. }
f = ?	9	dd+ee = cc }
	10	dd+ff = bb } Auß der Figur.
8,	11	bb. cc :: 25. 64
7Q2	12	dd = 576
6—e	13	f = 39—e
13Q2	14	ff = 1521—78e+ee
12+14	15	dd+ff = 2097—78e+ee
10, 15	16	bb = 2097—78e+ee
12+ee	17	dd+ee = 576 +ee
9, 17	18	cc = 567 +ee
16. 11, 18	19	2097—78e+ee. 576+ee :: 25. 64.
19 ergo	20	134208—4992e+64ee = 14400+25ee
20+	21	119808—4992e+39ee = 0
21÷39	22	3072—128e+ee = 0
E.□	23	4096—128e+ee = 1024
23ww2	24	64—e = 32

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [114] - 104
PUBLIC DOMAIN

24—32	25	32—e = o
25+e	26	32 = E = AD
6—26	27	7 = E = DC
26 ⊙ 2	28	1024 = ee
27 ⊙ 2	29	49 = ff
12+28	30	1600 = dd+ee
9, 30	31	1600 = cc
31 ⊔ 2	32	40 = C = AB
12+29	33	625 = dd+ff
10, 33	34	625 = bb
34 ⊔ 2	35	25 = B = BC

Wann in einem obliquangliſchen Triangel BD nach belieben gezogen wird / und BD iſt 26, AD 22, Dc 17. Item Ab. BC :: 8. 5. die übrigen AB. BC. GC. DG. BG. finden.



AB = ?	1	BC = b
BC = ?	2	AB = c
GC = ?	3	BD = d
DG = ?	4	AD = e
BG = ?	5	DG = f
	6	GC = g
	7	BG = h
b = ?	8	d = 26
c = ?	9	c = 22
f = ?	10	f+g = 17 } Auß der Aufgab.
g = ?	11	c. b :: 8. 5.
h = ?	12	ee+2ef+ff+hh = cc
	13	ff+hh = dd } Auß der Figur.
	14	gg+hh = bb
10—g	15	f = 17—g

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [115] - 105
PUBLIC DOMAIN

15 ◎ 2	16	ff = 289 — 34g + gg
8 ◎ 2	17	dd = 676
13 — ff	18	dd — ff = hh
17 — 16	19	dd — ff = 387 + 34g — gg
18, 19	20	hh = 387 + 34g — gg
20 + gg	21	gg + hh = 387 + 34g
14, 21,	22	bb = 387 + 34g
9 + 10	23	e + f + g = 39
23 — g	24	e + f = 39 — g
24 ◎ 2	25	ee + 2ef + ff = 1521 — 78g + gg
25 + hh	26	ee + 2ef + ff + hh = 1521 — 78g + gg + hh
12, 26,	27	cc = 1521 — 78g + gg + hh
27 +	28	cc — 1521 + 78g — gg = hh
26, 28	29	cc — 1521 + 78g — gg = 387 + 34g — gg
29 +	30	1908 = cc + 44g
30 — 44g	31	1908 — 44g = cc
11,	32	cc. bb :: 64. 25.
32, 22, 31,	33	1908 — 44g. 387 + 34g :: 64. 25.
33, ergò	34	47700 — 1100g = 24768 + 2176g
34 +	35	22932 = 3276g
35 ÷ 3276	36	7 = G = GC } In der figur.
10 — 36	37	10 = F = DG } In der figur.
36 * 34	38	238 = 34g
38 + 387	39	625 = 34g + 387
22, 39	40	625 = bb
40 ∿ 2	41	25 = B = BC In der figur.
11, 25,	42	c. 25 :: 8. 5.
42, ergò	43	5c = 200
43 ÷ 5	44	C = 40 = AB In der figur.
37 ◎ 2	45	100 = ff
17 — 45	46	576 = dd — ff

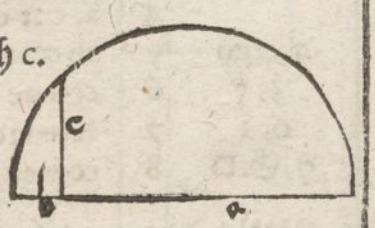
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [116] - 106
PUBLIC DOMAIN

18, 46	47	576 = hh
47ww2	48	24 = H = BG in der figur.

Wann auß 3. proportional quantiteten/namlich a, c, b gegeben ist eintweders a + b wie auch c. oder a — b wie auch c. oder a wie auch b + c. oder a wie auch c — b. das ermanglende finden.

a = ?	1	a + b = 15
b = ?	2	c = 6

Auß a + b wie auch c.



auß der figur	3	a. c :: c b.
3, ergò	4	ab = cc
2@2	5	36 = cc
4, 5	6	ab = 36
1@2	7	aa + 2ab + bb = 225
6*4	8	4ab = 144
7 — 8	9	aa — 2ab + bb = 81
9ww2	10	a — b = ± 9
1 + 10	11	2a = 24 und + 6
11 ÷ 2	12	A = 12 und ÷ 3
1 — 12	13	B = 3 und + 12

Auß a — b wie auch c.

	1	a — b = 9
	2	c = 6
	3	a. c :: c. b.
3, ergò	4	ab = cc
1@2	5	aa — 2ab + bb = 81
4*4	6	4ab = 4cc
2@2	7	cc = 36
7*4	8	4cc = 144
8, 6,	9	4ab = 144

5+9	10	aa+2ab+bb = 225
10 ww 2	11	a+b = ± 15 ꝛc.

Auß a wie auch b+c.

	1	a = 12
	2	b+c = 9
1 ✱ 2	3	ab+ac = 108
	4	a. c :: c. b.
4, ergò	5	ab = cc
3, 5	6	cc+ac = 108
6, 1	7	cc+12c = 108
7, E. □	8	cc+12c+36 = 144
8 ww 2	9	c+6 = ± 12
9—6	10	C = +6 / −18
2—7	11	B = +3 / +27

Auß a wie auch c—b.

	1	a = 12
	2	c—b = 3
	3	a. c :: c. b.
1 ✱ 2	4	ac—ab = 36
3, ergò	5	cc = ab
4, 5	6	ac—cc = 36
1, 6	7	12c—cc = 36
0—7	8	—12c+cc = —36
8, E. □	9	36—12c+cc = 0
9 ww 2	10	—6+c = 0
10+6	11	C = 6
11—2	12	B = 3

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [118] - 108
PUBLIC DOMAIN

Wann in einem ieden rechtwinkligen Triangel b c h ein ſeite/und die ſumma hypotenuſæ und areæ bekant iſt/ das übrige finden.



b = ?	1	c = 3	c = 3
h = ?	2	$\frac{3b}{2}$ = areæ	$\frac{3b}{2}$ + h = 11
	3	$\frac{3b}{2}$ + h = 11	
$6 - \frac{3b}{2}$	4	$h = 11 - \frac{3b}{2}$	
4 ⊙ 2	5	$hh = 121 + \frac{9}{4}bb - 33b$	
auß der figur	6	hh = bb + 9	
5 — 6	7	$0 = 112 + \frac{5}{4}bb - 33b$	
7 * $\frac{4}{5}$	8	$0 = \frac{448}{5} + bb - \frac{132b}{5} = 0$	
8. E. □	9	$\frac{2116}{25} = \frac{4356}{25} - 26\frac{2}{5}b + bb$	
9 ww 2	10	$\frac{66}{5} - b = \frac{46}{5}$	
$10 - \frac{46}{5}$	11	4 − b = 0	
11 + b	12	4 = B	
$12 * \frac{3}{2}$	13	$6 = \frac{3b}{2}$	
3 — 13	14	5 = H	
12 ÷ 2	15	$2 = \frac{1}{2}$B	
1 * 15	16	$6 = \frac{1}{2}$Bc = areæ.	

Tabl. 24 Brandes

Zwo Zahlen finden/daß das quadrat ihrer summ/iede darvon abgezogen/ein quadrat hinterlasse.

a = ?	1	a + b = c
b = ?	2	cc — a = dd
c = ?	3	cc — b = ee
d = ?	4	(*)
e = ?	5	(*)
2 +	6	cc — dd = a
3 +	7	cc — ee = b
(*) 5	8	e = 2d
8 ◎ 2	9	ee = 4dd
3, 9	10	cc — b = 4dd
10	11	cc > 4dd
11 ω 2	12	c > 2d
12,	13	c = 3d
13 ◎ 2	14	cc = 9dd
14 — 9	15	cc — ee = 5dd
15, 7	16	b = 5dd
14 — dd	17	cc — dd = 8dd
17, 6	18	a = 8dd
16 + 18	19	a + b = 13dd
19, 1	20	c = 15dd
20, 13	21	3d = 13dd
21 ÷ d	22	3 = 13d
22 ÷ 13	23	$\frac{3}{13}$ = D.

Hiemit ist alles durch D explicieret/ darum können alle unbekante quantiteten hierauß erklärt/und namhaft gemachet werden.

Tabl 25 Brandes

Drey Zahlen finden/daß das quadrat ihrer summ/iede darvon abgezogen/ein quadrat hinterlasse.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [120] - 110
PUBLIC DOMAIN

a = ?	1	a + b + c = d
b = ?	2	dd — a = ee
c = ?	3	dd — b = ff
d = ?	4	dd — c = gg
e = ?	5	(*)
f = ?	6	(*)
g = ?	7	(*)
2̇ +	8	dd — ee = a
3̇ +	9	dd — ff = b
4̇ +	10	dd — gg = c
7 (*)	11	g = 2e
1i ◎ 2	12	gg = 4ee
12, 4	13	dd — c = 4ee
13,	14	dd > 4ee
14 ww 2	15	d > 2e
15,	16	d = 3e
16 ◎ 2	17	dd = 9ee
17 — ee	18	dd — ee = 8ee
18, 8	19	a = 8ee
17 — 12	20	dd — gg = 5ee
20, 10	21	c = 5ee
17, 3	22	9ee — b = ff
22,	23	9ee > ff
23 ww 2	24	3e > f
(*) 6	25	f = $2\frac{1}{2}$e
25 ◎ 2	26	ff = $\frac{25}{4}$ee
17 — 26	27	dd — ff = $\frac{11}{4}$ee
27, 9	28	b = $\frac{11}{4}$ee
19 + 21 + 28	29	a + b + c = $\frac{64}{4}$ee
29, 1	30	d = $\frac{64}{4}$ee

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [121] - 111
PUBLIC DOMAIN

30, 16	31	$3e = \frac{64}{4}ee$
31 ÷ e	32	$3 = \frac{64}{4}e$
32 ÷ 16	33	$\frac{1}{15} = E$. Es sind alle unbekante quantiteten mit E erklärt/darum dann selbige iezund leichtlich folgend erforschet werden mögen.

Probl. 27 + 28 Brancker

Drey Zahlen finden/daß der cubus ihrer summ/iede darvon abgezogen einen cubum hinterlasse.

a = ?	1	a+b+c = d	
b = ?	2	ddd—a = eee	ddd—eee = a
c = ?	3	ddd—b = fff	ddd—fff = b
d = ?	4	ddd—c = ggg	ddd—ggg = c
e = ?	5	(*)	
f = ?	6	(*)	
g = ?	7	(*)	
h = ?	8	d—h = e	
k = ?	9	d—k = f	
l = ?	10	d—l = g	
m = ?	11	d = 4m	
Es seye	12	h = 3m	
11—12	13	d—h = m	
8, 13	14	e = m	
14 ☉ 3	15	eee = mmm	
11 ☉ 3	16	ddd = 64mmm	
16—15	17	ddd—eee = 63mmm	
17, 2	18	a = 63mmm	
Es seye	19	k = 2m	
11—19	20	d—k = 2m	
9, 20,	21	f = 2m	
21 ☉ 3	22	fff = 8mmm	

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [122] - 112
PUBLIC DOMAIN

16—22	23	ddd—fff = 56mmm
23, 3	24	b = 56mmm
Es seye	25	l = m
11—25	26	d—l = 3m
26, 10	27	g = 3m
27 ☉ 3	28	ggg = 27mmm
16—28	29	ddd—ggg = 37mmm
29, 4	30	c = 37mmm
18+24+30	31	a+b+c = 156mmm
1, 31	32	d = 156mmm
32, 11,	33	4m = 156mmm
33÷4m	34	1 = 39mm
Es seye	35	p—1 = e } Also müssen die substituierten quantiteten
p = ?	36	—p+4 = f } gesezt werden / wann man die cubischen
	37	2 = g } Æquationen um 1. grad deprimieren wil.
35 ☉ 3	38	p^3—3pp+3p—1 = ccc
36 ☉ 3	39	—p^3+12pp—48p+64 = fff
37 ☉ 3	40	8 = ggg
		64mmm oder ddd seyen 64
64—38	41	—p^3+3pp—3p+65 = 64—ccc = a
64—39	42	+p^3—12pp+48p = 64—fff = b
64—40	43	65 = 64—ggg = c
41+42+43	44	(*) —9pp+45p+121 = a+b+c
		4m oder d seyen geleich 4
44,	45	—9pp+45p+121 = 4
45÷4	46	$\frac{-9pp+45p+121}{4} = 1$
Es seye	47	$\frac{p+11}{2} = 1$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [123] - 113
PUBLIC DOMAIN

47☉2	48	$\frac{pp+22p+121}{4}=1$
46, 48	49	$pp+22p+121=-9pp+45p+121$
49—121	50	$pp+22p=-9pp+45p$
50+	51	$10pp=23p$
51÷p	52	$10p=23$
52÷10	53	$P=\frac{23}{10}$
53—1	54	$P-1=\frac{13}{10}$
54, 35	55	$E=\frac{13}{10}$
4—53	56	$4-P=\frac{17}{10}$
56, 36	57	$F=\frac{17}{10}$
55☉3	58	$EEE=\frac{2197}{1000}$
57☉3	59	$FFF=\frac{4913}{1000}$
37☉3	60	$GGG=\frac{8000}{1000}$
64—58	61	$64-EEE=\frac{61803}{1000}=a$
64—59	62	$64-FFF=\frac{59087}{1000}=b$
64—60	63	$64-GGG=\frac{56000}{1000}=c$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [124] - 114
PUBLIC DOMAIN

6i+62+63	64	$192 - E^{I} - F^{I} - G^{I} = \frac{176890}{100}$
64,	65	$a+b+c = \frac{176890}{1000}$
65, i	66	$d = \frac{176890}{1000}$
		Es werde alles wider unter m und mmm eingerichtet.
66, ii,	67	$4m = \frac{17689}{100}mmm$
67÷m	68	$4 = \frac{17689}{100}mm$
68ww2	69	$2 = \frac{133}{10}m$
69*10	70	$20 = 133m$
70÷133	71	$\frac{20}{133} = M$
7i93	72	$\frac{8000}{2352673} = mmm$
7i*4	73	$\frac{80}{133} = 4m$
73 93	74	$\frac{512000}{2352637} = 64mmm = ddd\ (16)$
73,	75	$\frac{1415120}{2352637} = 4m$
75, ii	76	$\frac{1415120}{2352637} = d$
76, i	77	$\frac{1415120}{2352637} = a+b+c$

$6\dot{1}+6\dot{2}+6\dot{3}$	78	$\frac{176890}{1000} = a+b+c.$ gebrauche alhie regulam societatis.
$6\dot{1}, 7\dot{7}, 7\dot{8}$	79	$\frac{176890}{1000} \cdot \frac{1415120}{2352637} :: \frac{61803}{1000} \cdot \frac{494424}{2352637} = A.$
$6\dot{2}, 7\dot{7}, 7\dot{8}$	80	$\frac{176890}{1000} \cdot \frac{1415120}{2352637} :: \frac{59087}{1000} \cdot \frac{472696}{2352637} = B.$
$6\dot{3}, 7\dot{7}, 7\dot{8}$	81	$\frac{176890}{1000} \cdot \frac{1415120}{2352637} :: \frac{56000}{1000} \cdot \frac{448000}{2352637} = C.$
$7\dot{4}-7\dot{9}$	82	$ddd-a = \frac{17576}{2352637} = eee$
$7\dot{4}-8\dot{0}$	83	$ddd-a = \frac{39304}{2352637} = fff$
$7\dot{4}-8\dot{1}$	84	$ddd-a = \frac{64000}{2352637} = ggg$
$8\dot{2}\omega_3$	85	$\frac{26}{133} = e$
$8\dot{3}\omega_3$	86	$\frac{34}{133} = f$
$8\dot{4}\omega_3$	87	$\frac{40}{133} = g$

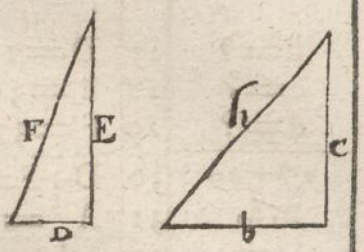
Ist hiemit der Aufgab in all weg genug geschehen.

Trobl. 31 Brandner

Wann eines Isoscelischen Triangels alle 3. seiten gegeben / die seiten zweyer andern Isoscelischen ungeleich gestalten Triangeln zufinden / die einen geleichen umkreiß / und geleiche aream haben.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [126] - 116
PUBLIC DOMAIN

b = ?	1	hh = bb + cc
c = ?	2	h + b = F + D
h = ?	3	bc = DE
Es seye	4	h + b = A
3 ÷ b	5	$c = \frac{DE}{b}$
5 ⊚ 2	6	$cc = \frac{DDEE}{bb}$
1 — bb	7	hh — bb = cc
4 — b	8	h = A — b
8 ⊚ 2	9	hh = AA — 2Ab + bb
9 — bb	10	hh — bb = AA — 2Ab
7, 10	11	cc = AA — 2Ab
6, 11	12	$\frac{DDEE}{bb} = AA - 2Ab$
12 * bb	13	DDEE = AAbb — 2Abbb
auß der figur	14	DD + EE = FF
14 ww 2	15	$\sqrt{DD + EE} = F$
2, 4,	16	A = F + D
16 — D	17	A — D = F
17 ⊚ 2	18	AA — 2AD + DD = FF
14, 18	19	AA — 2AD + DD = DD + EE
19 — DD	20	AA — 2AD = EE
20 * DD	21	AADD — 2ADDD = DDEE
13, 21,	22	AADD — 2ADDD = AAbb — 2Abbb
22 ÷ A	23	ADD — 2DDD = Abb — 2bbb
23 +	24	ADD — 2DDD — Abb + 2bbb = 0
24 ÷ b — D	25	$2bb - Ab + 2bD \frac{+2DD}{-AD} = 0$
25 ÷ 2	26	$bb - \frac{3}{2}Ab + bD \frac{+DD}{-\frac{3}{2}AD} = 0.$



Ist das gefundene Theorema.

b = ?	27	D = 12	20
c = ?	28	E = 35	21
d = ?	29	F = 37	29
27 + 29	30	D + F = 49	49
2, 4,	31	A = 49	49
31 ÷ 2	32	$\frac{1}{2}$A = 24$\frac{1}{2}$	24$\frac{1}{2}$
32 * 27	33	$\frac{1}{2}$AD = 294	490
31 * b	34	Ab = 49b	49b
34 ÷ 2	35	$\frac{1}{2}$Ab = 24$\frac{1}{2}$b	24$\frac{1}{2}$b
27 * b	36	bD = 12b	20b
27 ☉ 2	37	DD = 144	400
b ☉ 2	38	bb = bb	bb
38 − 35 + 36 + 37 − 33	39	bb − $\frac{1}{2}$Ab + DD + bD − $\frac{1}{2}$AD = bb − 12$\frac{1}{2}$b − 150	(*)
39 E.□	40	bb − 12$\frac{1}{2}$b + $\frac{625}{16}$ = $\frac{3025}{16}$	(♂)
40 ☋ 2	41	b − $\frac{25}{4}$ = $\pm\frac{55}{4}$	(☿)
41 + $\frac{25}{4}$	42	B = 20	B = 12
41 + $\frac{25}{4}$	43	B = −7$\frac{1}{2}$	B = −7$\frac{1}{2}$
30, 4	44	B + h = 49	49
44 − 42	45	H = 29	37
44 − 43	46	H = 56$\frac{1}{2}$	56$\frac{1}{2}$
27 * 28	47	DE = 420	420
48 ÷ 42	48	$\frac{DE}{b}$ = 21	35

(*) bb − 4$\frac{1}{2}$b − 90 = 0
(♂) bb − 4$\frac{1}{2}$b + $\frac{81}{16}$ = $\frac{1521}{16}$
(☿) b − $\frac{0}{4}$ = $\pm\frac{30}{4}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [128] - 118
PUBLIC DOMAIN

47÷43	49	$\frac{DE}{b} = -56$	−56
5,48	50	C = 21	35
5,49	51	C = −56	−56
42∗50	52	BC = 420 } = areæ DE	420
43∗51	53	BC = 420 }	420
30∗2	54	2D+2F = 98 }	98
42+45∗2	55	2B+2H = 98 } = dem umkreiß.	98
43+46∗2	56	2B+2H = 98 }	98

Welches dann zufinden war.

Drey Isoscelische Triangel finden / die zwar ungleich gestaltet/aber einen geleichen umkreiß und aream haben/ auch ihre seiten und senkellinien sich zusammen halten/wie eine rational-zahl zu der andern

Hievorige Figur werde allhie widerholet.

f = ?	1	f = aa + bb	Auß einer vorgehnden Aufgab/in welcher erfordert worden / einen rechtwinkligen Triangel finden/dessen all 3. seiten ratio- und ungebrochen werden.
d = ?	2	d = 2ab	
e = ?	3	E = aa − bb	
h = ?	4	h = kk + dd	
b = ?	5	b = 2kd	
c = ?	6	c = kk − dd	
1+2	7	f + d = aa + 2ab + bb	
4+5	8	h + b = kk + 2kd + dd	
7,8	9	aa + 2ab + bb = kk + 2kd + dd. Laut der Aufgab.	
9ww2	10	a + b = k + d	
Es seye	11	a − x = k	
10−11	12	b + x = d	
11◎2	13	aa − 2ax + xx = kk	
12◎2	14	bb + 2bx + xx = dd	
2∗3	15	dc = 2aaab − 2abbb	

5 * 6	16	$bc = 2kkkd - 2kddd$
15, 16,	17	$2aaab - 2abbb = 2kkkd - 2kddd$. Laut der Aufgab.
17 ÷ $\frac{a+b}{k+d}$	18	$2aab - 2abb = 2kkd - 2kdd$
18 ÷ 2	19	$aab - abb = kkd - kdd$
14 * 11	20	$abb \overset{+2abx+axx}{-bbx-2bxx} - xxx = kdd$
13 * 12	21	$aab \overset{-2abx-2axx+xxx}{+aax+bxx} = kkd$
21 — 20	22	$\overset{-abb-4abx-3axx}{+aab+aax+3bxx} + 2xx = kkd - kdd = aab - abb$ (19)
22 + —	23	$\overset{-4abx-3axx}{+aax+3bxx} + 2xx = 0$
23 ÷ 2x	24	$\overset{-2ab-1\frac{1}{2}ax}{+\frac{1}{2}aa+1\frac{1}{2}bx} + xx = 0$
24 + —	25	$xx \overset{-1\frac{1}{2}ax}{+1\frac{1}{2}bx} = \overset{2ab}{-\frac{1}{2}aa} \overset{}{-\frac{1}{2}bb}$
25 E.□	26	$xx \overset{-1\frac{1}{2}ax+\frac{9}{16}aa}{+1\frac{1}{2}bx-\frac{9}{8}ab} = \frac{1}{16}aa + \frac{7}{8}ab + \frac{1}{16}bb$
26 ww 2	27	$x - \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}b = \overset{+\sqrt{\frac{1}{16}aa+\frac{7}{8}ab+\frac{1}{16}bb}}{-\sqrt{\frac{1}{16}aa+\frac{7}{8}ab+\frac{1}{16}bb}}$
27 + —	28	$x = \overset{+\sqrt{\frac{1}{16}aa+\frac{7}{8}ab+\frac{1}{16}bb}+\frac{3}{4}a-\frac{3}{4}b}{-\sqrt{\frac{1}{16}aa+\frac{7}{8}ab+\frac{1}{16}bb}+\frac{3}{4}a-\frac{3}{4}b}$

Wei=

Weilen x nach erforderung der Aufgab eine ganze
29 zahl seyn sol/ so ist nachfolgig $\sqrt{\frac{1}{16}aa+\frac{7}{8}ab+\frac{1}{16}bb}$ eine
justauf quadratische quantitet.

29✱4 30 $\sqrt{aa+14ab+bb}=$ einer quadratischen quantitet/dessen
Es seye 31 $\sqrt{aa+14ab+bb}=a+b+z$ (wurzel mehr dann a+b
31 ☉ 2 32 $aa+14ab+bb=aa+bb+zz+2bz+2az+2ab$
32 + 33 $12ab=zz+2bz+2az$
33 —2az 34 $12ab-2az=zz+2bz$
34 ÷ 12b —2z 35 $A=\frac{zz+2bz}{12b-2z}$ Theorema.

