

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [1] - -

PUBLIC DOMAIN

Leibn. Marg. 88

Aus dem Besitz Leibnizens (s. Titel der 1. Schrift)

Inhalt

1. J. H. Rahn, Teutsche Algebra, Zürich 1659.
2. J. W. Pauli, Numerus perfectus, Leipzig 1678.
3. J. H. Voigt, Nova arithmetica juridica, Hamburg 1667.
4. [J. Remmelin] Numerus figuratus, sive arithmetica analytica .... Faulhaberi ars ... refutatus, o. O. 1614.
5. Theorema arithmeticum s. Respondit T. Konigslaw. cui respondit J. Ozanam. Paris 1674.

Malebranche.

Niedersächsische Landesbibliothek Hannover

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [2] - -

PUBLIC DOMAIN

Ad majorem Dei gloriam.

THEOREMA ARITHMETICUM.

Non eſt poſsibile invenire tres numeros, quorum differentiæ, quadrati; & quorum differentiæ quadratorum, quadrati.

Pro ſolutione Problematis propoſiti ſub die 17. Februarii 1674. ſub his verbis:

Invenire tres quadratos, vt duorum quorumlibet intervallum ſit quadratus, & intervallum laterum ex duobus quibuſcumque ſit etiam quadratus.

Reſpondit PETRUS MENGOLUS Prior S. Magd. Mechanicus Bononien.

Cui reſpondit ſub finem JACOBUS OZANAM Dombenſis, Profeſſ. Mathem. die 18. Aprilis 1674.

PARISIIS.

M. DC. LXXIV.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [3] - -
PUBLIC DOMAIN

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [4] - -

PUBLIC DOMAIN

THEOREMA ARITHMETICUM.

Mengoli

Non eſt poßibile, tres inæquales numeros aßignare: quorum differentiæ, tres quadrati; & differentiæ quadratorum, tres quadrati.

POSSIBILE eſt enim, duos inæquales numeros aſſignare, quorum differentia quadratorum, quadratus: & primum duos, quorum differentia quadratorum quadratus impar.

Aſſumatur enim quodcumque latus a: & duplum latus $2a$: & augeatur vnitate, vt fiat $2a+1$. Aſſumatur ejuſdem lateris triangulus $a2+a(2)$: & quadruplus triangulus $2a2+2a$: & multiplicetur per quemdam imparem numerum b, vt fiat $2a2b+2ab$, numerus minor: qui augeatur ipſo impare b, vt fiat $2a2b+2ab+b$, numerus major. Et aſſumantur duorum hujuſmodi numerorum quadrati, $4a4b2+8a3b2+4a2b2$, minor quadratus; & $4a4b2+8a3b2+8a2b2+4ab2+b2$, major quadratus: quorum differentia $4a2b2+4ab2+b2$, quadratus a radice $2ab+b$: quæ producitur ex $2a+1$, in b.

Item poſſibile eſt duos aſſignare numeros, quorum differentia quadratorum quadratus par.

Aſſumatur enim quodcumque latus a: ejuſque quadratus $a2$: qui vnitate minuatur, vt fiat $a2-1$: & per quemcumque numerum b, multiplicetur; vt fiat productus $a2b-b$, & minor numerus: cui addatur $2b$, par, vt fiat major numerus $a2b+b$. Quorum fiant quadrati, $4b2-2a2b2+$

Farbkarte #13 B.I.G.
Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black
Centimetres Inches
cm 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [5] - 3
PUBLIC DOMAIN

$b\,4$, minor, & $a\,4\,b\,2 + 2\,a\,2\,b\,2 + b\,4$, major: quorum differentia $4\,a\,2\,b\,2$, quadratus; a radice $2\,a\,b$, producta ex a in $2\,b$.

Porro duorum numerorum a, b, differentia quadratorum $a\,2 - b\,2$, eſt productus ex ſumma ipſorum $a + b$, & differentia $a - b$.

Deinde omnis productus duorum numerorum, in ſuos primos reſolutorum, eſt ex iiſdem primis productus: puta ex a, b, primis productus eſt $a\,b$. Et ex producentibus in primos reſolutis, puta ex $a\,b$, & $c\,d\,e$, eſt productus $a\,b\,c\,d\,e$. Et ex producentibus $a\,2\,b$, & $a\,b\,2$, eſt productus $a\,3\,b\,3$: & ſic deinceps.

Quare omnis quadratus in ſuos primos reſolutus, ex ſecundis poteſtatibus primorum eſt productus: $a\,2$, ex a in a: $a\,2\,b\,2$, ex $a\,2$ in $b\,2$; vel ex $a\,b$ in $a\,b$; vel ex $a\,b\,2$ in a; vel ex $a\,2\,b$ in b: & non aliter.

Cum itaque duorum numerorum differentia quadratorum eſt quadratus, ſi differentia laterum ex primis quibuſdam numeris componitur $a\,b$, neceſſe eſt, quod ſumma laterum non ex iiſdem ſolum componatur, non enim eſſet major ſumma, quam differentia: ſed quod ex iiſdem, & alio quopiam componatur, non ſemel, ſed bis accepto; puta ex $a\,b\,c\,2$, vt ita fiat $a\,2\,b\,2\,c\,2$, quadratus. Si enim non ex iiſdem, ſed ſolum ex $b\,c\,2$ componeretur, productus ex $a\,b$, differentia, & ex $b\,c\,2$ ſumma, $a\,b\,2\,c\,2$, non eſſet quadratus. Item ſi ex iiſdem, & alio quopiam, ſed non quadrato componeretur, productus ex $a\,b$ differentia, & ex $a\,b\,c$ ſumma, $a\,2\,b\,2\,c$, non eſſet quadratus. Quare ſumma ad differentiam eſt multiplex, per quadratum; $a\,b\,c\,2$, ad $a\,b$, per $c\,2$, quadratum.

Igitur e converſo, ſi duo inæquales numeri fuerint aſſignati, quorum differentia quadratorum, quadratus; poterit ipſa differentia quadratorum, in ſuos primos reſolvi, & in ſecundas poteſtates primorum: eritque ſumma laterum, ad differentiam, multiplex, per numerum quadratum: eritque radix differentiæ quadratorum, numerus ex iiſdem primis compoſitus, & ad laterum differentiam multiplex.

Si ergo duorum numerorum differentia quadratorum eſt impar: erit & laterum differentia impar, quæ dicatur b; erit

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [6] - 4
PUBLIC DOMAIN

quoque radix differentiæ quadratorum impar, multiplex ad b: vnde ſublato impare b, relinquetur par, multiplex ad b, cujus dimidium dicatur a: eritque $2ab+b$, radix differentiæ quadratorum: & erit differentia quadratorum $4a2b2+4ab2+b2$: & ſumma laterum $4a2b+4ab+b$: cui addita differentia b, facit duplum majus latus $4a2b+4ab+2b$: & majus latus $2a2b+2ab+b$, impar: & minus latus $2a2b+2ab$, par; multiplex ad differentiam b, per $2a2+2a$, quadruplum triangulum a latere a.

Item ſi duorum numerorum differentia quadratorum eſt par, erit laterum differentia par: cujus dimidium dicatur b. Erit quoque radix differentiæ quadratorum par, multiplex ad differentiam $2b$, per numerum, qui dicatur a. Quare $2ab$, radix erit differentiæ quadratorum: & erit ipſa differentia quadratorum $4a2b2$, & ſumma laterum $2a2b$: & ex ſumma, & differentia laterum, duplum majus latus $2a2b+2b$: ipſumque latus majus $a2b+b$: & minus latus $a2b-b$, multiplex ad b, per $a2-1$, quadratum lateris a, vnitate multatum.

Itaque ſi tres numeri aſſignati fuerint inæquales, maximus a, medius b, minimus c: quorum differentiæ $a-b$, $b-c$, $a-c$, quadrati; & differentiæ quadratorum $a2-b2$, $b2-c2$, $a2-c2$, quadrati: cum differentiæ quadratorum ad differentias laterum ſint multiplices per ſummas, & vt quadratus numerus ad quadratum, erunt multiplices per quadratos: ipſæque ſummæ laterum erunt quadrati $a+b$, $b+c$, $a+c$.

Porro a, b, c, aſſignati numeri, vel ſunt inter ſe primi, vel non. Si ſunt primi, non ſunt omnes pares: ſed eorum aliquis impar.

Deinde non ſunt tres impares; immo neque duo. Si enim eſſent duo impares a, b, eſſet eorum differentia $a-b$, quadratus par, dividuus per 4: idcirco ſemiſſis differentiæ eſſet par numerus, per quem numerus b, eſſet multiplex ad quemdam quadratum vnitate multatum: atque ita eſſet par, contra hypotheſim. Non ergo a, b, ſunt impares. Similiter neque b, c, ſunt impares, neque a, c, impares.

Item a, non eſt par. Si enim a eſſet par, eſſet b, vel c im-

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [7] - 5
PUBLIC DOMAIN

par. Esto b impar. Erit ergo differentia $a---b$, impar: & differentia quadratorum $a2---b2$, impar: & minoris quadrati latus b, par, contra hypothesim. Non ergo a, est par, sed impar: & reliqui b, c, sunt pares.

Est ergo $a---b$, differentia impar, & quadratus: cujus radix dicatur d: eritque $d2$, ipsa differentia $a---b$. Erit etiam $a2$, impar, & $b2$, par: & differentia quadratorum $a2---b2$, impar, & ipsa quadratus: cujus radix impar, & multiplex ad $d2$: vnde sublato impare $d2$, relinquetur par multiplex ad $d2$: cujus dimidium dicatur e: eritque latus a, idem atque $2e2d2+2ed2+d2$: & minus latus b, idem atque $2e2d2+2ed2$, multiplex ad differentiam $d2$, per $2e2+2e$, quadruplum triangulum a latere e.