Gebrauch dises Theorematis.

3, 36 $E=aa-bb$
Es seye 37 $E>0$
36, 37 38 $aa-bb>0$
38+bb 39 $aa>bb$
39 ww 2 40 $a>b$. Muß also a grösser seyn alß b

35, 40 41 $\frac{zz+2bz}{12b-2z}>b$
41 ✱ 12b—zz 42 $zz+2bz>12bb-2bz$
42+2bz 43 $zz+4bz>12bb$
43, E.□ 44 $zz+4bz+4bb>16bb$
44 ww 2 45 $z+2b>4b$
45—2b 46 $z>2b$. Muß also z grösser seyn alß 2b

Aber a kan grösser seyn alß z, und z grösser alß a, laut
diser beyden Exempeln.

Beweiß in Zahlen.

Es seye 47 $z=8$ | 4
48 $b=3$ | 1
47 ☉ 2 49 $zz=64$ | 16

48*2	50	$2b = 6$	2
47*50	51	$2bz = 48$	8
49+51	52	$zz + 2bz = 112$	24
48*12	53	$12b = 36$	12
47*2	54	$2z = 16$	8
53—54	55	$12b - 2z = 20$	4
52÷55	56	$\frac{zz + 2bz}{12b - 2z} = \frac{28}{5}$	6
56, 35	57	$A = \frac{28}{5}$	6
57◎2	58	$aa = \frac{784}{25}$	36
57*48	59	$ab = \frac{420}{25}$	6
59*14	60	$14ab = \frac{5880}{25}$	84
48◎2	61	$bb = \frac{225}{25}$	1
58+60+61	62	$aa + 14ab + bb = \frac{6889}{25}$	121
62ww2	63	$\sqrt{aa + 14ab + bb} = +\frac{83}{5}$	+11
63÷4	64	$\sqrt{+\frac{1}{16}aa + \frac{7}{8}ab + \frac{1}{16}bb} = +\frac{83}{20}$	$+\frac{11}{4}$
57*$\frac{3}{4}$	65	$\frac{3}{4}a = \frac{84}{20}$	$\frac{18}{4}$
48*$\frac{3}{4}$	66	$\frac{3}{4}b = \frac{45}{20}$	$\frac{3}{4}$
65—66	67	$\frac{3}{4}a - \frac{3}{4}b = \frac{39}{20}$	$\frac{15}{4}$
64+67	68	$\sqrt{\frac{1}{16}aa + \frac{7}{8}ab + \frac{1}{16}bb + \frac{3}{4}a - \frac{3}{4}b} = \frac{122}{20}$	$\frac{26}{4}$
64+67	69	$-\sqrt{\frac{1}{16}aa + \frac{7}{8}ab + \frac{1}{16}bb + \frac{3}{4}a - \frac{3}{4}b} = -\frac{44}{20}$	1
68, 28	70	$x = \frac{122}{20}$	

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [132] - 122
PUBLIC DOMAIN

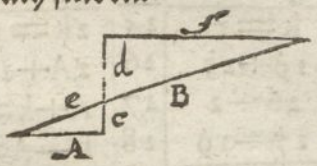
69, 28	71	$x = -\frac{44}{20}$	1
57—70	72	$a-x = -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
57—71	73	$a-x = \frac{39}{5}$	5
11, 72	74	$k = -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
11, 73	75	$k = \frac{39}{5}$	5
48+70	76	$b+x = \frac{91}{10}$	$\frac{30}{4}$
48+71	77	$b+x = \frac{4}{5}$	2
12, 76	78	$D = \frac{91}{10}$	$\frac{30}{4}$
12, 77	79	$D = \frac{4}{5}$	2
48◎2	80	$bb = 9$	1
58+80	81	$aa+bb = \frac{2018}{50}$	37
58—80	82	$aa-bb = \frac{1118}{50}$	35
59✱2	83	$2ab = \frac{1680}{50}$	12
74◎2	84	$kk = \frac{12\frac{1}{2}}{50}$	$\frac{1}{4}$
75◎2	85	$kk = \frac{3042}{50}$	25
78◎2	86	$DD = \frac{4140\frac{1}{2}}{50}$	$\frac{900}{16}$
79◎2	87	$dd = \frac{32}{50}$	4
84+86	88	$kk+dd = \frac{4153}{50}$	$56\frac{1}{2} = H$
85+87	89	$kk+dd = \frac{3074}{50}$	$29 = H$

84—86	90	$kk - dd = -\frac{4128}{50}$	$-56 = c$
85—87	91	$kk - dd = \frac{3010}{50}$	$21 = c$
74*78	92	$kd = -\frac{227\frac{1}{2}}{50}$	$-\frac{15}{4}$
75*79	93	$kd = \frac{312}{50}$	10
92*2	94	$2kd = -\frac{455}{50}$	$-7\frac{1}{2} = B$
93*2	95	$2kd = \frac{624}{50}$	$+20 = B$
1, 81	96	$F = \frac{2018}{50}$ — 2018 — 1009	$37 = F$
2, 83	97	$D = \frac{1680}{50}$ — 1680 — 840	$35 = D$
3, 81	98	$E = \frac{1118}{50}$ — 1118 — 559	$12 = E$
4, 88, 89	99	$H = \frac{4153}{50}$ und $\frac{3074}{50}$ — 4153 (☿)	
5, 94, 95	100	$B = -\frac{455}{50}$ und $\frac{624}{50}$ — -455 (♄)	
6, 90, 91	101	$C = -\frac{4128}{50}$ und $\frac{3010}{50}$ — -4128 (♀)	
		(☿) und 3074 — $\frac{4153}{2} \cdot 1537$	
		(♃) und 624 — $-\frac{455}{2} \cdot 312$	
		(♀) und 3010 — $-2064 \cdot 1505$	
99+100	102	$H + B = 1849$ } Ist hiemit ein geleicher umkreiß.	
96+97	103	$F + D = 1849$ }	
100*101	104	$BC = 469560$ } Ist hiemit eine geleiche area.	
97*98	105	$DE = 469560$ }	

Welches dann zufinden war.

Wann in nebenstehender Figur A und B gegeben weren/und solle B also disponiert seyn/daß wann solche continu-

tinuiert wird/ſie das eine end der gegebenen A richtig berühren thüe/alßdann c. d. e. f. auch finden.



c = ?	1	c + d = A
d = ?	2	ee = AA + cc
e = ?	3	c. e :: d. B.
f = ?	4	c. A :: d. f.
3,	5	cc. ee :: dd. BB.
2, 5	6	cc. AA + cc :: dd. BB.
1 — c	7	d = A — c
7 ◎ 2	8	dd = AA — 2Ac + cc
6, 8	9	cc. AA + cc :: AA — 2Ac + cc. BB.
9, ergò	10	BBcc = AA — 2Ac + cc | AA + ce
10, 2	11	BBcc = ee — 2Ac | ee
11,	12	BBcc = eeee — 2Aeec
12 — BBcc	13	0 = eeee — 2Acee — BBcc
g = ? h = ?	14	0 = ee — gc | ee + hc = eeee — gcee + hcee — ghcc
13, 14	15	e^4 — 2Acee — BBcc = e^4 — gcee + hcee — ghcc
15 — e^4	16	— 2Acee — BBcc = — gcee + hcee — ghcc
16,	17	— 2A = — g + h
16,	18	— BB = — gh
0 — 17,	19	2A = g — h
0 — 18,	20	BB = gh
19 ◎ 2	21	4AA = gg — 2gh + hh
20 * 4	22	4BB = 4gh

21+22	23	$4AA+4BB = gg+2gh+hh$
23 ww 2	24	$\sqrt{4AA+4BB} = g+h$
k = ?	25	$2k = g+h$
19+25	26	$2A+2k = 2g$
26÷2	27	$A+k = g$
27—19	28	$k-A = h$
2—gc	29	$ee-gc = AA+cc-gc$
2+hc	30	$ee+hc = AA+cc+hc$
14, 29 30	31	$\left.\begin{matrix} AA+cc-gc \\ AA+cc+hc \end{matrix}\right\| = 0$. Ist also die biquadratische Æquation, so ich bey 14 unterlassen / allhie in 2. quadratische Æquationes zerstreuet.
31,	32	$AA+cc-Gc = 0$.
31,	33	$AA+cc+hc = 0$.
32—AA	34	$cc-Gc = -AA$
34 E. □	35	$cc-Gc+\frac{1}{4}GG = \frac{1}{4}GC-AA$
35 ww 2	36	$c-\frac{1}{2}G = \sqrt{\frac{1}{4}GC-AA}$
L = ?	37	$c-\frac{1}{2}G = L$
37	38	$c-\frac{1}{2}G = -L$
37+½G	39	$C = L+\frac{1}{2}G$
38+½G	40	$C = -L+\frac{1}{2}G$
33—AA	41	$cc+hc = -AA$
41, E □	42	$cc+hc+\frac{1}{4}hh = \frac{1}{4}hh-AA$
42 ww 2	43	$c+\frac{1}{2}h = \sqrt{\frac{1}{4}hh-AA}$
M = ?	44	$c+\frac{1}{2}h = M$
44,	45	$c+\frac{1}{2}h = -M$
44—½H	46	$C = M-\frac{1}{2}H$
45—½H	47	$C = -M-\frac{1}{2}H$

Hat also die quantitet c vier valores.

i—39	48	$D = A - L - \frac{1}{2}G$
i—40	49	$D = A + L - \frac{1}{2}G$
i—46	50	$D = A - M + \frac{1}{2}H$
i—47	51	$D = A + M + \frac{1}{2}H$
		Hat also die quantitet D auch vier valores.
3, ergò	52	$BC = de$
52÷d	53	$\frac{BC}{d} = E$
39*d	54	$BL + \frac{1}{2}BG = Bc$
40*d	55	$\frac{1}{2}BG - BL = Bc$
46*d	56	$BM - \frac{1}{2}BH = Bc$
47*d	57	$-BM - \frac{1}{2}BH = Bc$
54÷48	58	$\frac{BL + \frac{1}{2}BG}{A - L - \frac{1}{2}G} = E$
55÷49	59	$\frac{\frac{1}{2}BG - BL}{A + L - \frac{1}{2}G} = E$
56÷50	60	$\frac{BM - \frac{1}{2}BH}{A - M + \frac{1}{2}H} = E$
57÷51	61	$\frac{-BM - \frac{1}{2}BH}{A + M + \frac{1}{2}H} = E$
		$= \frac{BC}{D}$
		Hat also die quantitet E auch vier valores.
4, ergò	62	$AD = Fc$
62÷c	63	$\frac{AD}{c} = F$
48*A	64	$AA - AL - \frac{1}{2}AG = AD$
49*A	65	$AA + AL - \frac{1}{2}AG = AD$
50*A	66	$AA - AM + \frac{1}{2}AH = AD$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [137] - 127
PUBLIC DOMAIN

51*A | 67 | $AA+M+\frac{1}{2}AH=AD$

64÷39 | 68 | $\frac{AA-AL-\frac{1}{2}AG}{L+\frac{1}{2}G}=F$

65÷40 | 69 | $\frac{AA+AL-\frac{1}{2}AG}{\frac{1}{2}G-L}=F$

66÷46 | 70 | $\frac{AA-AM+\frac{1}{2}AH}{M-\frac{1}{2}H}=F$

67÷47 | 71 | $\frac{AA+AM+\frac{1}{2}AH}{-M-\frac{1}{2}H}=F$

$=\frac{AD}{C}$

Beweiß in Zahlen.

Es seye | 72 | $A=4$ | 7
| 73 | $B=\sqrt{153}$ | 24

72◎2 | 74 | $aa=16$ | 49
73◎2 | 75 | $bb=153$ | 576
74*4 | 76 | $4aa=64$ | 196
75*4 | 77 | $4bb=612$ | 2304

76+77 | 78 | $4aa+4bb=676$ | 2500
88ww2 | 79 | $\sqrt{4aa+4bb}=26$ | 50
78, 25 | 80 | $2k=26$ | 50
72*2 | 81 | $2A=8$ | 14
80+81 | 82 | $2A+2k=34$ | 64
82, 26 | 83 | $2G=34$ | 64
83÷2 | 84 | $G=17$ | 32
80—81 | 85 | $2k-2A=18$ | 36
85÷2 | 86 | $k-A=9$ | 18
86, 28 | 87 | $H=9$ | 18

84◎2 | 88 | $GG=289$ | 1024

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [138] - 128
PUBLIC DOMAIN

88÷4	89	$\frac{1}{4}GG = \frac{289}{4}$	256
89—74	90	$\frac{1}{4}GG - aa = \frac{225}{4}$	207
90ww2	91	$\sqrt{\frac{1}{4}GG - aa} = \frac{15}{2}$	$3\sqrt{23}$
91,36,37	92	$L = \frac{15}{2}$	$3\sqrt{23}$
84÷2	93	$\frac{1}{2}G = \frac{17}{2}$	16
92+93	94	$L + \frac{1}{2}G = 16$	$16+3\sqrt{23}$
93—92	95	$L - \frac{1}{2}G = 1$	$16-3\sqrt{23}$
94,39	96	$C = 16$	$16+3\sqrt{23}$
95,40	97	$C = 1$	$16-3\sqrt{23}$
87@2	98	$HH = 81$	324
98÷4	99	$\frac{1}{4}HH = 81$	81
99—74	100	$\frac{1}{4}HH - AA = \frac{17}{4}$	32
100,44	101	$MM = \frac{17}{4}$	32
101ww2	102	$M = \frac{\sqrt{17}}{2}$	$\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$
87÷2	103	$\frac{1}{2}H = \frac{9}{2}$	9

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [139] - 129
PUBLIC DOMAIN

102—103	104	$-\frac{1}{2}H+M=\frac{\sqrt{17}-9}{2}$	$4\sqrt{2}-9$
102+103	105	$M+\frac{1}{2}H=\frac{\sqrt{17}+9}{2}$	$4\sqrt{2}+9$
0—105	106	$-M-\frac{1}{2}H=\frac{-\sqrt{17}-9}{2}$	$-4\sqrt{2}-9$
104,47	107	$C=\frac{\sqrt{17}-9}{2}$	$4\sqrt{2}-9$
106,47	108	$C=\frac{-\sqrt{17}-9}{2}$	$-4\sqrt{2}-9$
72—94	109	$A-L-\frac{1}{2}G=\frac{-24}{2}=D$	$-9-3\sqrt{32}$
72—95	110	$A+L-\frac{1}{2}G=\frac{6}{2}=D$	$-9+3\sqrt{23}$
72—104	111	$A-M+\frac{1}{2}H=\frac{17-\sqrt{17}}{2}=D$	$16-4\sqrt{2}$
72—106	112	$A+M+\frac{1}{2}H=\frac{17+\sqrt{17}}{2}=D$	$16+4\sqrt{2}$
92*73	113	$BL=\frac{45\sqrt{17}}{2}$	$72\sqrt{23}$
93*73	114	$\frac{1}{2}BG=\frac{51\sqrt{17}}{2}$	384
102*73	115	$BM=\frac{51}{2}$	$96\sqrt{2}$
103*73	116	$\frac{1}{2}BH=\frac{27\sqrt{17}}{2}$	216
113+114	117	$BL+\frac{1}{2}BG=48\sqrt{17}$	$384+72\sqrt{23}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [140] - 130
PUBLIC DOMAIN

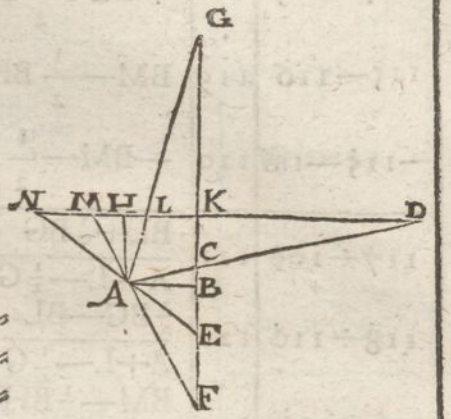
114—113	118	$-BL+\frac{1}{2}BG=3\sqrt{17}$	$384-72\sqrt{23}$
115—116	119	$BM-\frac{1}{2}BH=\frac{51}{2}-\frac{27}{2}\sqrt{17}$	$96\sqrt{2}-216$
—115—116	120	$-BM-\frac{1}{2}BH=\frac{51-27\sqrt{17}}{2}$	$-96\sqrt{2}-216$
117÷109	121	$\frac{BL+\frac{1}{2}BG}{A-L-\frac{1}{2}G}=4\sqrt{17}=E$	$\frac{384+72\sqrt{23}}{-9-3\sqrt{23}}$
118÷110	122	$\frac{\frac{1}{2}BG-BL}{A+I.-\frac{1}{2}G}=\sqrt{17}=E$	$\frac{384-72\sqrt{23}}{-9+3\sqrt{23}}$
119÷111	123	$\frac{BM-\frac{1}{2}BH}{A-M+\frac{1}{2}H}=\frac{51-27\sqrt{18}}{17-\sqrt{17}}=E$	$\frac{96\sqrt{2}-216}{16+4\sqrt{2}}$
120÷112	124	$\frac{-BM-\frac{1}{2}BH}{A+M+\frac{1}{2}H}=\frac{-51-27\sqrt{17}}{17+\sqrt{17}}=E$	$\frac{-96\sqrt{2}-216}{16+4\sqrt{2}}$
109*72	125	$AA-AL-\frac{1}{2}AG=-48$	$-63-21\sqrt{23}$
110*72	126	$AA+AL-\frac{1}{2}AG=12$	$-63+21\sqrt{23}$
111*72	127	$AA-AM+\frac{1}{2}AH=34-2\sqrt{17}$	$+112-28\sqrt{23}$
112*72	128	$AA+AM+\frac{1}{2}AH=34+2\sqrt{17}$	$+112+28\sqrt{23}$
125÷96	129	$\frac{AA-AL-\frac{1}{2}AG}{L+G}=-3=F$	$\frac{-63-21\sqrt{23}}{16+3\sqrt{23}}$
126÷97	130	$\frac{AA+AL-\frac{1}{2}AG}{\frac{1}{2}G-L}=+12=F$	$\frac{-63+21\sqrt{23}}{16-3\sqrt{23}}$
127÷107	131	$\frac{AA-AM+\frac{1}{2}AH}{M-\frac{1}{2}H}=\frac{68-4\sqrt{17}}{-9+\sqrt{17}}=F$	$\frac{+112-28\sqrt{23}}{-9+4\sqrt{2}}$
128÷108	132	$\frac{AA+AM+\frac{1}{2}AH}{-M-\frac{1}{2}H}=\frac{68+4\sqrt{17}}{-9-\sqrt{17}}=F$	$\frac{112+28\sqrt{23}}{-9-4\sqrt{2}}$

Erklärung aller diser wurzeln durch eine Figur.

$AB = 4$
$BK = 4$
$HK = 4$ $\}$ $= A$
$AH = 4$

$CD = \sqrt{153}$
$GL = \sqrt{153}$
$EN = \sqrt{153}$ $\}$ $= B$
$FM = \sqrt{153}$

Gehen alle durch puncten A und fügen die linien GF und ND zusammen.



$BG = 16$
$BC = 1$
$BE = \frac{\sqrt{17}-9}{2}$
$BF = -\frac{\sqrt{17}-9}{2}$ $\}$ $= c$. Von denen allen wird CD und seines geleichen durch A an die lini DN geführet.

$GK = -12$
$CK = 3$
$KE = \frac{17-\sqrt{17}}{2}$
$KF = \frac{17+\sqrt{17}}{2}$ $\}$ $= D$. Ist die distantz zwüschen dem puncten C und seiner gleichgültigen zu dem puncten K

$AG = 4\sqrt{17}$
$AC = \sqrt{17}$
$AF = \frac{51-27\sqrt{17}}{17-\sqrt{17}}$
$AE = \frac{-51-27\sqrt{17}}{17+\sqrt{17}}$ $\}$ $= E$. Ist die distantz des puncten C und seiner gleichgültigen/zu dem puncten K.

z = ?	1	zz = 10z + 144
i,	2	zz > 10 + 144
ż,	3	zz > 154
Es seye	4	z = 12 + r
4 ◎ 2	5	zz = 144 + 24r + rr
4 ✱ 10	6	10z = 120 + 10r
5 — 6	7	zz — 10z = 24 + 14r + rr
i — 10z	8	zz — 10z = 144
7 — 8	9	0 = — 120 + 14r + rr
9, E. □	10	169 = 49 + 14r + rr
10 ww 2	11	+ 13 = 7 + r
11 + 5	12	18 = 12 + r
11 + 5	13	— 8 = 12 + r
4, 12,	14	18 = z
4, 13,	15	— 8 = z

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [143] - -
PUBLIC DOMAIN

Zu dem buchstab R am 133 blat.

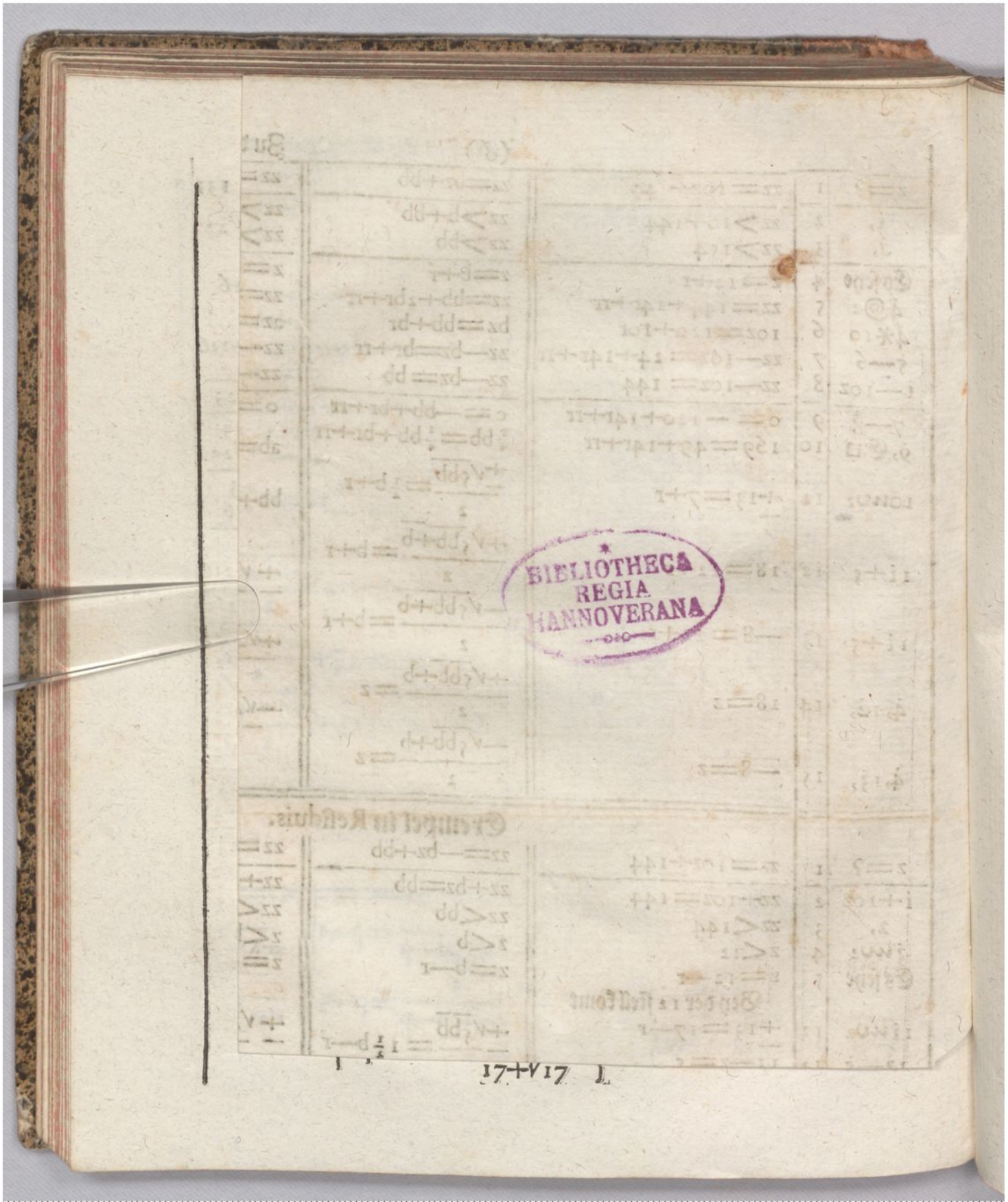
z = ?	1	zz = 10z + 144	zz = bz + bb	zz = az + bb
i,	2	zz > 10 + 144	zz > b + bb	zz > a + bb
2,	3	zz > 154	zz > bb	zz > bb
Es seye	4	z = 12 + r	z = b + r	z = b + r
4 ☉ 2	5	zz = 144 + 24r + rr	zz = bb + 2br + rr	zz = bb + 2br + rr
4 ✱ 10	6	10z = 120 + 10r	bz = bb + br	az = ab + ar
5 — 6	7	zz — 10z = 24 + 14r + rr	zz — bz = br + rr	zz — az = bb + 2br + rr — ab — ar
i — 10z	8	zz — 10z = 144	zz — bz = bb	zz — az = bb
7 — 8	9	o = — 120 + 14r + rr	o = — bb + br + rr	o = 2br + rr — ab — ar
9, E. □	10	169 = 49 + 14r + rr	$\frac{5}{4}$bb = $\frac{1}{4}$bb + br + rr	ab = rr + 2br − ar
10 ω 2	11	+ 13 = 7 + r	$+\frac{\sqrt{5bb}}{2} = \frac{1}{2}b + r$	bb + $\frac{1}{4}$aa = rr + 2br + bb − ar − ab + $\frac{1}{4}$aa
11 + 5	12	18 = 12 + r	$+\frac{\sqrt{5bb+b}}{2} = b + r$	$+\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} = r + b - \frac{1}{2}a$
11 + 5	13	— 8 = 12 + r	$-\frac{\sqrt{5bb+b}}{2} = b + r$	$+\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} + \frac{1}{2}a = r + b = z$
4, 12,	14	18 = z	$+\frac{\sqrt{5bb+b}}{2} = z$	$-\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} + \frac{1}{2}a = r + b = z$
4, 13,	15	— 8 = z	$-\frac{\sqrt{5bb+b}}{2} = z$	

Exempel in Residuis.

z = ?	1	zz = 10z + 144	zz = — bz + bb	zz = — az + bb
i + 10z	2	zz + 10z = 144	zz + bz = bb	zz + az = bb
2,	3	zz < 144	zz < bb	zz < bb
3 ω 2	4	z < 12	z < b	z < b
Es seye	5	z = 12 — r	z = b — r	z = b — r
		Bey der 12 stell komt		
11 ω 2	12	+ 13 = 17 — r	$+\frac{\sqrt{5bb}}{2} = 1\frac{1}{2}b - r$	$+\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} - \frac{1}{2}a = r + b$
12 — 5	13	13 — z = 5		
12 — 5	14	— 13 — z = 5	$+\frac{\sqrt{5bb}-b}{2} = b - r$	$+\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} - \frac{1}{2}a = z$
13 + z — 5	15	8 = z		
14 + z — 5	16	— 18 = z	$-\frac{\sqrt{5bb}-b}{2} = b - r$	$-\frac{\sqrt{4bb+aa}}{2} - \frac{1}{2}a = z$

Folget a = ? ꝛc.

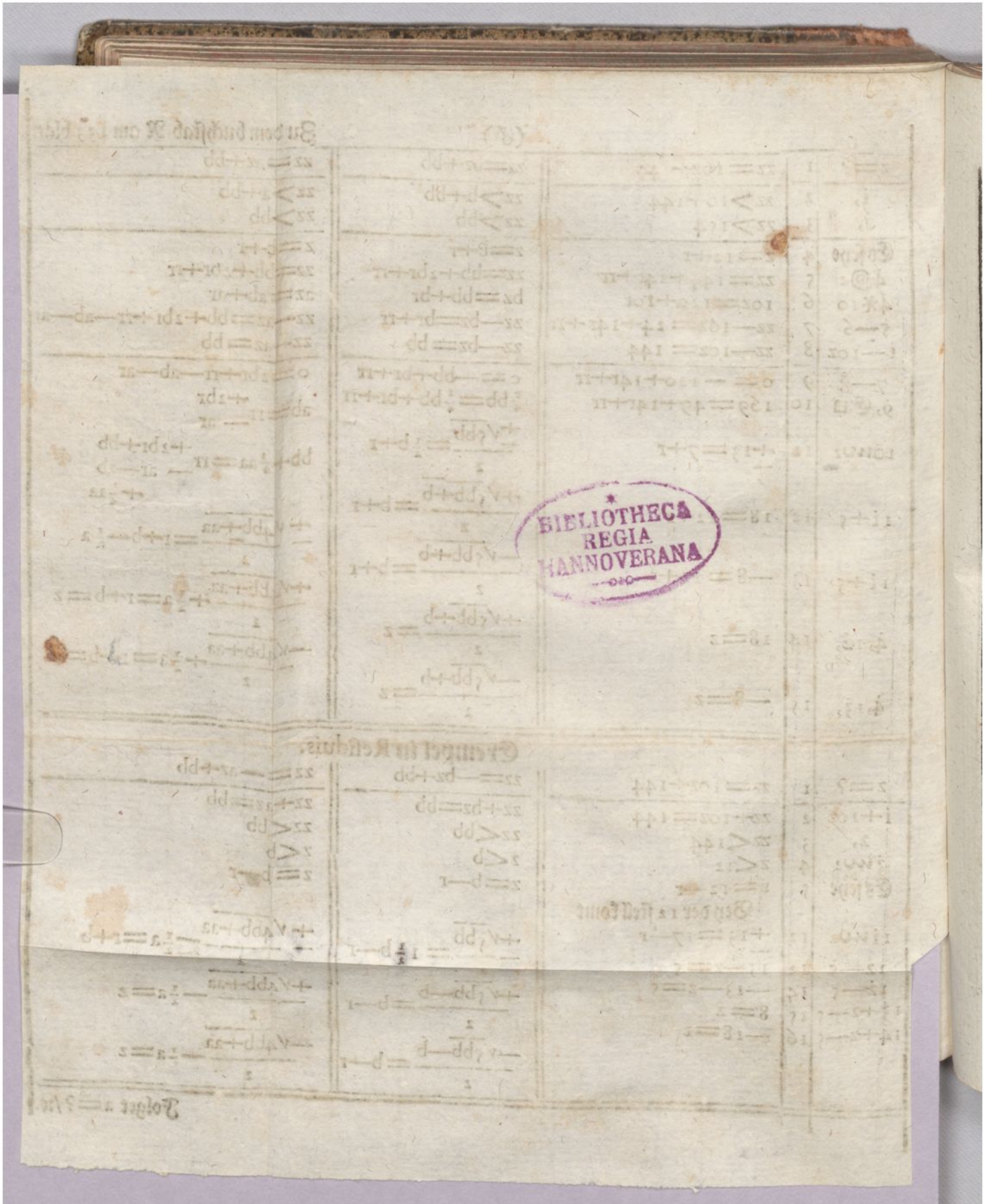
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [144] - -
PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [145] - -

PUBLIC DOMAIN


BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [146] - -

PUBLIC DOMAIN

$KL = -3$
$KD = 12$
$KN = \frac{58 - 4\sqrt{17}}{-9 - \sqrt{17}}$ } = F. Ist die distantz des punctens D und seiner gleichgültigen zu dem puncten K.
$KM = \frac{68 + 4\sqrt{17}}{-9 - \sqrt{17}}$

Ist also dise Aufgab folkommenlich erschöpfet. Darbey dann zugewahren/wie auch die negat-wurzeln ihren nuzzen eben so wol haben alß die affirmaten/ja daß man deren nicht entberen möge/wolte man anderst nicht den besten theil von den valoren unerforschet lassen.

Evolution der Binomischen und Residuischen Æquationen.

1. Der Quadratischen.

NB. Sihe bey disem Zeichen (♂)

$a = ?$	1	$aa = 18 + \sqrt{68}$
Es seye	2	$a = b + r$
$2 \odot 2$	3	$aa = bb + 2br + rr$
$1, 3$	4	$18 + \sqrt{68} = bb + 2br + rr$
Es seye	5	$18 = bb + rr$
$4 - 5$	6	$\sqrt{68} = 2br$
$5 \odot 2$	7	$324 = bbbb + 2bbrr + rrrr$
$6 \odot 2$	8	$68 = 4bbrr$
$7 - 8$	9	$256 = bbbb - 2bbrr + rrrr$
$9 \omega 2$	10	$16 = bb - rr$
$5 + 10$	11	$34 = 2bb$
$11 \div 2$	12	$17 = bb$

12 ww 2	13	$\sqrt{17} = B$
5 — 10	14	$2 = 2rr$
14 ÷ 2	15	$1 = rr$
15 ww 2	16	$1 = R$
13 + 16	17	$\sqrt{17} + 1 = B + R$
2, 17	18	$\sqrt{17} + 1 = A$

2. Der Cubischen Æquationen.

$z = ?$ 1 $z^3 = pz + q$ $(z^3 = 63z + 370$

Es seye 2 $z = t + u$

2 9 3 3 $z^3 = ttt + 3ttu + 3tuu + uuu$

3, 4 $z^3 = \frac{3tu}{t+u}$ und $ttt + uuu$

4, 2 5 $z^3 = \frac{3tu}{z}$ und $ttt + uuu$ } Bis hiehar alles geleich.

5, 1 6 $pz + q = \frac{3tu}{z}$ und $ttt + uuu$

6, 7 $\frac{p}{z} = \frac{3tu}{z}$ darum dann

6 — 7 8 $q = ttt + uuu$ 370

7 ÷ 2 9 $p = 3tu$ 63

9 ÷ 3 10 $\frac{1}{3}p = tu$ 21

8 9 2 11 $qq = t^6 + 2tttuuu + u^6$ 136900

10 9 3 12 $\frac{1}{27}p^3 = tttuuu$ 9261

12 * 4 13 $\frac{4}{27}p^3 = 4tttuuu$ 37044

11 — 13 14 $qq - \frac{4}{27}p^3 = t^6 - 2tttuuu + u^6$ 99856

14 ww 2 15 $\sqrt{qq - \frac{4}{27}p3} = ttt - uuu$ 316

8 + 15 16 $q + \sqrt{qq - \frac{4}{27}p^3} = 2ttt$ 689

16 — 2 17 $\frac{1}{2}q + \sqrt{\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3} = ttt$ 343

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [148] - 134
PUBLIC DOMAIN

17ϖ3	18	$\sqrt{c.}\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}qq-\frac{1}{27}p^3}=t$	7
8—15	19	$q-\sqrt{qq-\frac{4}{27}p^3}=2uuu$	54
19÷2	20	$\frac{1}{2}q-\sqrt{\frac{1}{4}qq-\frac{1}{27}p^3}=uuu$	27
20ϖ3	21	$\sqrt{c.}\frac{1}{2}q-\sqrt{\frac{1}{4}qq-\frac{1}{27}p^3}=u$	3
18+21	22	$\sqrt{c.}\frac{1}{2}q+\sqrt{\frac{1}{4}qq-\frac{1}{27}p^3}+\sqrt{c.}\frac{1}{2}q-\sqrt{\frac{1}{4}qq-\frac{1}{27}p^3}$ $(=t+u$ $(=z$	10=z

Hierauß nun erhellet / daß eben die Æquation komt/ deren erfindung Cardano, oder Scipioni Ferreo zugemessen/und so sehr erhebt wird.

Were die Æquation also $z^3=-pz+q$ so wird $t-u$ für z genommen/und komt alßdann

$$\sqrt{c.}\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}qq+\tfrac{1}{27}p^3}-\sqrt{c.}-\tfrac{1}{2}q+\sqrt{\tfrac{1}{4}qq+\tfrac{1}{27}p^3}=z$$

Weren aber in diser Æquation $z^3=pz+q$ die $\frac{1}{4}qq$ kleiner alß $\frac{1}{27}p^3$, da findet diser schlag nicht plazz/ (alßdann in obigem proceß klar gesehen wird) sondern muß durch ein ander mittel geschehen/wie hernach an seinem ohrt folget.

Noch ein andere manier.

z=?	1	$z^3=63z+370$
1,	2	$z^3>370$
2,	3	$z>7$
Es seye	4	$z=7+b$
4ϖ3	5	$z^3=343+147b+21bb+b^3$
4✱63	6	$63z=441+63b$
5—6	7	$z^3-63z=-98+84b+21bb+bbb$
1—63z	8	$z^3-63z=370$
7—8	9	$0=-468+84b+21bb+bbb$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [149] - 135
PUBLIC DOMAIN

9÷b—3	10	0 = 156+24b+bb. Ist deßhalben b—3 = 0.
4—10	11	z = 10
10, E.□	12	—12 = 144+24b+bb
12 ww 2	13	+√—12 = 12+b
13—5	14	—5+√—12 = 7+b = z
13—5	15	—5—√—12 = 7+b = z

Sind also die 3. gefundene wurzel.

z = 10
z = ⅄ } abſurdæ.
z = ⅄ }

Stylus delineatorius.

Bis hieher ſind wir allein ſupputatorie verfahren / in dem durch bloſſes rechnen/die Antwort auf die Aufgaben erforſchet worden.

Jez unterſtehen wir/durch den Stylum delineatorium, oder Geometriſche Riß/eben ein geleiches zuverrichten.

1. Delineation der quadratiſchen Æquationen.

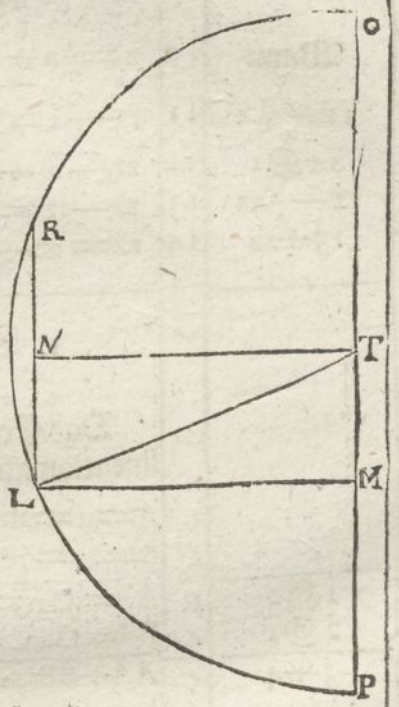
Die quadratiſchen Æquationen haben 2. formen.

1. zz = az+bb und —az+bb
2. zz = az—bb

Die erſte form iſt durch nächſtfolgende Figur auflößlich.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [150] - 136
PUBLIC DOMAIN

z = ?	1	a = LR
Es ſeye	2	b = LM
1 = 2	3	$\frac{1}{2}$a = LN
3 ☉ 3	4	$\frac{1}{4}$aa = □LN = □TM
2 ☉ 2	5	bb = □LM
4 + 5	6	$\frac{1}{4}$aa + bb = □TL (= TP
6 ω 2	7	$\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$ = TL = TO
3 + 7	8	$\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}+\frac{1}{2}a$ = MO = z
7 — 3	9	$\sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}-\frac{1}{2}a$ = MP = z



Demonſtration.

Wann	10	$z = \sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}+\frac{1}{2}a$
10 +	11	$z+\frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{1}{4}aa+bb}$
11 ☉ 2	12	$zz+az+\frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa+bb$
12 — $\frac{1}{4}$aa	13	zz + az = bb
13 +	14	zz = + az + bb. Allermaaſſen wie es anfangs geweſen iſt.

Die andere form/namlich zz = az — bb iſt durch folgende Figur auflößlich.

z = ?	1	a = LR
Es ſeye	2	b = LM. = NT
1 ÷ 2	3	$\frac{1}{2}$a = NR = NL = NP
3 ☉ 2	4	$\frac{1}{4}$aa = □NP
2 ☉ 2	5	bb = □NT
4 — 5	6	$\frac{1}{4}$aa — bb = □TP
6 ω 2	7	$\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$ = TP
3 + 7	8	$\frac{1}{2}a\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$ = MO = z
3 — 7	9	$\frac{1}{2}a-\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$ = MP = z



NP ſeye ein lini.

Demonstration.

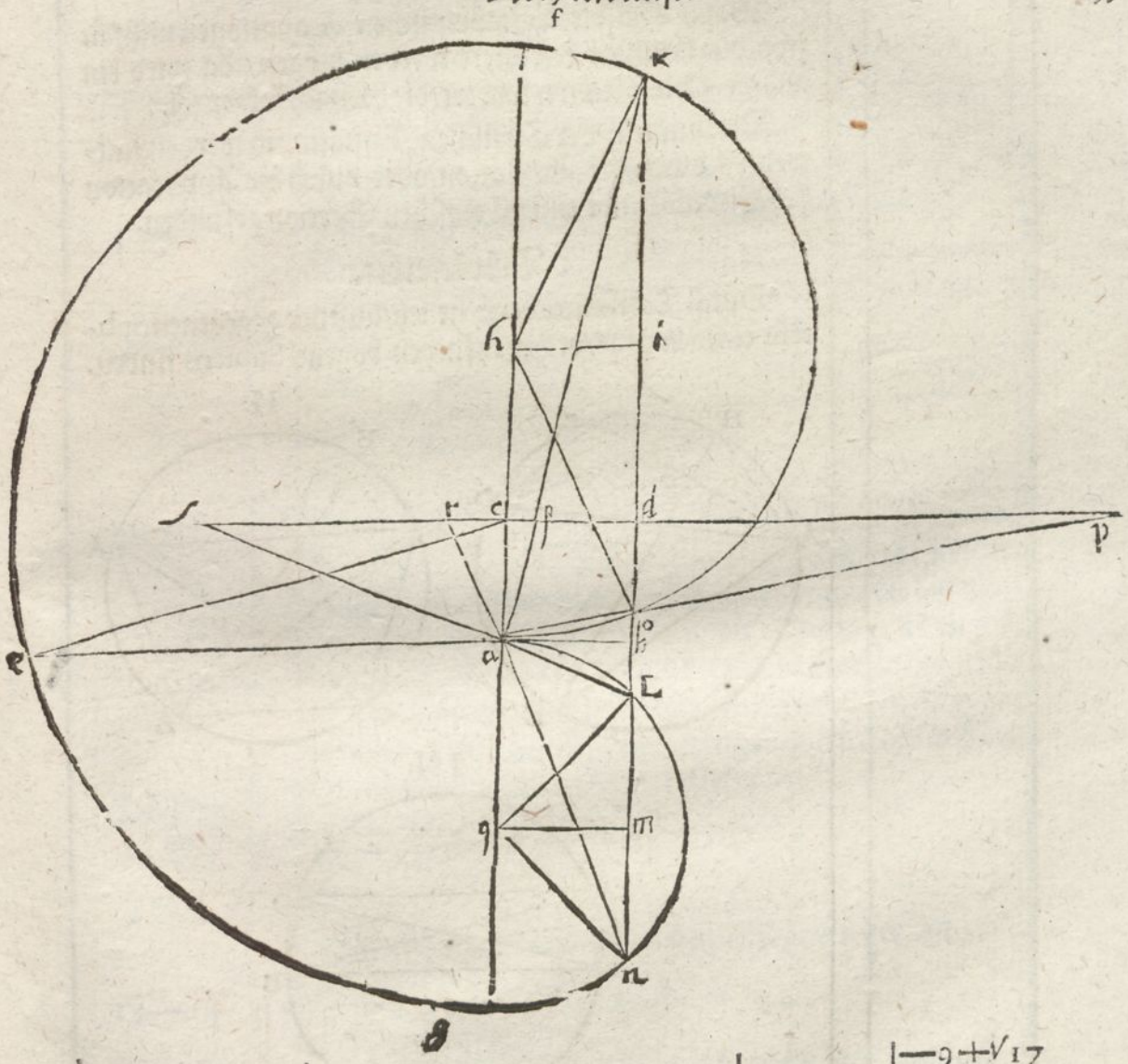
Wann	10	$z = \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$
$10 - \frac{1}{2}a$	11	$z - \frac{1}{2}a = + \sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$
$11 \odot 2$	12	$zz - az + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - bb$
$12 - \frac{1}{4}aa$	13	$zz - az = -bb$
$13 + az$	14	$zz = az - bb$. Allermaassen wie es anfangs gewesen ist.

1. Delination der biquadratischen Æquationen.

Das Exempel der letsten Aufgab wird also durch Delineation aufgelöst.

	1	$A = ac = ab = bd = cd = hi = qm$	7	4
	2	$B = ae = op = kg = Ls = nr$	24	$\sqrt{153}$
$1 \odot 2$	3	$AA = \square ac = \square hi = \square ab$	49	16
$2 \odot 2$	4	$BB = \square ae$	576	153
$3 + 4$	5	$AA + BB = \square ce$ hievor kk	625	169
$5 \omega 2$	6	$k = cc = cf = cg$	25	13
$6 + 1$	7	$A + K = af$ hievor G	32	17
$6 - 1$	8	$K - A = ag$ hievor H	18	9
$7 \div 2$	9	$\frac{1}{2}G = ah = ho = bi$	16	$\frac{17}{2}$
$9 \odot 2$	10	$\frac{1}{4}GG = \square ho$	256	$\frac{289}{4}$
$10 - 3$	11	$\frac{1}{4}GG - AA = \square ho - \square hi \square oi$	207	$\frac{225}{4}$
$11 \omega 2$	12	$L = oi = ik$ (hievor LL	$\sqrt{207}$	$\frac{15}{2}$
$12 + 9$	13	$L + \frac{1}{2}G = ib + ik = bk = C$	$16 + \sqrt{207}$	16
$12 - 9$	14	$L - \frac{1}{2}G = ib - oi = bo = C$	$16 + \sqrt{207}$	1
$8 \div 2$	15	$\frac{1}{2}H = aq = bm = aL$	9	$\frac{9}{2}$
$15 \odot 2$	16	$\frac{1}{4}HH = \square qL$	81	$\frac{81}{4}$
$16 - 3$	17	$\frac{1}{4}HH - AA = qL - \square ab = \square$	32	$\frac{17}{4}$
$17 \omega 2$	18	$M = LM$ (Lm hievor MM	$\sqrt{32}$	$\frac{\sqrt{17}}{2}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [152] - 138
PUBLIC DOMAIN



$15-18$	19	$-M+\frac{1}{2}H = bm-Lm = bL\ (=C$	$\frac{-9+\sqrt{17}}{2}$
$-15-18$	20	$-M-\frac{1}{2}H = bm+mn = bn\ (=C$	$\frac{-9-\sqrt{17}}{2}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [153] - 139
PUBLIC DOMAIN

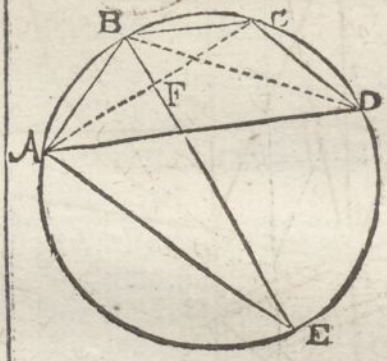
Wann aber die biquadratischen Æquationen nicht in zwo quadratische resolviert werden mögen/ da wird ein andere Delineation erfordert/die hernach folgen sol.

Die wurzeln der Cubischen Æquationen werden entweders durch die Triplation/oder durch die Application des Circuls unter einer Conischen Section gefunden.

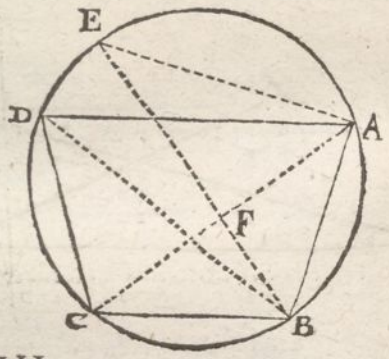
Triplation.

Durch Triplation verstehe ich/auß der gegebenen Subtens eines bogens/des dreyfachen bogens Subtens finden.

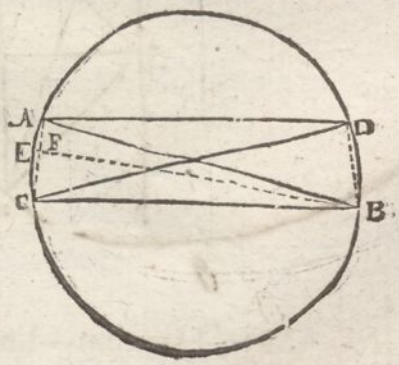
I.



II.



III.