Atqui $b---c$, est differentia par, & quadratus par: cujus radix par, & radicis dimidium dicatur f. Erit ergo $b---c$, idem atque $4f2$. Erit quoque radix differentiæ quadratorum $b2---c2$, par, multiplex ad differentiam $4f2$, per numerum, qui dicatur g. Quare $4gf2$, radix erit differentiæ quadratorum: & erit ipsa differentia quadratorum $16g2f4$: & summa laterum $4g2f2$: & duplum majus latus $4g2f2+4f2$: & majus ipsum latus b, erit idem atque $2g2f2+2f2$: & minus latus c, idem atque $2g2f2---2f2$, multiplex ad $2f2$, per $g2---1$, quadratum lateris g, vnitate multatum.

Sunt ergo eidem b, eadem, & inter se eadem, $2e2d2+2ed2$, & $2g2f2+2f2$: & est a, idem atque $2e2d2+2ed2+d2$: ergo a, est idem atque $2g2f2+2f2+d2$: & c idem atque $2g2f2---2f2$: eorumque differentia est $4f2+d2$.

Est & $a2$, idem atque $4g4f4+8g2f4+4f4+4g2f2d2+4f2d2+d4$: & $c2$, idem atque $4g4f4-8g2f4+4f4$: & differentia quadratorum $a2-c2$, eadem atque $16g2f4+4g2f2d2+4f2d2+d4$: atque ipsa est quadratus a radice $4f2+d2$.

Est ergo radix differentiæ quadratorum $a2-c2$, ad differentiam laterum $a-c$, æqualis, & non multiplex. Atque ita differentia quadratorum $a2-c2$, ad differentiam laterum $a-c$, est vt $a-c$, ad vnitatem: sed etiam est vt $a+c$, ad vnitatem: quare $a-c$. & $a+c$, sunt æquales. Et hoc est absurdum.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [8] - 6
PUBLIC DOMAIN

Non ergo possibile est invenire tres numeros primos inter se, quorum differentiæ, quadrati, & differentiæ quadratorum, quadrati.

Sed si a, b, c, fuerint assignati non primi, accipiatur eorum maxima communis mensura: quæ profecto differentiarum $a-b$, $b-c$, $a-c$, communis mensura est quadratorum, ipsaque quadratus numerus est. Ideo enim a, b, non sunt primi, quia a, resolutus in primos, vt fiat hpq, & b resolutus in primos, vt fiat hps, habent aliquem componentem communem, puta hp: & differentia $a-b$, est $hpq-hps$: quæ non potest esse quadratus, nisi & hp, sit quadratus, & $q-s$, sit quadratus: alterum enim sine altero non sufficit. Est ergo ipsorum a, b, c, communis maxima mensura quadratus, quæ dicatur $h2$.

Et dividantur a, b, c, per $h2$, vt fiant primi numeri l, m, n: & differentiæ, quadrati $a-b, b-c, a-c$, dividantur per $h2$, vt fiant $l-m, m-n, l-n$, pariter quadrati numeri: item $a2, b2, c2$, dividantur per $h4$, vt fiant quadrati $l2, m2, n2$: & differentiæ quadratorum, quadrati $a2-b2$, $b2-c2$, $a2-c2$, dividantur per $h4$, vt fiant $l2-m2$, $m2-n2$, $l2-n2$, quadrati numeri.

Sed hujusmodi primi numeri l, m, n, assignari non possunt, vt ostensum est: ergo nullo modo potuerunt assignari a, b, c; quorum differentiæ $a-b, b-c, a-c$, quadrati; & quorum differentiæ quadratorum $a2-b2, b2-c2, a2-c2$, quadrati. Quare, &c.

QUANTUM *sit erronea propositi nostri Problematis allata solutio, quæsiti tres quadrati sequentes indicabunt.*

5235712796224, 3509747458624, 5755474489249.
Latera 2288168 1873432 2399057

Intervallum primi & secundi quadrati est 1725965337600, *cujus quadrata radix est* 1313760.

Intervallum secundi & tertii quadrati est 2245727030625, *cujus radix* 1498575.

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [9] - 7
PUBLIC DOMAIN

Intervallum tertii & primi quadrati est 5197616930 25, *cujus radix* 720945.

Intervallum primi & secundi lateris est 414736, *cujus radix* 644.

Intervallum secundi & tertii lateris est 525625, *cujus radix* 725.

Intervallum tertii & primi lateris est 110889, *cujus radix* 333.

Allgemeine Lösung s. Oznanam, Dict. Math. Amstrd. 1691. pr. 90/1.

BIBLIOTHECA REGIA HANNOVERANA

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK
Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [10] - 8
PUBLIC DOMAIN

976

Joh. Remmelen dors Ulm

1617 Conv. [illegible] 4 ß 2 ₰ 12 ₰ 2

1631 d.c. dg. 13.-17. ₰ 2 ; 15 ₰ 20. dg.

GWLB Hannover 35
036 856 916

Niedersächsische Landesbibliothek Hannover

IV 6 B 976

4°

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [11] - -

PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [12] - -

PUBLIC DOMAIN



GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ BIBLIOTHEK
NIEDERSÄCHSISCHE LANDESBIBLIOTHEK

Signatur: Leibn. Marg. 88, Stück 5, [13] · ·