AD = ?	1	BE = 2R
	2	AB = N
1 ☉ 2	3	□BE = 4RR
2 ☉ 2	4	□AB = NN
3 — 4	5	□AE = 4RR — NN
5 ω 2.	6	AE = $\sqrt{4RR - NN}$
	7	Die Triangel ABE und AFE sind geleich gestaltet/wegen des gemeinen winkels in E, und des rechten in A und F.
7, analogia	8	BE. AE :: AB. AF
8,	9	2R. $\sqrt{4RR - NN}$ :: N. $\frac{\sqrt{4RRNN - NNNN}}{2R}$
9,	10	$AF = \frac{\sqrt{4RRNN - NNNN}}{2R}$
10 ✱ 2	11	$AC = BD = \frac{\sqrt{4RRNN - NNNN}}{R}$ = der Subtens des doplierten bogens.
	12	Wann eine seite/einer vierfüssigen Figur/die Subtensa eines Circulstuks ist/ und die übrigen 3. seiten sind auch Subtenusæ, aber inner den schranken der ersten enthalten: so ist das rectangulum auß den diagonalen geleich den beyden rectangulis, dero iedes auß den vorüber ligenden seiten bestehet.
Darum:		
11 ☉ 2	13	$\frac{4RRNN - NNN}{RR} = AC \ast BD$
2 ☉ 2	14	$NN = AB \ast CD$
		Bis hieher ist der process allen 3. Figuren gemein.
13 — 14	15	$\frac{3RRNN - NNNN}{RR} = BC \ast AD.$
15 ÷ BC	16	$\frac{3RRN - NNN}{RR} = AD = t$ = nervo des dreyfachen bogens.

R = Radio.
N = der Subtens des einfachen bogens.
t = der gesuchten Subtens des dreyfachen bogens.

oder $3N - \frac{NNN}{RR} = t$

oder $3N - NNN = tRR$. Wann aber $R =$ einer unitet, so wird $3N - NNN = t$. Diſe zwo letſten Stellen dienen zu der 1. und 2. Figur.

14—13 17 $\frac{NNNN - 3RRNN}{RR} = BC * AD$

17÷Bb 18 $\frac{NNN - 3RRN}{RR} = AD.$ = nervo des dreyfachen bogens. = t.

oder $\frac{NNN}{RR} - 3N = t.$

oder $NNN - 3RRN = tRR$. oder ſo der Radius ein uniret, ſo iſt $NNN - 3N = t$.

Zugewahren aber iſt/wann

in der 1. Figur / 2. Figur / 3. Figur } AD iſt Subtenſa von { 60 / 30 / 420 } graden/dannzumal

{ AB = BC = CD / AB = BC = CD / AB = BC = CD } iſt Subtenſa von { 20 / 100 / 140 } graden.

Application des Circuls auf die in geleichem plan ſtehende Parabolam.

Alle ordinatæ; oder ſolche Linien/die von dem parabolſchweiff ſenkelrecht auf die Ax fallen; ſind mittel proportioniert/zwüſchen dem lateri recto, und der intercepierten Ax.

Latus rectum aber iſt/das von dem ſcheitelpuncten ſo lang nidſich gehet/bis es eine/ihme geleich lange ordinatam antrift/alßdann iſt die intercepierte Ax latus rectum.

Der



Der scheitelpunct c ist in nebenstehender Parabol so lang mdsich gerukt/bis die ordinata gf geleich worden cf, ist deßhalben cf latus rectum.

Oder Geometrisch also:

Durch den scheitel der Parabol werde ein beliebiger Circul gezogen/ auß einem Centro auf der Ax: woder die Parabolam schneidet / daher ziehe man die senkellini oder ordinatam be, so ist de = cf lateri recto.

Wann nun latus rectum geleich einer unitet, und be die mittel-proportioniert zwüschen de und ec so stehet es also de . eb :: eb . ec.

1. z z z²

de = cf = lateri recto.
eb = z = ordinatæ.
ec = z² = axi interceptæ.

Ist deßhalben de — eb — 1 — z
eb — ec — z — z²
ec — cubo — z² — z³

Bey solcher Application begeben sich unterschidliche fähl/theils des ohrts/theils der grösse halben.

Das ohrt ändert sich nach unterschidlichem stand des mittelpunctens/des applicierten Circuls/dann solcher kan sich befinden

1. Ob dem scheitel.
2. Auf dem scheitel selbs } Auf der Ax der Parabol.
3. Unter dem scheitel
4. Ob dem scheitel.
5. In der scheitelhöhe } Ausser der Ax der Parabol.
6. Unter dem scheitel.

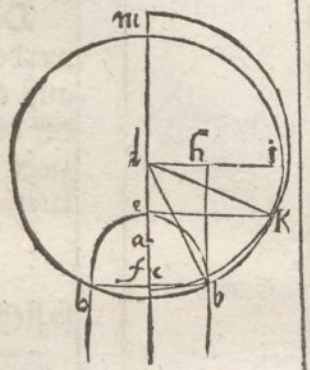
Die

Die übrigen änderungen begeben sich wegen ungleicher grösse des radii.

Wann der mittelpuncten auf der Ax stehet.

1. Ob dem scheitel.

Es seye	1	$ad = \frac{1}{2}D$
	2	$ef = 1$ } bekante quantiteten
	3	$cm = H$
	4	$eb = z$
	5	$ec = zz$
	6	$gd = \frac{1}{2}F$ bekante quantitet
$2 \div 2$	7	$ac = \frac{1}{2}$
$1 - 7$	8	$cd = \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}$
$8 \odot 2$	9	$\square cd = \frac{1}{4}DD - \frac{1}{2}D + \frac{1}{4}$
$3 \odot 2$	10	$\square cm = HH$
analog.	11	fc. ck :: ck. cm.
		1. $\surd H :: \surd H . H$.
$11,$	12	$ck = \surd H$
$12 \odot 2$	13	$\square ck = H$
$9 + 13$	14	$\square Dk = H + \frac{1}{4}DD - \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} = RR$ das ist = dem (quadrat des radii.
$8 + 5$	15	$cd + ec = de = zz + \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}$
$15 \odot 2$	16	$\square de = z^4 + Dzz + \frac{1}{4}DD - zz - \frac{1}{2}D + \frac{1}{4}$
$\square 4 + 16$	17	$\square db = z^4 + Dzz + \frac{1}{4}DD - \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} = RR$
$17 - 14$	18	$z^4 + Dzz - H = 0$.



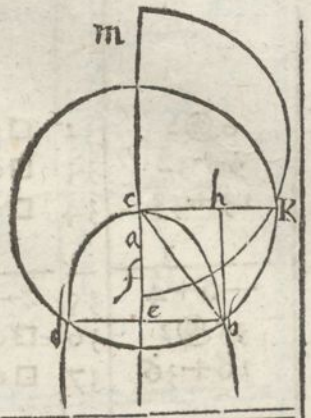
NB. Die Parabol beb ist inschnidt übel gegeben/ und ec verwechselt worden.

Diese biquadratische Æquation mag in eine quadratische verwandelt werden. $yy + Dy - H = 0$.

2. Auf

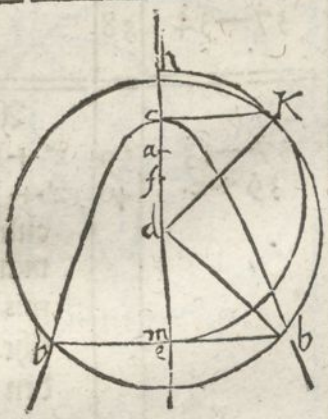
2. Auf dem scheitel.

4 ☉ 2	19	□eb = zz
5 ☉ 2	20	□ec = z^4
19 + 20	21	□bc = z^4 + zz = RR
21 — 13	22	z^4 + zz — H = 0.



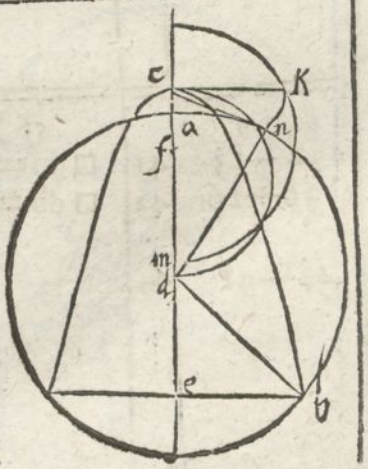
3. Unter dem scheitel.

1 + 7	23	cd = ½ D + ¼
23 ☉ 2	24	□cd = ¼ DD + ½ D + ¼
13 + 24	25	□dk = H + ¼ DD + ½ D + ¼ (= RR
5 + 23	26	de = zz — ½ D — ¼
26 ☉ 2	27	□de = z^4 — Dzz + ¼ DD + (½ D — zz + ¼
27 + 19	28	□bb = z^4 — Dzz + ¼ DD + (½ D — zz + ¼ = RR
28 — 25	29	z^4 Dzz — H = 0.



Auch unter dem scheitel.

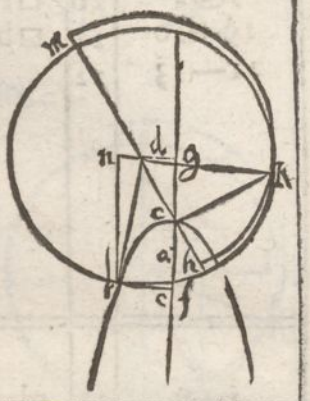
24 — 13	30	□dn = ¼ DD + ½ D + ¼ — H (= RR
28 — 30	31	z^4 — Dzz + H = 0



Wann der Mittelpunct ausser der Ax stehet.

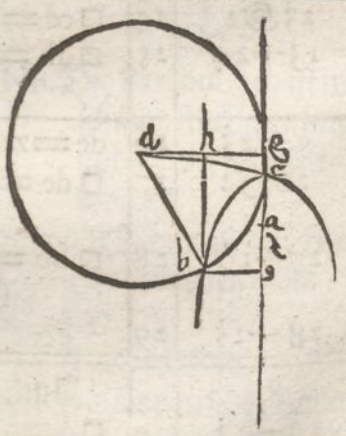
4. Ob dem scheitel.

6 ◎ 2	32	□gd = ¼FF
9 + 3 2	33	□cd = ¼DD — ½D + ¼ + ¼FF
1 3 + 3 3	34	□dk = ¼DD — ½D + ¼ + ¼FF
		(+H. = RR.
— 6 + 4	35	z — ½F = nd
3 5 ◎ 2	36	□dn = zz — Fz + ¼FF
1 6 + 3 6	37	□db = z^4 + Dzz + ¼DD — ½D
		(+ ¼ + ¼FF — Fz = RR
3 7 — 3 4	38	z^4 + Dzz — Fz — H = o



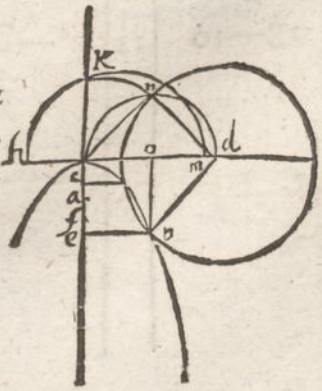
Auch ob dem scheitel.

3 7 — 3 3	39	z^4 + Dzz — Fz = o
3 9 ÷ z	40	z^3 + Dz — F = o. Ist eine cubische Æquation / und mangelt der andere terminus: gehen also die cubischen Delineationen durch den scheitel.



5. In der scheitelhöhe.

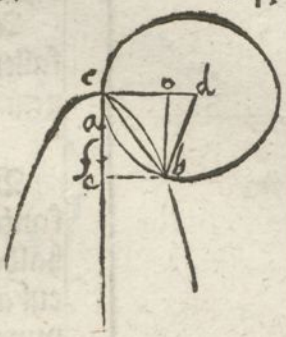
3 2 — 1 3	41	□dn = ¼FF — H = RR
3 6 + 2 6	42	□db = z^4 + zz + ¼FF — Fz
		(= RR.
4 2 — 4 1	43	z^4 + zz — Fz + H = o.



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [160] - 146
PUBLIC DOMAIN

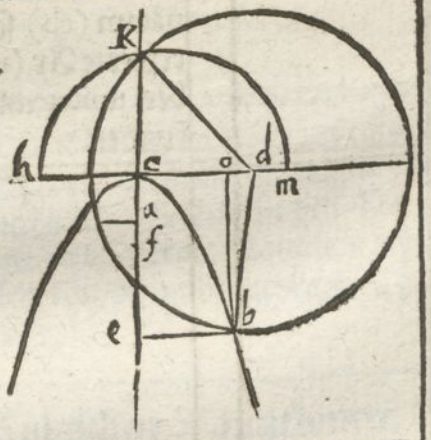
Auch in der scheitelhöhe.

4ż—3z	44	$z^4+zz-Fz=0$.
4ż÷z	45	$z^3+z-F=0$.



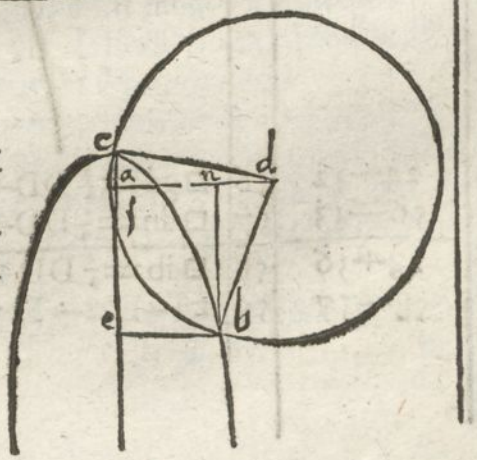
Auch in der scheitelhöhe.

3ż+1ȝ	46	□kd$=\frac{1}{4}$FF+H.$=$RR.
4ż—4ǒ	47	$z^4+zz-Fz-H=0$.



6. Unter dem scheitel.

ṡ—ṫ	48	ac$=zz-\frac{1}{4}=$nb
ṫ ◎ 2	49	□ac$=\frac{1}{4}$
3ż+4ṡ	50	□cd$=\frac{1}{4}$FF+$\frac{1}{2}=$RR
4ṡ ◎ 2	51	□nb$=z^4-zz+\frac{1}{4}$
3ǒ+4ṡ	52	□db$=z^4+\frac{1}{4}$FF—(Fz+$\frac{1}{4}=$RR
5ż—5ǒ	53	$z^4-Fz=0$
5ȝ÷z	54	$z^3-F=0$
5ȝ+F	55	$z^3=F$

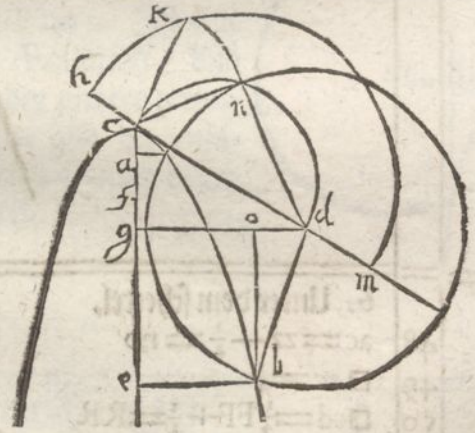


GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [161] - 147
PUBLIC DOMAIN

Also sind wir auf eine solche cubische Delineation gefallen/da die bekante quantitet F = 2ad. geleich wird einem cubo,

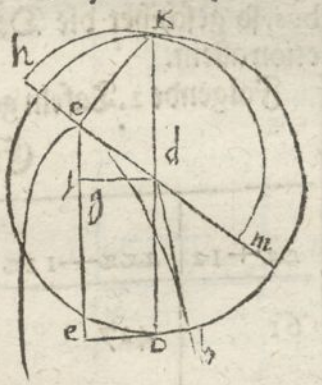
Consectarium.

Wann ein cubus (z^3) geleich gesprochen wird einer bekanten quantitet (F) so wird ihr halbtheil ($\frac{1}{2}$F) zu dem halben lateri recto (ca) orthogonaliter gehenkt/der Circul aber an das andere end (d) gesezt/und bis in scheitelpuncten (c) erstrekt/und ein Circul gerissen/der schneidet die Parabolam (in b) von solchem schnitt führe ein ordinatam (eb) so ist es die Cubicwurzel (z) und die intercepierte Ax (ce) ist ihr quadrat (zz). Sind also zwüschen der unitet und dem cubo zwo mittel-proportioniert gefunden.



24+32	56	$\square gd = \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}FF$
56—13	57	$\square dn = \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}FF - H = RR$
28+36	58	$\square db = \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}FF + z^4 - Dzz - Fz = RR$
58—57	59	$z^4 - Dzz - Fz + H = 0.$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [162] - 148
PUBLIC DOMAIN



56+13	60	□dh = ¼ DD + ½ D + ¼ + ¼ FF + H = RR.
58—60	61	z^4 — Dzz — Fz — H = 0.

Auß disen Applicationen erscheint sich/was ursach gegeben habe die Delineation der cubischen und biquadratischen wurzeln/so wol puren alß affecten/in den Conischen Sectionen zusuchen: da bald keine Æquation diser beyden gattungen fürfallen kan/die in beygebrachten diversiteten nicht befindlich seye.

Delineation der Cubischen Æquationen.

Alle Cubischen Æquationen mögen aufgerissen werden/eintweders durch die Trisection und Conische Section/oder durch die Conische Section allein.

Wann das quadrat der halben bekanten quantitet des letsten termini kleiner ist alß der cubus des dritten theils/der bekanten quantitet des mittlern termini, so mag die Delineation durch die Trisection und Conische Section geschehen.

Ist aber gedachtes quadrat grösser alß erwehnter cu-

bus, so geschihet die Delineation durch die Conische Section allein.

Folgende 2. Tafeln geben beyderley Exempel.

Erste Tafel.

z	zz	zz+12	zzz−12z	Die übrigen 2. valores der quantitet z.	
7	49	61	427	$\frac{\sqrt{-195}-7}{2}$	$\frac{-\sqrt{-195}-7}{2}$
6	36	48	288	$\sqrt{-37}-3$	$-\sqrt{-37}-3$
5	25	37	185	$\frac{\sqrt{-123}-5}{2}$	$\frac{-\sqrt{-123}-5}{2}$
4	16	28	112	$\sqrt{-24}-2$	$-\sqrt{-24}-2$
3	9	21	63	$\frac{\sqrt{-75}-3}{2}$	$\frac{-\sqrt{-75}-3}{2}$
2	4	16	32	$\sqrt{-15}-1$	$-\sqrt{-15}-1$
1	1	13	13	$\frac{\sqrt{-51}-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{-51}-1}{2}$
0	0	12	0	$\sqrt{-12}$	$-\sqrt{-12}$
−1	1	13	−13	$\frac{\sqrt{-51}+1}{2}$	$\frac{-\sqrt{-51}+1}{2}$
−2	4	16	−32	$\sqrt{-15}+1$	$-\sqrt{-15}+1$
−3	9	21	−63	$\frac{\sqrt{-75}+3}{2}$	$\frac{-\sqrt{-75}+3}{2}$

Ande-

Andere Tafel.

z	zz	zz−12	zzz−12z	Die übrigen 2. valores der quantitet z.	
7	49	37	259	$\frac{\sqrt{-99}-7}{2}$	$\frac{-\sqrt{-99}-7}{2}$
6	36	24	144	$\sqrt{-15}-3$	$-\sqrt{-15}-3$
5	25	13	65	$\frac{\sqrt{-27}-5}{2}$	$\frac{-\sqrt{-27}-5}{2}$
4	16	4	16	$0-2$	$-0-2$
3	9	−3	−9	$\frac{\sqrt{21}-3}{2}$	$\frac{-\sqrt{21}-3}{2}$
2	4	−8	−16	2	-4
1	1	−11	−11	$\frac{\sqrt{45}-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{45}-1}{2}$
0	0	−12	0	$\sqrt{12}$	$-\sqrt{12}$
−1	1	−11	11	$\frac{\sqrt{45}-1}{2}$	$\frac{-\sqrt{45}-1}{2}$
−2	4	−8	8	2	-4
−3	9	−3	3	$\frac{\sqrt{21}-3}{2}$	$\frac{-\sqrt{21}-3}{2}$

Erklärung diser Tafeln.

$z = ?$	1	$z = 3$	$z = 2$
$1 \odot 2$	2	$zz = 9$	$= 4$
$2 + 12$	3	$zz + 12 = 21$	$zz - 12 = -8$
$3 * 1$	4	$z^3 + 12z = 63$	$z^3 - 12z = -16$

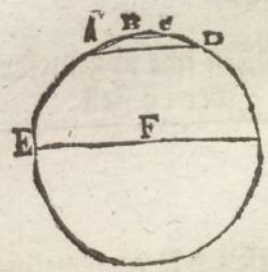
4—6ʒ	5	$z^3+12z-63=0$	$zzz-12z+16=0$
i—ʒ	6	$z-3=0$	$z-2=0$
5÷6	7	$zz+3z+21=0$	$zz+2z-8=0$
7 E.□	8	$zz+3z+\frac{9}{4}=-\frac{75}{4}$	$zz+2z+1=9$
8 ω 2	9	$z+\frac{3}{2}=+\sqrt{-\frac{75}{4}}$	$z+1=+3$
9—5/2	10	$z=+\sqrt{-\frac{75}{4}}-\frac{3}{2}$	$z=2$
9—5/2	11	$z=-\sqrt{-\frac{75}{4}}-\frac{3}{2}$	$z=-4$

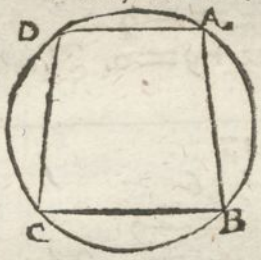
Es sol dise Æquation delineatorie aufgelößt werden.

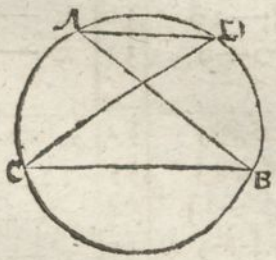
z=?	1	$zzz-12z=9$
i—9	2	$zzz-12z-9=0$
	3	nnn—3RRn—TRR 0. Dises Theorema ist hievor bey der Triplation gefunden worden.
2, ʒ	4	zzz seye = nnn
4 ω 2	5	z = n
5 ✱ 12	6	12z = 12n
2, ʒ,	7	12z seye = 3RRn
6, 7	8	3RRn = 12n
8÷3n	9	RR = 4
9 ω 2	10	R = 2
2, ʒ	11	9 seye = TRR
9, 1i,	12	9 = T4 oder 4T
12÷4	13	9/4 = T

Ist also R oder Radius geleich 2: und hiemit der diameter 4. Aber T oder Subtens des triplierten bogens = 9/4: kan also dises Exempel durch die Triplation solviert werden. Dann T ist kleiner weder 2 R: oder das quadrat des letsten halben termini = 81/4 ist kleiner alß der cubus des 1/3 der bekanten quantitet des andern termini = 64.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [166] - 152
PUBLIC DOMAIN







10,	14	$EF = R = 2$
13,	15	$AD = T\frac{o}{4} = \frac{3RRn - nnn.}{RR}$ laut unser Triplation.
14, 15	16	$\frac{o}{4} = \frac{12n - nnn}{4}$
16*4	17	$9 = 12n - nnn$
5, 17	18	$9 = 12z - zzz$
18+	19	$z^3 - 12z + 9 = o$
	20	$\frac{nnn - 3RRn}{RR} = T.$ laut unser Triplation.
14, 15	21	$\frac{nnn - 12n}{4} = \frac{9}{4}$
21*4	22	$nnn - 12n = 9$
22, 5	23	$zzz - 12z = 9$
23 — 9	24	$z^3 - 12z - 9 = o$
		laut der Tafel.
	25	$z = \frac{\sqrt{21} - 3}{2} = AB$ des ersten Circuls $= n$
	26	$z = -3 = AB$ des andern Circuls $= n$
	27	$z = -\frac{\sqrt{21} - 3}{2} = AB$ des dritten Circuls $= n$
25 ◎ 3	28	$z^3 = 6\sqrt{21} - 27$
25*12	29	$12z = 6\sqrt{21} - 18$

28—29	30	$z^3 - 12z = -9$
30+9	31	$z^3 - 12z + 9 = 0$. Allermaassen wie obgemeldet/ bey der 19 stell.
26◎3	32	$z^3 = -27$
26✱12	33	$12z = -36$
32—33	34	$z^3 - 12z = -9$
34+9	35	$z^3 - 12z + 9 = 0$. Allermaassen wie obgemeldet / bey der 19 stell.
27◎3	36	$z^3 = -6\sqrt{21} - 27$
27✱12	37	$12z = -6\sqrt{21} - 18$
37—36	38	$12z - z^3 = 9$. Allermaassen wie bey der 18 stell.

Ist hiemit erwisen/daß AB in allen 3. Figuren geleich seye der wurzel z.

Probiere ob auch dise Æquation $z^3 + 12z - 427 = 0$ durch die Trisection auflößlich seye.

	1	$z^3 + 12z - 427 = 0$
	2	$nnn - 3RRn - TRR = 0$
1, 2,	3	z^3 seye $= nnn$
3ω3	4	$z = n$
4✱12	5	$12z = 12n$
1, 2,	6	$12z$ seye $= -3RRn$
5—6	7	$12n + 3RRn = 0$
7÷n	8	$12 + 3RR = 0$
8—3RR	9	$12 = -3RR$
9÷3	10	$4 = -RR$
10◎2	11	$16 = R^4$
11ω4	12	$2 = R$
12◎2	13	$4 = RR$
13✱T	14	$4T = TRR$
1, 2	15	427 seye $= TRR$
15—14	16	$427 - 4T = 0$

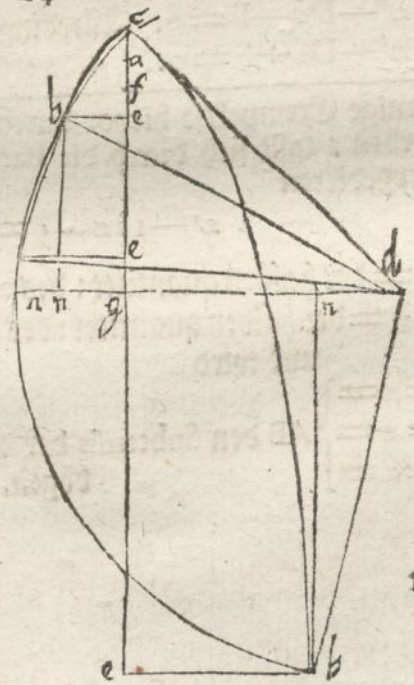
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [168] - 154
PUBLIC DOMAIN

16+4T	17	427 = 4T
17÷4	18	106 $\frac{3}{4}$ = T

Es iſt allhie das quadrat des halbierten letſten termini gröſſer alß der cubus, der $\frac{1}{3}$ bekanten quantitet des andern termini: darum dann T oder die Subtenſa = 106 $\frac{3}{4}$ gröſſer iſt alß 2 R, oder diameter des Circuls darinn T einen bogen ſubtendieren ſolte / welches aber unnöhtig iſt: ſchlieſſe derhalben / diſes Exempel möge nicht durch die Triſection ſolviert werden.

Zu einer Univerſal-anweiſung diene folgendes Exempel in abſtracter form.

Die Æquation ſeye $z^3 - Dz - F = 0$ und $\frac{1}{27}DDD < \frac{1}{4}FF$.



Ich ſage eb = z
eb = z
eb = z
und ſind die 2 obern eb. gleich dem untern eb, aber unter ungleichen Zeichen.

Es iſt	1	ag = $\frac{1}{2}$ D
	2	gd = $\frac{1}{2}$ F

	3	$ac = \frac{1}{2}$
$1+3$	4	$cg = \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}$
$4 \bigcirc 2$	5	$\square cg = \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4}$
$2 \bigcirc 2$	6	$\square gd = \frac{1}{4}FE$
$5+6$	7	$\square cd = \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}FF. = RR.$
Es ist	8	$eb = z. = gn$
	9	$ec = zz$
$9-4$	10	$eg = zz - \frac{1}{2}D - \frac{1}{2} = bn.$ oder $\frac{1}{2}D + \frac{1}{2} - zz$
$2-8$	11	$nd = \frac{1}{2}F - z.$ oder $\frac{1}{2}F + z.$
$10 \bigcirc 2$	12	$\square eg = z^4 - Dzz + \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D - zz + \frac{1}{4}$
$11 \bigcirc 2$	13	$\square nd = \frac{1}{4}FF - Fz + zz$
$12+13$	14	$\square db = z^4 - Dzz - Fz + \frac{1}{4}DD + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}FF$
$14-8$	15	$z^4 - Dzz - Fz = 0$ $(= RR$
$15 \div z$	16	$z^3 - Dz - F = 0.$ Allerdings wie die Æquation erstmals gelautet.
		oder $z^3 - Dz + F = 0.$

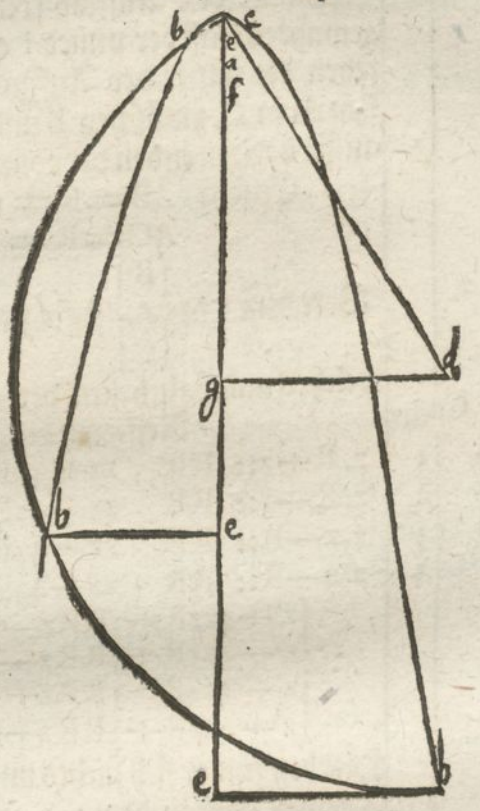
Dasjenige Exempel/so hievor durch die Trisection erklärt worden / laßt sich durch die Parabolam folgender maassen expedieren

$$z^3 - 12z - 9 = 0.$$

$ag = 6 =$ der halben quantitet: des 2. termini.
$gd = 4\frac{1}{2} =$ der halben quantitet: des 2. termini.
und wird

$be = z =$
$be = z =$ } AB den Subtensis der drey geschnittenen
$eb = z =$ } bögen.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [170] - 156
PUBLIC DOMAIN



Weilen folgende Aufgab gar vil in ſich faſſet/darvon bis anhero meldung geſchehen: auch die evolution der affectierten cuben bey diſem anlaaß komlich verhandelt werden mag; alß hab ich mir fürgenommen ſelbige mit möglichſtem fleiß zutractieren.

B i A C

Aufgab. Auf der lini B A C werde der punct i alſo geſezt / daß i B ſich verhalte zu i A, wie das quadrat der lini AC zu dem quadrat der lini i C. und ſeye AB geleich AC.

Damit diſe Aufgab föllig erſchöpft werde / ſo iſt zugewahren/daß der punct i an 7 ohrten ſtehen könte / dafehrn die natur der Aufgab ſolches zulieſſe: namlich in B in A, in C, zwüſchen B und A, zwüſchen A und C, und auſſer beyden enden der continuierten lini BAC.

Es ſeye $AB = R = 1$

$AC = R = 1$

Were nun i in $\left\{\begin{matrix} B \\ A \\ C \end{matrix}\right\}$ ſo folgte laut der Aufgab $\left\{\begin{matrix} 0.1::1.4. \\ 0.0::1.1. \\ 2.1::1.0. \end{matrix}\right.$

welches unmöglich; ſind derhalben diſe 3. fähl verwerfflich.

Reſtieren die 4. letſtern fähl.

Casus

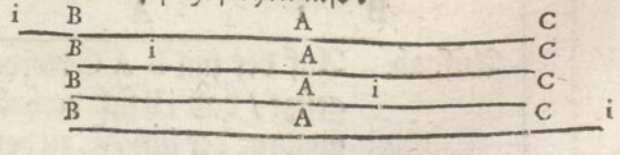
$AB = R$	1	$z.R + z :: RR . zz + 4zR + 4RR$
$AC = R$	2	$z.R - z :: RR . zz - 4zR + 4RR$
$iB = z$	3	$z.z - R :: RR . zz - 4zR + 4RR$
	4	$z.z - R :: RR . zz - 4zR + 4RR$

$$\left\{\begin{matrix} z^3 + 4zzR + 3RRz - RRR = 0 \\ z^3 - 4zzR + 5RRz - RRR = 0 \\ z^3 - 4zzR + 3RRz + RRR = 0 \\ z^3 - 4zzR + 3RRz + RRR = 0 \end{matrix}\right.$$

Hierbey findet ſich nichts unmögliches:

Dieweil aber in dem 1. 3. und 4. fahl allein etwas ungleichheit in Zeichen iſt/ſo mögen alle 3. durch eine Delineation abſolviert werden. Aber das Exempel des andern fahls hat in der dritten ſtell einen andern Coefficienten/ muß alſo ein eigene operation zu ſeiner auflöſung gebraucht werden.

Die 4. fähl ſtehen alſo:



Die

Die Æquation zu dem ersten/dritten und vierten fahl seye $z^3+4zzR+3RRz-R^3=0$

Der ander terminus der Æquation werde außgelöscht.

	1	$z=x-1\frac{1}{3}R$
1 ☉ 2	2	$zz=xx-\frac{8}{3}Rx+\frac{16}{9}RR$
1 ☉ 3	3	$z^3=x^3-4Rxx+\frac{16}{3}RRx-\frac{64}{27}RRR$
		Substitution.
$+z^3$	4	$x^3-4Rxx+\frac{16}{3}RRx-\frac{64}{27}RRR$
$+4zzR$	5	$+4Rxx-\frac{32}{3}RRx-\frac{64}{27}RRR$
$+3RRz$	6	$+3RRx-4RRR$
$-RRR$	7	$-RRR$
4+5+6+7	8	$x^3(*)-\frac{7}{3}RRx-\frac{7}{27}RRR=0$
		$n^3(*)-3RRn-TRR=0$. Bey der Triplation gefunden.

Damit aber R keine confusion gebäre/ sezz in der Triplations-form $S=R$ $D=T$

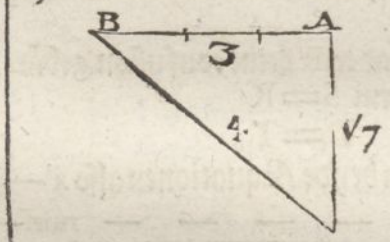
	1	So stehen beyde Æquationen also $x^3-\frac{7}{2}RRx-\frac{7}{27}R^3$
	2	— — — — — — $nnn-3ssn-Dss$
1, 2	3	x^3 seye $=n^3$
3 ww 2	4	$x=n$
1, 2,	5	$\frac{7}{3}RRx=3ssn$
4, 5	6	$\frac{7}{3}RRn=3ssn$
6÷n	7	$\frac{7}{3}RR=3ss$
7*3	8	$7RR=9ss$
8÷9	9	$\frac{7RR}{9}=ss$

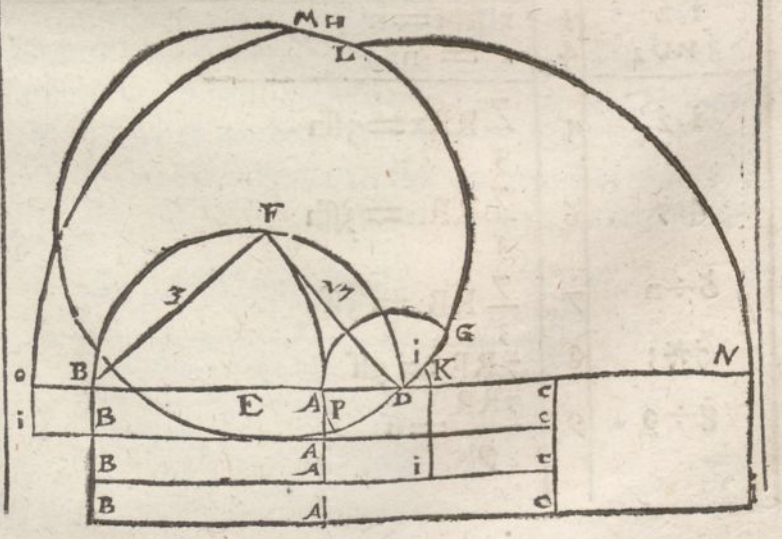
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [173] - 159
PUBLIC DOMAIN

analog.	11	9. RR::7. ff.
11,	12	3. R::√7. f
10*R	13	$\frac{7RRR}{9} = Rff$
13÷3	14	$\frac{7RRR}{27} = \frac{1}{3}Rff$
1,2	15	$\frac{7}{27}RRR = Dff$
14, 15	16	$\frac{1}{3}Rff = Dff$
16÷SS	17	$\frac{1}{3}R = D.$ (*)

(*) Muß also S oder Radius des Circuls/darinn die Trisection geschehen sol; sich verhalten zu R oder AB wie √7 zu 3. und D oder die Subtens des triplierten bogens/muß seyn $\frac{1}{3}$ R oder $\frac{1}{3}$ AB.

R — 3
S — √7
D — 1





cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [174] - 160
PUBLIC DOMAIN

Wann der Radius des neuen Circuls oblautender maassen gefunden / ist allhie FD, und auß F der Circul DGMP gezogen worden/so theile man selbigen auß D in 3. geleiche theil/dero einer ist DH. Nun ist Subtensa des triplierten bogens = DG namlich $\frac{1}{3}$ AB oder R. Diß werde in 3. theil getheilt/dero einen namlich Di addiere zu DH und subtrahiere von DH, kommen DL. DM welches die übrigen Subtensæ sind/des trisecierten bogens DG. Dannethin werde Di. DL. DM. in K. N. O. übergetragen/so sind die puncten K. N. O. die 3. ohrt/allwo in dem 1. 3. und 4. fahl der punct i gesezt werden sol.

Dann { OB . OA :: □AC . □OC
KB . KA :: □AC . □KC
NB . NA :: □AC . □NC

Beweiß in Zahlen.

Dem ersten fahl entspricht die Æquation $n^3 - 3RRn - TRR = 0$.

Nun ist RR = 7 und T = 1. Darum $n^3 - 21n - 7 = 0$

Dem 3. und 4. fahl entspricht $-n^3 + 3RRn - TRR = 0$

Darum $-n^3 + 21n - 7 = 0$

Jezunder seye $n = \left\{\begin{array}{l} u. \text{ im ersten} \\ s. \text{ im dritten} \\ t. \text{ im vierten} \end{array}\right\}$ fahl/hiemit

1.	$7. uu - 21 :: u. 1.$	$\therefore 7 = u^3 - 21u.$	$\therefore u^3 = 7 + 21u.$
3.	$7. - ss + 21 :: s. 1.$	$\therefore 7 = sss + 21s.$	$\therefore sss = -7 + 21s.$
4.	$7. - tt + 21 :: t. 1.$	$\therefore 7 = ttt + 21t.$	$\therefore ttt = -7 + 21t.$

	Der erste fahl.	Der dritte fahl.
1	$u^3 = 7 + 21u$	$sss = -7 + 21s$
2	$u^3 - 7 - 21u = 0$	$sss + 7 - 21s = 0$
3	$u^3 - 16 - 12u = 9u - 9$	$sss + 16 - 12s = 9 + 9s$

verſtreuung.	4	$\begin{array}{l\|l} uu+4u+4 & u-1 \\ u-4 & +9 \end{array}$	$\begin{array}{l\|l} ff+4-4f & 1+f \\ 4+f & 9 \end{array}$
4,	5	$u-4 \quad u-1$ $9 \quad u+2$ $u+2$	$4+f \quad 1+f$ $9 \quad ff+4-4f$
5,	6	$OD-DB \quad OD-AD$ $\square AC \quad \square OD+DC$	$BD+DK \quad AD+DK$ $\square AC \quad \square DC-DK$
6,	7	$OB-OA$ $\square AC-\square OC$	$\square AC-KA$ $K8-\square CK$
		Der viert fahl.	
	1	$ttt = -7+21t$	
1 +	2	$ttt+7-21t = 0$	
2+9u−9	3	$ttt+16-12t = 9+9t$	
verſtreuung.	4	$\begin{array}{l\|l} tt+4-4t & 1+t \\ 4+t & 9 \end{array}$	
4,	5	$1+t \quad 1+t$ $9 \quad 2-t$ $2-t$	
5,	6	$BD+DN \quad AD+DN$ $\square AC \quad \square DN-DC$	
6,	7	$NB-NA$ $\square AC-\square CN$	

Welches dann zuerſcheinen war.

Anderer Beweiß auß den tabulis ſinuum.

Der Radius DF $\sqrt{7}$. 1000000 :: DG. 1. zu 3779644.

	1	DF = 1000000. (♂)
	2	DG = 3779644 = AD = E.
2 * 2	3	DE = 7559288 = DC.
2 * 3	4	AB = 11338932 = AC
2 + 4	5	DB = 15118576.
	6	DK = Di = 1266648 } Alß doplete Sin° der halbierten bögen. { 3: 57: 32.
	7	DN = DL = 16652412 } { 56: 22: 8.
	8	DO = DM = 17919060 } { 63: 37: 52
8 — 5	9	OB = 12800484
8 — 2	10	OA = 14130416
8 + 3	11	OC = 25478348
6 + 5	12	KB = 16385224
6 + 2	13	KA = 5046292
— 6 + 3	14	KC = 6292640.
7 + 5	15	NB = 31770988
7 + 2	16	NA = 20432056
7 — 3	17	NC = 9093124

Das mag geprobiert werden.

(♂) ½ DG = 1889822: Sinus gr: 10°: 53': 38"
darum ist der bogen D i G. 21: 47: 12
und der bogen D i. 7: 15: 44
DL. 112: 44: 16
DM. 127: 15: 44

Were aber der Radius = √7 so ist Di = 3351255
und DL = 44058140
und DO = 47409376

Were der Radius = 1. so ist Di = 1117078.
und DL = 1468047
und DO = 15803125

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [177] - 163
PUBLIC DOMAIN

Dritter Beweiß auß den Evolutionen der affectierten Cuborum.

Die Æquation 21n—nnn—7=o solle cubicè evolviert werden.

NB. Sihe bey disem Zeichen (♀)

Ein andere manier diſe Æquation 21n—n³—7=o zuevolvieren.

Es seye	1	n=B+c
1*21	2	21n=21B+21c
1☉3	3	n³=BBB+3BBc+3Bcc+ccc
2—3	4	21n—n³=21B+21c—BBB—3BBc—3Bcc—ccc
		Diejenigen quantiteten ſo mit c nicht behaftet / ſind
	5	21B—BBB. Der erſte ſubtrahendus.
5÷B	6	21—BB. Der erſte theiler.
Es iſt	7	B=03. Die erſte wurzel.
7☉2	8	BB=009.
21—8	9	21—BB=2091. Der erſte theiler.
9*7	10	21B—BBB=06273. Der erſte ſubtrahendus: wann diß ſubtrahiert/ſo komt 21B—BBB in keine weitere fraag/ſonder es wird nur mit 21c—3BBc—3Bcc—ccc operiert.

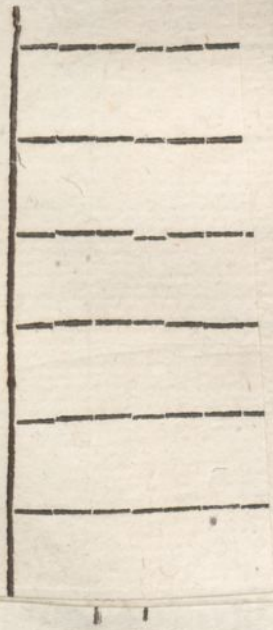
NB. Sihe bey diſem Zeichen (♄)

Dieweil in den zwo unterſten operationen der theiler ſich wenig geändert hat / ſo möchte der letſte reſiduus 2143543477906375. nach art gemeiner Arithmetic/ durch 2096670737031 25 getheilt werden/da man anderſt mehr quotos haben wolte.

Iſt alſo der werth n= Di abermal gefunden — — =033512559.

Reſtiert

durch den Cano-
Folget: Ein/ꝛc.



BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [179] - -

PUBLIC DOMAIN

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [180] - -

PUBLIC DOMAIN

ßstab X am 164 blat.

5	5
3351250	
1123087656250	
336926296875 00	
10054750	
5	
1684631484375 00	
25133875 0	
125	
16846339977637 5	

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [181] - -

PUBLIC DOMAIN

		0	3	3	5	1	2	5	5
Es ist	1	B	30	330	3350	33510	335120	3351250	
i☉2	2	BB	900	108900	11222500	1122920100	112305414400	11230876562500	
2*3	3	3BB	2700	326700	33667500	3368760300	336916243200	33692629687500	
i*3	4	3B	90	990	10050	100530	1005360	10054750	
quotient	5	C	3	5	1	2	5	5	
3*5	6	3BBC	8100	1633500	33667500	6737520600	168458121600	16846314843750	
□5*4	7	3BCC	810	24750	10050	402120	25134000	2513387 50	
5☉3	8	CCC	27	125	1	8	125	125	
6+7+8	9	compl.	8937	1658375	33677551	6737922728	168460635 0125	16846339977 6375	
	10	7000	000	000	000	000	000	000	000	0
theiler.	11	21)								
3, theiler.	12	21)27								3
10+12	13	7027								
5*21	14	63								
13—14	15	727	000							
15, 9	16	21)8	937							3
15+16	17	735	937							
5*21	18	63								
2c.		105	937	000						
		21)1	658	375						5
		107	595	375						
		105								
		2	5 95	375	000					
		2	1)33	677	551					1
		2	629	052	551					
		2	1							
			52 9	052	551	000				
			21)6	737	922	728				2
			535	790	473	728				
			42							
			11 5	790	473	728	000			
			21)1	684	606	350	125			5
			117	475	080	078	125			
			105							
			12	475	080	078	125	000		
			2	1)168	463	399	776	375		5
			12	643	543	477	901	375		
			10	5						
			2	143	543	477	901	375	000	
				21)						9

Ist also = Di abermals gefunden worden = 033512559. Allermaassen/wie solche durch den Canonem Sinuum auch gefunden worden.

Folget: Ein/2c.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [182] - -
PUBLIC DOMAIN

erſte wurze
1 ☌ 2
2 ✱ 3
1 ✱ 3
21 — 3̄
andere wur
6 ☌ 2
6 ☌ 3
4 ✱ 7
3 ✱ 6
8 + 9 + 1(
6 ✱ 21

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [183] - -
PUBLIC DOMAIN

erſte wurzel	1	B	03			033				033	5				033	51				
1̇◎2	2	BB	009			010	89			001	122	25			001	122	920	1		
2̇*3	3	3BB	027			032	67			003	366	75			003	368	760	3		
1̇*3	4	3B	09			097				100	5				100	53				
21—3̇	5	21—3BB	2073			2067	33			2096	663	325			2096	631	239	7		
andere wurzel	6	C	003			000	5..	..		000	01.	...	.		000	002	...	...		
6̇◎2	7	CC	000	009		000	000	25.	...		0	000	1..	...		0	000	004	..:	...
6̇◎3	8	CCC	000	000	027		0	000	125			0	000	001				0	000	008
4̇*7̇	9	3BCC		0	81			024	75			0	010	05					402	120
3̇*6̇	10	3BBC		8	1		1	633	5			033	667	5			006	737	520	6..
8̇+9̇+10̇	11	. . .	000	008	937		001	658	375		0	033	677	551			006	737	922	728
6̇*21	12	21C		630	000		105				2	100	000	000			420	000	000	000
12̇—11̇	13	. . . .		621	063		103	341	625		2	066	322	449			413	262	077	272

erſte wurzel	14	B	033	512						033	512	5								
14̇◎2	15	BB	101	123	054	144				001	123	087	656	25						
15̇*3	16	3BB	003	369	162	432				003	369	262	968	75						
14̇*3	17	3B	100	536						100	537	5								
21—16̇	18	21—3BB	2096	630	837	568				2096	630	737	031	25						
neue wurzel	19	C	000	000	5..	...	..			000	000	05.	...	...	·.					
19̇◎2	20	CC			000	000	25.	.:.	...					2	5..	.:.	...			
19̇◎3	21	CCC					00	000	125								125			
20̇*17̇	22	3BCC					025	134	00						251	343	75			
16̇*19̇	23	3BBC			001	684	581	216	0				168	463	148	437	5			
21̇+22̇+23̇	24	. . .			001	684	606	350	125			000	168	463	399	781	375			
19̇*21	25	21C			105	000	000	000	000			010	500	000	000	000	000			
25̇—24̇	26	. . . .			103	315	393	649	875			10	331	536	600	218	625			

2̇1̇ n—nnn=	—	7000	000	000	000	000	000	000	0
	1	21)							
	2	21)							
erſte theiler	3	2091							3
erſte ſubtrahendꝰ	4	6273							
erſte reſiduus	5	.727	000						
andere theiler	6	207	3)						3
andere ſubtrah.	7	621	063						
		105	937	000					
		20	673	3)					5
		103	341	625					
		2	595	375	000				
		2	096	663	225)				1
		2	066	322	449				
			529	052	551	000			
			209	663	123	97)			2
			413	262	077	272			
			115	790	473	728	000		
			20	966	308	375	68)		5
			103	315	393	649	875		
			012	475	080	078	125	000	
			02	0966	307	370	312	5)	5
			010	331	536	600	218	625	
			2	143	543	477	906	375	9
			0	209	663	073	703	125)	

Folget: Dieweil/ꝛc.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [184] - -
PUBLIC DOMAIN

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [185] - -

PUBLIC DOMAIN

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [186] - -

PUBLIC DOMAIN

Restiert noch der **andere fahl** diser Aufgab/namlich

$$z^3 - 4Rzz + 5RRz - R^3 = 0.$$

Der andere terminus der Æquation werde außgelöscht.

	1	$z = 1\frac{1}{3}R - x$
1 ⊙ 2	2	$zz = \frac{16}{9}RR - \frac{8}{3}Rx + xx$
1 ⊙ 3	3	$z^3 = \frac{64}{27}R^3 - \frac{16}{3}RRx + 4Rxx - x^3$
		Substitution.
3	4	$z^3 = \frac{64}{27}R^3 - \frac{16}{3}RRx + 4Rxx - x^3$
2 ✱ −4R	5	$-4Rzz = -\frac{64}{3}R^3 + \frac{32}{3}RRx - 4Rxx$
1 ✱ 5RR	6	$+5RRz = \frac{20}{3}R^3 - 5RRx$
−RRR	7	$-RRR = -R^3$
4+5+6+7	8	$\ldots\ldots = \frac{25}{27}RRR + \frac{1}{3}RRx\,(\ast) - xxx. = 0.$
0 − 8	9	$xxx - \frac{1}{3}RRx - \frac{25}{27}RRR = 0$

Wann R = einer unitet, so stehet die gefundene Æquation also. $xxx - \frac{1}{3}x - \frac{25}{27} = 0.$

Weilen der cubus des $\frac{1}{3}$ der bekanten quantitet des andern termini kleiner ist alß das quadrat der halben quantitet des dritten termini, so mag die Resolution durch die Trisection nicht geschehen: weßhalben die Parabola zuhanden genommen werden muß.

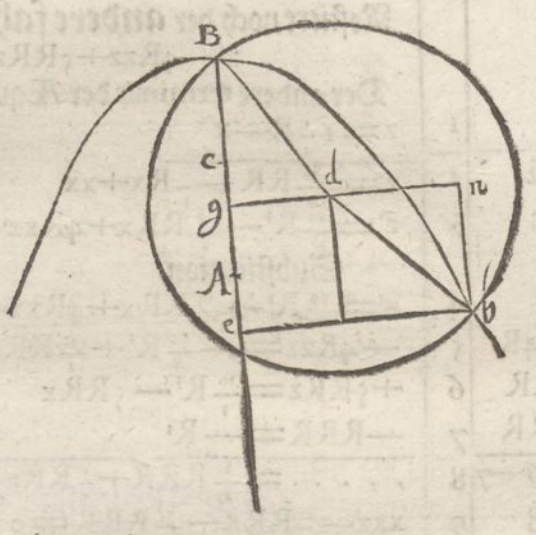
AB in der Aufgab ist = R welches alhie ein unitet ist.

B——————A

Ich sage x = eb.

Dann

	1	BA = 1
	2	cg = $\frac{1}{6}$ namlich die $\frac{1}{2}$ bekante quantitet des 2 termini.
1 ÷ 2	3	Bc = $\frac{1}{2}$
	4	gd = $\frac{25}{54}$ die $\frac{1}{2}$ quantitet des 3 termini.
2+3	5	BG = $\frac{2}{3}$



5 ⊙ 2	6	$\square Bg = \frac{4}{9} = \frac{1296}{2916}$
4 ⊙ 2	7	$\square gd = \frac{625}{2916}$
6 + 7	8	$\square Bd \frac{1921}{2916} = \square$ Radii.
Es ist	9	$eb = z = gn$
	10	$ec = zz$
10 — 5	11	$ge = zz - \frac{2}{3} = bn$
9 — 4	12	$dn = z - \frac{25}{54}$
12 ⊙ 2	13	$\square dn = zz - \frac{50}{54}z + \frac{652}{2916}$
11 ⊙ 2	14	$\square bn = z^4 - \frac{4}{3}zz + \frac{1296}{2916}$
13 + 14	15	$\square db = z^4 \frac{1}{3}zz - \frac{50}{54}z + \frac{1921}{2916} = \square$ Radii
15 — 8	16	$z^4 - \frac{1}{3}zz - \frac{25}{27}z = 0$
16 ÷ z	17	$z^3 - \frac{1}{3}z - \frac{25}{27} = 0$. Allerdings wie anfangs gesezt worden.

Es ist $BA = R$ und $BD = 1\frac{1}{3}R$

B E A D C

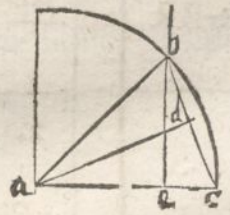
Es

Es ist DE = eb = x darum ist BE alhie = $1\frac{1}{3}R - x = z$
Ist deßhalben BE = z oder iB in der Aufgab/ darum dann alhie die Solution des andern fahls also stehet. EB. EA :: □AC. □EC. Welches dann alles durch Delineation gefunden werden sol. Wolte man auch disen fahl in Zahlen außsprechen/ so müßte die Æquation $x^3 - \frac{1}{3}x - \frac{25}{27} = 0$ cubicè evolviert werden.

Von den Winkelschnitten.

1. Duplation und Bisection der Winkeln durch die Sinus.

Auß gegebenem Radio und Sinu den Sinum des halbierten bogens finden.



Es seye.	1	ab = ac = R.
	2	be = S
d = ?	3	bd = d
i ☉ 2	4	□ab = RR
3 ☉ 2	5	□bd = dd
4 — 5	6	□ad = RR — dd
6 ☉ 2	7	$ad = \sqrt{RR - dd}$
i ✱ 2	8	ac ✱ be = RS = bc ✱ ad
3 ✱ 2	9	2bd = 2d = bc
7 ✱ 9	10	$ad \ast bc = 2d\sqrt{RR - dd}$
8, 10	11	$2d\sqrt{RR - dd} = RS$
11 ÷ 2d	12	$\sqrt{RR - dd} = \frac{RS}{2d}$
12 ☉ 2	13	$RR - dd = \frac{RRSS}{4dd}$
13 ✱ 4dd	14	$4ddRR - 4dddd = RRSS$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [189] - 167
PUBLIC DOMAIN

ò—14	15	$4dddd - 4ddRR = -RRSS$
14÷4	16	$d^4 - ddRR = \frac{-RRSS}{4}$
16, E.□	17	$d^4 - ddRR + \frac{1}{4}RRRR = \frac{RRRR - RRSS}{4}$
17ww2	18	$d - \frac{1}{2}RR = \pm\frac{\sqrt{RRRR - RRSS}}{2}$
18+½RR	19	$DD = RR \pm \frac{\sqrt{R^4 - RRSS}}{2}$ = dem quadrat des halbierten Sinus = bd.

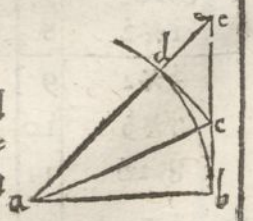
Auß gegebenem Radio und Sinu den Sinum des doplierten bogens finden.

14÷RR	20	$\frac{4DDRR - 4DDDD}{RR} = SS$ = dem quadrat des doplierten Sinus.

2. Duplation und Bisection der Winkeln durch die Tangentes.

Auß gegebenem Radio und Tangenten die Tangentem des dopleten bogens finden.

Es seye	1	$ab = ad = R$
	2	$bc = T$
d = ?	3	$be = d$



auß der figur	4	die winkel bey b und d sind rechte winkel
	5	der winkel bey e ist beyden Triangeln abe und dce gemein.
4, 5	6	$ab . dc :: be . de.$ $R : T :: d . \frac{dT}{R}.$
6,	7	$de = \frac{dT}{R}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [190] - 168
PUBLIC DOMAIN

i+7	8	$ae = \frac{RR+dT}{R}$
4, 5	9	ab. ae :: dc. ec. R. $\frac{RR+dT}{R}$ :: T. $\frac{TRR+dTT}{RR}$
9	10	$ec = \frac{TRR+dTT}{RR}$
2+10	11	$be = \frac{2TRR+dTT}{RR}$
11, 3	12	$d = \frac{2TRR+dTT}{RR}$
12*RR	13	$dRR = 2TRR+dTT$
13—dTT	14	$dRR-dTT = 2TRR$
14÷RR—(TT	15	$D = \frac{2TRR}{RR-TT}$ = der Tangenten des doppelten bogens.

Diſes Theorema iſt der Stein/damit die Longomontaniſche Cyclometrey zu boden geſtürzt worden: Beſihe Controverſ: inter Joh. Pellium & Chriſtianum S^t. Severin. Longom. Ambſter. impr.

Auß gegebenem Radio und Tangenten, die Tangentem des halbierten bogens finden.

13÷d	16	$RR = \frac{2tRR}{D} + tt.$
16 E.□	17	$\frac{RRDD+RRRR}{DD} = tt + \frac{2tRR}{D} + \frac{RRRR}{DD}$
17 ww 2	18	$\frac{\sqrt{RRDD+RRRR}}{D} = \frac{+}{-}t + \frac{RR}{D}$

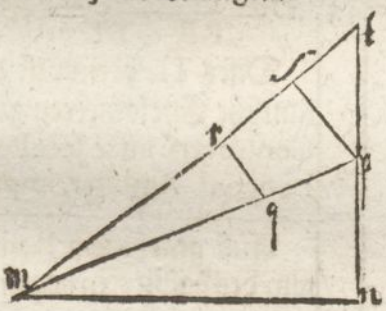
18 $\frac{-RR}{D}$ 19 $\frac{+-\sqrt{RRDD+R^4}-RR}{D} = T.$ = der Tangenten des halbierten bogens.

Auß gegebener Tangenten, und Tangenten des doppelten bogens den Radium finden.

13 $Drr-2Trr = DTT$ 20

20 ÷ $D-2T$ 21 $RR = \frac{DTT}{D-2T}$ = dem quadrat des Radii.

Ein General-Theorema finden/vermittelst dessen auß bekanten seiten zweyer rechtwinkliger Triangeln/der dritte rechtwinklige Triangel gefunden werden möge/dessen spizziger winkel geleich seye den zweyen spizzigen winkeln der gegebenen beyden Triangeln.



Die gegebene Triangel $\begin{cases} mnp \\ mrq \end{cases}$

Die proportion des gesuchten pst.

mn	= A
np	= B
mp	= C
mr	= D
rq	= E
mq	= F
ps	= g
ms	= h
st	= k
tp	= l

g = ?	1	mq . qr :: mp . pſ. F . E :: c . g
k = ?	2	qr . pſ :: mr . mſ. E . g :: D . h
l = ?	3	ſp . ſt :: mn . nt. oder g . k :: A . B+L
	4	ſt . pt :: nt . mt. k . l :: B+L . k+h
	5	pſ . pt :: mn . mt. g . l :: A . k+h
i, ergò	6	$CE = Fg$
ii, ergò	7	$Dg = hE$
iii, ergò	8	$kA = Bg+lg$
iv, ergò	9	$Bl+ll = kk+hk$
v, ergò	10	$gk+gh = lA$
viii÷A	11	$k = \frac{Bg+lg}{A}$
x—gh	12	$gk = lA-gh$
xii÷g	13	$k = \frac{lA-gh}{g}$
xi, xiii	14	$\frac{Bg+lg}{A} = \frac{lA-gh}{g}$
xiv∗Ag	15	$Bgg+lgg = lAA-Agh$
xv +	16	$Bgg+Agh = lAA-lgg$
xvi÷AA—(gg	17	$\frac{Bgg+Agh}{AA-gg} = L$
viii—Bg	18	$Ak-Bg = lg$
xviii÷g	19	$\frac{Ak-Bg}{g} = l$
xvi÷A	20	$\frac{gk+gh}{A} = l$
xix, xx	21	$\frac{gk+gh}{A} = \frac{AR-Bg}{g}$
xxi÷Ag	22	$ggk+ggh = AAk-ABg$
xxii +	23	$AAk-ggk = ggh+ABg$

23 ÷ AA — (gg	24	$K = \frac{ggh + ABg}{AA - gg}$
9,	25	$G = \frac{AAg - ggg}{AA - gg}$
17 ÷ g	26	L — $\frac{BG + Ah}{AA - gg}$
24 ÷ g	27	K — $\frac{gh + AB}{AA - gg}$
25 ÷ g	28	G — $\frac{AA - gg}{AA - gg}$
26,	29	$L = Bg + Ah$
27,	30	$K = gh + AB$
28,	31	$G = AA - gg$
6 ÷ F	32	$\frac{CE}{F} = g$
32 * B	33	$\frac{BCE}{F} = Bg$
7 ÷ E	34	$\frac{Dg}{E} = h$
32, 34	35	$\frac{CD}{F} = h$
35 * A	36	$\frac{ACD}{F} = Ah$
33 + 36	37	$\frac{BCE + ACD}{F} = Bg + Ah$
auß der figur.	38	$F = \sqrt{DD + EE}$
	39	$C = \sqrt{AA + BB}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [194] - 172
PUBLIC DOMAIN

38 ☉ 2	40	$FF = DD + EE$
29 ☉ 2	41	$CC = AA + BB$
37 $\frac{*F}{F}$	42	$\frac{BCEF + ACDF}{FF} = Bg + Ah$
32 * 35	43	$\frac{CCDE}{FF} = gh$
32 ☉ 2	44	$\frac{CCEE}{FF} = gg$
40, 42	45	$\frac{BCEF + ACDF}{DD + EE} = Bg + Ah$
43, 40, 41,	46	$\frac{AADE + BBDE}{DD + EE} = gh$
44, 40, 41,	47	$\frac{AAEE + BBEE}{DD + EE} = gg$
AB,	48	$\frac{ABDD + ABEE}{DD + EE} = AB$
AA,	49	$\frac{AADD + AAEE}{DD + EE} = AA$
29, 45	50	$Bg + Ah$ — L — $\frac{BCEF + ACDF}{DD + EE}$
46 + 48	51	$hg + Ab$ — K — $\frac{AADE + BBDE + ABDD + AA}{DD + EE}$ (EE
49 − 47	52	$AA - gg$ — G — $\frac{AADD - BBEE}{DD + EE}$
50,	53	$L - BCEF + ACDF$
51,	54	$K - AADE + BBDE + ABDD + AAEE$
52,	55	$G - AADD - BBEE$

§3 ÷BE+AD | §6 L—tp—CF
§4 ÷BE+AD | §7 K—ſt—AE+BD
§5 ÷BE+AD | §8 G—pſ—AD—BE

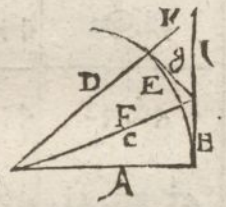
Iſt alſo das begerte General-Theorema gefunden.

Gebrauch diſes Theorematis.

1. In dopplierung der Winkeln.

Nach anweiſung des Theorematis iſt

L—CF
K—AE+BD
g—AD—BE



Der winkel aber ſo zudopplieren iſt/ ſol kleiner ſeyn alß 45 grad.

In dopplierung der winkeln/ wann F=C ſo iſt auch B=E vnd A=D.

Wann nun L der Radius iſt/ ſo ſtehet obiges Theorema alſo:

L — CC — Radium — C
K — 2AB — ſinum — 2AB / C
G — AA—BB — ſinum compl. — AA—BB / C

} Des doppelten bogens.

Iſt aber G der Radius, ſo ſtehet es alſo.

G — AA—BB — Radium — A
K — 2AB — tangentem — 2AAB / AA—BB
L — CC — ſecantem — ACC / AA—BB

} Des doppelten bogens.

Dannethin wann K der Radius ist/ so stehet es also.

K — 2AB — Radium — B — —
G — AA—BB — tangentem — AA—BB / 2A
L — GC — secantem — CC / 2A

} Des doppelt. bogens.

Wann iezunder A=R und B=T. Item G=Radio, so stehet es also.

Radius — R — —
tangens — 2RRT / RR—TT = Tangenti des doppelt. bogens
secans — RCC / RR—TT oder R³+RTT / RR—TT = Secanti des dopplet. bogens.

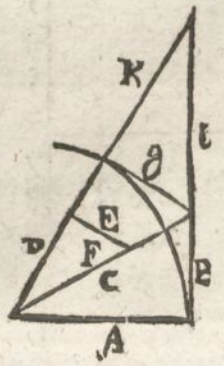
Ist hiemit das Theorema 2RRT / RR—TT abermalen gefunden.

Wann in dopplierung der winkeln die gegebene Triangel ungeleicher grösse/ weren sie gleichwol geleich gestaltet/ und hiemit die seiten/ so geleichen winkeln gleichmässig unterzogen proportioniert/ dann

A—D ∵ AE = BD
B—E ∵ AF = CD
C—B ∵ BF = CE

Stehet deßhalben das Theorema also.

L—CF — — CF
K—AE—DB—2BD
G—AE+BD—AD—BE



2. In Triplierung der Winkeln.

Es seye $D = A$. Item $F = \frac{AAA + ABB}{AA - BB}$ und $E = \frac{2AAB}{AA - BB}$

Stehet hiemit das Theorema also.

AD — BE	AA — $\frac{2AABB}{AA-BB}$	Radium	A	
BD + AE	AB + $\frac{2AAAB}{AA-BB}$	tangentem	$\frac{3AAB-BBB}{AA-3BB}$	
CF —	$\frac{AAAC+ABBC}{AA-BB}$	secantem	$\frac{AAC+BBC}{AA-3BB}$	

Wann $A = R$ und $B = T$. Item $D =$ tangens des triplierten bogens/so ist $\frac{3RRT-TTT}{RR-3TT} = D$ ∴ $3RRT - TTT = DRR - 3DTT$.

Also procediere man bey allen gleichaufsteigenden Winkelvermehrungen/ iedoch daß die vermehrte summ immer kleiner verbleibe alß 90 grad.

Wann die winkel solcher Triangeln zuaddieren / da einer des andern uneingeschränkter multiplus were/so bleibet es einfaltig bey dem Theoremate.

Beweiß in Zahlen.

	1	$A = 4$	4	12
	2	$B = 3$	3	5
	3	$C = 5$	5	13
	4	$D = 8$	21	40
	5	$E = 6$	20	9
	6	$F = 10$	29	41
1∗4	7	$AD = 32$	84	480
2∗5	8	$BE = 18$	60	45
2∗4	9	$BD = 24$	63	200
1∗5	10	$AE = 24$	80	108

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [198] - 176
PUBLIC DOMAIN

3*6	11	CF = 50	145	533		
7—8	12	AD—BE = 14	24	435	G	Bezeucht sich alles auf die nächst vorgehnde Figur.
9+10	13	BD+AE = 48	143	308	K	
11,	14	CF = 50	145	533	L	

Gebrauch in der Bisection der Winkeln.

Das Theorema zur duplation der tangenten dienende/stehet also. Dtt+2RRt—DRR = 0.

Wann bey so beschaffener Æquation das product der bekanten quantiteten des ersten und andern termini doppelt so vil ist alß die bekante quantitet des dritten termini, so ist solche form bequem durch die Duplations-Theoremata aufgelößt zuwerden/namlich auß gegebener tangenten des doppelten bogens/die tangentem des einfachen bogens zufinden.

Es seye D = 500 | RR = 1000000
R = 1000 | D = 500
2RR = 2000000 | RRD = 500000000
2RRD = 1000000000 |

Ist also 2RRD = 1000000000 doppelt so vil alß 500000000 = DRR. stehet hiemit obige Æquation 500tt+2000000t—500000000 = 0.

D = bc = der tangenten beyder bögen { be = 26:34 / beh = 206:34

t = { bd / bo } = den tangenten beyder bögen { bp = 1⅓.1⅐ / bpn = 10⅓.1⅐ } 0=

der { ber = 19⅓.1⅐ / bd = 7⅔.4⅓.

So sage ich nun bd und bo seyen die wurzeln diser Æquation.

	1	500tt+2000000t—500000000 = 0.
i÷500	2	tt+4000t—1000000 = 0.

2 E.□.	3	$tt+4000t+4000000=5000000$
3 ww 2	4	$t+2000=\pm\sqrt{5000000}$
4—2000	5	$T=\sqrt{5000000}-2000$
4—2000	6	$T=-\sqrt{5000000}-2000$
5,	7	$T=236\frac{07}{}=bd=$ tagent. gr. 13:17.
6,	8	$T=-4236\frac{07}{}=bo=$ tangenti gr. (103:17.



Gebrauch in der Trisection der Winkeln.

Das Theorema zur Triplation der tangenten dienende/stehet also. $ttt-3Dtt-3RRt+RRD=0$

Wann bey so beschaffener Æquation das product der bekanten quantitet des andern und dritten termini, neunmal so vil ist alß die bekante quantitet des vierten termini, so ist solche form bequem durch die Triplations-Theoremata aufgelößt zuwerden; namlich auß gegebener tangenten des triplierten bogens/die tangentem des einfachen bogens zufinden.

Es seye $3D=3000$ | $RR=1000000$

$3RR=3000000$ | $D=1000$

$9RRD=9000000000$ | $RRD=1000000000$

Ist also $9RRD=9000000000$ neunmal so vil alß $RRD=1000000000$. Wird hiemit die Æquation also stehen $ttt-3000tt-3000000t+1000000000.=0$

$D=bc=$ der tangenten der triplierten bögen $\begin{cases} be=45 \text{ grad} \\ bdg=225 \text{ grad} \\ bdgbe=405 \text{ gr.} \end{cases}$

$t=\begin{Bmatrix} bf \\ bl \\ bn \end{Bmatrix}=$ den tangenten der trisecierten bögen. $\begin{cases} bd=15 \\ bk=75 \\ bkh=135 \end{cases}$ grad.

Gesuchte Quantiteten.

Zu dem buchstab Z am 179 blat.

R = Radio. S = S

	R		Y	Z
RS	—		$\sqrt{\frac{rrrr - rrss}{ss}}$	$\frac{RR}{S}$
RT	—	$\sqrt{\frac{R}{r}}$	$\frac{RR}{t}$	$\sqrt{\frac{rrrr + rrtt}{tt}}$

BIBLIOTHECA REGIA HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [201] - -
PUBLIC DOMAIN

Zu dem buchstab Z am 179 blat.

Gesuchte Quantiteten:

	R	S	T	U	X	Y	Z
RS	—	—	$\sqrt{\frac{RRSS}{RR-SS}}$	$\sqrt{\frac{rrrr}{rr-ss}}$	$\sqrt{rr-ss}$	$\sqrt{\frac{rrrr-rrss}{ss}}$	$\frac{RR}{S}$
RT	—	$\sqrt{\frac{RRtt}{rr+tt}}$	—	$\sqrt{RR+TT}$	$\sqrt{\frac{rrrr}{tt-rr}}$	$\frac{RR}{t}$	$\sqrt{\frac{rrrr+rrtt}{tt}}$
RU	—	$\sqrt{\frac{RRuu-Rt}{uu}}$	$\sqrt{uu-RR}$	—	$\frac{rr}{u}$	$\sqrt{\frac{rrrr}{uu-rr}}$	$\sqrt{\frac{rruu}{uu-rr}}$
RX	—	$\sqrt{rr-xx}$	$\sqrt{\frac{R^4-RRxx}{xx}}$	$\frac{RR}{x}$	—	$\sqrt{\frac{rrrr}{rr-xx}}$	$\sqrt{\frac{rrrr}{rr-xx}}$
RY	—	$\sqrt{\frac{rrrr}{rr+yy}}$	$\frac{RR}{y}$	$\sqrt{\frac{R^4+RRyy}{yy}}$	$\sqrt{\frac{rryy}{rr-yy}}$	—	$\sqrt{rr+yy}$
RZ	—	$\frac{RR}{z}$	$\sqrt{\frac{R^4}{zz-RR}}$	$\sqrt{\frac{RRzz}{zz-RR}}$	$\sqrt{\frac{zzrr-rrrr}{zz}}$	$\sqrt{zz-rr}$	—
ST	$\sqrt{\frac{sstt}{tt-ss}}$	—	—	$\sqrt{\frac{tttt}{tt-ss}}$	$\sqrt{\frac{ssss+ssxx}{xx}}$	$\frac{tss}{tt-ss}$	$\frac{stt}{tt-ss}$
SU	$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}u^4-ssuu}+\frac{1}{4}uu}$	—	$\sqrt{\sqrt{ssuu-\frac{1}{4}u^4}+\frac{1}{2}u^2}$	—	$\sqrt{ss-\frac{1}{2}u^2+\frac{1}{2}u}$	$\sqrt{\frac{rruu-ssuu-ss}{ss}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}u^4-ssuu}+\frac{1}{2}uu$ / s
SX	$\sqrt{ss+xx}$	—	$\sqrt{\frac{ssss+ssxx}{xx}}$	$\frac{ss+xx}{x}$	—	$\sqrt{\frac{x^4+ssxx}{ss}}$	$\frac{ss+xx}{S}$
SY	$\sqrt{\sqrt{ssyy+\frac{1}{4}s^4+\frac{1}{2}ss}}$	—	$\sqrt{\frac{yyss+\frac{1}{4}s^4+\frac{1}{2}ss}{y}}$	$\sqrt{\frac{ssyy+ssrr}{ss-rr}}$	$\sqrt{\sqrt{ssyy+\frac{1}{4}s^4}-\frac{1}{2}ss}$	—	$\sqrt{\frac{yyss+\frac{1}{4}s^4+\frac{1}{2}ss}{S}}$
SZ	$\sqrt{sz}$	—	$\sqrt{\frac{ssz}{z-s}}$	$\sqrt{\frac{zzs}{z-s}}$	$\sqrt{sz-ss}$	$\sqrt{zz-sz}$	—
TU	$\sqrt{uu-tt}$	$\sqrt{\frac{ttuu-tttt}{uu}}$	—	—	$\frac{uu-tt}{u}$	$\frac{uu-tt}{r}$	$\sqrt{\frac{u^4-tutt}{tt}}$
TX	$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}x^4+ttxx}+\frac{1}{2}x^2}$	$\frac{tx}{R}$	—	$\sqrt{tt+\frac{1}{4}xx+\frac{1}{2}x}$	—	$\sqrt{\frac{ttxx+\frac{1}{4}x^4+\frac{2}{4}x^2}{tt}}$	$\sqrt{\frac{r^4+rrtt}{tt}}$
TY	$\sqrt{ty}$	$\sqrt{\frac{tty}{y+t}}$	—	$\sqrt{ty+tt}$	$\sqrt{\frac{tyy}{t+y}}$	—	$\sqrt{yt+yy}$
TZ	$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}t^4+ttzz}-\frac{1}{2}TT}$	$\sqrt{\frac{ttzz+\frac{1}{4}tttt-\frac{1}{2}tt}{z}}$	—	$\sqrt{\sqrt{zz+\frac{1}{4}t^4+\frac{1}{2}tt}}$	$\sqrt{\frac{zzrr-r^4}{zz}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}tt+zz-\frac{1}{2}tt}$	—
UX	$\sqrt{ux}$	$\sqrt{ux-xx}$	$\sqrt{uu-ux}$	—	—	$\sqrt{\frac{uxx}{u-x}}$	$\sqrt{\frac{uux}{u-x}}$
UY	$\sqrt{\sqrt{\frac{1}{4}y^4+yyuu}+\frac{1}{2}y^2}$	$\sqrt{\frac{rruu}{yy+rr+uu}}$	$\sqrt{\frac{yyuu+\frac{1}{4}y^4+\frac{1}{2}yy}{y}}$	—	$\sqrt{\frac{yyuu+\frac{1}{4}y^4-\frac{1}{2}yy}{u}}$	—	$\sqrt{\sqrt{uuyy+\frac{1}{4}y^4}-\frac{1}{2}yy}$
UZ	$\sqrt{\frac{zzuu}{uu+zz}}$	$\sqrt{\frac{zuu}{zz+uu}}$	$\sqrt{\frac{uuuu}{zz+uu}}$	—	$\frac{uzz}{uu+zz}$	$\sqrt{\frac{zzzz}{uu+zz}}$	—
ZY	$\sqrt{zz-yy}$	$\frac{zz-yy}{z}$	$\frac{zz-yy}{y}$	$\sqrt{\frac{z^4-z^2y^2}{yy}}$	$\sqrt{\frac{yyzz-y^4}{zz}}$	—	—
XY	$\sqrt{\frac{xxyy}{yy-xx}}$	$\sqrt{\frac{x^4}{yy-xx}}$	$\frac{xxy}{yy-xx}$	$\frac{xyy}{yy-xx}$	—	—	$\sqrt{\frac{yyyy}{yy-xx}}$
XZ	$\sqrt{\sqrt{xxzz-\frac{1}{4}z^4}+\frac{1}{4}z^2}$	$\sqrt{xx-\frac{1}{4}zz+\frac{1}{2}z}$	$\sqrt{\frac{RRRR}{ZZ-RR}}$	$\sqrt{\frac{zzxx-\frac{1}{4}z^4+\frac{1}{2}z^2}{X}}$	—	$\sqrt{\frac{1}{2}zz-\sqrt{\frac{1}{4}z^2+x^2z^2}}$	—

R = Radio. S = Sinus. T = Tangent. U = Secant. X = Co.sin. Y = Co.tang. Z = Co.sec.

Bekante Quantiteten.

Folget: Aufgab/ꝛc.

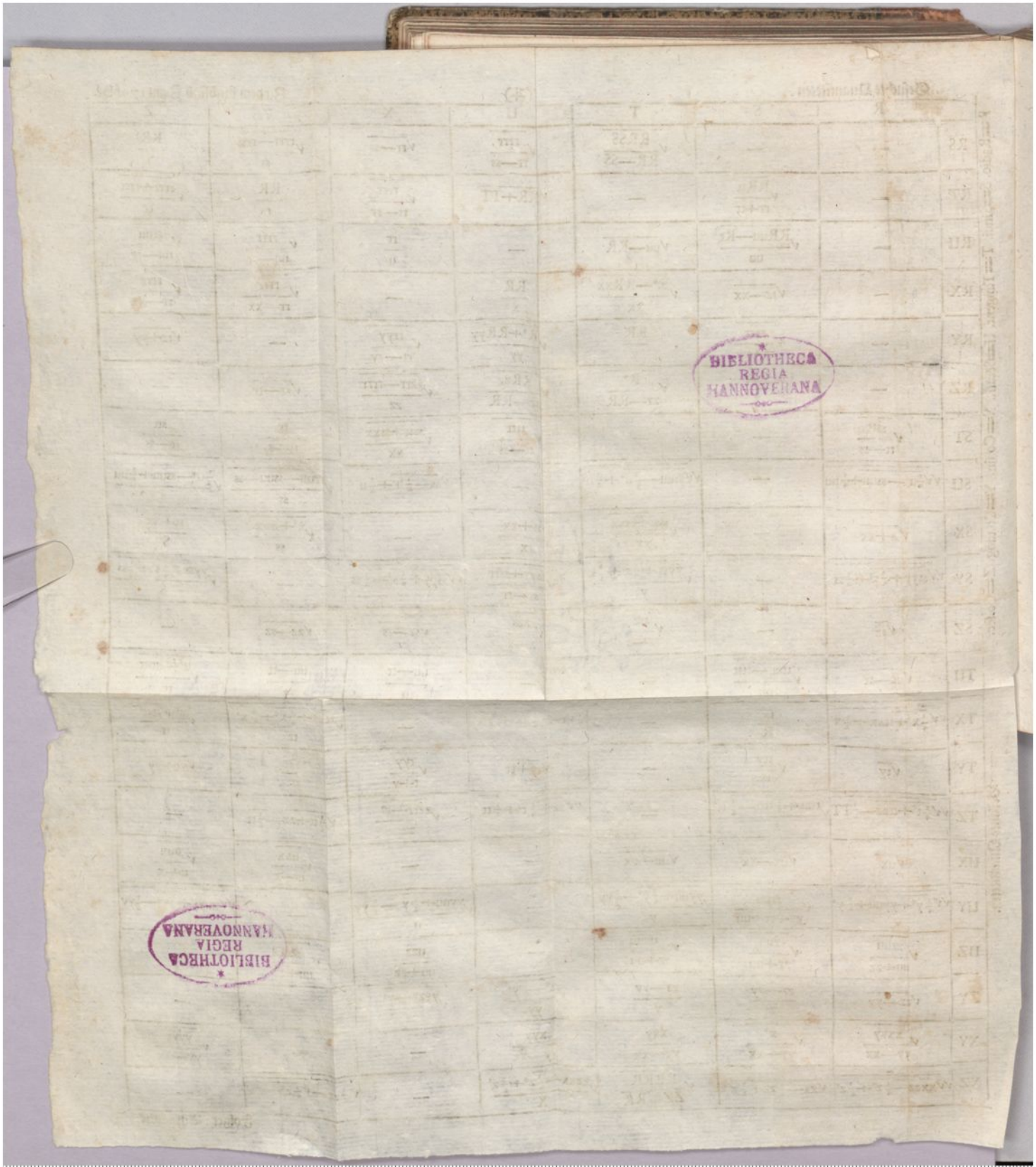
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [202] - -
PUBLIC DOMAIN

BIBLIOTHECA
REGIA
HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [203] - -

PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [204] - -

PUBLIC DOMAIN

	1	ttt—3000tt—3000000t+1000000000=0.
	2	+—268=0
1÷2	3	tt—2732t—3732176=0
½ E.□	4	tt—2732t+1865956=5598132
4ww2	5	t—1366=±√5598132
½+1366	6	T= 3732=bl
½+1366	7	T=—1000=bn } tangenten der
2+268	8	T= 268=bf

bögen { bk gr.75 / bkh 135 / bd 15

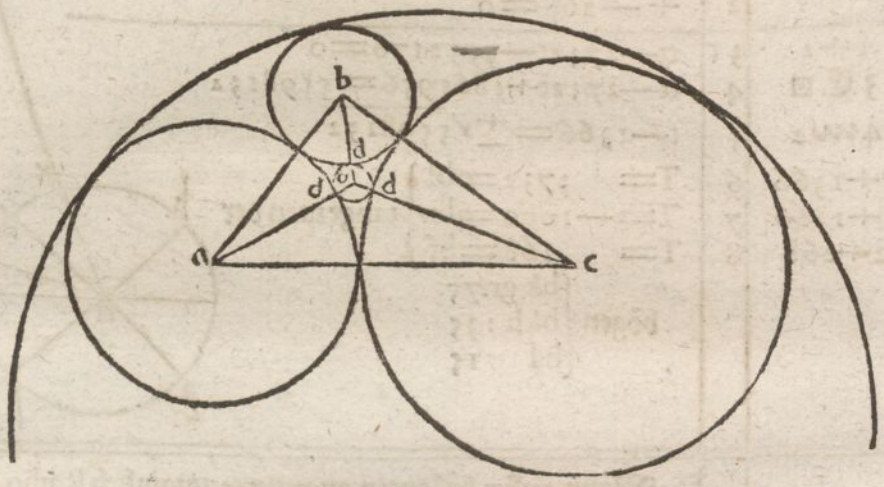


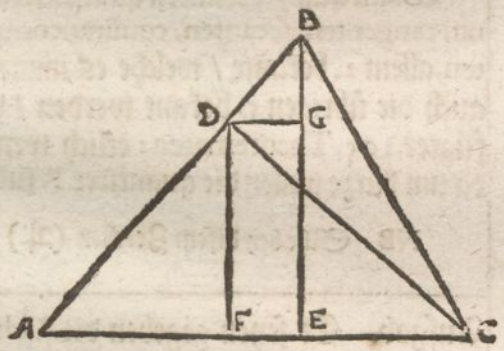
Wann auß 7. bekanten quantitæten/namlich Radio, Sinu, tangenten, secanten, consinu, contangenten, consecanten, allein 2. bekante / welche es immer weren; so mögen auch die übrigen 5. bekant werden / vermittelst untergefügter 105. Theorematen: etlich wenige außgenommen/ da um kürze willen die quantitet R substituiert ist.

NB. Sihe bey disem Zeichen (4)

Aufgab. Es seyen gegeben die Radii ad. db. cd. dreyer geleicher oder ungeleicher Circeln/den Radium ed des vierten zufinden / der die 3. gegebenen berühre.

NB. In nächstfolgender Figur des innern Circels centrum seye c.





1. Solution nach Carteſii ſchlag.

Wann man diſen Radium ſuchen wolte vermittelſt des jenigen Theorematis, da die area eines Triangels auß ſeinen bekanten 3. ſeiten gefunden wird/ſo hette man nur eine unbekante quantitet zuſupponieren: dann ae: be: ce: ſind auß dem gegebenen und dem geſuchten Radio zuſammen geſezt: ſo nun für diſen annoch unbekanten Radium x ſupponiert wird/ſo ſind alle ſeiten der 3. innern Triangeln bekant/

bekant/und dannethin auch ihre areæ, welche zuſammen geleich ſind der areæ des ganzen a b c, da ſich dann eine Æquation herfür tuht/auß welcher x bekant/und alſo der Aufgab ein genügen getahn wird. Aber diſe manier erfordert eine unſagliche mühe: darum dann Carteſius anſtatt der 2. ſchregen linien ab. bc in der obgeſezten Figur/ die 3. ſenkellinien BE. DG. DF. genommen hat: im übrigen verfahrt er wie auß der Solution ſelbſt zuſehen iſt.

x = ?

1 AD = a + x
2 BD = b + x } = Radiis ae. be. ce. } ∴ □AD = aa + 2ax + xx
3 CD = c + x } } □BD = bb + 2bx + xx
□CD = cc + 2cx + xx

Es ſeye

4 AE = d
5 BE = e
6 CE = f } ∴ □ = { dd, ee, ff
7 GE = y
8 GD = z } { yy, zz

4 — 8
5 — 7
6 + 8

9 AF = d — z
10 BG = e — y } ∴ □ = { dd — 2dz + zz, ee — 2ey + yy
11 CF = f + z { ff + 2fz + zz

auß der natur der rechtwinkligen Triang.

12 aa + 2ax + xx = dd — 2dz + zz + yy
13 bb + 2bx + xx = ee — 2ey + zz + yy
14 cc + 2cx + xx = ff + 2fz + zz + yy

Die 3. erſten Æquationen.

14 — 12

15 cc + 2cx — aa — 2ax = ff + 2fz + 2dz — dd

15 + dd — ff

16 cc + 2cx — aa — 2ax — ff + dd = 2dz + 2fz

16 ÷ 2d + 2f

17 $\frac{cc + 2cx - aa - 2ax - ff + dd}{2d + 2f} = z$

12 — 13

18 aa + 2ax — bb — 2bx = dd — 2dz — ee + 2ey

18 — dd + (2dz + ee

19 aa + 2ax — bb — 2bx — dd + 2dz + ee = 2ey

19 ÷ 2e

20 $\frac{aa + 2ax - bb - 2bx - dd + ee + 2dz}{2e} = y$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [207] - 181
PUBLIC DOMAIN

20, 17 | 21 | $\frac{aa+2ax-bb-2bx-dd+ee+*}{2e}$

$*\frac{2dcc+2cdx-2aad-4adx-2dff+ddd}{2ef+2de} = Y$

21, | 22 | $\frac{e}{2} - \frac{bb}{2e} - \frac{bx}{e} - \frac{df+ccd+aaf+2cdx+2afx}{2de+2ef} = Y$

Nach disem kehret man zu einer von den drey ersten Æquationen/und an statt z: zz: y: yy. sezt man ihre geleichgültigkeit/da dann nichts unbekantes mehr restieren wird/alß x und xx: worauß abzunemmen/daß die Aufgab/alß quadratischen vermögens/zwo auflösungen hat/und bedarff keiner weitern erforschung/alß da der überrest mehr mühsam alß ergezlich ist.

2. Ein andere manier dise Figur zusolvieren/ so etwas kürzer ist alß des Carteſii.

1+2 | 23 | $a+b+2x = AB$

4+6 | 24 | $d+f = AC$

3*5 | 25 | $ac+bc+bx+ax+2cx+2xx = AB*DC =$ areæ. (2. Triang. ABC.

4*5 | 26 | $de+ef = AC*BE. =$ areæ 2. Triang. ABC

25, 26 | 27 | $de+ef = ac+bc+bx+ax+2cx+2xx$

Ist abermalen allein x und xx unbekant.

in Apol. Gall. Probl.

Es sagt Franciſcus Vieta: At ſpecialis doctrina, de deſcribendo Circulo; qui tres datos jam ſeſe contingentes contingat, ſpeciali digna erat tractatio. Vix enim alia poteſt proferri utilior, ad Aſtronomica præſertim, & αὐτόματα Mechanica, &c. Solte nun (welches ich so leicht nicht fassen kan) ein Theorema, vermittelſt deſſen diſer unbekante Radius gefunden werden mag/so gar übermässigen nuzzen

nuzzen auf ſich haben: ſo wird ſehr wol getahn ſeyn/ mit einem ſo bewandten Theoremate diſes Werk zubeſchlieſſen. Reduciere die Æquation in die 4. Radios a, b, c, und x, ſo komt das geſuchte Theorema herauß/ welches alſo ſtehet.

+ 2abccxx + 2abbccx
+ 2abbcxx + 2aabccx — aabbcc. = 0.
+ 2aabcxx + 2aabbcx
— aabbxx
— aaccxx
— bbccxx

Alß in folgenden 6. Exempeln.

		Exempel.	1	2	3	4	5	6	
	1	a	1	1	1	1	1	5	Das Theorema in ſeine æquivalenten Zahlen gebracht/ ſtehet alſo
Es ſeye	2	b	1	2	1	3	4	6	
	3	c	1	3	2	6	5	10	
1 ☉ 2	4	aa	1	1	1	1	1	25	Erſte Exempel.
2 ☉ 2	5	bb	1	4	1	9	16	36	$3x^2 + 6x - 1 = 0$
3 ☉ 2	6	cc	1	9	4	36	25	100	
4 ✱ 5	7	aabb	1	4	1	9	16	900	Andere Exempel.
4 ✱ 6	8	aacc	1	9	4	36	25	2500	$23xx + 132x - 36 = 0$
5 ✱ 6	9	bbcc	1	36	4	324	400	3600	
1 ✱ 2	10	ab	1	2	1	3	4	30	Dritte Exempel.
1 ✱ 3	11	ac	1	3	2	6	5	50	$7xx + 20x - 4 = 0$
2 ✱ 3	12	bc	1	6	2	18	20	60	
10 ✱ 2	13	2ab	2	4	2	6	8	60	Vierte Exempel.
11 ✱ 2	14	2ac	2	6	4	12	10	100	$9xx - 972x + 324 = 0$
12 ✱ 2	15	2bc	2	12	4	36	40	120	
1 ✱ 2	16	2a	2	2	2	2	2	10	Fünfte Exempel.
2 ✱ 2	17	2b	2	4	2	6	8	12	$41xx - 1160x + 400$
3 ✱ 2	18	2c	2	6	4	12	10	20	$(= 0$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [209] - 183
PUBLIC DOMAIN

13*6	19	2abcc	2	36	8	216	200	6000	Sechßte Exempel.
14*5	20	2abbc	2	24	4	108	160	3600	560xx+84000x
15*4	21	2aabc	2	12	4	36	40	3000	(−90000=0
16*3	22	2abbcc	2	72	8	648	800	36000	
17*8	23	2aabcc	2	36	8	216	200	30000	
18*7	24	2aabbc	2	24	4	108	160	18000	
6*7	25	aabbcc	1	36	4	324	400	90000	

Dise 6. Exempel stehen also resolviert.

in dem 1. ist x = { $\sqrt{\frac{4}{3}} - 1$ = geleich dem Radio des innern bogens/so die 3 aussern einandern berührenden auch berührt. ; $-\sqrt{\frac{4}{3}} - 1$ = geleich dem Radio des aussern bogens/so ein geleiches tuht. }

in dem 2. ist x = { $\frac{6}{23}$ des innern ; −6 des aussern } nach diser proportion ist die Figur gerissen.

in dem 3. ist x = { $\frac{\sqrt{128}-10}{7}$ des innern ; $\frac{-\sqrt{128}-10}{7}$ des aussern }

in dem 4. ist x = { $\sqrt{288c+54}$ des aussern ; $-\sqrt{2880+54}$ des innern }

in dem 5. ist x = { $\frac{\sqrt{320000}-580}{41}$ des innern ; $\frac{-\sqrt{320000}-580}{41}$ des aussern }

in dem 6. ist x = { $\sqrt{72\frac{0}{28}} - 7\frac{1}{2}$ des innern ; $-\sqrt{72\frac{0}{28}} - 7\frac{1}{2}$ des aussern }

Berührenden Circels Radius.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [210] - 184
PUBLIC DOMAIN

Von der Quadratur des Circuls.

Auß vorgehendem wird verstanden die erfindung einer begreiflichen gleichheit/zwüschen dem Circul oder seiner portion/und einer andern bekanten quantitet.

Hierüber haben vil fürtreffenliche ingenia ihr äusserstes angespannet/und seit vilen Seculis hero sehr vil zeit; und zwar vergeblich; zugebracht. Theils haben ihr unvermögen frey offenbar bekent: andere aber scheuhen sich nicht ihre aberwizzige Circulmäß der welt offentlich aufzuburden: unter vilen sind nicht die wenigsten Orontius Finæus, Scaliger, Gregorius à Sancto Vicentio, Christianus Sr. Sever. Longomontanus, auſſer disem um die gelehrte welt hochverdiente und fürtreffenliche männer. Alle solche falsche Cyclometristen/ und die noch ins künftig aufstehen möchten/kan man mit einem einigen schlag widertreiben.

Es wird aber verfehlt eintweders in defectu oder exceſſu.

In defectu fehlen diejenigen/so den Circulkreiß allzuklein schäzzen; denen nun muß erscheint werden/daß ein ordenliches eingeschribenes vilegk grösser seye alß der umbeschribene vermeinte Circul/ und also das begreiffende kleiner alß das begriffene.

Der graden { 60: / 20: / 6:40 / 2:13 1/5 } Subtenſæ sind in dem Canone { 10000000 / 3472964 / 1162896 / 387826 } die

werden aber kleiner genommen { 9999945 / 3472942 / 1162889 / 38725 }

Unser gefundenes Theorema/zur Triplation der Subtensen dienende/stehet also $\frac{3RRN-NNN}{RR}=t$. das ist von dem triplierten quadrat des Radii, in die Subtensam eines beliebigen bogens produciert/werde abgezogen der cubus bemeldter Subtens, und diser Rest durch das quadrat des Radii dividiert/so ist der quotus die Subtens des triplierten bogens.

Nun ist N = geleich der Subtens der grad:

$\frac{2}{3}:1\frac{1}{3} > 387825$

Hiemit laut Theorem: ist t = Subt. 640 > 1162889

und die Subt. 20 > 3472942

und die Subt. 60 > 9999945

Welches letstere waar ist/weilen die Subtens von 60. graden justauf 10000000 sind hiemit die übrige Säzz auch unzweifenlich waar.

Hiemit ist die seiten eines 6 egks > 9999945

18 egks > 3472942

54 egks > 1162889

162 egks > 387825

Ist hiemit der umkreiß eines polggoni dessen Radius $= 10000000 > 6282765$ o namlich die seiten eines 162 egks $> 387825 * 162$.

Nun sagt ein Pseudocylometrist der umkreiß des Circuls seye 6282764 8.

Nun ist $6282764\,8 > 6282765$ o

Hiemit were der Circulkreiß > alß das eingeschribene vilegk / und des Circuls area > alß die area des vilegks.

und nachfolglich das begreiffende > alß das begriffene.

Und weilen/wie oberwisen/ das begriffene noch kleiner ist

ist weder alhie gesezt worden/so ist ein solches Circulmäß um so vil unbegründter außgefallen.

Also können alle diejenigen/so in defectu fehlen/ abgewisen werden.

Wann auch einer noch näher zum zwekk geschossen hette/so müßte die Trisection so lang verrichtet werden/ bis man eine Subtensam gefunden/ die da grösser were alß ihr Circulstukk gesezt ist.

In excessu fehlen diejenigen/so den Circulkreiß allzugroß schäzzen; denen ist zuerscheinen/ daß ein ordenlich umschribenes vilegk kleiner seye alß der eingeschribene vermeinte Circul/ und also das begreiffende kleiner alß das begriffene.

Das gefundene duplations-Theorema der tangenten stehet also $\frac{2RRT}{RR-TT} = d$ das ist/das product der tangent des einfachen bogens werde produciert in das doppelte quadrat des radii/dises product dividiert durch die differenz beyder quadraten/namlich ermeldter tangenten und radii, so ist der quotient geleich der tangent des doppelten bogens.

Den bogen des 45. grads bisseciere so oft der sachen nohtdurft erfordert/nimm auß dem Canone tangentium, des kleinesten bogens tangent etwas grösser alß sie sonst ist/ und nach anweisung des Theorematis procediere mit selbiger Zahl bis zu der tangent des 45. grads/so wird eine Zahl herfür kommen/die grösser ist alß die tangent des 45. grads/ namlich 10000000, darum so schliesse keklich/ die erstgenommene kleineste Zahl seye auch unvermeidenlich grösser/alß die tangent selbigen grads. Auß solcher kleinesten Zahl erfülle den umkreiß des umschribenen vilegks/

so wird derselbig sich kleiner befinden sollen/alß der falsch-gesezte umkreiß des eingeschribenen Circuls / benantlich das begreiffende kleiner alß das begriffene / unangesehen jenes grösser ist/weder es seyn solte.

Aber besihe hiervon controvers. inter Joh. Pellium & Christian. S. Sever: Longomontanum, allwo diser schlag zierlich und benüglich verhandelt ist.

Ob aber die quadratur möglich oder unmöglich seye/ das lasse ich an seinem ohrt gestelt seyn/dann in beyde wege gute gründ beygebracht werden könten.

Darmit ist dises Werklein zu end gebracht: und ob schon eine so weitläuffige ; ja unendlich vil considerationes begreiffende materi/ in so geringem spatio nicht follkommenlich verhandelt werden mögen ; so hoffe ich gleichwol es seye durch ein und andern handgriff zu fruchtbarlichem nachdenken anlaaß genug gemachet. Es mag auch an etlichen ohrten dises Tractats das ansehen haben/ob were der proceß nicht genugsam erklärt: wann aber so wol auf die marginalia, alß auf das vorgegangene fleissig gemerket wird/so traue ich/es möchten nicht vil obscuriteten überbleiben/die ihre erläuterung hierinn nicht finden. Jedoch wolte ich mich so weit nicht fürschiessen / dann die kürze der zeit hat mich so vast eingetahn/daß ich gleichsam auf der post die federn lauffen lassen müssen: ja der Correctur des Truks überal nicht abwarten können.

ENDE.

Erinnerung wegen der Trukfehlern / welche dem gönstigen Leser/auß folgenden Columnen/vor überlesung des Buchs/zucorrigieren belieben wölle.

HErzlich wünschte ich / daß diſes Werk ohne Trukfehler außkommen were. Herren Authori iſt derowegen nichts zuzumeſſen/ alß der wegen weitſchweiffender mühſammer verwaltung abweſend/und ſehr bemühet/von deme ich auch das letſte Problema, von berührenden Circuln/obligender Geſchäften wegen/ſchwerlich erlangen mögen. Herren Verlägern / der mit dem Trukk nicht übereilet / entſchuldige ich ebenmäſſig.

Alſo fallet die ſchuld auf mich/doch ohne böſen fürſazz N. Weil die Correctur niemand annemmen / Verläger deßwegen auch nicht trukken wolte ; bin ich hierum erſucht worden. Nun ſahe ich/daß ſolch herrlich Philoſophiſch Werk zuruk verbleiben ſolte : wußte aber auch meine ſchwachheit/alß bey zimlichem alter abgang des geſichts/dem brillen nicht helffen mögen : verlurſt des luſts in weitern Mathematiſchen übungen / die mir öfter zur hindernuß außgefallen ; wie ſo bald allhie bey dem ungünſtigen ein Exempel zuhaben ſeyn möchte : und das bey meinen noch wenig übrigen tagen/ich meine Soliloquia, Gott geheimer zuwerden/mehrers haben ſölle/alß iemals/auf daß im abſcheid ich nicht ein frömdling ſeye vor Gott : deßgleichen wie dem Sezzer die Materi/alſo mir die Trukkerey ungewohnt. Gleichwol hab ich ſie ohne luſt/mehrers auß dienſthaftem gemüht auf mich genommen/und noch erfahren/daß Herr Author meiner ſchwachheit zumächtig geweſen. So bitte ich den Kunſtliebenden Leſer/meine ſchwachheit in liebe zugedulten/und die Trukfehler/ſo vil ich in fleiſſigem nachſehen und überleſen finden können/auch folgends mit Herren Authoris reviſion conferiert/ſelbſten zuverbeſſern/auf daß er durch verfehltes nicht verwirret aufgehalten werde. Ihne der gnaden Gottes lebendiger empfindung herzlich empfehlende.

190

Blat	linl	stell	für	sezze
2	27			4 2
	28			2 noch 2
	29			2 0
3	10	2	3b	—b
	11			3.
	14			3.
	22		2a—3b	2a. —3b
6	19	3	3zzx—7yy	3zzx+7yy
13	18	1	aa+bb	aa+ab
14	5		bc—bb—bb	bc—bb
15	11		aaa—abb	aaa—aab
17	3	2	+4pq+4pq	+4pq+4pp
			Erfüllten quadr. wurzel	ist. q+2p—3r.
19	12	9	ledigerplazz	3aab+3bb+bbb
	19		42	424
20	4	2	i*i	i*2
	8	6	3cd+dd	2cd+dd
	21	2	i*i	i*2
22	22		+106dff—	+108dff—
			4d—6x	4d—6x
27	9	3	d+b	a+b
	13	3	a+b	a—b
28	13	1	—cdd—ee	—cdd—cee
31	16	3	d—3ddf+3.	d⁴—3ddf+3.
			2*3	i◎3
32	9	1	—3aab+a3abb	—3aab+3abb
				aabb
	10	2	Zu erst sezze	Vc. cc
			a+b	a+b
			a+b	a—b
34	8		Vc. nun	Vc. a. nun

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [216] - -
PUBLIC DOMAIN

blat	linj	stell	für	setze
35	15	1	$\frac{w\,9aabb}{\cdot}$	$\frac{w\,9aaabb}{\cdot}$
55	7	3	$\sqrt{ab}-\sqrt{dc}$	$\sqrt{ab}-\sqrt{dc}$
	10	3	$\sqrt{ff-e}-b$	$\sqrt{ff-e}+b$
56	3	3	10ab	10aab
57	8	2	$\frac{dn\sqrt{gg+nq}}{qr}$	$\frac{dn\sqrt{gg+nq}}{qr}$
	18	3	$2a\sqrt{b}$	$2\sqrt{b}$
58	11			1
	12			2
	13		$(i\div\dot{2}$	3
62	20	6	$zz-6zbb=$	$zz-6z-bb=$
63	9	9	$\dot{5}*2yyy$	$\dot{5}*27yy$
65	20	3	$A^6z=B^3D$	$A6z=B^3D^3$
68	24	4	$+\sqrt{\frac{zz-3aa}{4}}=\sqrt{\frac{azz}{b}}$	$+\frac{zz-3aa}{4}=\frac{azz}{b}$
	25	5	$-\sqrt{z^4-9a^4}=\frac{azz}{b}$	$-\sqrt{\frac{z^4-9a^4}{4}}=\frac{azz}{b}$
69	1	6	$=\sqrt{z^4-9a^4}$	$=\sqrt{\frac{z^4-9a^4}{4}}$
72	3	14	$a=b+c$	$a=b+E$
	16	27	$20\div2\dot{2}$	$20\div2\dot{1}$
	19	30	$2\dot{2}+2\dot{3}+2$	$2\dot{2}+2\dot{3}\div2$
75	17	4	$bb\frac{F}{G}$ 1c	$bb=\frac{F}{G}$ 1c
	24	6	$=\sqrt{T-2F}$	$=\sqrt{T+2F}$
76	7	6	$\dot{3}\div\dot{5}$	$\dot{3}+\dot{5}$
77	8		ist jedere	ist jedere?
	15	9	$7-\dot{8}$	$\dot{7}-\dot{8}$
	19	13	11, 22	11, 12

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [217] - -
PUBLIC DOMAIN

192

blat	lini	stell	für	setze
78	1	4	A. A. b.	A :: A. b.
79	11	16	$+6750$	$+6850$
	12	17		3385 o an noch zweyen
	13	18	33750	ohrten.
80	3	7	$\dot{2},6$	$\dot{2},\dot{6}$
	24	16	$16+bb\|16\|bb-$	$15\ \omega 2\|16\|bb-15\ \mathfrak{ac}$
	25	17	$(16+15\|17\|=bb=$	$15\pm\sqrt{450}$
82	14	3	a. b. b :: b. c.	a. b :: b. c.
84	7	4	$=5467$	$=5476$
85	7	13	$cc-2oc+364$	$cc+2oc+364$
	19	23	$-\sqrt{-262}-$	$-\sqrt{-264}-$
86	12	16	$15\div16.$	$15\div4$
87	21	9	$=+\sqrt{\frac{1}{4}hh-\frac{1}{4}}$	$=+\sqrt{\frac{1}{2}hh-\frac{1}{4}}$
88	3	15	$2\dot{3}-14$	$1\dot{3}-14$
	15	16	$1\dot{3}-15$	$1\dot{3}-15$
	17	18	$17+2\|18\|\frac{1}{2}hh-\frac{1}{4}$	$17\odot2\|18\|\frac{1}{2}hh-\frac{1}{4}DD$
89	4	4	$c=A-f$	$e=A-f$
	12	12	$11+ff$	$11+$
91	2		und b ein	und c ein
	6	4	$c=ffff-f$	$c=fff-f$
	27	25	$eee=\frac{8}{g^9}$	$eee=\frac{8}{g^6}$
92	14	39	$\sqrt{c.}>g$	$\sqrt{c2}>g$
			deßhalben $\sqrt{c.}$ oder	halben $\sqrt{c2}$. oder
93	4	45	$44\odot2\|45\|6832$	$44*2\|45\|5832$
94	1			12
	7	16	4400	400
	10	19	$17\div18$	$17\div18$
	12	21	21500	22500
	19	3	$cccc2-ccdd+$	$cccc-2ccdd$
96	6	2	$+2ab+cc$	$+2ab+bb+cc$
	11	7	$12\odot2$	$6\odot2$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [218] - -
PUBLIC DOMAIN

blat	lini	stell	für	setze
97	17	37	—fgg>c	—fgg>cc
98	15	55	cc—fgg—	ccf—fgg—
99	11	66	$\frac{41}{5}$ 123	$\frac{41}{8}$ 123
	20	8	ce+bb	cc+bb
101	2	30	$2\dot{3}$—29	$2\dot{3}$—$2\dot{9}$
102	24	9	=CC	=cc
103	1	13	=dd+2e	=dd+2dc
104	21	15	10, 15	$1\dot{0}$, $1\dot{5}$
105	3	27	7=E=	7=F=
	14		Ab. Bc::	AB. BC::
106	11	26	=1521—7g	=1521—78g
	17	32	$1\dot{1}$,	$1\dot{1}$ ◎2
	27	42	$1\dot{1}$, $2\dot{5}$	$1\dot{1}$, $4\dot{1}$
107	9	3	::cb	::c. b.
108	14	11	$\dot{2}$—7	$\dot{2}$—$1\dot{0}$
109	6	3	=11	=11=hyp.+areæ.
	7	4	$6-\frac{3b}{2}$	$\dot{3}-\frac{3b}{2}$
111	29	29	$=\frac{64}{4}$ ee	$=\frac{63}{4}$ ee also noch 3. mal.
112	3	33	$32\div 16\,|\,33\,|\,\frac{3}{16}$	$32\div\frac{63}{4}\,|\,33\,|\,\frac{4}{21}=E$
113	22	43	65=64	56=64
115	1	64	$=\frac{176890}{100}$	$=\frac{176890}{1000}$
	10	72	2352673	2352637
118	22	48	$48\div 4\dot{2}$	$47\div 4\dot{2}$
120	7	22	+2xx=kkd	+2xxx=kkd
	8	23	+2xx=0	+2xxx=0
122	21	70	$x=\frac{122}{20}$ |	$x=\frac{122}{20}\,|\,\frac{25}{4}$
124	9	98	$\dot{3}$, $8\dot{1}$	$\dot{3}$, $8\dot{2}$
125	12	10	AA+ce	AA+cc
126	13	35	$=\frac{1}{4}$GC—AA	$=\frac{1}{4}$GG—AA
	14	36	$=\sqrt{\frac{1}{4}GC-AA}$	$=\sqrt{\frac{1}{4}GG-AA}$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [219] - -
PUBLIC DOMAIN

194

blat	lini	stell	für	fezze
127	8	54		
			*d	*b. zu 4. malen.
	11	57		
128	1	67	$AA+M+\frac{1}{2}$	$AA+AM+\frac{1}{2}$
	14	79	$8\dot{8}\dot{\omega}2$	$7\dot{8}\dot{\omega}2$
	15	80	$7\dot{8},2\dot{5},$	$7\dot{8},2\dot{5},2\dot{4}$
129	7	95	$L-\frac{1}{2}G$	$-L+\frac{1}{2}G$
	11	99	$=81$	$=\frac{81}{4}$
131	3	120	$=\frac{51-27\sqrt{17}}{2}$	$=\frac{-51-27\sqrt{17}}{2}$
	6	123	$=\frac{51-27\sqrt{18}}{\cdot}=$	$=\frac{51-27\sqrt{17}}{\cdot}=$
	12	129	$12\dot{5}\div9\dot{6}$	$12\dot{5}\div9\dot{5}$
131	12	29	$L+G$	$L+\frac{1}{2}G$
132	17		$-\frac{\sqrt{17}-9}{2}$	$-\frac{\sqrt{17}-9}{2}$
133	3		$=\frac{58-4\sqrt{17}}{\cdot}$	$-\frac{68-4\sqrt{17}}{\cdot}$
134	24	17	$16-2$	$16\div2$
137	13	12	$zz+az+\frac{1}{4}aa$	$zz+az+\frac{1}{4}aa$
	15	14	$+az+bb$	$+az+bb$
	26	8	$\frac{1}{2}a\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$	$\frac{1}{2}a+\sqrt{\frac{1}{4}aa-bb}$
138	24	14	$16+\sqrt{207}$	$-16+\sqrt{207}$
	27	17	$=qL-\square ab$	$=\square qL-\square ab$
141	19	13	$\frac{-NNN}{RR}=$	$\frac{-NNNN}{RR}=$
142	6	18	$17\div Bb$	$17\div Bc$
	12		30	300
145	10	26	$\dot{5}\div2\dot{3}$	$\dot{5}-2\dot{3}$
	12	28	$\square bb=$	$\square bd=$
			$\frac{1}{2}D-zz+\frac{1}{2}=$	$\frac{1}{2}D+\frac{1}{4}=$

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [220] - -
PUBLIC DOMAIN

lich und begreifflich genug dargegeben seyen. Die Problemata oder Aufgaben sind theils auß Vieta, Carteſio, Schootenio, Diophanto, Clavio, &c. genommen / theils aber ist sonst beygefügt / was zu erklärung der unterschidlichen fählen nohtwendig und nuzlich erachtet worden. In den Solutionen / und grad auch in der Arithmetic bediene ich mich einer ganz neuen manier / die bey einichen Algebraischen Scribenten in offenem Trukk gebraucht worden / und die ich von einer hohen und sehr gelehrten Person erstmals erlehrnet hab / deren ich auch schuldiger maassen / und zwaren zur bezeugung untertähnigen reſpects / gar gern gedenken / so sie es hette zulassen wollen. Dise form beſtehet in einem dreyfachen Margine oder Rand / und hat seinen vilfaltigen nuzzen / dann sie gehet in richtiger / offenbarer ordnung / und gleichsam staffelweis / und ligt alles klar vor augen / daß man sich leicht bedenken kan / was zutuhn oder zulassen / zumindern / zumehren / zuwiderhollen / zuverbessern / und wie am nächsten zum zil zugelangen seye. Ja nach vil verflossener zeit kan man sich behend von neuem in alles schikken / und die gedechtnuß erfrischen. Fürnemlich aber sparet dise manier vil erklärungs-worte / die man ohne solche marginalia nicht wol entberen könte. Was aber diß ohrts noch undeutlich und dunkel zuseyn scheinet / wird in dem Tractat selbs besser gefasset und verstanden werden. So vil zum eingang.

— — — Si quid novisti rectius istis
Candidus imperti; si non, his utere mecum.

XII

LYCOPHRON

ad nobiliſsimum & ampliſsimum

DN. JOAN. HENRICUM RHONIUM,
illuſtris Reipubl. TIGURINÆ Ducentum-virum ſpectatiſsimum:

Nuper
Armamentarii publici Tribunum ſolertiſs. Librorum item Cenſorem Ord. judicioſiſſimum.

Demùm
ab utroque Senatu ad Populos Comitatûs Kyburgici Legatum graviſſimum:

Dominum & Amplificatorem meum æternùm ſuſpiciundum:

Sublimia ſua ALGEBRÆ ratiocinia publicæ Uſuræ exponentem.

JOANNES HEINRICUS RONIUS, FILIUS;

His i, niſuris fusè: Non vilia cerno.

ALGEBRÆ chartas ita miras RHONIUS edit
Conſulis ille Nepos, Agnatus, Natus & idem:
Quorſus? Ut hinc magnos videamus magna decere.
His i; (nolebas Tibi nuper, SATRAPA, ſcripta)
His i, niſuris fusè: mirabitur Anglus,
Gallus, Iber, Batavus, Tirrhenus & Indus, Arábsque
Cum reliquis COSSÆ divinæ operantibus arti.
Heîc Judex vel APOLLO feret: *Non vilia cerno*;
Et doctæ Gentes Opus; ô ſublime; probabunt;
Sed Leges ejus Latio ſermone requirent.
Ejus ab enixu famoſus fiet & annus,
ALgébræ Chartas Ita MIras RhonIVs eDIt!

Et hoc obſervantiæ Symbolon T. Amplitud. deditiſſimus
GEORGIUS MÜLLERUS, Eccl. Talvill. Paſtor.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [222] - -
PUBLIC DOMAIN

Vorbericht.

DJe Algebra oder Analytica oder auch Almucabula ist von allen zeiten hero für eine fürbündige und tiefsinnige wüssenschaft gepriſen worden/ vermittelſt welcher die verwornesten geheimnussen der Mathematic mit besonderm vortheil und behendigkeit entdekt; die schwereſten Problemata aufgelößt; die wichtigſten Propoſitiones demonſtriert; und allerhand nuzliche Theoremata leichtlich erfunden werden mögen. Von ihro bekomt die Arithmetic ihre follkommenheit/ die Geometrey ihre klarheit/ die Optic ihren rechten verſtand/ und die Mechanic ihre wegleitung. Sie ist ein pures ratiocinium und rechte Logic/ dann ſie leitet die vernunft/ auß bekanten und zugelaſſenen dingen/ die verborgene waarheit außzuklauben/ und von der falſchheit außzuſöndern. Was in der Philoſophey noch immer diſputierlich/ in der Aſtronomey auf ungewüßheit der Hypotheſium, und in der Aſtrologey auf fabelwerk ſtehet/ das hat alhie nicht plazz: dann da wird kein fallacia, ſophiſma und zweifelhafter grund zugelaſſen: ja der verſtand und die bildung werden hierdurch ſehr erbauen und verſchärffet. Wird deßhalben diſe wüſſenſchaft von etlichen Divina quaſi ſcientia geheiſſen. Es könten auch Hoch-Fürſtl. Perſonen genamſet werden/ dero tugend und hohes wüſſen in aller welt berühmt iſt/ die in diſer Kunſt fürtreffenlich informiert/ und hierum von dem vernamten Carteſio ſelbs ruhmlich angezogen werden. Es iſt aber ein merklicher unterſcheid zwüſchen der alten und neuen form/ die Materi zuverhandeln: dann jene iſt ſchwer/ confus und unfollkommen; diſe aber iſt von Vieta, Carteſio und andern erbeſſert/ in einen richtigern ſchlag außgearbeitet/ und Lateiniſch und Franzöſiſch der welt mitgetheilt worden: ob aber auch etwas in unſer Hoch-Teutſch kommen ſeye/ hab ich auf vilfalti-

In tract. de paſſion. & alibi.

)( )(ge nach-

ge nachfraag bis anhero nicht erfahren können. Und alß ich nächstverwichenen sommer / mich zu Taynach an der Saurbrunneneur befunden/ und aldorten angetroffen Herren Leonhard Weissen / fürnemmen Geschlechterer / und ansehenlichen Rahtsfreund der Löbl. freyen Reychsstatt Augspurg / eine gelehrte und sehr höfliche Person/mit dero ich zu nuzlicher hinbringung der zeit / mehrmalige discurs gepflogen / da unter anderm auch der ALGEBRÆ, und ihrer fürtreffenlichkeit meldung geschehen ist/wurde ich domalen/auch seithero durch schreiben angefrischet/etwas in diser Materi zuunternemmen: welches ich auch zutuhn vertröstet hab. Gleich aber nach meiner anheimschwerdung ist mir nicht geringe verhinderung eingerissen/ in dem Ihre Gnaden und Weißheiten/meine genädige Oberkeit/meine wenige Person zu einem Landvogt Ihrer Graafschaft Kyburg verordnet haben: und dieweil dann gar wenig zeit zwüschen der Wahl und Aufzug/und aber eine solche mühsamme ; einen grossen eirck lands/und etlich 1000. mann in sich fassende/Regierung; auch die veränderung meines weitläuffigen Haußwesens an ein ohrt/da ich etliche jahr zubleiben hab ; so vil vorbereitung und nachdenken erfordern / daß mir käumerlich ein par monatzeit zu andern gedanken übergebliben. So hat doch die begird mein wort zuhalten/und meinem Vatterland Teutscher Nation/etwelcher maassen bedient zuseyn/bey mir so vil gewürkt/daß ich aufgesezt und zur federn gebracht/ was gegenwirtiger Tractat mit sich bringet. Ich gestehe zwaren gern/daß ich dises für kein außgearbeitet und follkommen Werk dargibe/darinn verhandelt und außgetragen seye/was dise Materi wol erfordert: wann ich aber vermerke / daß dises præliminare wol aufgefasset wird / so möchte etwann/bey/von Gott erlebender besserer weil geschehen/ was iez auß mangel derselben unterlassen werden müssen. Ich zweifle aber nicht/ich habe mich hierinn also betragen/daß in der eingeschrankten kürze alle zudienlichen erforderungen/verständ-

lich

blat	lini	stell	für	fezze
	13	29	z^4 Dzz — H	z^4 — Dzz — H
147	8	48	ac = zz —	ae = zz —
	12	52	$36 + 49$	$36 + 51$
149	1	60	□dh = $\frac{1}{4}$	□dk = $\frac{1}{4}$
150	5	22	zzz — 12z	zzz + 12z
151	12	4	— 8 | 8	— 8 | 16
	13	9	— 3 | 3	— 3 | 9
	16	2	= 4	zz = 4
153	2	15	AD = T $\frac{0}{4}$ =	AD = T = $\frac{0}{4}$ =
156	4	6	□gd = $\frac{1}{4}$ FE	□gd = $\frac{1}{4}$ FF
	13	15	14 — 8	14 — 7
	21		des 2 termini.	des 3. termini.
159	9	5	RRx — $\frac{64}{27}$ RRR	RRx — $\frac{64}{9}$ RRR
	15	1	x' — $\frac{7}{2}$ RRx	x' — $\frac{7}{3}$ RRx
160	2	12	11,	11 ◎ 2
	3	13	10 ✱ R	9 ✱ R
	8		Fahl { 1 2 3	Fahl { 1 3 4
161	25	3	∵ 7 = fss + 21	∵ 7 = — fss + 21f
	26	4	∵ 7 = ttt +	∵ 7 = — ttt +
162	4	6	□AC — KA	BK — AK
			K8 ∠ □CK	□AC ∠ CK
	10	5	1 + t — 1 + t	4 + t — 1 + t
163	6	6	$3^{0} : 57' : 32''$	$3^{0} : 37' : 52''$
	10	10	= 14130416	= 14139416
	27		= 1117078	= 1117087
	28		= 1468047	= 14686047
164	13	5	21B — BBB(	21B — BBB. der erste theiler.
	14	6		21B — BB. die erste wurzel.
165	9	5	= — $\frac{64}{3}$ R' +	= — $\frac{64}{9}$ R' +

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [225] - -
PUBLIC DOMAIN

blat	lini	ſtell	für	ſetze
166	8	13	$-\frac{50}{54}z+\frac{652}{2916}$	$-\frac{50}{54}z+\frac{625}{2916}$
168	2	16	$14\div 4$	$15\div 4$
	4	18	$d-\frac{1}{2}RR=$	$dd-\frac{1}{2}RR=$
	5	19	$DD=RR$	$DD=\frac{1}{2}RR$
171	21	21	$=\frac{AR-Bg}{g}$	$=\frac{Ak-Bg}{g}$
	22	22	$21\div Ag$	$21*Ag$
172	2	25	$9,$	$g,$
173	2	41	$29\odot 2$	$39\odot 2$
175	17		$C-B:BF$	$C-F:BF$
	21		$K-AE-DB$	$K-AE+DB$
	22		$G-AE+BD-AD$	$G-AD-BE-AD$
177	26		$bd=7\delta.4\frac{1}{3}$	$bq=7\delta.4\frac{1}{3}$
			Im Text ſonderlich	
138	7		I. Delination	II. Delineation
141	15		Subtenuſæ	Subtenſæ.
155	7		unnöhtig iſt	unmöglich iſt.
179	13		conſinu. con. con.	coſinu. co. co.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [226] - -
PUBLIC DOMAIN

976

Joh. Remmelin. Doct. Ulm

1617 Condit. Haute 4 ℔ 7 ℈ 12 ß 7

1631 d. dez. 13.-17. ß 7 ℈ 10 ß 20 hy.

GWLB Hannover 35
036 856 916

Niedersächsische Landesbibliothek Hannover

IT 6B 976
4°

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [227] - -

PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1;Leibn. Marg. 88, [228] - -

PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 1,Leibn. Marg. 88, [229] - -